

汚水處理 Process 의 最適化 設計 (Ⅱ)

南宮 寔* · 李 成 熙* · 權 英 秀**

Optimal Design of Waste Water Treatment Process (Ⅱ)

*Shik Namkoong *Seong Hee Lee *Young Soo Kwon

**Dept. of Chem. Eng., Seoul National Univ.*

***The Korean Institute of Science and Technology*

Abstract

The optimal design conditions of the multi-staged aeration tank and final sedimentation vessel of activated sludge process have been studied, with the assumption that the flow pattern of the each aeration tank is of perfect mixing.

The objective function was taken as the total volume and/or total construction cost of the aeration tank and the final sedimentation vessel. The volume of each vessel and the inflow rates of the feed and the return sludge to the each stage were considered as the decision variables.

In this work the method of approximation to the solution by the discrete maximum principle has been employed as the optimization technique. The optimal operation policy of a model plant of activated sludge process system has been also studied by the same method, taking the BOD concentration of the exit water from the final sedimentation vessel as the objective function.

The computational results has been revealed as follows;

1. The distributions of the fresh feed and the return sludge are not recommendable, but feeding both inflows only to the first stage is found to be preferable.
2. The total volume of aeration tanks and the final sedimentation vessel can be reduced to 68 %, 59 %, 55 %, 48 % in the case of two, three, four and ten-staged aeration process, respectively, compared with that of single-stage aeration process.
3. The construction cost can be reduced to 75 %, 70 %, 70 %, 71 %, in the case of two, three, four and five aeration process, respectively, compared with that of single-stage aeration process. The construction cost is of minimum when the aeration process is 3 or 4 staged.

1. 緒 論

前報¹⁾에서는 activated sludge process 의 多段化된 aeration tank 와 最終沈澱池의 最適 操作設計條件을

境界問題와 收斂性 때문에 Fibonacci search method 와 discrete maximum principle 로써 檢討했다. 操作變數는 aeration tank 各段에 對한 返送 sludge 의 注入速度와 各段의 aeration tank 와 最終沈澱池의 容積이었고, 目的函數는 aeration tank 와 最終沈澱池의 容積의 和로 擇혔었다.

本報에서는 discrete maximum principle 로써 이와

* 서울工大 化學工學科

** 韓國科學技術研究所

같은最適計算條件을 求하고, 아울러 廢水의 配分問題와 目的函數로서 各反應器의 建設費의 和를 取했을 때의最適化 計算結果를 檢討한다.

그리고 現在 建設中인 서울시 淸溪川 下水處理場에 對해 流入 廢水의 流量과 substrate 濃度의 變動에 따른最適操作法을 activity⁽⁸⁾⁽¹²⁾를 導入한 새로운 反應 model을 使用하여 같은 方法으로 檢討하였다.

2. 基礎式的 誘導

Aeration process에서 微生物 反應의 反應機構에 對한 基本的 假設은 溶解되어 있거나 浮遊하고 있는 substrate가 activated sludge의 表面에 먼저 吸着한 다음 生化學的 酸化에 依해 吸着한 substrate가 分解된다는 것이다.

널리 알려진 이 反應機構에 Naito, Takamatsu 등^{(8), (12)}

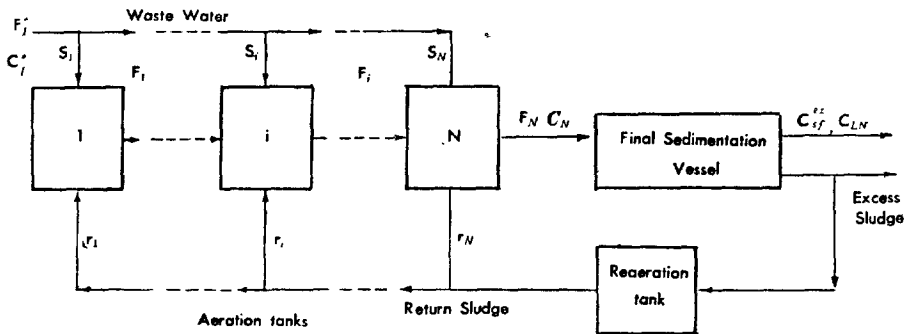


Fig. 1. Schematic Diagram of Multi-staged Aeration Tanks and Final Sedimentation Vessel.

은 sludge의 單位 質量의 全 site에 對한 substrate를 吸着하여 分解시킬 수 있는 active site의 比率인 activity λ 를 導入하였다.

Aeration tank가 N段으로 多段化가 된 Fig. 1의 第 n段의 aeration tank의 反應速度式을 이들이 提案한 model로써 表記하면 式(1)과 같다.

$$R_n(C_n) = \begin{pmatrix} \frac{dC_{Ln}}{dt} \\ \frac{dC_{Sn}}{dt} \\ \frac{dC_{\lambda n}}{dt} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -kC_{Ln}C_{\lambda n} + \beta bC_{Sn} \\ a k C_{Ln} C_{\lambda n} - b C_{Sn} \\ (a - \epsilon) k C_{Ln} C_{\lambda n} - b C_{Sn} + K(C_{Sn} - C_{\lambda n}) \end{pmatrix} \quad (1)$$

여기서 새로 導入된 K는 吸着한 substrate의 分解 速度係數 即 activity 回復係數(1./hr)이며, ϵ 은 單位 BOD가 占據할 수 있는 activity가 1.인 sludge의 量 [SSppm/BODppm]이다. $C_{\lambda n}$ 은 sludge의 active site

濃度(SSpp)인데, sludge 濃度 C_{Sn} 과 activity λ_n 으로 부터 다음과 같이 定義된다.

$$C_{\lambda n} = \lambda_n \cdot C_{Sn} \quad (2)$$

어떤 流量과 汚染度를 가진 廢水를 規制하는 BOD 以下로 處理하는데 必要한 aeration tank와 最終沈澱池의 容積의 和 或은 建設費의 和를 最少로 하는 各反應器의 容積및 廢水와 返送 sludge의 分配注入速度를 決定하고자 한다.

