報 文
화 학 공 학 제13권 제6호
HWAHAK KONGHAK
J. of the KOREAN INST. CHEM. ENGRS.
Vol. 13, No. 6, December, 1975

燃料와 酸化劑가 環狀으로 供給될 때의 擴散火炎

盧 五 鉉

서울大學校 工科大學 航空工學科

(접수 1975. 10. 21)

The Diffusion Flame from the Annular Arrangements of Fuel and Oxidizer

Ohyun Rho

Department of Aeronautical Engineering, College of Engineering
Seoul National University, Seoul 130-02, *Korea*

(Received October 21, 1975)

要 約

環狀으로 燃料와 酸化劑가 供給될 때의 火炎모양을 Shvab-Zeldovich 理論을 適用하여 求했다. 火炎은 燃料의 量에 對한 酸化劑의 量의 比를 나타내는 ω 값에 따라 酸化劑쪽에 생길수도 있고 燃料쪽에 생길수도 있다. 區間에 따라 ω 값을 變化시키든지 또는 ω 값을 固定시키고 區間의 幅을 調節함으로써 火炎의 높이를 均一하게 할 수 있다. 이 結果는 버너의 設計나 特히 우리나라 가정에서 널리 사용되고 있는 연탄의 理想的인 形態결정에도 利用될 수 있다.

Abstract

The flame at the mouth of the annular tubes through which oxidizer and fuel are supplied is obtained by applying the Shvab-Zeldorich theory. The results reveal that the flame can occur either at oxidizer side or at fuel side. It depends on the parameter ω which is proportional to the ratio of the amount of oxidizer to that of fuel. The result also indicates that the uniform flame height can be obtained either by varying the parameter ω or by adjusting the spacing between the annular tubes. The present result can be applied for a burner design or especially for the determination of the economic structure of the holed briquet in domestic use.

1. 序 論

1928年 Burke와 Shumann[1]이 처음으로 同心圓의 안쪽에서 燃料, 그리고 바깥 쪽에서 酸化劑가 供給될 때 火炎을 計算했다. 그 후 Shvab와 Zeldovich[2]에 의하여 一般的인 擴散火炎(diffusion flame)에 대한 空氣熱化學(aero-thermo-chemistry) 方程式을 利用한 數學的인 系統的 叙述이 이루어 졌다. 本 論文에서는 擴散火炎의 一種으로 燃料와 酸化劑가 環狀으로 供給될때의 火炎의 모양과 火炎높이를 Shvab-Zeldovich의 理論을 써서 求했다. 이 結果는 버너의 設計나 특히 우리나라 가정용 熱源으로 愛用되고 있는 연탄의 構造決定에 利用될 수 있다.

2. 擴散火炎에 대한 一般理論

理論은 空氣흐름內에 化學反應이 일어나는 現象에 대한 것이므로 이러한 現象을 支配하는 空氣熱化學(aero-thermo-chemistry) 方程式[3,4]으로 부터 始作된다. 定常狀態 에서

(1) body force를 無視한다.

(2) Soret 및 Dufour 効果를 無視한다.

(3) 粘性에 依한 영향을 無視한다.

(4) 2成分系 擴散으로 假定한다.

(5) 루이스數(Lewis No.)를 1로 가정한다.

가정(1)의 body force는 地球重力에 依한 힘이며 강제흐름(forced flow)에 있어서는 慣性力이나 壓力項에 比하여 보통 無視된다. 가정(2)의 Soret 効果는 局部的인 溫度句配에 依한 成分物質의 擴散이며 Dufour 効果는 濃度句配에 依한 熱에너지의 흐름이므로 Soret 數나 Dufour 數가 크지않는 正常狀態下에서는 적은 量이다[5]. 假定(3)은 큰 레이놀즈數 흐름에서 速度句配가 큰 固體表面 附近에서는 重要한 項이나 그외에서는 粘性에 의한 영향은 無視된다. 假定(5)는 보통 可燃性 炭化水素, 空氣의 混合에서는 루이스數가 1보다 적은 값이나 1로 假定해도 現象이 定性的으로나 定量的으로나 크게 틀리거나 다르지 않다. 以上에서 열거한 假定을 適用하면 空氣熱化學 方程式은 다음과 같이 된다.

