輻射의 影響을 받지않는 高温에서의 氣體의 熱傳導度 測定法에 關한 數學的 解析*

李 載 聖**

A Mathematical Development of a Method of Measuring the Thermal Conductivity of Gases at High Temperatures Avoiding Radiation Errors

Chai-sung Lee

Dept. of Chemical Engineering, College of Engineering, Seoul National University

A method which employs the hot wire cell, but is independent of raditation, was mathematically derived by heating the wire with a sinusoidal alternating current superimposed upon a direct current. The operating conditions, under which the radiation introduces no appereciable error, were discussed as well as the inherent limitations of the method. Optimun cell design and operating conditions were suggested.

緖 論

從前의 熱線槽(Hot wire cell)는 垂直管 中心線上에 金屬線을 치고 直流로 加熱을 했었다. 이때 管內에 든 氣體의 熱傳導度는 定常狀態에 있어서의 金屬線과 管壁의 溫度, 熱線槽의 치수, 그리고 金屬線으로 통한 電力으로부터 計算해 낼수 있다. 그러나 溫度가 오름에 따라 金屬線으로부터 管壁으로 傳達된 輻射熱에 대한 補正이 重要해지는데, 高溫에서는 金屬表面의 輻射率이라든가 吸收率이 잘 알려져 있지 않을 뿐더러, 時間과 더불어 그 값이 變動하므로 輻射로 傳達된 熱에 대한 補正의 信憑性이 稀薄해저 計算되어 나온 熱傳導度의 값이 애매해 진다. 이때문에 熱線槽로 300°C 以上에서 氣體의 熱傳導度가 測定된 例는 거의 없는 것이다.

本硏究의 目的은 電氣的 方法에 의하여 特히 高溫에서 適合한 氣體의 熱傳導度나 또는 熱擴散度 (Thermal dffiusivity)를 測定하는 方法을 模索하는데 있다.

白金線과 같이 溫度係數가 큰 比抵抗을 가진 金屬線을 周波數 f 인 正弦波形 交流로 加熱하면, 供給된 電力에 該當하는 熱量이 管壁으로 傳達됨으로써 하나의 定常狀態를 이루게 될것이다. 그러나 金屬線의 溫度는 一定하지 않고 周波數 $2f$ 로 平均溫度 $\bar{t}_1$ 의 上下로 振動을 할것이다. 만일 氣體의 熱傳導度가 無限大, 即 熱擴散度가 無限大라면 電力은 熱로서 即刻的으로 氣體에 依하여 除去될것이므로 周波數 $2f$ 인 電力波와 溫度波는 同一한 位相에 있을 것이지만. 그의 값이 有限할 경우에는 溫度波는 電力波에 比하여 一定한 遲相角 (Phase lag angle)을 둔 位相에 있을 것이다. 本法의 原理는 理論的으로 遲相角의 函數로 되어 있는 物理的이나 또는 電氣的인 特性을 測定하고 事前에 만들어진 相關關係로부터 熱傳導度를 計算해 내는데 있다. 이 뿐만아니라. 振動을 하고 있는 溫度波의 振幅도 위와 같이 氣體의 熱傳導度 및 그밖의 物性의 函數로 되어 있을 것이므로 이 原理를 適用할 수 있는 또 하나의 方法으로는 理論的으로나 또는 實驗的으로 溫度의 振幅과 熱傳導度 사이의 相關關係를 求하였다가 願하는 溫度에서의 熱傳導度値가 要求되는 氣體에 適用시키는 것을 생각 할 수 있을 것이다.

本法은 Bates[1] 또는 Minter 및 Burdy[2]의 熱線槽에 대한 交流의 適用과 混同되어서는 아니 된다. 이들의 方法은 交流를 使用함으로서 電橋回路의 出力을 A.C. 增幅器를 사용하여 크게 增幅함으로서 金屬線의 平均 溫度를 精確하게 測定할 수 있다는 데 利點이 있을 뿐이다. 이 밖에도 氣體 및 液體의 熱傳導度 測定法에 關한 여러 論文[3] [4] [5] [6] [7]이 있지만 眞正한 意味에서 輻射의 영향을 받지않는 氣體의 熱傳導度測定을 發展시키려고 한 試圖는 稀少하다.

---

*1963. 10. 21 受理

**서울大學校 工科大學 化學工學科

本硏究에서는 上記한 두가지의 可能한 方法을 數學的으로 解析하고 各方法을 施行하는데 대한 最適條件을 決定하였다.

微分方程式 및 境界條件의 誘導

半徑 r_1인管의 中心線上에 半徑 r_1인 白金線을 친 Fig.1과 같은 熱線槽系를 생각 하겠다. 지금 金屬線을 直流에다 交流電流를 倂用하여 加熱을 하면, 金屬線에서 發生한 熱量은 管內를 채우고 있는 氣體를 통한 傳導와 金屬線으로부터 管內壁으로 向하는 輻射에 의하여 除去된다. 金屬線의 溫度는 交流倂用으로 因하여 싸이클링 (또는 振動)을 할것인데, 時間에 따르는 이와 같은 溫度의 變化를 函數形으로 나타내기 위하여 다음과 같은 假定을 세운다:

1. 金屬線은 어느 순간에서나 均一한 溫度 t_1에 있다(金屬線의 徑이 작고 交流電流의 周波數가 낮을 때 成立되는 條件).

2. 모든 物理的 性質이 溫度와 無關係하다(溫度의 振幅이 작을때 成立되는 條件).

3. 管內壁은 一定하고도 均一한 溫度 t_2에 있다(管壁이 두겁고 定常狀態에 到達하였을 때 成立되는 條件).

4. 金屬線으로부터 輻射되는 熱量은 時間과는 無關係하며 金屬線으로 집어넣은 入力電力의 平均値에 比例한다. (輻射에 依한 熱傳達量이 적고 金屬線과 管內壁 사이의 溫度差에 比하여 溫度의 振幅이 작을 경우에 成立되는 條件이다. A.C.에다. D.C.를 倂用한 理由는 이 條件을 滿足시키기 위한 것이다.)

熱線槽內의 氣體에 適用시킬 수 있는 傳熱偏微分方程式은 圓筒座標를 使用하여 아래와 같이 된다.

$$\frac{\partial^2 t}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial t}{\partial r}=\frac{1}{\alpha}\frac{\partial t}{\partial \theta} \qquad r_1<r<r_2 \qquad (1)$$

金屬線과 管內壁에 適用시킬 수 있는 境界條件은 熱收支로부터 얻을 수 있다.

卽 $r=r_1$에서는

金屬線으로의 熱量의 總投入速度:

$$(i+Io\ \sin\omega\theta)^2R$$

金屬線의 熱吸收速度 : $\pi r_1^2 c'\rho' L\frac{\partial t}{\partial \theta}$

氣體로의 熱傳導速度 : $-2\pi r_1 kL\frac{\partial t}{\partial r}$

管內壁으로 輻射되는 熱傳達速度:

$$rQ'=r\left(i^2+\frac{Io^2}{2}\right)R$$

熱의 總投入量은 金屬線이 吸收한 熱量과, 管內壁및 氣體로 傳達된 熱量을 合한 것과 같을 것이므로, 다음의 式을 얻을 수 있다.