目的函數는 aeration tank 各段과 最終沈澱池의 容積의 函數로 볼 수 있으므로 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$PI = \sum_{n=1}^N \text{COSTA}(V_n) + \text{COSTS}(V_S) \quad (3)$$

最終沈澱池에서는 substrate 濃度의 變化가 없다고 假定하고, 放流하는 水質의 BOD가 規制하는 基準 以下이어야 한다는 束縛條件과 Takamatsu 등⁽⁷⁾⁽¹²⁾의 沈降速度式으로 부터 V_S 는 aeration tank의 最終 段의 狀態函數로 表示된다⁽¹⁰⁾.

$$V_S = \frac{F_N}{\theta} \ln \frac{p C_{Sn}^m}{C_{lim} - C_{LN}} \quad (4)$$

여기서 $\theta = \frac{W}{h} (1 - 0.81 e^{-1.20E})$ 이다.

故로 式(4)를 式(3)에 代入한 目的函數 PI에 對해 aeration process를最適化하면 最終沈澱池까지 包含된 process全體가最適化 된다.

PI를 aeration tank의 마지막 段의 狀態函數로 表示하기 爲해 새로운 狀態變數 Q_n 을 定義하고⁽¹⁾,

$$Q_n = Q_{n-1} + \text{COSTA}(V_n) \quad (5)$$

또 廢水의 配分時에 各 段에 넣는 廢水의 流量의 合은 一定하다는 條件을 penalty function 으로 目的函數에 包含시키기 爲해 새로운 狀態變數 Z_n 을 定義한다.

$$Z_n = Z_{n-1} + S_n \quad (6)$$

S_n 은 第 n 段의 aeration tank 에 넣는 廢水의 流量이다.

式 (4), (5), (6)을 使用하여 目的函數는 다음과 같이 表記할 수 있다.

$$PI = Q_N + \text{COSTA} \left(\frac{F_N}{\theta} \ln \frac{pC_{SN}^a m}{C_{lim} - C_{LN}} + \frac{1}{2} G \cdot (Z_N - F_I^*)^2 \right) \quad (7)$$

여기서 G 는 penalty function 의 定數이고 F_I^* 는 廢水의 全 流入量이다.

Fig. 1 에서 各 段의 aeration tank 의 流動狀態가 完全混合이고, 反應에 따른 密度의 變化가 없다고 假定할 때 第 n 段의 aeration tank 에서의 物質收支式은 다음과 같다.

$$f_{C_n} = F_n C_n - F_{n-1} C_{n-1} - S_n C_I - r_n d - V_n R_n(C_n) = 0 \quad (8)$$

$$f_{F_n} = F_n - F_{n-1} - S_n - r_n = 0 \quad (9)$$

$$f_{Z_n} = Z_n - Z_{n-1} - S_n = 0 \quad (10)$$

$$f_{Q_n} = Q_n - Q_{n-1} - \text{COSTA}(V_n) = 0 \quad (11)$$

이 system equation 의 初期條件은 아래와 같다.

$$\left. \begin{aligned} F_o &=, Z_o=0, Q_o=0 \\ C_I &= \begin{pmatrix} C_{LI}^* \\ C_{SI}^* \\ C_{\lambda I}^* \end{pmatrix} \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

V_n, r_n, S_n 을 control variable 로 取하고 式 (7)을 目的函數로 하여 discrete maximum principle 로써 最適設計條件을 求하고자 한다.

state variable 인 C_n, F_n, Z_n, Q_n 에 對應하는 adjoint variable¹⁾⁹⁾을 各各 $\omega_n, \phi_n, \eta_n, \psi_n$ 이라 하여 前報¹⁰⁾와 같은 方法으로 adjoint system equation 을 求하면 다음과 같다.

$$\omega_{n-1} = F_{n-1} [F_n I - V_n R_n]^{-T} \omega_n \quad (13)$$

$$\phi_{n-1} = [C_{n-1} - C_n]^T [F_n I - V_n R_n]^{-T} \omega_n + \phi_n \quad (14)$$

$$\eta_{n-1} = \eta_n \quad (15)$$

$$\psi_{n-1} = \psi_n \quad (16)$$

Adjoint variable 의 boundary condition 은 式 (7)의 目的函數 PI 를 마지막 段의 狀態變數로 偏微分하여 다음과 같이 定해진다^{1), 6)}.

$$\omega_N = \begin{pmatrix} \omega_{LN} \\ \omega_{SN} \\ \omega_{\lambda N} \end{pmatrix} = \frac{\partial PI}{\partial C_N} = \frac{\partial \text{COSTS}(V_S)}{\partial V_S} \cdot \frac{F_N}{\theta} \begin{pmatrix} \frac{1}{C_{lim} - C_{LN}} \\ \frac{\alpha}{C_{SN}} \\ 0 \end{pmatrix} \quad (17)$$

$$\phi_N = \frac{\partial PI}{\partial F_N} = \frac{\partial \text{COSTS}(V_S)}{\partial V_S} \cdot \frac{1}{\theta} \cdot \ln \frac{pC_{SN}^a m}{C_{lim} - C_{LN}} \quad (18)$$

$$\eta_N = \frac{\partial PI}{\partial Z_N} = G \cdot (Z_N - F_I^*) \quad (19)$$

$$\psi_N = \frac{\partial PI}{\partial Q_N} = 1. \quad (20)$$

Hamiltonian Function 은 定義^{1), 6)}로 부터 다음과 같이 으며

$$H_n = \begin{pmatrix} C_n \\ F_n \\ Z_n \\ Q_n \end{pmatrix}^T \cdot \begin{pmatrix} \omega_n \\ \phi_n \\ \eta_n \\ \psi_n \end{pmatrix} \quad (21)$$

control variable 인 V_n, r_n, S_n 이 最適值이기 爲해서는 H_n 의 control variable 各各에 對한 偏微分 값이 零이어야 하므로, 最適條件式은 아래와 같다¹⁰⁾.

$$\frac{\partial H_n}{\partial V_n} = R_n^T [F_n I - V_n R_n]^{-T} \omega_n + \frac{\partial \text{COSTA}(V_n)}{\partial V_n} = 0 \quad (22)$$

$$\frac{\partial H_n}{\partial r_n} = [d - C_n]^T [F_n I - V_n R_n]^{-T} \omega_n + \phi_n = 0 \quad (23)$$

$$\frac{\partial H_n}{\partial S_n} = (C_I - C_n)^T [F_n I - V_n R_n]^{-T} \omega_n + \phi_n + \eta_n = 0 \quad (24)$$

System equation (8)~(11), adjoint system equation (13)~(16), initial condition 과 boundary condition (12), (17)~(20)를 사용하여 式 (22), (23), (24)을 풀면 最適條件 V_n, r_n, S_n 이 求해진다.