○全性分保存方程式(over-all continuity equation);

$$\nabla \cdot \rho v = 0 \tag{1}$$

○運動量保存方程式(momentum equation);

$$P = 一定 \tag{2}$$

假定 (1), (3)을 適用하고 慣性力을 無視하면 運動量保存方程式은 윗 식(2)와 같이 된다.

○에너지保存方程式(energy equation);

$$\nabla \cdot \left[\rho v \int_{T_0}^{T} c_p d_T - \rho D c_p \nabla \int_{T_0}^{T} c_p d_T\right] = -\sum_{i=1}^{N} \rho r_i h_i^{\circ} \tag{3}$$

○成分保存方程式(Species continuity equation);

$$\nabla \cdot (\rho v Y_i - \rho D \nabla Y_i) = \rho r_i \quad i=1, 2, \cdots N \tag{4}$$

○狀態方程式(equation of state);

$$P = \rho R T \sum_{i=1}^{N} \left(\frac{Y_i}{W_i}\right) \tag{5}$$

여기서 v는 流體의 흐름의 速度, ρ는 密度, P는 壓力, T는 溫度, Y_i는 成分(species) i의 무게分率 $\left(\text{mass fraction}, \frac{\rho_i}{\rho}\right)$, W_i는 成分 i의 分子量, h_i^0는 成分 i의 溫度 T_o에서의 單位質量當 生成熱(heat of formation), r_i는 單位時間當과 單位體積當 化學反應에 依하여 生成되는 成分 i의 生成率, D는 2成分系 擴散係數이다. C_p는 全體比熱이므로 $C_p = \sum_{i=1}^{N} C_{pi} Y_i$ 이다.

化學反應이 單一段階(single reaction step)에 依하여 일어날 때 成分物質을 M_i로 나타내고 반응계수를 ν_i로 표시하면 화학반응식을 다음과 같이 表記할 수 있다.

$$\sum_{i=1}^{N} \nu_i' M_i \rightarrow \sum_{i=1}^{N} \nu_i'' M_i \tag{6}$$

모든 成分에 대하여

$\frac{\rho r_i}{W_i(\nu_i'' - \nu_i')} = \rho r$ 의 關係가 成立하므로 이것을 (4)式과 (3)式에 代入하여 整理하면 各各 다음과 같이 된다.

$$L\alpha_i = \rho r \quad i=1, 2 \cdots\cdots N \tag{7}$$

$$L\alpha_T = \rho r \tag{8}$$

여기서 $\alpha_i = \frac{Y_i}{W\nu(\nu_i'' - \nu_i')} \quad i=1, 2, \cdots N$ (9)

$$\alpha_T = \frac{\int_{T_0}^{T} c_p dT}{-\sum_{i=1}^{N} W_i(\nu_i'' - \nu_i') h_i^0} \tag{10}$$

이고 微分演算子(differential operator) L은

$$L \equiv \nabla \cdot [\rho v(\ \ ) - \rho D \nabla(\ \ )] \tag{11}$$

을 意味한다.

反應物質이 燃料(fuel)와 酸化劑(oxidizer)일 때 一段階化學反應 (6)은

$$\nu_F M_F + \nu_o M_o \rightarrow \sum_{i=1}^{N-2} \nu_i M_i \tag{12}$$

로 되어 (9)式과 (10)式으로 定義한 α는

$$\alpha_1 \equiv \alpha_0 \equiv -\frac{Y_O}{W_O \nu_O}, \quad \alpha_2 \equiv \alpha_F \equiv -\frac{Y_F}{W_F \nu_F} \tag{13}$$

이고

$$\alpha_T = \frac{\int_{T_o}^{T} c_p d_T}{W_o v_o h_o^0 + W_F v_F h_F^0} \tag{14}$$

이다. 그리고 式(7)은 다음과 같이 된다.

$$L\alpha_o = \rho r \tag{15}$$

$$L\alpha_F = \rho r \tag{16}$$

위 式(15)와 式(16)에서 ρr를 소거하면

$$L\beta = 0 \tag{17}$$

여기서 $\beta = \alpha_o - \alpha_F = \frac{1}{W_F v_F}\left(Y_F - \frac{W_F v_F}{W_o v_o} Y_o\right)$ (18)

이다.