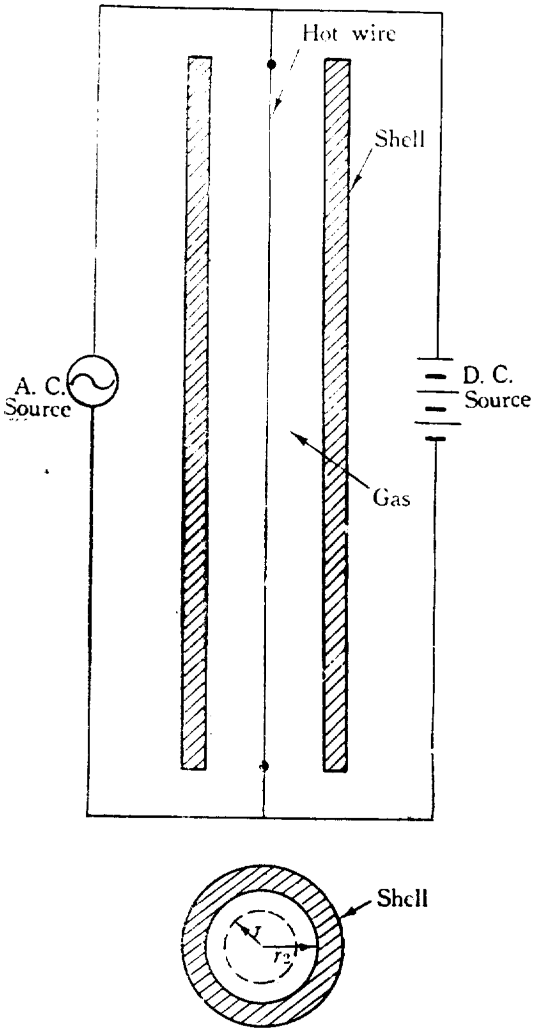


Fig.1. Hot wire cell, wire heated by A.C. and D.C.

$$(i+Io\sin\omega\theta)^2R=\pi r_1^2 c'\rho' L\frac{\partial t}{\partial \theta}-2\pi r_1 kL\frac{\partial t}{\partial r}$$
$$+r\left(i^2+\frac{Io^2}{2}\right)R \qquad (2)$$

다음 管內壁面인 $r=r_2$인 곳에서도 定常狀態에서는 이곳을 通過해 나가는 總熱量은 傳導와 輻射로 管內壁에 達하는 熱量과 같다고 놓면 아래의 式을 얻을 수 있다:

$$(1-r)\left(i^2+\frac{Io^2}{2}\right)R=2\pi r_2 kL\frac{\partial t}{\partial r} \qquad (3)$$

境界條件 (2)와 (3), 및 前述한 假定 밑에서 偏微分方程式 (1)을 풀면, 金屬線의 溫度는 다음과 같이 時間의 函數로서 얻을 수 있다:

$$t_1=t_2+\frac{(i^2+I^2)(1-\gamma)R}{2\pi kL}\ln\frac{r_2}{r_1}+\frac{I^2RE_3''}{\pi r_1^2\omega c'\rho' L}\cos(2\omega\theta+\phi)+\frac{2\sqrt{2}\,iIRE_2''}{\pi r_1^2\omega c'\rho' L}\cos(\omega\theta+\varepsilon) \tag{4}$$

여기서 $I=I_0/\sqrt{2}$이고, E_3'', E_2'', ϕ, 및 ε은 金屬線과 氣體의 物理的 性質 및 裝置의 치수의 函數이며, 이들의 完全한 表現은 아래와 같이 매우 複雜한 形의 Bessel 函數 [8] 式으로 되어 있다:

$$(E_3'')^2=(A_1\mathrm{ber}\beta r_1+A_2\mathrm{bei}\beta r_1-A_3\mathrm{ker}\beta r_1-A_4\mathrm{kei}\beta r_1)^2+(A_1\mathrm{bei}\beta r_1-A_2\mathrm{ber}\beta r_1-A_3\mathrm{kei}\beta r_1+A_4\mathrm{ker}\beta r_1)^2 \tag{5}$$

$$(E_2'')^2=\left(B_1\mathrm{ber}\frac{\beta r_1}{\sqrt{2}}+B_2\mathrm{bei}\frac{\beta r_1}{\sqrt{2}}-B_3\mathrm{ker}\frac{\beta r_1}{\sqrt{2}}-B_4\mathrm{kei}\frac{\beta r_1}{\sqrt{2}}\right)^2+\left(B_1\mathrm{bei}\frac{\beta r_1}{\sqrt{2}}-B_2\mathrm{ber}\frac{\beta r_1}{\sqrt{2}}-B_3\mathrm{kei}\frac{\beta r_1}{\sqrt{2}}+B_4\mathrm{ker}\frac{\beta r_1}{\sqrt{2}}\right)^2 \tag{6}$$

$$\tan\phi=\frac{A_1\mathrm{bei}\beta r_1-A_2\mathrm{ber}\beta r_1-A_3\mathrm{kei}\beta r_1+A_4\mathrm{ker}\beta r_1}{A_1\mathrm{ber}\beta r_1+A_2\mathrm{bei}\beta r_1-A_3\mathrm{ker}\beta r_1-A_4\mathrm{kei}\beta r_1} \tag{7}$$

$$\tan\varepsilon=\frac{B_1\mathrm{bei}\frac{\beta r_1}{\sqrt{2}}-B_2\mathrm{ber}\frac{\beta r_1}{\sqrt{2}}-B_3\mathrm{kei}\frac{\beta r_1}{\sqrt{2}}+B_4\mathrm{ker}\frac{\beta r_1}{\sqrt{2}}}{B_1\mathrm{ber}\frac{\beta r_1}{\sqrt{2}}+B_2\mathrm{bei}\frac{\beta r_1}{\sqrt{2}}-B_3\mathrm{ker}\frac{\beta r_1}{\sqrt{2}}+B_4\mathrm{kei}\frac{\beta r_1}{\sqrt{2}}} \tag{8}$$

여기서

$$A_1=\frac{\mathrm{kei}_1\beta r_2\left[S_1+\frac{c\rho}{c'\rho'}\frac{\sqrt{2}}{\beta r_1}S_2\right]-\mathrm{ker}_1\beta r_2\left[S_3+\frac{c\rho}{c'\rho'}\frac{\sqrt{2}}{\beta r_1}S_4\right]}{2(S_1^2+S_3^2)+\frac{4\sqrt{2}}{\beta r_1}\frac{c\rho}{c'\rho'}(S_2S_1+S_3S_4)+\left(\frac{2c\rho}{\beta r_1c'\rho'}\right)^2(S_2^2+S_4^2)}=\frac{a\mathrm{kei}_1\beta r_2-b\mathrm{ker}_1\beta r_2}{\Gamma} \tag{9}$$

$$A_2=\frac{a\mathrm{ker}_1\beta r_2+b\mathrm{kei}_1\beta r_2}{\Gamma} \tag{10}$$

$$A_3=\frac{a\mathrm{bei}_1\beta r_2-b\mathrm{ber}_1\beta r_2}{\Gamma} \tag{11}$$

$$A_4=\frac{a\mathrm{ber}_1\beta r_2+b\mathrm{bei}_1\beta r_2}{\Gamma} \tag{12}$$

$$B_1=\frac{\mathrm{kei}_1\frac{\beta r_2}{\sqrt{2}}\left[S_5+\frac{2}{\beta r_1}\frac{c\rho}{c'\rho'}S_6\right]-\mathrm{ker}_1\frac{\beta r_2}{\sqrt{2}}\left[S_7+\frac{3}{\beta r_1}\frac{c\rho}{c'\rho'}S_8\right]}{(S_5^2+S_7^2)+\frac{4}{\beta r_1}\frac{c\rho}{c'\rho'}(S_5S_6+S_7S_9)+\left(\frac{2c\rho}{\beta r_1c'\rho'}\right)^2(S_6^2+S_8^2)}=\frac{c\mathrm{kei}_1\frac{\beta r_2}{\sqrt{2}}-d\mathrm{ker}_1\frac{Br_2}{\sqrt{2}}}{\Lambda} \tag{13}$$

$$B_2=\frac{c\,\mathrm{ker}_1\frac{Br_2}{\sqrt{2}}+d\mathrm{kei}_1\frac{\beta r_2}{\sqrt{2}}}{\Lambda} \tag{14}$$

$$B_3=\frac{c\,\mathrm{ber}_1\frac{Br_2}{\sqrt{2}}-d\mathrm{bei}_1\frac{\beta r_2}{\sqrt{2}}}{\Lambda} \tag{15}$$

$$B_4=\frac{c\,\mathrm{ber}_1\frac{\beta r_2}{\sqrt{2}}+d\mathrm{bei}_1\frac{\beta r_2}{\sqrt{2}}}{\Lambda} \tag{16}$$