그러나 式(22), (23), (24)를 滿足하는 物理的 意味가 있는 根이 없을 때 卽 control variable 이 $V_n \geq 0, r_n \geq 0, S_n \geq 0$ 條件의 boundary 에 걸리면 最適條件의 control variable 은 바로 그 boundary 위에 있게 된다¹⁾.

return sludge 단 配分하는 境遇는 廢水 配分時에 생기는 aeration tank 의 最終段의 狀態變數에 對한 束縛條件이 없으므로 收斂性이 좋다. 그리고 目的函數가 全體 容積이고 return sludge 단 配分하는 경우 最適條件은 式(22), (23)로 부터 다음과 같이 簡略하게 表記된다.

$$V_n = -R_n^T [I/\tau_n - R_n]^{-T} \omega_n \quad (25)$$

$$F_n = V_n/\tau_n \quad (26)$$

τ_n 은 式(27)의 根이다.

$$[\phi_n R_n - d + C_n]^T [I/\tau_n - R_n]^{-T} \omega_n = 0 \quad (27)$$

C_n 이 l -component vector 이면 (27)式은 τ_n 에 對해 $(l-1)$ 次式이 된다. C_n 이 2-component vector 인 경우 (例: activity 가 一定한 경우) τ_n 은 다음과 같이 簡略하게 表記된다.

$$\tau_n = \frac{[\phi_n R_n - d + C_n]^T \omega_n}{\det(R_n) [\phi_n R_n - d - C_n]^T R_n^{-T} \omega_n} \quad (28)$$

3. 數值 計算

System equation 이 非線形이므로 最適條件은 Iteration method 로써 求하여야 한다. control variable 의 假定을 反復하여 最適條件을 求하는 approximation to the solution^{2), 3)}法을 實際 計算에 使用하였다.

먼저 $V_n, r_n, S_n (n=1, N)$ 을 假定하고 式(9)~(11)을 풀어 F_n, Z_n, Q_n 을 求하고 式(8)에서 $C_{S_n}, C_{L_n}, C_{\lambda_n}$ 을 求한다.

$$C_{S_n} = (-D_{2n} - \sqrt{D_{2n}^2 - 4D_{1n}D_{3n}})/(2D_{1n}) \quad (29)$$

$$C_{L_n} = D_{4n}C_{S_n} + D_{5n} \quad (30)$$

$$C_{\lambda_n} = D_{6n}C_{S_n} + D_{7n} \quad (31)$$

但) $D_{1n} = ak V_n D_{4n} D_{6n}$

$$D_{2n} = (D_{4n}D_{7n} + D_{5n}D_{6n}) V_n ak - F_n - b V_n$$

$$D_{3n} = F_{n-1}C_{S_{n-1}} + S_n C_{SI} + r_n d_S + V_n ak D_{5n} D_{7n}$$

$$D_{4n} = \{b V_n (a\beta - 1) - F_n\} / a F_n$$

$$D_{5n} = F_{n-1}(aC_{L_{n-1}} + C_{S_{n-1}}) + S_n(aC_{LI} + C_{SI})$$

$$+ r_n(ad_L + d_S)$$

$$D_{6n} = \{(a-m)F_n + V_n(aK - mb)\} / (aF_n + V_n aK)$$

$$D_{7n} = \{[aC_{\lambda_{n-1}} - (a-m)C_{S_{n-1}}] F_{n-1} + [aC_{\lambda I} - (a-m)C_{SI}] S_n + [ad_L - (a-m)d_S] r_n\} / (aF_n + V_n aK)$$

Adjoint variable 의 boundary condition 인 式(17)~(20)에서 $\omega_N, \phi_N, \eta_N, \psi_N$ 을 求하고 다시 adjoint system equation 인 式(13)~(16)을 풀어 $\omega_n, \phi_n, \eta_n, \psi_n (n=1, N-1)$ 을 計算한다. Hamiltonian function 의 control variable 에 對한 偏微分式 (22), (23), (24)를 各各 V_n, F_n, S_n 에 對해 풀어, 이 計算値를 假定値 V_n, r_n, S_n 의 再假定에 利用한다. 以上の 計算을 假定値와 計算値의 誤差가 許容된 誤差限界보다 작아질 때까지 反復한다.

3.1 最適化 設計

返送 sludge 가 aeration tank 에 들어 가기 前에 reaeration tank 를 거치면 activity 가 回復된다. 反應速度式에서 activity 를 1.로 假定하여 즉 conventional kinetic model 을 使用하여 아래의 data 로써 數值計算을 했다.

Phenomenological parameter¹⁾

$$\lambda = 1. \quad k = 0.0005 \text{ (1/hr. SSppm)}$$

$$a = 0.52 \text{ (SSppm/BODppm)} \quad b = 0.005 \text{ (1/hr.)}$$

$$\beta = 0.7 \text{ (BODppm/SSppm)} \quad \varepsilon = 0.5 \text{ (BODppm/SSppm)}$$

$$E = 1.0 \text{ (cm}^2\text{/sec)} \quad W = 0.9 \text{ (ft/hr)}$$

$$p = 2.0 \quad \alpha = 0.5$$

操作條件

$$\begin{aligned}
 F_I^* &= 250,000 \text{ [gal/hr]} & h &= 10 \text{ [ft]} \\
 C_{LI}^* &= 300 \text{ [BODppm]} & C_{SI}^* &= 0 \text{ [SSppm]} \\
 d_L &= 0 \text{ [BODppm]} & d_S &= 10,000 \text{ [SSppm]} \\
 C_{lim} &= 30 \text{ [BODppm]}
 \end{aligned}$$

廢水 配分時 $Z_N = F_I^*$ 라는 束縛條件 때문에 넣어준 penalty function의 常數 G 의 값을 너무 작은 것으로 擇하면 收斂値가 願하는 값과 멀어지고, 또 너무 큰 값을 擇하면 system式이 不安定하여 收斂이 쉽지가 않다. 許容하는 誤差 以內에 收斂하면서 될 수록 작은 값으로 G 를 定해야 한다.