火炎의 決定은 火炎두께를 無視하면 燃料와 酸化劑의 무게分率의 比 $\frac{Y_F}{Y_O}$가 量論比(stoichiometric ratio)가 될 때 化學反應이 일어나므로 成分保存方程式으로부터 $\frac{Y_F}{Y_O}$가 바로 量論比가 되는 分布를 求하면 된다. 換言하면 (17)式에서 β를 求해서 β를 零으로 하는 $\frac{Y_F}{Y_O}$의 分布를 얻으면 된다. 왜냐하면

$$\beta = \alpha_O - \alpha_F = \frac{1}{W_F v_F}\left(Y_F - \frac{W_F v_F}{W_O v_O} Y_O\right) = 0$$

로부터

$$\frac{Y_F}{Y_O} = \frac{W_F v_F}{W_O v_O} \tag{19}$$

가 되고 이것이 바로 量論比가 되기 때문이다.

$\frac{Y_F}{Y_O}$의 分布와 溫度分布, 速度分布가 成分保存方程式, 에너지保存方程式과 全成分保存方程式을 通하여 結合(coupling)이 되어 있으므로 式(17)의 成分保存方程式만으로 求해질 수 없다. 그러니까 β, v, T의 分布는 式 (1), (2), (8), (17), 및 (5)를 同時에 풀지 않으면 안된다. 다음 節에서 지금까지 展開한 一般理論을 利用하여 酸化劑와 燃料가 環狀으로 供給될 때의 火炎모양을 얻고져 한다.

3. 酸化劑와 燃料가 環狀으로 供給될 때의 擴散火炎

다음 *Fig.* 1에 나타낸 바와 같이 酸化劑와 燃料가 供給되며 座標系도 *Fig.* 1과 같이 設定된 境遇를 考慮하기로 한다.

β의 分布를 求하기 위하여 (1), (2), (8), (17)과 (5)式을 同時에 풀어야 하나 다음과 같이 假定을 할때, 火炎의 모양은 (17)式에서 求해진다.

(1) 燃料 (fuel)와 酸化劑(oxidizer)가 Z-軸에 平行하게 供給된다. 卽

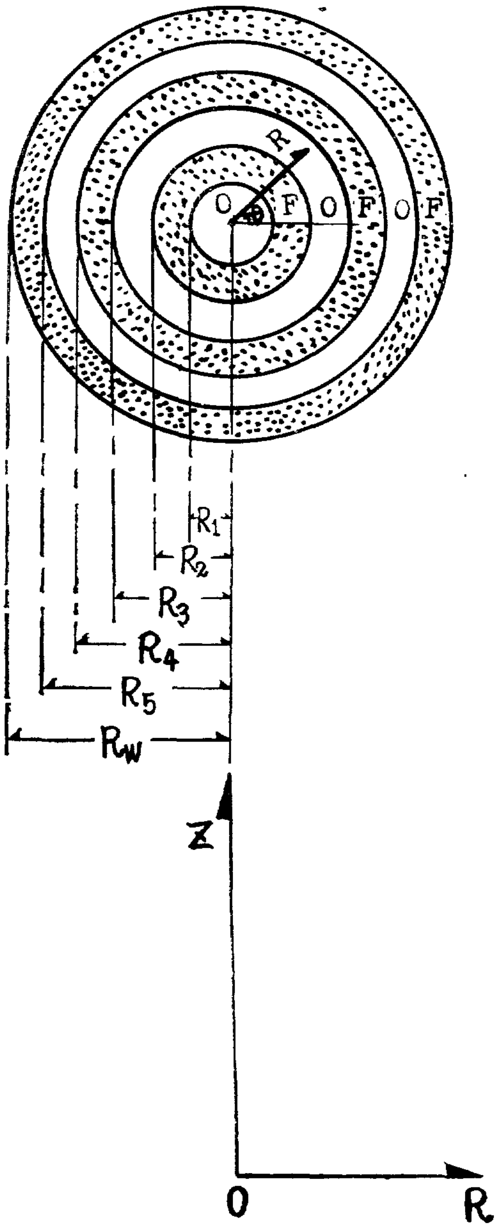

Fig. 1. Schematic diagram of the model and its cooridnate system.