그리고

$$S_1=\begin{cases}-\mathrm{ker}_1\beta r_2\mathrm{ber}\beta r_1\\+\mathrm{kei}_1\beta r_2\mathrm{bei}\beta r_1\\+\mathrm{ber}_1\beta r_2\mathrm{ker}\beta r_1\\-\mathrm{bei}_1\beta r_2\mathrm{kei}\beta r_1\end{cases} \tag{17}$$

$$S_2=\begin{cases}+\mathrm{ker}_1\beta r_2(\mathrm{bei}_1\beta r_1-\mathrm{ber}_1\beta r_1)\\+\mathrm{kei}_1\beta r_2(\mathrm{bei}_1\beta r_1+\mathrm{ber}_1\beta r_1)\\+\mathrm{ber}_1\beta r_2(\mathrm{ker}_1\beta r_1-\mathrm{ker}_1\beta r_1)\\-\mathrm{bei}_1\beta r_2(\mathrm{ker}_1\beta r_1+\mathrm{ker}_1\beta r)\end{cases} \tag{18}$$

$$S_3=\begin{cases}-\mathrm{ker}_1\beta r_2\mathrm{bei}\ \beta r_1\\-\mathrm{kei}_1\beta r_2\mathrm{ber}\beta r_1\\+\mathrm{ber}_1\beta r_2\mathrm{kei}\beta r_1\\+\mathrm{bei}_1\beta r_2\mathrm{ker}\beta r_2\end{cases} \tag{19}$$

$$S_4=\begin{cases}-\mathrm{ker}_1\beta r_2(\mathrm{bei}_1\beta r_1+\mathrm{ber}_1\beta r_1)\\+\mathrm{kei}_1\beta r_2(\mathrm{bei}\beta r_1-\mathrm{ber}_1\beta r_1)\\+\mathrm{ber}_1\beta r_2(\mathrm{ker}_1\beta r_1+\mathrm{kei}_1\beta r_1)\\+\mathrm{bei}_1\beta r_2(\mathrm{ker}_1\beta r_1-\mathrm{kei}_1\beta r_1)\end{cases} \tag{20}$$

$$S_5=\begin{cases}-\mathrm{ker}_1\frac{\beta r_2}{\sqrt{2}}\mathrm{bei}\frac{\beta r_1}{\sqrt{2}}\\-\mathrm{kei}_1\frac{\beta r_2}{\sqrt{2}}\mathrm{ber}\frac{\beta r_1}{\sqrt{2}}\\-\mathrm{ber}_1\frac{\beta r_2}{\sqrt{2}}\mathrm{kei}\frac{\beta r_1}{\sqrt{2}}\\+\mathrm{bei}_1\frac{\beta r_2}{\sqrt{2}}\mathrm{ker}\frac{\beta r_1}{\sqrt{2}}\end{cases} \tag{21}$$

$$S_6=\begin{cases}-\mathrm{ker}_1\frac{\beta r_2}{\sqrt{2}}\left(\mathrm{bei}_1\frac{\beta r_1}{\sqrt{2}}+\mathrm{ber}_1\frac{\beta r_1}{\sqrt{2}}\right)\\+\mathrm{kei}_1\frac{\beta r_2}{\sqrt{2}}\left(\mathrm{bei}_1\frac{\beta r_1}{\sqrt{2}}-\mathrm{ber}_1\frac{\beta r_1}{\sqrt{2}}\right)\\+\mathrm{ber}_1\frac{\beta r_2}{\sqrt{2}}\left(\mathrm{ker}_1\frac{\beta r_1}{\sqrt{2}}+\mathrm{kei}_1\frac{\beta r_1}{\sqrt{2}}\right)\\+\mathrm{bei}_1\frac{\beta r_2}{\sqrt{2}}\left(\mathrm{ker}_1\frac{\beta r_1}{\sqrt{2}}-\mathrm{kei}_1\frac{\beta r_1}{\sqrt{2}}\right)\end{cases} \tag{22}$$

$$S_7=\begin{cases}+\mathrm{ker}_1\frac{\beta r_2}{\sqrt{2}}\mathrm{bei}\frac{\beta r_1}{\sqrt{2}}\\-\mathrm{kei}_1\frac{\beta r_2}{\sqrt{2}}\mathrm{ber}\frac{\beta r_1}{\sqrt{2}}\\-\mathrm{ber}_1\frac{\beta r_2}{\sqrt{2}}\mathrm{kei}\frac{\beta r_1}{\sqrt{2}}\\-\mathrm{bei}_1\frac{\beta r_2}{\sqrt{2}}\mathrm{ker}\frac{\beta r_1}{\sqrt{2}}\end{cases} \tag{23}$$

$$S_8=\begin{cases}-\mathrm{ker}_1\frac{\beta r_2}{\sqrt{2}}\left(\mathrm{bei}_1\frac{\beta r_1}{\sqrt{2}}-\mathrm{ber}_1\frac{\beta r_1}{\sqrt{2}}\right)\\-\mathrm{kei}_1\frac{\beta r_2}{\sqrt{2}}\left(\mathrm{bei}_1\frac{\beta r_1}{\sqrt{2}}+\mathrm{ber}_1\frac{\beta r_1}{\sqrt{2}}\right)\\-\mathrm{ber}_1\frac{\beta r_2}{\sqrt{2}}\left(\mathrm{ker}_1\frac{\beta r_1}{\sqrt{2}}-\mathrm{kei}_1\frac{\beta r_1}{\sqrt{2}}\right)\\+\mathrm{bei}_1\frac{\beta r_2}{\sqrt{2}}\left(\mathrm{ker}_1\frac{\beta r_1}{\sqrt{2}}+\mathrm{kei}_1\frac{\beta r_1}{\sqrt{2}}\right)\end{cases} \tag{24}$$

이상으로 부터 E_3'', E_2'', ϕ, 및 ε은 다음과 같은 無次元比의 函數로 表現되어 있음을 알 수 있다.

$$E_3''=F_1\left[\left(\frac{\omega r_1^2}{\alpha}\right),\left(\frac{c'\rho'}{c\rho}\right),\left(\frac{r_2}{r_1}\right)\right] \tag{25}$$

$$E_2''=F_2\left[\left(\frac{\omega r_1^2}{\alpha}\right),\left(\frac{c'\rho'}{c\rho}\right),\left(\frac{r_2}{r_1}\right)\right] \tag{26}$$

$$\phi\ =F_3\left[\left(\frac{\omega r_1^2}{\alpha}\right),\left(\frac{c'\rho'}{c\rho}\right),\left(\frac{r_2}{r_1}\right)\right] \tag{27}$$

$$\varepsilon\ =F_4\left[\left(\frac{\omega r_1^2}{\alpha}\right),\left(\frac{c'\rho'}{c\rho}\right),\left(\frac{r_2}{r_1}\right)\right] \tag{28}$$

여기서 이들 無次元比는 어느 것일지 라도 輻射와는 關係가 없고 式(4)의 對數項의 係數에만 輻射가 關係있음을 알 수 있다. 이 事實은 매우 重要한 것이며 上記한 네 가지의 量中 어느 하나와, 要求되는 物理的 性質과 裝置의 치수를 알므로서 供試氣體의 熱擴散度 α의 값을 計算할 수가 있다. 이때 前述한 바와 같은 假定들이 滿足되는 條件에서 操作하는 以上, 金屬線으로부터 管壁으로가는 輻射熱에 대한 補正을 하지 않아도 熱傳導度를 求할 수 있다.