$N=2$ 일 때 目的函數는 全體容積인 경우 G 가 100, 1000, 10000에 對해 最適計算에 依한 S_1, S_2 의 收斂値는 다음과 같다. (單位: mil. gal/hr)

$$\begin{aligned}
 G = 100 \text{인 경우 } S_1 &= 0.1825 \text{ 以下 } S_2 = 0.0000 \text{ 이고,} \\
 G = 1000 \text{인 경우 } S_1 &= 0.24116 \quad S_2 = 0.0000 \text{ 이고,} \\
 G = 10000 \text{인 경우 } S_1 &= 0.24916 \quad S_2 = 0.00000 \text{ 이다.}
 \end{aligned}$$

Fig. 2에 penalty function의 常數 G 값에 對한 S_1 의 收斂値의 變化를 그렸다.

S_1 과 S_2 의 합 卽 Z_2 가 0.25 mil. gal/hr 이어야 하는데 $G=100$ 일 때의 收斂値는 상당히 먼 값에 收斂하는 것을 알 수가 있다.

$N=3$ 이고 $G=10,000$ 일 때 全體容積의 和를 目的函數로 한 廢水分配注入速度 S_1, S_2, S_3 는 0.24923, 0.00000, 0.00000 [mil. gal/hr]이다. $N=4$ 이고 $G=10,000$ 일 때 S_1, S_2, S_3, S_4 의 收斂値는 0.24928, 0.00000, 0.00000, 0.00000 [mil. gal/hr]이다.

以上の 結果로 부터 廢水는 첫 段에만 全部 注入하는 것이 가장 最適하다는 論結을 얻을 수가 있다.

目的函數가 全體容積이고, 返送 sludge만 配分하는 경우의 最適計算 結果를 Table 1에 表示하였고, aeration tank의 多段化가 全體容積, 最終沈澱池의 容積, 返送 sludge 注入量에 미치는 影響을 Fig. 3에 plot하였다. 多段化된 aeration tank의 各段의 最適 容積은 서로 같고, 또 aeration tank 容積의 和와 最終沈澱池의 容積은 거의 같다. aeration tank가 2, 3, 4, 10段으로 多段化

Table 1. The optimal design conditions when the objective function is the total volume of aeration tank and final sedimentation vessel. Activity is assumed to be constant.

N		C_S	C_L	r_i	V_i	V_S	V_T
		[SS ppm]	[BOD ppm]	[10 ⁶ gal /hr]	[10 ⁶ gal]	[10 ⁶ gal]	[10 ⁶ gal]
1	1	4767.0	23.62	0.2261	1.6095	1.6662	3.2757
	2	3772.0	55.88	0.1481	0.5722	1.0723	2.2165
2	1	3773.7	20.17	0.0000	0.5720		
	2	3496.5	81.35	0.1315	0.3382		
3	1	3510.1	36.16	0.0000	0.3369	0.9150	1.9279
	2	3509.5	18.44	0.0000	0.3369		
4	1	3366.6	100.23	0.1234	0.2389		
	2	3384.9	51.95	0.0000	0.2375	0.8442	1.7950
10	3	3390.2	28.67	0.0000	0.2372		
	4	3389.2	17.45	0.0000	0.2372		
	1	3134.1	153.25	0.1130	0.0856		
	2	3155.3	113.57	0.0000	0.0854		
	3	3169.1	84.68	0.0000	0.0851		
	4	3178.4	63.62	0.0000	0.0848	0.7251	1.5735
	5	3184.3	48.27	0.0000	0.0847		
	6	3188.0	37.08	0.0000	0.0846		
	7	3190.1	28.92	0.0000	0.0846		
	8	3190.9	22.97	0.0000	0.0845		
	9	3190.8	18.64	0.0000	0.0845		
	10	3190.1	15.49	0.0000	0.0846		

가 되던 1段에 比해 67.6%, 59.0%, 54.7%, 48.1%의 全體 容積단이 必要하게 되고, 返送 sludge는 첫 段에만 넣는 것이 最適하고, 그 量도 1段인 경우에 比해 2, 3, 4, 10段일 때는 65.5%, 58.2%, 55.0%, 49.9%만이 要求된다.

Fig. 4은 $N=10$ 일 때 最適條件下에서 aeration 各段과 最終沈澱池에서의 substrate와 sludge의 濃度 變化를 表示한 것이고, Fig. 5는 $N=3$ 일 때 aeration tank의 最適 容積과 返送 sludge의 最適 注入速度를 iteration method로 求하는 trajectory이다.

容積과 建設費의 關係式은 Smith⁽¹¹⁾에 依해 다음과 같이 表記된다.

$$\text{COSTA}(V_n) = V_n(k_1 + k_2 V_n^{-0.818}) \text{ (dollars)} \quad (32)$$

$$\text{COSTS}(V_S) = A_S(k_3 + k_4 A_S^{-1}) \text{ (dollars)} \quad (33)$$

$$\begin{aligned}
 \text{但) } k_1 &= 175,000 & k_2 &= 36,500 \\
 k_3 &= 12.60 & k_4 &= 5,350
 \end{aligned}$$

V_n 의單位는 mil. gal이다. A_s 는 最終沈澱池의面積 [ft^2]이다.

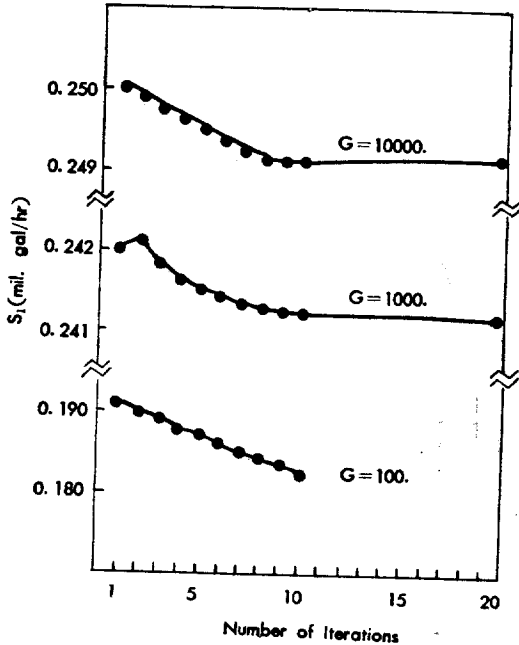


Fig. 2. Iteration trajectory of s_1 with penalty function for 2 staged aeration tanks.