$$v = v e_x \tag{20}$$

(2) ρv=一定 (21)

(3) ρD=一定 (22)

(4) 軸方向의 擴散을 半徑方向의 擴散에 比하여 無視한다$\left(\frac{\partial Y_i}{\partial R} \gg \frac{\partial Y_i}{\partial Z}\right)$.

(5) 火炎의 두께를 無視한다.

假定 (1)과 (2)는 理想的인 假定이나 實驗을 注意깊게 하면 實現可能한 것이고, 假定 (3)은 이렇게 假定함으로써 成分保存方程式이 에너지保存方程式으로부터 獨立된다. 假定(4)는 燃料와 酸化劑가 供給되는 入口에서는 成立되지 않으나 入口에서 떨어지면 半徑方向의 擴散이 軸方向의 擴散보다 훨씬 크다. 그러니까 假定 (2)는 全成分方程式을 만족시키고 假定(3)에 依하여 成分保存方程式이 에너지方程式으로부터 獨立되어 가정 (2)와 成分保存方程式만을 풀어서 火炎의 모양이 얻어진다.

回轉對稱 $\left(\frac{\partial}{\partial\theta}=0\right)$을 考慮하면 成分保存方程式(17)은 *Fig.* 1에 表示된 座標系에 대하여 다음과 같이 表示된다.

$$\frac{v}{D}\frac{\partial\beta}{\partial z}-\frac{1}{R}\frac{\partial}{\partial R}\left(R\frac{\partial\beta}{\partial R}\right)=0 \qquad (22)$$

윗 식은 포물선형의 偏微分方程式이므로 하나의 初期條件과 境界條件을 要한다. *Figure* 1과 같이 環狀으로 供給될 때의 初期條件과 境界條件은 다음과 같다.

初期條件 :

$$Z=0: \quad 0\geq R<R_1\ ;\ \beta=\frac{Y_{O,O}}{W_O v_O}$$

(산화제가 공급되는 구간)

$$R_1<R<R_2;\ \beta=-\frac{Y_{F,O}}{W_O v_O}$$

(연료가 공급되는 구간)

$$R_2<R<R_3;\ \beta=\frac{Y_{O,O}}{W_O v_O}$$

(산화제가 공급되는 구간)

$$R_3<R<R_4;\ \beta=-\frac{Y_{F,O}}{W_O v_O}$$

(연료가 공급되는 구간)

$$R_4<R<R_5;\ \beta=\frac{Y_{O,O}}{W_O v_O}$$

(산화제가 공급되는 구간)

$$R_5<R<R_w;\ \beta=-\frac{Y_{F,O}}{W_O v_O}$$

(연료가 공급되는 구간) (23)

境界條件 :

모든 Z에 대하여 $R=R_w$, $\frac{\partial\beta}{\partial R}=0$

모든 Z에 대하여 $R=O$에서 β가 有限하다.

여기서 $Y_{O,O}$와 $Y_{F,O}$는 $Z=O$에서 各各 酸化劑와 燃料의 무게分率의 分布이다.

境界條件은 外壁이 固體面으로 되어있어 벽을 通하여 燃料나 酸化劑의 擴散이 일어나지 않는다는 것을 意味한다. 그러니까 위의 初期條件과 境界條件은 제일 안 쪽으로 부터 酸化劑, 燃料, 酸化劑, 燃料, 酸化劑, 燃料 順으로 環狀으로 供給되고 外壁은 固體面으로 되어 있는 것을 뜻한다.