温度波의 振幅과 位相角의 測定

無次元比의 函數인 E_3'', E_2'', ϕ, 및 ε을 測定하는 電氣的 方法을 이제 展開해 보겠다. 여태 까지의 式의 誘導에 있어서는 熱線槽에 使用한 金屬線의 抵抗이 一定하다고 假定하였었다. 그러나 이제는 金屬線의 温度의 振幅範圍內에서 金屬線의 抵抗은 温度變化에 대하여 直線的으로 變化한다고 하겠다. 그러면

$$R=Ro(1+st_1) \tag{29}$$

인데, 여기서 Ro는 R를 $t=0$°C까지 外挿한 값이다. 金屬線에서 이루어지는 電壓降下는

$$E=(i+Io\sin\omega\phi)R=(i+Io\sin\omega\phi)Ro(1+st_1) \tag{30}$$

와 같이 表現되는데, 이것을 式(4)와 結付시키면, 아래의 式을 얻는다:

$$\begin{aligned}E=&(iRo+\sqrt{2}\,IRo\sin\omega\phi)\Big\{1+st_2\\&+\frac{(i^2+I^2)(1-\gamma)\bar{R}s}{2\pi kL}\ln\frac{r_2}{r_1}\Big\}-\frac{\sqrt{2}\,s\bar{R}RoI^3E_3''}{2\pi r_1^2\omega c'\rho'L}\sin(\omega\theta\\&+\phi)-\frac{2iI^2RRosE_2''}{2\pi r_1^2\omega c'\rho'L}\sin\varepsilon\\&+\frac{\sqrt{2}\,s\bar{R}RoI^3E_3''}{2\pi r_1^2\omega c'\rho'L}\sin(3\omega\theta+\phi)\\&+\frac{2iI^2\bar{R}RosE_2''}{\pi r_1^2\omega c'\rho'L}\sin(2\omega\theta+\varepsilon)\end{aligned} \tag{31}$$

이것을 보면 金屬線에서 일어나는 電壓降下는 直流成分, 基本波成分, 第2, 및 第3高調波成分 등으로 構成되어 있음을 알수 알 수 있다. 지금 第2 및 第3高調波의 振幅을 各各 E_2 및 E_3이라고 놓면,

$$E_2''=\frac{E_2\pi r_1^2c'\rho'L\omega}{2iI^2R^2}\left(\frac{1}{s}+\bar{t}\right) \tag{32}$$

$$E_3''=\frac{E_3\sqrt{2}\,\pi r_1^2c'\rho'L\omega}{I^2R^2}\left(\frac{1}{s}+\bar{t}\right) \tag{33}$$

와 같은 表現을 얻는다. 式(31)에서 ε와 ϕ는 각각 電壓降下의 第2 및 第3高調波成分의 位相角(Phase angle)을 나타내고, $\bar{t}$는 金屬線의 平均温度, R은 温度 $\bar{t}$에 있어서의 抵抗值를 나타낸다.

以上의 理論的 取扱에 있어서 第2 및 第3高調波의 電壓成分의 振幅을 재거나, 또는 이들에 該當되는 位相角을 재면 金屬線으로부터 管壁으로 가는 輻射熱의 영향을 받지 않고서 氣體의 熱傳導度를 求할 수가 있음을 알 수 있다.

애초에 直流는 사용치 않고 正弦波形의 交流만을 사용하여 本解析을 試圖하였었다. 이 경우는 $i=0$이므로 出力電壓의 第二高調波成分이 나타나지 않고, $\pi-\phi$가 温度波位相이 電力波位相으로부터 떨어져 있는 遲相角(Phase lag angle)을 나타낸다는 것을 容易하게 알 수 있다. 이때의 E_3'' 및 ϕ의 값을 IBM Electronic Data Processing Machine—Type 701을 사용하여 열자리의 有效數字까지 計算하여 그의 有效部分을 Table I과 II에 주었고, 또 Fig.2로부터 8에다 各樣으로 플로트하였다. 그러나 測定裝置의 電氣的回路의 複雜을 避하기 爲하여는 直流를 倂用하여 第2高調波를 使用하는 편였 有利할 것이며, 이 경우에는 數值計算을 하지 않았기 때문에 現在로서는 實驗的으로 求한 補正曲線을 사용하여 야될것이다.

Fig.6은 r_1/r_2의 實用的 比의 값인 0.007에서 $(\beta r_2)^2$의 값이 4인 附近에서 E_3''이 α의 變化에 가장 鋭敏하게 變化한다는 것을 나타낸다. $(\beta r_2)^2$의 값이 2以上에서는 애초의 假定이 充分히 成立된다. E_2''는 實際로 計算은 안하였지만 이 見地에서 볼때는 더 適合한 것으로 보인다. 加熱用 交流電流에는 틀림 없이 第3高調波 成分이 들어 있을 것이므로 金屬線으로 통하기 前에 이것을 濾過하여 除去하여야 한다. 그러나 이 第3高調波는 實測에서 나오는 ϕ의 값이 理論的 補正值와 얼마나 다르게 나오는 가를 測定하는데 하나의 基準으로 使用할 수가 있는 것으로서 有用하게 될 것이다.

計算值와 圖表의 解析

$\beta r_2(\beta=\sqrt{2\omega/\alpha})$, r_1/r_2, 및 $c'\rho'/c\rho$의 여러 값에 있어서의 無次元比의 函數인 E_3''과 遲相角 $\Delta=\pi-\phi$를 計算하여 r_1/r_2및 $c'\rho'/c\rho$를 파라메타로 하여 $[E_3''\max-E_3'']$ 對 βr_2나 또는 $(\Delta\max-\Delta)$ 對 βr_2의 플로트를 만들어 Fig.2에서 부터 5에 나타내었다. E_3''과 Δ의 값 및 그들의 기울는기 βr_2의 값이 0일 때 0이 된다는 事實도 考慮되었고, 또 βr_1의 값이 0,01보다도 작은 값에 대한 Bessel函數值 [9] [10] 가 주어져 있지 않기 때문에 變數의 값이 이 값보다 작은 範圍에 드는 경우의 計算은 하지 않았다. 그러나 實은 이와 같이 낮은 값의 βr_1이란 것은 極端的으로 가는 金屬線을 使用함을 意味하거나, 또는 매우 낮은 周波數의 加熱用

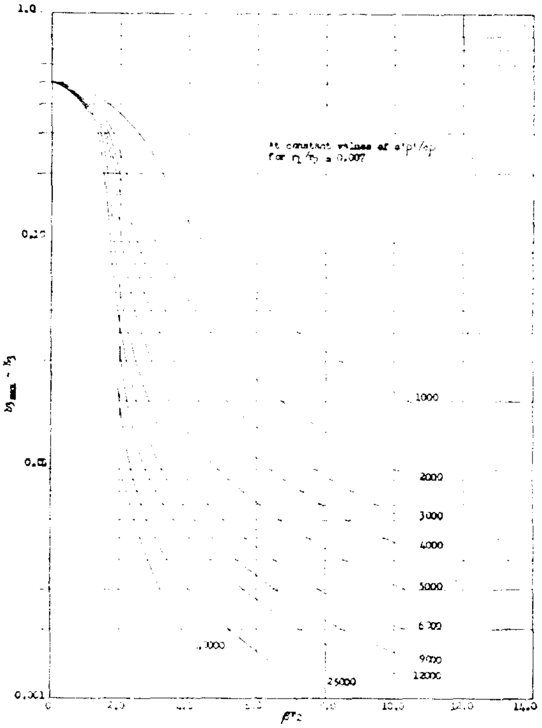


Fig.2 $(E_3''_{max}-E_3'')$ vs. βr_2 for $r_1/r_2=0.007$.