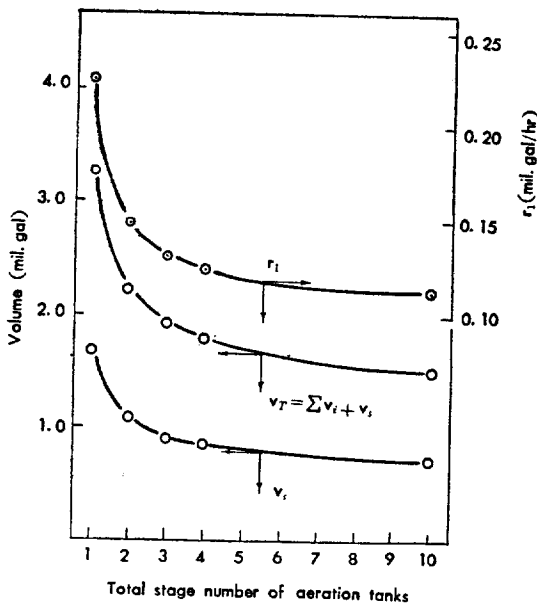


Fig. 3. Optimal design policy vs. total stage number of aeration tanks. Objective function is taken as the total volume of aeration tanks and final sedimentation vessel.

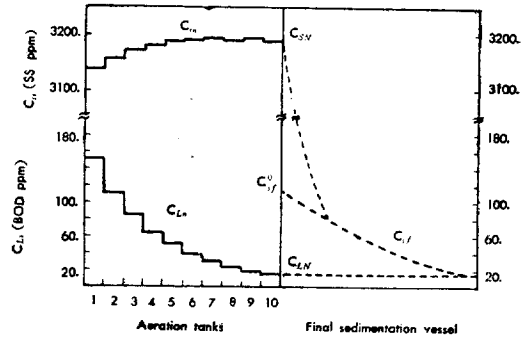


Fig. 4. Optimal concentration profile in ten staged aeration tanks and final sedimentation vessel.

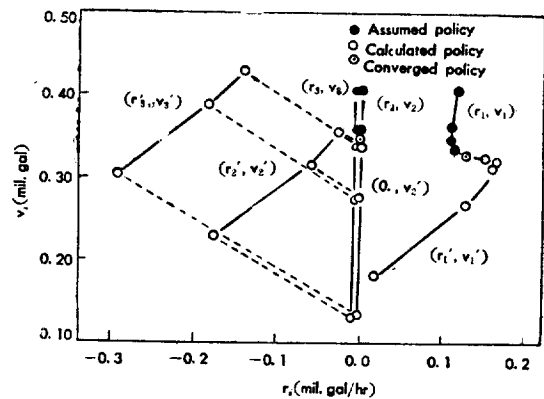


Fig. 5. Iteration trajectory of the optimal design policy for 3 staged aeration tanks.

$N=1\sim5$ 의 最適計算 結果를 Table 2에 表示하였다. 建設費가 體積에 對해 非線形 函數이므로 式(24)에서 V_n 을 求하는 iteration method로서 Muller's method^{15), 16)}를 使用하였다.

Fig. 6, Fig. 7에는 建設費, 返送 sludge의 注入速度, 全體 容積 및 最終沈澱池의 容積의 aeration tank의 多段化에 對한 變化를 나타내었다.

目的函數가 全體 容積인 것 과 建設費인 것이 最適條件은 큰 差가 나지 않으며, 全體 容積이 目的函數일 때는 多段化가 될수록 目的函數가 減少하였으나 建設費가 目的函數인 것은 最適 段數가 있다. 1段에 비해 2, 3, 4, 5 段으로 多段化가 되면 建設費는 74.5%, 70.1%, 70.0%, 71.3%로 減少된다. $N=3, 4$ 일 때 建設

Table. 2. The optimal design conditions when the objective function is the total construction cost of aeration tanks and final sedimentation vessel. Activity is assumed to be constant.

N		C_S [SS ppm]	C_L [BOL ppm]	r_i [10 ⁶ gal/ hr]	V_i [10 ⁶ gal]	V_S [10 ⁶ gal]	Cost [10 ³ \$]
1	1	4836.9	23.75	0.2325	1.5690	1.7080	607.276
2	1	3854.8	56.16	0.1535	0.5523		
	2	3856.5	20.48	0.0000	0.5537	1.1123	451.807
3	1	3613.1	81.37	0.1385	0.3230		
	2	3626.7	36.73	0.0000	0.3216	0.9647	426.042
	3	3626.5	18.88	0.0000	0.3217		
4	1	3508.7	99.86	0.1326	0.2259		
	2	3526.7	52.62	0.0000	0.2246		
	3	3532.2	29.42	0.0000	0.2242	0.9004	425.574
	4	3531.6	18.02	0.0000	0.2242		
5	1	3456.6	113.58	0.1298	0.1729		
	2	3476.0	66.70	0.0000	0.1717		
	3	3484.7	40.44	0.0000	0.1711	0.8667	433.820
	4	3487.3	25.74	0.0000	0.1709		
	5	3486.6	17.50	0.0000	0.1710		

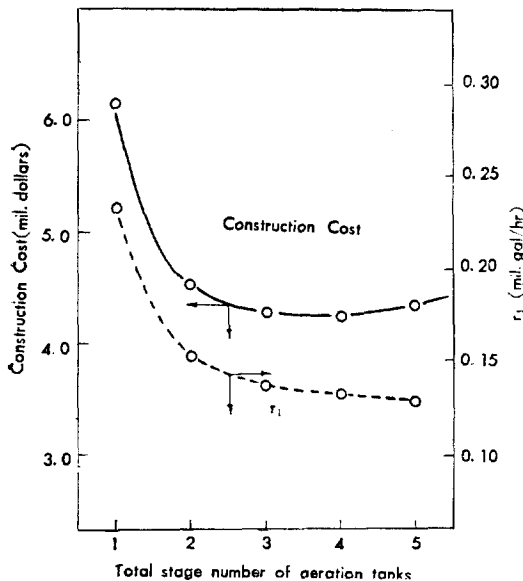


Fig. 6. Optimal design policy of r_1 and total construction cost vs. total stage number of aeration tanks. The objective function is taken as the total construction cost of aeration tanks and final sedimentation vessel.