(23)을 通用하여 (22)式을 풀기에 앞서 (22)式과 (23)式에서 獨立變數 Z와 R, 그리고 從屬變數 β를 無次元化하여 問題를 一般化하는 것이 더 보편적이다.

다음과 같이 독립변수를 無次元化하고

$$\xi=\frac{R}{R_w},\ \zeta=\frac{ZD}{VR_w^2} \qquad (24)$$

종속변수 β를

$$\theta=\frac{W_F v_F}{Y_{F,o}}\beta \qquad (25)$$

로 無次元化하면 (22)式과 (23)式은 다음과 같이 된다.

$$\frac{\partial\theta}{\partial\zeta}=\frac{1}{\xi}\frac{\partial}{\partial\xi}\left(\xi\frac{\partial\theta}{\partial\xi}\right) \qquad (26)$$

初期條件 :

$$\begin{aligned}\zeta=0\text{ 에서 }\quad & 0\leq\xi<\xi_1,\ \theta=1\\ & \xi_1<\xi<\xi_2,\ \theta=-\omega\\ & \xi_2<\xi<\xi_3,\ \theta=1\\ & \xi_3<\xi<\xi_4,\ \theta=-\omega\\ & \xi_4<\xi<\xi_5,\ \theta=1\\ & \xi_5<\xi<1,\ \theta=-\omega\end{aligned} \qquad (27)$$

境界條件 : 모든 ζ에 對하여

$\xi=1$에서 $\frac{\partial\theta}{\partial\xi}=0$

$\xi=0$에서 ξ는 有限

여기서 $\xi_i=\frac{R_i}{R_w}$이고 (28)

$$\omega=\frac{Y_{O,o}}{Y_{F,o}}\frac{W_F v_F}{W_O v_O} \qquad (29)$$

이다.

(26)式을 (27)을 通用하여 풀면 그 解는 다음 (30)式과 같이 주어진다.

$$\theta=A_o+\sum_{n=1}^{\infty}A_n e^{-\lambda_n^2\zeta}J_o(\lambda_n\xi) \qquad (30)$$

여기서 λ_n은 特性値 (eigen value)이며 $J_1(\lambda)=0$의 根이다.

A_o와 A_n은 다음 (32), (33)式으로 各各 결정된다.

$$A_o=\frac{1}{2}\int_o^1\theta(\xi,0)\xi d\xi \qquad (32)$$

$$A_n=\frac{2}{[J_0(\lambda_n)]^2}\int_o^1\theta(\xi,0)\xi J_0(\lambda_n\xi)d\xi \qquad (33)$$

여기서 $\theta(\xi,0)$는 $\zeta=0$에서의 θ의 값이며 (27)式으로 주어져 있다.

4. 火炎의 모양과 크기

火炎은 (30)式에서 θ를 零으로 놓고 ξ과 ζ의 關係式을 얻음으로서 결정된다. 火炎의 모양은 初期條件 $\theta(\xi, O)$의 값에 따라 다르므로 여러 $\theta(\xi, O)$값에 대하여 火炎의 모양을 計算하여 그 結果를 *Fig.* 2, 3, 4 및 5에 나타내었다. *Figures* 2와 3은 제일안 쪽에서 부터 산화제, 연료, 산화제, 연료로 되어 있을 때의 火炎의 모양이며 *Fig.* 2는 제일 안 쪽의 산화제 공급구간의 半徑이 바깥 쪽의 燃料나 酸化劑가 공급되는 區間

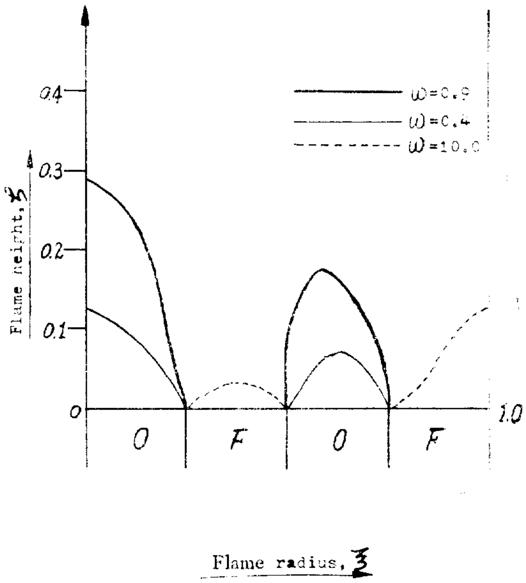

Fig. 2 Flame shape : Case A.