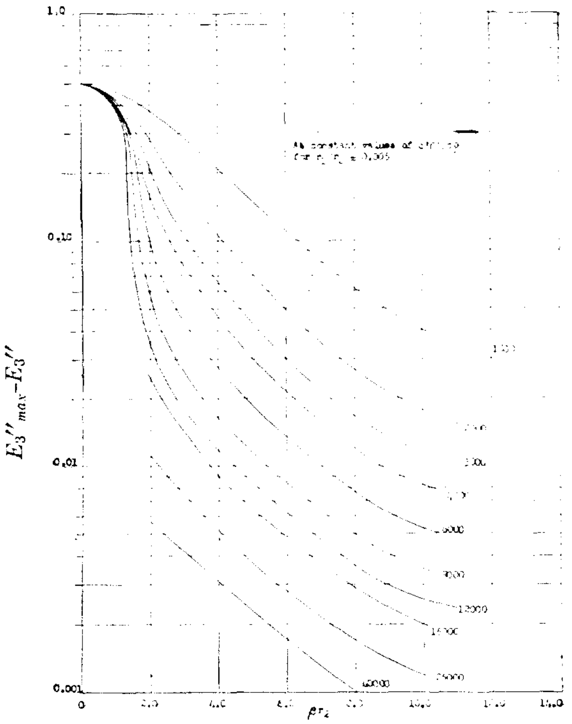


Fig.3 $(E_3''_{max}-E_3'')$ vs. βr_2 for $r_1/r_2=0.005$.

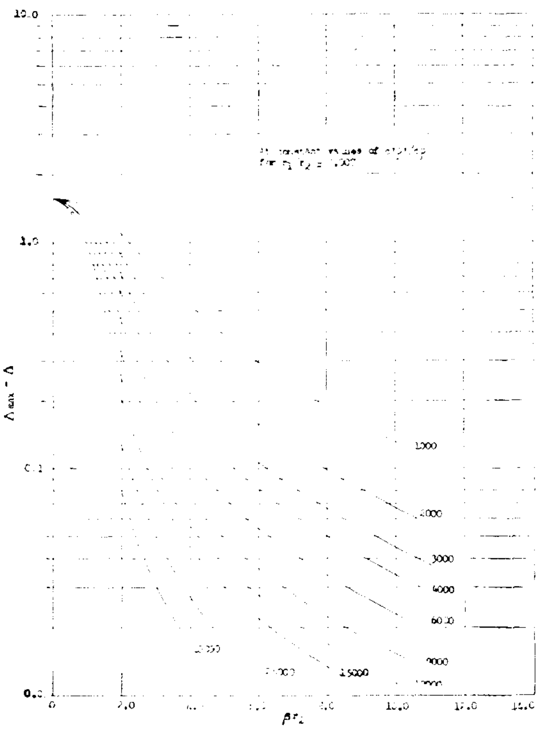


Fig.4 $(\varDelta_{max}-\varDelta)$ vs. βr_2 for $r_1/r_2=0.007$.

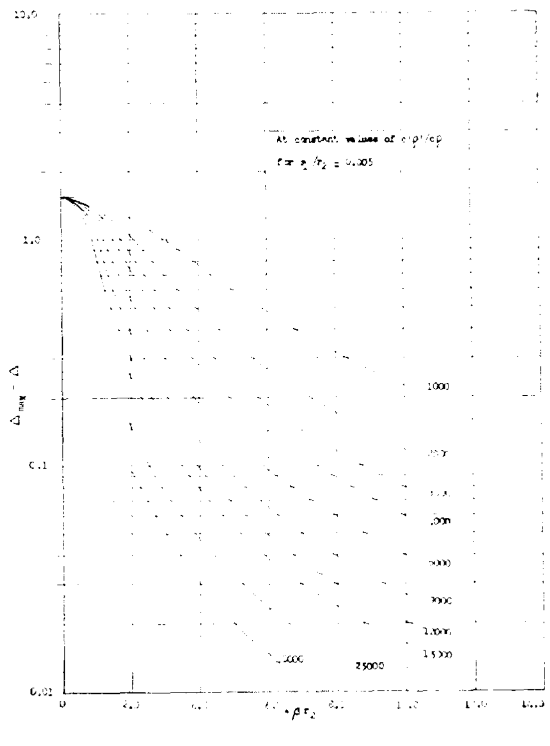


Fig.5 $(\varDelta_{max}-\varDelta)$ vs. βr_2 for $r_1/r_2=0.005$.

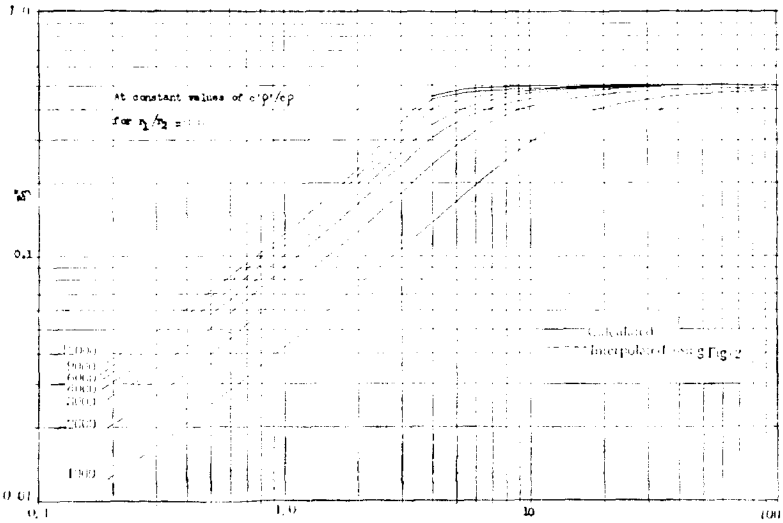
Table I. Calculated Values of E_3'' (Dimcnsionless Amplitude of the Third Harmonic of the Voltage across the Wire).