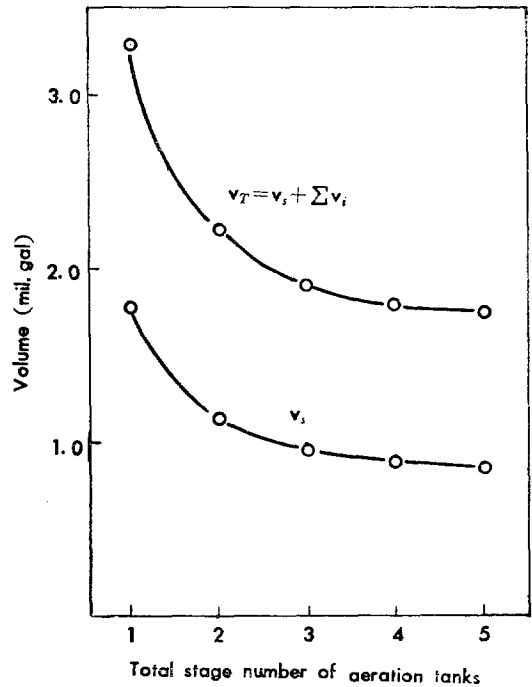


Fig. 7. Optimal design policy of V_S and V_T vs. total stage number of aeration tanks. The objective function is taken as the total construction cost of aeration tanks and final sedimentation vessel.

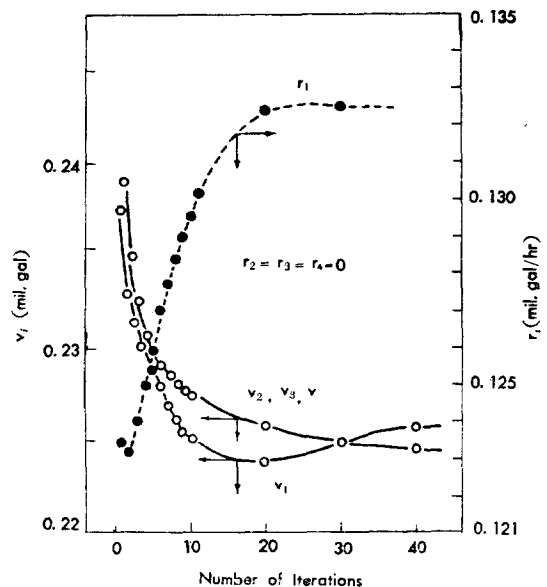


Fig. 8. Iteration trajectory of the optimal policy for 4-staged aeration tanks.

費는 거의 같으나 實際 最適 段數는 操作의 便宜 등을 考慮한다면 3段으로 多段化가 되었을 때인 것으로 思料된다.

Fig. 8 에는 $N=4$ 일 때의 iteration 에 對한 最適條件의 收斂性을 나타내었다.

3.2 既存 施設의 最適操作

Aeration tank 의 操作方法인 conventional method, contact stabilization method, complete mixing method, step aeration method 등은 多段化된 aeration tank 의 廢水 및 返送 sludge 의 最適配分問題와 같은 model 로써 생각할 수가 있다. Aeration tank 가 1段으로 되어 있는 것도, flow pattern 이 complete mixing 과 plug flow 의 中間이므로 이것의 dynamic response 를 調査하여, 該當하는 complete mixing model 의 多段化된 aeration tank 의 最適操作을 求하면 된다.

最終沈澱池의 出口 BOD 를 目的函數로 取하고, 이것을 最少로 만드는 廢水 및 返送 sludge 의 最適分配 注入量을 求하면 된다.

$$PI = C_{LN} + mC_{sf}^* + \frac{1}{2}G(Z_N - F_I^*)^2 \quad (34)$$

C_{sf}^* 는 最終沈澱池 出口의 sludge 濃度이고, 沈降速度式으로부터, 다음과 같이 表記된다.

$$C_{sf}^* = pC_{sn} \exp\left[-\theta \cdot \frac{V_s}{F_N}\right] \quad (35)$$

(34)式을 目的函數로 하여 앞과 같은 方法으로 最適操作法을 檢討할 수 있다.

다음의 phenomenological data 를 使用하여 서울市 淸溪川 下水處理場의 最適 操作의 計算 結果를 例示한다.

phenomenological data⁸⁾

$$k=0.00347 \text{ [1/hr SSppm]}$$

$$m=6.907 \text{ [SSppm/BODppm]}$$

$$K=1.767 \text{ [1/hr SSppm]}$$

$$a=0.52 \text{ [BODppm/SSppm]}$$

$$b=0.04 \text{ [1/hr]}$$

$$\beta=0.7 \text{ [BODppm/SSppm]}$$

서울市 淸溪川 下水處理場의 設計 基準으로 處理할 廢水의 流量은 250 만 ton/day(2.75 mil. gal/hr)이며,

最初沈澱池를 거쳐 aeration tank 로 들어가는 廢水의 汚染度는 $C_{LI}^*=227.5$ [SSppm], $C_{SI}^*=210$ [SSppm] 이다.

Aeration tank 는 9池로 되어 있고 3池를 1組로 使用하는데, 1池의 크기는 $50 \text{ ft} \times 328 \text{ ft} \times 14.8 \text{ ft}$ 이다. 最終沈澱池는 6池로 되어 있으며 1池의 크기는 $65.3 \text{ ft} \times 164 \text{ ft} \times 11.8 \text{ ft}$ 이다.

Reaeration tank 는 設置되지 않는다. 淸溪川 下水處理場의 aeration tank 1組를 complete mixing 의 流動狀態를 가진 9段으로 多段化된 aeration tank 로 假定하였다. 返送 sludge 의 濃度는 $d_L=0$ [BODppm], $d_S=10,000$ [SSppm] 으로 假定했다.

