

용매추출을 위한 다단장치계의 모델링과 시뮬레이션

오 원 진* · 김 철** · 이 태 회

연세대학교 공과대학 화학공학과

**한국핵연료개발공단 공정연구실

(접수 1977. 7. 20)

Modeling and Simulation of a Multistage-Contactor for Solvent Extraction

Won Zin Oh*, Chul Kim** and Tae Hee Lee

Department of Chemical Engineering, College of Engineering

Yonsei University, Seoul 120, Korea

and

***Chemical Technology Laboratory*

Korea Nuclear Fuel Development Institute, Seoul 131, Korea

(Received July 20, 1977)

요 약

용매추출에 사용되는 다단 Pump-Mix Mixer-Settler의 유동특성을 수학적 모델을 세워 표시하였다. 여기서 모델은 혼합조를 완전혼합조로, 정치조를 CSTR 재순환을 하는 플러그흐름으로 가정하였으며 모멘트와 시간지연을 일치시켜 모델보조변수를 구했다. 물-석유계에서 충격응답으로 각상에 대해 체류시간 분포함수를 구하여 모델식과 비교한 결과 본 모델이 실험 오차범위내에서 실험치와 잘 일치함을 보였고 지금까지 제시된 모델들은 이 장치계의 동특성을 너무 단순화시켜 표시하고 있음을 알았다.

Abstract

The hydrodynamic characteristics of Multistage Mixer-Settlers were studied by establishing a mathematical model based on the assumptions of complete mixing in the mixer and plug flow with CSTR recirculation in the settler. The model parameters were determined by the moment and time lag matching and experiments were carried out with a water-kerosene system by obtaining residence time distributions for both phases using impulse response technique. The suggested model well predicted the experimental results within the experimental error range, while the other existing models were found to be too idealized to depict the dynamic characteristics of this equipment.

* 현주소 : 한국핵연료개발공단 공정연구실

1. 서 론

용매추출장치에는 맥동탑, 충전탑, 분무탑, 원심추출기, 회전원판탑 등 여러가지가 있는데 그 중 중급속의 분리를 목적으로 하는 장치로는 맥동탑과 Mixer-Settler가 주로 많이 쓰이고 있다. 특히 Mixer-Settler는 1940년대에 Mensing³⁰⁾이 pump-mix 원리를 제안한 이후 조업상의 여러가지 장점때문에 그 사용범위가 점점 넓어지고 있다. 이 Mixer-Settler 장치계에 관하여는 Coplan과 Davidson^{10,11)}을 비롯하여 많은 연구자들^{14,16,27,31,38,48)}이 논의하였다.

이러한 Pump-Mix Mixer-Settler의 연속조업에 있어서 시동이나, 중단, 최적조업조건의 결정 및 자동제어시 과도응답특성에 관한 지식이 중요한 역할을 한다. 현재 이 방면의 연구는 대부분 단순모델을 가지고 장치의 동특성을 설명하고 있으나 만족한 결과를 주지 못하고 있다. 이것은 Mixer-Settler에서는 일반적 기액분리장치계에서와는 달리 각 상의 용적이 대등하게 다루어져야 하고 물질전달과 유동특성을 지배하는 부분이 다르기 때문이다. Apelblat와 Faraggi⁵⁾는 단순한 CSTR 모델을 가지고 Mixer-Settler의 복잡한 동특성을 해석하려고 했으나 만족한 결과를 얻지 못했다.

Aly와 Wittenmark^{2,3)}는 4단 Mixer-Settler에 관하여 선형평형관계식과 Murphree 효율을 반영시킨 두 가지 방법의 CSTR 모델로 simulation을 하고 Pseudo Random Binary Sequence로 identification한 결과 정치조(settler)를 모델속에 반영시켜야 한다는 결론을 이끌어 내었다.

Haligan와 Smutz¹⁹⁾는 다단 Mixer-Settler로서 실험한 결과 그 유동특성은 두 상 중의 어느 쪽이 분산상이 되느냐에 따라서 지배를 받음을 알았고 정치조를 단순한 플러그흐름으로 가정했을 때는 단수가 증가할수록 모델이 잘 맞지 않는다고 했다.

Hanson과 Sharif²⁰⁾는 2단 Mixer-Settler로 실험하고 각 단의 유동현상을 고정지역(dead space)을 갖는 완전혼합과 플러그흐름의 중간제

로 표시하였다. 즉, 완전혼합과 플러그흐름의 비와 고정지역의 분률로 Mixer-Settler의 유동특성을 나타내었는데 총 유량이 커질수록 고정지역이 감소하게 됨을 보였다.

Rozen et al.³⁹⁾은 다성분계 물질전달이 개제된 장치계에 관하여 단순 CSTR 모델 및 플러그흐름을 동반한 CSTR 모델로 simulation을 하였으며 Mixer-Settler의 단수가 5단 이상에서는 두 모델이 거의 같은 결과를 보여주지만 비선형 다성분계 물질전달에 대하여는 후자의 모델이 훨씬 더 많은 계산시간을 요하였다고 밝혔다.