			E_3'' at various values of $c'\rho'/c\rho$									
r_1/r_2	βr_2	βr_1	$\frac{c'\rho'}{c\rho}=1000$	2000	3000	4000	6000	9000	12000	15000	25000	40000
0.002	10.00	0.200	0.2912	0.3949	0.4353	0.4548	0.4728	0.4834	0.4882	0.4909	0.4948	0.4968
	8.00	0.016	0.2094	0.3260	0.3857	0.4186	0.4510	0.4707	0.4796	0.4845	0.4915	0.4950
	6.00	0.012	0.1415	0.2456	0.3151	0.3607	0.4124	0.4474	0.4637	0.4727	0.4856	0.4918
0.004	1.000	0.040	0.4389	0.4734	0.4834	0.4881	0.4924	0.4951	0.4964	0.4972	0.4983	0.4990
	8.00	0.032	0.4050	0.4586	0.4747	0.4820	0.4887	0.4928	0.4947	0.4959	0.4976	0.4985
	6.00	0.024	0.3371	0.4240	0.4538	0.4677	0.4803	0.4878	0.4912	0.4932	0.4961	0.4976
	4.00	0.016	0.2099	0.3266	0.3863	0.4190	0.4513	0.4710	0.4798	0.4846	0.4916	0.4951
0.005	10.00	0.050	0.4600	0.4822	0.4887	0.4918	0.4947	0.4965	0.4974	0.4980	0.4988	0.4992
	8.00	0.040	0.4389	0.4734	0.4834	0.4881	0.4924	0.4951	0.4964	0.4971	0.4983	0.4990
	6.00	0.030	0.3909	0.4514	0.4702	0.4788	0.4867	0.4916	0.4938	0.4952	0.4972	0.4983
	4.00	0.020	0.2918	0.3954	0.4357	0.4551	0.4730	0.4836	0.4883	0.4910	0.4949	0.4969
	2.00	0.010	0.1217	0.2214	0.2945	0.3457	0.4062	0.4474	0.4669	0.4759	0.4889	0.4944
0.007	10.00	0.070	0.4780	0.4898	0.4934	0.4951	0.4968	0.4979	0.4984	0.4987	0.4993	0.4995
	8.00	0.056	0.4673	0.4852	0.4906	0.4931	0.4955	0.4971	0.4978	0.4983	0.4990	0.4994
	6.00	0.042	0.4440	0.4755	0.4847	0.4889	0.4929	0.4954	0.4966	0.4973	0.4984	0.4990
	4.00	0.028	0.3772	0.4455	0.4670	0.4767	0.9856	0.4910	0.4935	0.4949	0.4970	0.4982
	2.00	0.014	0.1369	0.2370	0.3045	0.3496	0.4021	0.4390	0.4569	0.4670	0.4820	0.4895
0.010	10.00	0.100	0.4875	0.4940	0.4961	0.4971	0.4981	0.4987	0.4990	0.4992	0.4995	0.4997
	8.00	0.080	0.4823	0.4917	0.4946	0.4960	0.4974	0.4983	0.4987	0.4990	0.4994	0.4996
	6.00	0.060	0.4713	0.4869	0.4916	0.4938	0.4960	0.4974	0.4980	0.4981	0.4991	0.4994
	4.00	0.040	0.4394	0.4737	0.4836	0.4882	0.4925	0.4952	0.4964	0.4972	0.4983	0.4990
	2.00	0.020	0.2803	0.3864	0.4293	0.4503	0.4699	0.4816	0.4859	0·4899	0.4943	0.4966

Table II. Caculated Values of Phase Lag Δ of Third Harmonic Voltage E_3 behind the A.C. Current.

			Δ at various values of $c'\rho'/c\rho$									
r_1/r_2	βr_2	βr_1	$\frac{c'\rho'}{c\rho}=1000$	2000	3000	4000	6000	9000	12000	15000	25000	40000
0. 002	10. 00	0. 020	0. 8002	1. 078	1. 2164	1. 2954	1. 3812	1. 4420	1. 4733	1. 4924	1. 5234	1. 5411
	8.00	0.016	0. 6037	0. 8754	1. 0409	1. 1469	1. 2709	1. 3637	1. 4130	1. 4435	1. 4934	1. 5221
	6.00	0.012	0. 4519	0. 6747	0. 8395	0. 9602	1. 1185	1. 2492	1. 3225	1. 3690	1. 4470	1. 4925
0. 004	10.00	0.040	1. 2537	1. 4018	1. 4561	1. 4840	1. 5125	1. 5317	1. 5414	1. 5427	1. 5566	1. 5619
	8.00	0.032	1. 1275	1. 3255	1. 4024	1. 4428	1. 4844	1. 5128	2. 5271	1. 5358	1. 5497	1. 5576
	6.00	0.024	0. 9212	1. 1805	1. 2959	1. 3594	1. 4267	1. 4734	1. 4973	1. 5117	1. 5352	1. 5485
	4.00	0.016	0. 6031	0. 8754	1. 0412	1. 1472	1. 2712	1. 3640	1. 4133	1. 4437	1. 4936	1. 5220
0. 005	10.00	0.050	1. 3465	1. 4539	1. 4919	1. 5113	1. 5309	1. 5441	1. 5507	1. 5547	1. 5611	1. 5648
	8.00	0.040	1. 2534	1. 4018	1. 4561	1. 4840	1. 5125	1. 5317	1. 5414	1. 5572	1. 5566	1. 5619
	6.00	0.030	1. 0919	1. 3015	1. 3850	1. 4292	1. 4750	1. 5064	1. 5223	1. 5319	1. 5474	1. 5561
	4.00	0.020	0. 8001	1. 0792	1. 2167	1. 2957	1. 3815	1. 4422	1. 4735	1. 4926	1. 5235	1. 5411
	2.00	0.010	0. 3137	0. 5258	0. 6965	0. 8295	1. 0134	1. 1718	1. 2625	1. 3203	1. 4174	1. 4741
0. 007	10.00	0.070	1. 4401	1. 5040	1. 5260	1. 5370	1. 5482	1. 5557	1. 5595	1. 5617	1. 5654	1. 5674
	8.00	0.056	1. 3823	1. 4733	1. 5052	1. 5213	1. 5377	1. 5486	1. 5542	1. 5575	1. 5628	1. 5658
	6.00	0.042	1. 2750	1. 4138	1. 4644	1. 4903	1. 5168	1. 5350	1. 5436	1. 5490	1. 5577	1. 5626

	4.00	0.028	1.0361	1.2651	1.3590	1.4091	1.4612	1.4970	1.5152	1.5262	1.5439	1.5540
	2.00	0.014	0.4950	0.7051	0.8603	0.9745	1.1256	1.2520	1.3236	1.3694	1.4466	1.4921
0.010	10.00	0.100	1.4976	1.5338	1.5460	1.5522	1.5583	1.5625	1.5646	1.5658	1.5678	1.5689
	8.00	0.080	1.4656	1.5173	1.5349	1.5438	1.5528	1.5587	1.5618	1.5636	1.5664	1.5681
	6.00	0.060	1.4030	1.4845	1.5127	1.5271	1.5415	1.5512	1.5561	1.5590	1.5637	1.5664
	4.00	0.040	1.2540	1.4021	1.4563	1.4842	1.5126	1.5318	1.5415	1.5473	1.5567	1.5620
	2.00	0.020	0.7823	1.0599	1.2003	1.2819	1.3713	1.4350	1.4679	1.4881	1.5207	1.5394



$(\beta r_2)^2$

Fig.6 E_3'' vs. $(\beta r_2)^2$

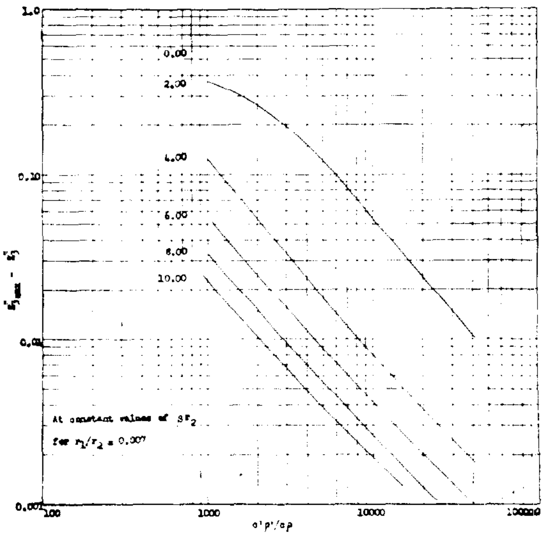


Fig.7 $(E_3''_{max}-E''_3)$ vs. $\frac{c'\rho'}{c\rho}$.