1組에 對한 最適操作의 計算 結果 (Table 3), 流入 廢水의 substrate 濃度의 變化 또는 流量의 變化에 對해 返送 sludge 의 流入量을 變更시키면서 conventional method 卽 첫段에만 廢水와 返送 sludge 를 注入하는 方法으로 操作하는 것이 最適하다는 앞과 같은 結論을

Table 3. The optimal policy of Chunggaechun Waste Water Treatment Plant under following condition $C_{SI}^*=210$ [SSppm], $d_S=10000$ [SSppm], $d_L=0$ [BODppm] $\lambda_d=\lambda_N$, $N=9$ (**: $\lambda_d=0.2$)

F_I^* [mil gal/hr]	C_{LI}^* [BODppm]	r_1 [mil gal/hr]	BOD of exit water	Speci cation
0.917	227.5	0.049	18.78	(1) **
0.917	227.5	0.044	18.41	(2)
0.917	400.0	0.061	19.98	(3)
0.917	100.0	0.026	16.80	(4)
0.50	227.5	0.012	11.81	(5)
1.50	227.5	0.012	27.27	(6)

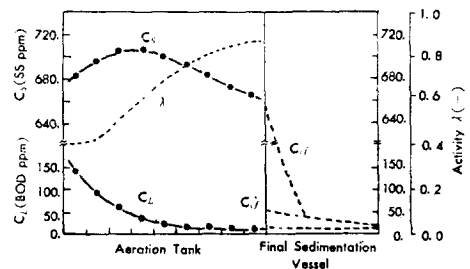


Fig. 9. Concentration and activity profile in the aeration tank and final sedimentation vessel under conditions that $\lambda_d=0.2$, $C_{LI}^*=227.5$ [BOD ppm], $F_I^*=0.917$ [mil. gal/hr], $r_1=0.049$ [mil. gal/hr]

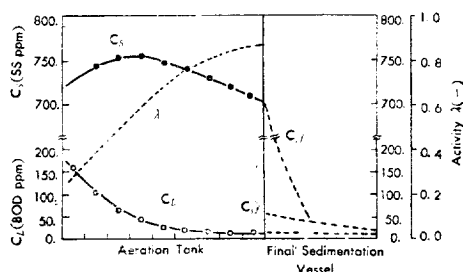


Fig. 10. Concentration and activity profile in the aeration tank and final sedimentation vessel under conditions that

$$\lambda_d = \lambda_N, C_{Li}^* = 227.5 (\text{BOD ppm}), F_i^* = 0.917 \text{ [mil. gal/hr]}, r_i = 0.044 \text{ [mil. gal/hr]}.$$

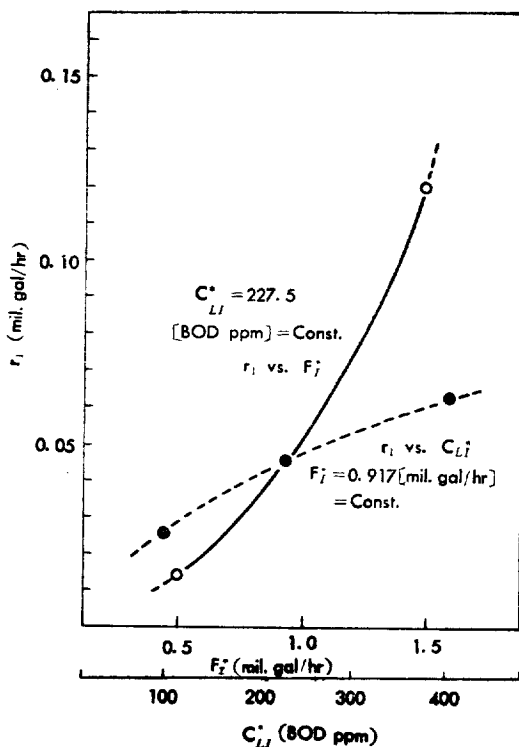


Fig. 11. Optimal flowrate of return sludge vs. the flowrate and substrate concentration of waste water.

얻었다. Fig. 9, Fig. 10에는 Table 3에서 (1), (2)의 경우 즉返送 sludge의 activity가 몹시 떨어져 $\lambda_d = 0.2$ 인 경우와 aeration tank의 出口의 activity와 같은 경우의 aeration tank와 最終沈澱池에서의 sludge와 substrate濃도와 activity의 變化를 나타내었다. aeration tank가 充分히 큰 process이므로 返送 sludge

의 activity가 出口 廢水の BOD 또는 返送 sludge의 最適注入速度에 미치는 影響은 別無하였다.

Fig. 11에는 流入 廢水の substrate濃도와 流量變動에 對한 最適 返送 sludge 注入速度의 變化를 圖示하였다. 流入廢水の BOD變動보다 流量의 變動時에 返送 sludge의 最適注入速度의 變化가 컸다.

4. 考 察

多段化된 aeration tank와 最終沈澱池의 最適化設計法을 discrete maximum principle로써 確立했다.

Aeration tank와 最終沈澱池는 Activated sludge process에서 가장 重要한 部分이므로, 이들의 最適化는 全 process의 最適化에 크게 寄與하는 것으로 思料된다.

一般的으로 最大原理에 依한 最適化 計算法은 數式誘導가 좀 複雑하다는 缺點은 있으나, 다른 計算法 即 direct search method, dynamic programming 등에 비해 計算量이 적다. 設計變數가 많아지면 더욱 計算量이 差異가 나므로, aeration tank의 多段化 model의 最適化 計算法으로 適合하다.

앞의 數値例로 부터 多段化된 aeration tank와 最終沈澱池의 最適 操作設計條件은 다음과 같다.

① 廢水및 返送 sludge는 分配注入式보다 aeration tank의 첫 段에만 注入하는 것이 最適하다. 이것은 Takamatsu, Naito等¹³⁾¹⁴⁾이 piston flow model을 가진 aeration tank에 對한 最適 計算結果와 一致한다.

② 一般反應의 process처럼 aeration tank가 多段化가 되면 aeration tank와 最終沈澱池의 全體 容積을 減少시킬 수 있다. aeration tank가 1段인 경우에 비해 2, 3, 4, 10段으로 多段化가 되면 67.6%, 59.0%, 54.7%, 48.1%의 全體 容積만이 要求되고, 返送 sludge의 最適 注入速度는 65.5%, 58.2%, 55.0%, 49.9%로 減少한다.