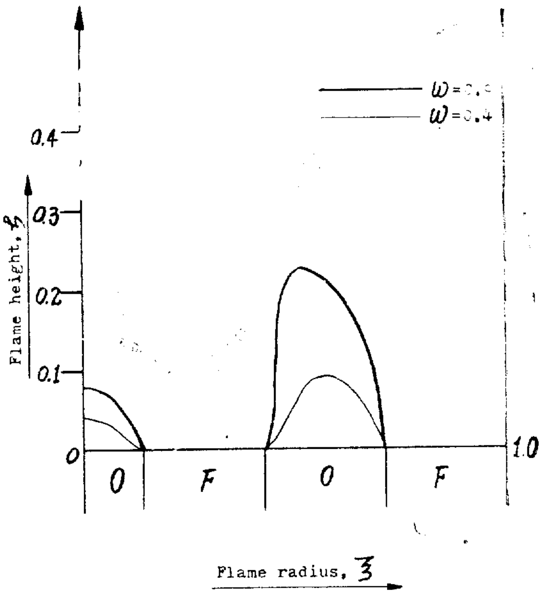

Fig. 3 Flame shape : Case B.

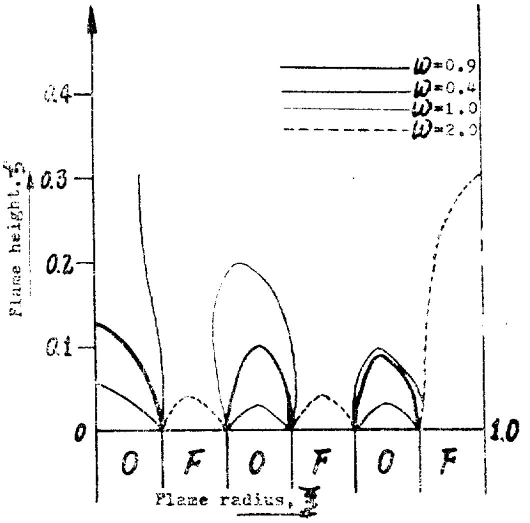

Fig. 4 Flame shape : Case C.

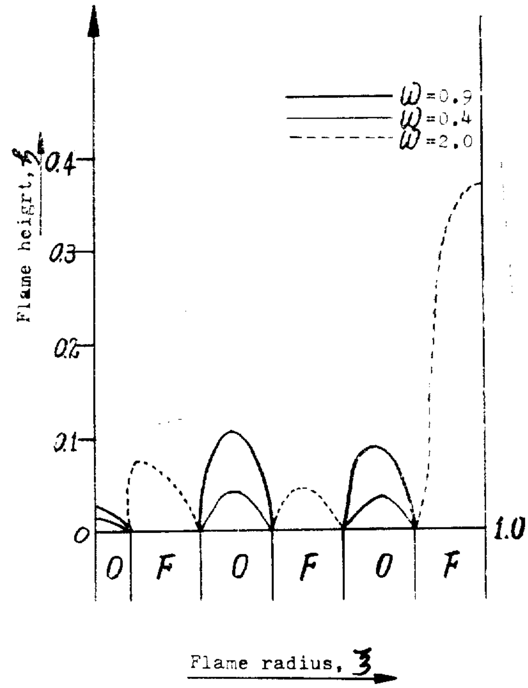

Fig. 5 Flame shape : Case D.