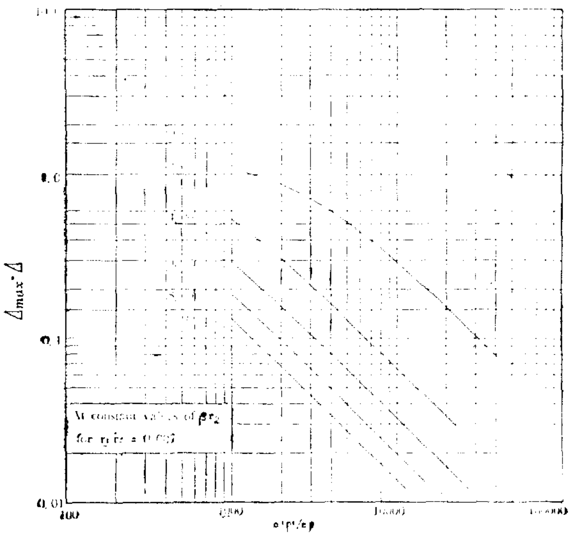


Fig.8 $(\Delta_{max}-\Delta)$ vs. $\frac{c'\rho'}{c\rho}$.

電流를 意味하며, 그 結果 金屬線의 溫度變化의 振幅이 커져 애초의 假定에 抵觸이 되므로 使用하지 않을 것이다.

計算値와 그다프로부터 다음과 같은 結論을 이끌어 낼 수 있다.

(1) βr_2가 增加함에 따라 E''_3은 極限에 있어서 1/2

로 近接하고 Δ는 $\pi/2$ 라디안 (90°)으로 近接한다. 이것은 또 $c'\rho'/c\rho$가 無限大로 됨에 따라서도 같은 極限値를 取한다.

(2) 高温 및 常壓 以下의 低壓에 있어서는 ($c'\rho'/c\rho$의 큰 값을 意味함), E_3''은 熱傳導度 測定에 充分하리 만큼 βr_2의 變化에 따르는 感度를 크게 나타내어 준다. 特히 이와 같은 感度는 高壓 및 中間温度에서의 氣體에 대하여도 利用할 수가 있을 것이다.

(3) 高温에 있어서는 r_1/r_2의 0.007인 값 부근에서 βr_2가 1.5로 부터 3가지의 範圍에서는 熱傳導度를 1~2% 以內에서 測定할 수 있을 정도로 βr_2에 대한 遲相角의 感度가 鋭敏하다. 그러나 上記한 條件은 普通 氣體에 대하여 加熱用 交流電流의 周波數가 상당히 낮아야 한다는 制限을 받게 한다. 만일 電力線으로 부터의 電氣的 干涉에 의한 障碍가 問題되지 않는다면 空氣에 대하여는 60싸이클의 交流를 使用할 수가 있을 것이다.

交流 對 直流의 最適電流比

實驗裝置의 設計와 操作이라는 實際的인 見地에서 볼때는 直流를 併用하지 않고 正弦波의 交流만을 使用하는 편이 가장 便利할 것이다. 그러나 이 경우에서 最適操作條件下에서의 金屬線의 温度의 振幅이 金屬線과 管內壁 사이의 平均温度差의 30~80%나 된다는 計算이 나온다. 이렇게 되면 輻射熱의 瞬間値가 一定하고, 또 그것이 金屬線으로 注入된 電力의 平均値에 比例한다는 애초의 假定이 成立할 수가 없게 되며, 또 앞서 말한 無次元比의 값들은 輻射의 영향에 대한 修正을 받아야 하게 될것이다.

直流電流를 交流와 併用하는 理由는 實로 이 温度의 振幅을 金屬線과 管內壁 사이의 平均 温度差에 比하여 아주 적게 만들기 위한데에 있다. 이 交流 對 直流의 電流比를 定하는데 대한 制限은 아래와 같다:

(1) 出力電壓의 第3高調波 成分은 正確하게 잴수 있으리 만큼 커야 한다. 따라서 交流電流에는 어느 最下値가 있을 것이다.

(2) 모든 物理的 性質이 一定하다고 假定하였으므로 金屬線과 管內壁 사이의 温度는 될 수 있는 대로 작은 편이어야 한다. 따라서 交流電流를 操作上 便利한 最小値에 定해 놓은 다음 併用하는 直流電流를 制限하여 金屬線에 投入되는 總電力入量을 적은 값으로 하여야 한다.

交流電流를 어느 最小値 以下로 떨어 뜨리지 않으면서 交流에 대한 直流電流의 比를 높이 維持하여 金屬線과 管內壁 사이의 温度差를 작게 만든다는 것은 二律背反되는 試圖인 것이다. 그러나 本測定法에 있어서는 上記한 制限에 대하여 可能한 最大限度의 順應을 보였다고 할 수 있는 交流 對 直流의 比의 값을 適當히 定한다는 것이 絶對로 必要한 것으로 되어 있다. 實效交流電流에 대한 直流의 比의 最適値는 平均 温度差를 約 40°C 정도로 만드는 5 정도로 보는 것이 無難할 것이다. 이 때의 第3高調波의 最低實效電壓値는 10^{-6}~10^{-5} volts의 範圍內에 들게 된다.

輻射에 對한 假定의 檢討

E_3'', E_2'', ϕ, 및 ε이 金屬線으로부터 管內壁으로 가는 輻射熱과는 無關하다는 結論을 내는데에는 輻射熱量이 一定하고 또 平均電力入量에 比例한다는 假定이 必要하였으므로, 이 假定이 成立시킬 수 있는가 없는가를 檢討해 볼 必要가 있다. 이 境界値問題에 關한 좀 더 嚴密한 풀이를 얻으려면 輻射가 Stefan-Boltzmann의 法則에 따라 温度와 關係를 갖고 있다는 事實을 想起하면 된다. 따라서 다음의 式을 얻게 된다:

$$q_r = F_A F_E (2\pi r_1 L)(T_1^4 - T_2^4)$$
$$= \sigma F_A F_E T_2^3 \left[1 + \frac{T_1}{T_2} + \left(\frac{T_1}{T_2}\right)^2 + \left(\frac{T_1}{T_2}\right)^3\right](2\pi r_1 L)(t_1 - t_2) \tag{34}$$

만일 金屬線의 温度의 振幅이 金屬線과 管內壁과의 사이의 平均温度差의 2%라고 하면, $\sigma F_A F_E T_2^3[1+(T_1/T_2)+(T_1/T_2)^2+(T_1/T_2)^3]$가 一定하고 熱傳達係數, h와 같다고 생각하였을 때의 q_r에 대한 最大誤差는 0.15% 정도이라는 것도 알 수 있다. 앞서나온 金屬線에 대한 熱收支式

$$M\frac{\partial t}{\partial r} - N\frac{\partial t}{\partial \theta} = (i + Io \sin \omega\theta)^2 R - \gamma Q' \tag{2}$$

는 더 嚴密히 다루기 위하여 다음과 같이 修正할 수가 있다:

$$N\frac{\partial t}{\partial t} - N\frac{\partial t}{\partial \theta} = (i + Io\sin \omega\theta)^2 R - rQ'\left(\frac{t_1 - t_2}{t_1 - t_2}\right) \tag{35}$$

여기서 $(q_r)av. = \gamma Q' h N(\overline{t_1} - t_2)$이고, $q_r = hN(t_1 - t_2)$이다.