③ 建設費는 aeration tank가 3, 4段일 때가 最小가 되며 1段일 때의 70.1%, 70.0% 程度만 所要된다. 2, 5段일 때는 各各 74.5%, 71.3%가 所要된다. 目的函數를 建設費 또는 全體 容積을 擇할 경우 그 最適設計條件 即 各 aeration tank의 크기, 最終沈澱池의 크기, 返送 sludge의 注入速度 등은 큰 差가 없다.

④ 多段化된 aeration tank 各 段의 最適 容積은 서로 같고, 또 aeration tank容積의 總和는 最終沈澱池의 容積과 같다. Erickson과 Fan⁴⁾⁵⁾은 첫 段의 aeration tank가 다른 段의 aeration tank보다 큰 最

適 計算値를 얻었지만, 目的函數를 aeration tank 全 容積으로 擇했기 때문에 aeration tank 와 最終沈澱池의 두 system 을 同時에 最適化한 本 研究의 結果보다 全 process 에 對한 最適性이 不足한 것으로 생각된다.

⑤ 既存 施設의 aeration tank 의 流入廢水의 流量과 substrate 의 濃度의 變動에 對한 最適操作은 廢水와 返送 sludge 의 分配注入보다 返送 sludge 의 注入速度를 調節함으로써 얻어진다.

使用記號

a	; Conversion ratio of substrate into sludge (SS ppm/BOD ppm)	H	; Hamiltonian
A_s	; Surface area of final sedimentation vessel [ft^2]	I	; Identity matrix
b	; Death rate of sludge [1/hr]	k	; Adsorption rate constant [1./hr SS ppm]
BOD ppm;	Biological oxygen demand ppm	K	; Assimilation rate constant, <i>i. e.</i> , activity recovery rate [1/hr]
C	; Concentration vector	m	; Conversion coeff. of SS ppm of sludge to BOD ppm in eq (4) [BOD ppm/SS ppm]
C_L	; Concentration of substrate (BOD ppm)	N	; Total stage number of aeration tanks
C_{lim}	; Discharge criterion (BOD ppm)	p	; Constant in eq (4)
COSTA;	A function of aeration tank volume	PI	; Performance index (objective function)
COSTS;	A function of final sedimentation vessel volume	q	; some variable
C_s	; Concentration of sludge (SS ppm)	Q	; Newly defined variable in eq (5)
C_{sf}	; Concentration of suspended matter in final sedimentation vessel (SS ppm)	r	; Cross feed flow rate of return sludge [mil. gal/hr]
C_λ	; Concentration of active site of sludge defined by eq. (2) (SS ppm)	R	; Reaction rete vector
d	; Concentration vector of return sludge	\mathcal{R}	; Characteristic matrix defined as $\frac{\partial R}{\partial C}$
d_L	; Concentration of substrate of return sludge (BOD ppm)	S	; Cross feed flow rate of waste water [mil. gal/hr]
d_s	; Concentration of sludge of return sludge (SS ppm)	SS ppm;	Suspended solid ppm
d_λ	; Concentration of active site of sludge of return sludge (SS ppm)	V	; Volume of aeration tank [mil. gal]
E	; Constant, longitudinal dispersion coefficient [cm^2/sec]	V_s	; Volume of final sedimentation vessel [mil. gal]
F	; Main flow rate [mil. gal/hr]	V_T	; The total volume of aeration tanks and final sedimentation vessel [mil. gal]
f_C	; Implicit transformation function for C	W	; Constant, mean settling velocity of the sludge in final sedimentation vessel [ft/hr]
f_F	; Implicit transformation function for F	Z	; Newly defined variable in eq (6)
f_Q	; Implicit transformation function for Q	α	; Constant in eq (4)
f_Z	; Implicit transformation function for Z	β	; Conversion ration of sludge into substrate [BOD ppm/SS ppm]
G	; Constant in penalty function	ε	; The amount of sludge occupied by unit BOD [SS ppm/BOD ppm]
h	; The height of final sedimentation vessel [ft]	λ	; Activity of sludge defined as the ratio of the active sites to the total sites on the sludge mass [—]
		τ	; Optimal retention time defined in eq (29)
		ω	; Adjoint variable corresponding to C
		ϕ	; Adjoint variable corresponding to F
		η	; Adjoint variable corresponding to Z
		ψ	; Adjoint variable corresponding to Q
		subscript	
		n	; Properties of n th stage of aeration tank
		I	; Properties of influent flow of waste water
		d	; Properties of return sludge Superscript

* ; Feed condition
 ex ; Exit properties of final sedimentation vessel

参 考 文 献

- (1) Denn, M.M., Aris, R.; *Ind. Eng. Chem. Fundamentals*, **1**, 4 (1965).
- (2) Ibid., p. 213.
- (3) Ibid., p. 248.
- (4) Erickson, L.E., Fan, L.T.; *Jour. Water Poll. Control Fed.*, **40**, 345 (1968).
- (5) Erickson, L.E., Ho, Y.S., Fan, L.T.; *Jour. Water Poll. Control Fed.*, **40**, 717 (1968).
- (6) Katz, S.; *Ind. Eng. Chem. Fundamentals*, **1**, 226 (1962).
- (7) Naito, M., Takamatsu, T., Fan, L.T.; *Water Reserch Pergamon Press*, **3**, 433(1969).
- (8) Naito, M., Takamatsu, T., Fan, L.T., Lee, E.S.; *Biotechnology and Bioengineering*, **11**, 731 (1969).
- (9) Namkoong, S., Kwon, Y.S.; Preprints of papers for IFAC Kyoto Symposium, 395 (1970).
- (10) Namkoong, S., Lee, S.H., Kwon, Y.S.; *J. of KICChE*, **9**, No.1, 21 (1971).
- (11) Smith, R.; Preliminary design and simulation of conventional waste water renovation system using the digital computer, Cincinnati Water Res. Lab., Cincinnati, Ohio (1967).
- (12) Takamatsu, T., et al, *J. of Japan Sewage Works Association*, **4**, No.46 (1968).
- (13) Ibid., **5**, No.46 (1968).
- (14) Ibid., **5**, No. 48 (1968).
- (15) Wang, J.C., Henke, G.E.; *Hydrocarbon Processing*, **45**, No.8, 155 (1966).
- (16) Young, D.M., Bailey, D.M.; Note on Muller's Method, The University of Texas, Computer Center Report TNN2 (1960).