(gap)과 같을 때이고 *Fig.* 3은 제일 안 쪽의 酸化劑공급구간의 半徑이 바깥 쪽의 燃料와 酸化劑가 供給되는 區間의 半일 경우이다. 그림에서 알 수 있는 것과 같이 酸化劑가 적게 공급되는 區間에서는 火炎이 더 작다. *Figures* 4 및 5는 제일 안 쪽에서 부터 酸化劑, 燃料, 酸化劑, 燃料, 酸化劑, 燃料가 供給될 경우의 火炎의 모양이며 *Fig.* 4는 제일 안 쪽의 酸化劑 공급구간의 半徑이 바깥쪽의 燃料나 酸化劑의 幅과 같을 때이고 *Fig.* 5는 제일 안 쪽의 酸化劑공급구간의 半徑이 바깥 쪽의 燃料나 酸化劑의 幅이 半일 때이다. *Figure* 4에서 알 수 있는 것과 같이 바깥 쪽으로 갈수록 火炎의 높이가 줄어들고 있다. 初期條件 卽 ω값을 區間에 따라 여러 값으로 변화시키는 것인데 이것은 燃料의 供給을 固定시키고 相對的으로 酸化劑의 供給量을 변화시키는 것이 된다. *Figures* 2, 4 및 5에서 알 수 있는 것과 같이 ω 값을 增加 시킴에 따라 火炎이 酸化劑쪽에 생기다가 더 증가시키면 火炎은 燃料쪽에 생기게 된다. 火炎의 높이는 火炎이 생기는 區間에서 最大의 ξ값이 된다.

5. 結 論

燃料와 酸化劑가 環狀으로 供給될 때의 火炎모양을 空氣熱化學方程式을 利用하여 求했으며 그 結果를 解析하여 다음과 같은 結論을 얻을 수 있었다.

(1) 燃料의 供給을 固定시키고 酸化劑의 供給을 점차로 增加시키면 처음에는 酸化劑쪽에 火炎이 생기면서 火炎높이가 점점 커지다가 酸化劑 供給을 더 增加시키면 火炎은 燃料쪽에 생긴다.

(2) 區間에 따라 酸化劑 供給을 달리 하거나 酸化劑 供給을 固定시키고 區間의 幅을 달리하면서 火炎의 모양과 높이를 調節할 수 있다.

(3) 버너(burner)의 設計나 特히 우리나라 가정용 熱源으로 愛用되고 있는 연탄의 構造決定에 利用될 수 있다. 이結果를 연탄의 構造決定에 利用할 경우에는 우선 本 論文에서는 回轉對稱이 되도록 環狀으로 燃料와 酸化劑가 供給되므로, 연탄의 구멍사이의 간격이 구멍의 크기에 比하여 적을 경우에는 回轉對稱으로 가정할 수 있다. 그외 假定이 現想的인 關係로 定量的인 結果를 직접 연탄의 경우에 適用할 수는 없겠으나 定性的으로 利用할 수 있다. 例를 들면 *Fig.* 4에서 알 수 있는바와같이 바깥 쪽으로 갈수록 화염의 높이가 줄어들고 있다. 火炎높이를 均一하게 하기 위하여서는 바깥 쪽으로 갈수록 구멍을 크게 만들면 可能하다. 實驗을 하여 比較하여 보는 것이 바람직하다.

感 謝

火炎모양을 計算하는데 서울工大 電子計算室의 IBM 1130을 利用했고 大學院生 윤석관 군이 計算을 하는데 많은 手苦를 해주었음에 謝意를 表합니다.

참 고 문 헌

1. S.P. Burke and T.E.W. Shumann, *Ind. Eng. Chem.*, **20**(1928), 998.
2. Y.B. Zeldovich, *Zhur, Tekhn, Fiz.*, **19**, No. 10 (1949) English translation N.A.C.A.T.M. No. 1296(1950).
3. W. Nachbar, F. Williams and S.S. Penner, Quart. Appli. Math., **17** (1959), 43-54.
4. J.D. Hirschfelder, C.F. Curtiss and R.B. Bird, "Molecular Theory of Gases and liquids", John-Wiley and Sons, N.Y.
5. H.H. Chiu, *Quart. Appli. Math*, October, 1971.