만일 式(35)를 正確한 熱收支式이라고 看做한다면, 熱收支方程式 (2)의 左邊의 最大誤差는, 金屬線 温度의 振幅이 平均温度差의 大略 2%이고, 또 總電力入量中 輻射로 傳達된 熱量이 全熱量의 1/5 보다도 작을 경우에는, 0.05% 未達일 것이다. 더욱 이 誤差는 r과 θ를 包含하는 모든 項에 分散配定될 것이므로 遲相角 Δ나 또는 第3高調波의 振幅 E_3에 配定된 誤差는 無視할 수가 있을 것이다.

그러나 만일 輻射의 영향에 대한 어떤 修正이 꼭 必要하게 될 경우에는 h의 값과 r_1의 眞正한 平均値를 正確하게 決定할 수가 없으므로, 그것을 理論的으로

하느니 보다 實驗的으로 修正을 하는 편이 더욱 滿足할만한 結果를 줄것이다. 數學的인 解析이란 面에서 볼 때에는 輻射의 영향은 前述한 세가지의 無次元比 以外에 hr_1/k의 函數로도 되어 있음을 알 수 있다. Stefan-Boltzman 關係式으로부터 誘導된 輻射熱傳達係數를 이에 代入하면 輻射熱에 대한 修正項은 다음과 같은 函數形으로 나타낼 수가 있을 것이다:

$$\text{輻射에 對한 修正項}=F_5\left[\left(\frac{\omega r_1^2}{\alpha}\right),\left(\frac{r_2}{r_1}\right),\left(\frac{c'\rho'}{c\rho}\right),\left(\frac{T_1}{T_2}\right),\left(\frac{\sigma F_E F_A r_1 T_2^3}{k}\right)\right] \quad (36)$$

氣體의 比熱

以上의 分析에서 比熱을 말할때 그것이 定壓比熱 c_p를 나타내는지 또는 定容比熱 c_v를 나타내는지를 明確히 가리지 않았었다. 事實인즉 어느 比熱을 使用하여야 하는가를 決定的으로 結論을 내리지 못하였었다. 따라서 熱傳導度值를 아는 氣體를 低温에서 使用하여 白實驗(blankrun)을 함으로써 이 點을 가려낼 수 밖에는 없다.

그러나 만일 金屬線의 溫度가 하나의 振動現象을 일으키면 氣體內에서는 管壁을 向하여 移動해가는 進行波가 이에 깃딸아 일어날 것이다. 이 波動은 加熱用交流로 60사이클을 使用하면 1秒間에 60번 일어날것이므로 氣體內의 進行波는 서로 매우 隣接하고 있어 全體의 過程이 定壓下에서 일어난다고 볼 수 있다. 따라서 가장 適合한 比熱은 c_p일 것으로 豫期된다.

結 論

1. 金屬線과 管內壁間의 輻射에는 無感覺하고 熱傳導度에는 充分히 銳敏한 感度를 나타내는 電氣的인 反應을 測定함으로써 高温에서의 氣體의 熱傳導度를 計算해 낼 수 있다는 것을 理論的으로 證明을 하였다. 이를 위하여 交流에다 直流電流를 倂用한 熱線槽를 使用할 것을 提議한다.

2. 正弦波電流 發生裝置에서 나오는 여과하지 않은 電壓波의 第3高調波 같은 것을 基準으로 하여 잰 熱線槽 出力 속의 第3高調波의 電壓成分의 遲相角이 高温에서의 氣體의 熱擴散度에 대하여 銳敏한 感度를 나타내는 것이 判明되었다.

3. 熱線槽의 出力電波의 第3高調波成分의 振幅도 氣體의 熱擴散度를 測定하는데 使用할 수 있음을 알았다.

4. 第3高調波의 振幅을 液體의 熱擴散度 測定에도 使用할 수 있을 것으로 믿어 진다.

後 記

本研究는 筆者 在美時 콜럼비아大學校의 C.F. Bonilla 教授 指導밑에서 이루어진 것이며, 特히 本人의 解析을 檢討하고 直流倂用에 對한 計算을 다시 해주신 同大學의 B.L. Tarmy 氏에 對하여 深甚한 謝意를 表明하는 바이다.

記 號 說 明

E 金屬線에서의 電壓降下
E_2 電壓의 第2高調波成分
E_3 電壓의 第3高調波成分
F_A 輻射形狀係數
F_E 表面의 非黑體係數
Io 交流의 最高電流值
I 交流의 實效電流值
L 金屬線의 길이
M 金屬線의 熱容量, $\pi r_1^2 c'\rho' L$
N 金屬線의 表面積, $2\pi r_1 L$
Q' 金屬線으로의 平均電力入量
R 金屬線의 電氣抵抗
$\bar{R}$ 平均溫度 $\bar{t}_1$에서의 金屬線의電氣抵抗
Ro 0°C까지 外挿하여 얻은 金屬線의 電氣抗抵值 $=R/(1+st)$
T_1 金屬線의 絕對溫度
T_2 管內壁의 絕對溫度
c 氣體의 比熱
c' 金屬線의 比熱
c_p 定壓比熱
c_v 定壓比熱
h 輻射熱傳達係數
i 直流電流
k 氣體의 熱傳導度
q_r 金屬線으로부터 管內壁으로 輻射되어간 熱量
r 金屬線中心으로부터 잰 放射方向의 距離
r_1 金屬線의 半徑
r_2 管의 內半徑
s 金屬線의 電氣抵抗의 溫度係數
t 溫度
$\bar{t}_1$ 金屬線溫度의 瞬間值
t_2 管內壁溫度의 瞬間值
t_1 金屬線의 平均溫度
α 流體의 熱擴散度
β $\sqrt{2\omega/\alpha}$
γ 電力入量中 輻射에 依하여 發散된 熱量의 分數
Δ 金屬線 出力電壓의 第3高調波成分이 入力電力

波로부터 뒤떨어진 位相에 있는 角度, 卽 遲相角

ε 温度波 基本波의 位相角

ϕ 温度波 第2高調波의 位相角 또는 金屬線 出力 電壓의 第3高調波 成分의 位相角

θ 時間

ρ 流體의 密度

ρ' 金屬線의 密度

σ Stefan-Boltzman 定數

ω 角速度$=2\pi\cdot$(周波數)

無 次 元 比

$$E_2''=\frac{E_2\pi r_1^2c'\rho'L\omega}{2iI^2\bar{R}^2}\left(\frac{1}{s}+\bar{t}\right)$$

$$E_3''=\frac{E_2\pi r_1^2c'\rho'L\omega}{2iI^2\bar{R}^2}\left(\frac{1}{s}+\bar{t}\right)$$

引 用 文 獻

(1) Bates. O.K., *Ind. Eng. Chem.*,**25.** 431(1933)

(2) Minter, C. and Burdy, L., *Anal. Chem.*, **23,** 143 (1933).

(3) Daynes, H.A.,Gas Analysis by Measurement of Thermal Conductivity, The University Press, Cambridge, England (1933).

(4) Van der Held. E.F. and Van Drunem, F.G., *physica* **15,** 865 (1949).

(5) Lindsay, A.L. and Bromley. L.A., Atomic Energy Commission Report UCRL-1128 (1951).

(6) Dittman,F.W. and Winding, C.C., *Ind. Eng. Chem.* **41,** 543 (1949).

(7) Glassman, I. and Bonilla. C.F., Heat Transfer Symposium, No.5, *Amer. Inst. of Chem. Engrs.*, 153-62 (1953).

(8) McLachlan, N.W., Bessel Functions for Engineers, Oxford University Press, Clarendon, England (1948).

(9) U.S. National Bureau of Standords, Tables of J_0z and J_1z for Complex Arguments, Columbia University Press (1947).

(10) U.S. National Bureau of Standards, Tables of Y_0z and Y_1z for Complex Arguments, Columbia University Press (1950).