여기서는 정치조의 역혼합정도와 이곳의 고정지역을 모델보조변수로 한 수학적 모델을 세워 8단 Pump-Mix Mixer-Settler 장치계의 유동특성을 설명하였다. 특히 물질전달 및 유동특성에 기여도가 다른 Mixer-Settler 각 부분의 역할과 유동현상의 중요한 인자인 역혼합과 시간지연(time lag)을 올바르게 표현하는데 주안점을 두어 충격응답(impulse response) 실험으로 이 장치의 과도 응답특성을 결과와 비교하였다.

2. 수학적 모델

일반적인 Mixer-Settler에 관한 지금까지 대부분의 모델은 Mixer-Settler의 각단을 혼합조(mixer)와 정치조(settler)의 구별이 없이 전체를 완전혼합조로 가정한 것(CSTR model)과 혼합조와 정치조를 구별하여 완전혼합조와 플러그흐름으로 표시한 것(CSTR & plug flow model)으로 크게 나눌 수 있다. 이 두 모델에서는 두상이 접촉하여 반응이 일어나는 부분과 실제 Mixer-Settler 장치의 용적을 상이하게 다루고 있다. 그런데 일반적으로 반응기의 용적에 따라 두상의 접촉면적 및 접촉시간이 다르게 된다. 특히 느린 반응이나 물질전달이 지배적인 반응에서는 반응기의 용적에 따라 전환율이 민감하게 변한다.

여기서는 이러한 관점에서 반응기의 용적, 즉 모델중의 혼합조의 용적을 실제 반응이 일어나는 용적으로 표시하면서 장치의 유동특성을 기술할 수 있는 모델을 세웠다. 본 모델 설정의

기준이 된 가정은 다음과 같다.

- (1) 두 용액은 비혼합성이며 물질전달을 수반하지 않는다.
- (2) 각상의 유량은 일정하다.
- (3) 각단은 시간과 단수에 관계없이 동일한 유동현상을 나타낸다.
- (4) 혼합조는 실제장치계의 혼합조와 동일한 용적을 갖는 완전혼합조이다.
- (5) 정치조는 CSTR 재순환을 하는 플라그흐름이다.

이 모델은 정치조의 재순환 CSTR의 용적과 재순환류의 유량에 의해 이 장치계의 역혼합정도를 나타내며 플라그흐름의 용적 변수로 고정지역을 표시하게 된다. Fig. 1은 N 번째 단의 Mixer-Settler 모델을 보여주고 있다.

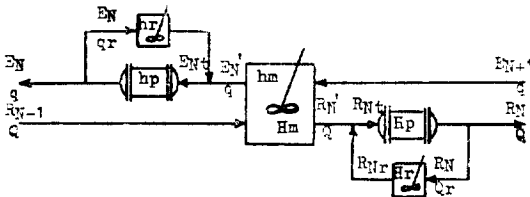


Fig. 1. Schematic diagram of Nth stage Mixer-Settler

여기서 R_N 과 E_N 은 농도, Q 와 q 는 유량, H_m 과 h_m 은 혼합조에서의 용적, H_p 와 h_p 는 정치조에서의 용적, H_r 과 h_r 은 재순환 CSTR에서의 용적 그리고 Q_r 과 q_r 은 재순환하는 유량을 각각 Aqueous 상과 Organic 상에 대하여 나타내고 있다.

물질수지식으로부터 N 번째 단의 Aqueous 상의 충격응답 및 모멘트는 다음과 같이 구할 수 있다. 즉,

$$R_{N-1}Q - R'_N Q = H_m \frac{dR'_N}{dt}$$

$$\bar{R}'_N = \frac{(1/\tau_m) \bar{R}_{N-1}}{S + (1/\tau_m)} \quad (1)$$

여기서 τ_m 은 Aqueous 상의 혼합조에서의 체류시간을 말하며 $\tau_m = H_m/Q$ 로 주어진다.

$$R_{Nt} = \frac{R'_N Q + R_{Nr} Q_r}{Q + Q_r}$$

$$\bar{R}_{Nt} = \frac{\bar{R}'_N Q + \bar{R}_{Nr} Q_r}{Q + Q_r}$$

$$R_N = R_{Nt} \left(t - \frac{H_p}{Q + Q_r} \right) U \left(t - \frac{H_p}{Q + Q_r} \right) \quad (2)$$

$$\bar{R}_N = \bar{R}_{Nt} \exp(-\tau_p S) \quad (3)$$

여기서 τ_p 는 Aqueous 상의 정치조에서의 체류시간을 말하며 $\tau_p = H_p/(Q + Q_r)$ 로 주어진다.

$$R_N Q_r - R_{Nr} Q_r = H_r \frac{dR_{Nr}}{dt}$$

$$\bar{R}_{Nr} = \frac{(1/\tau_r) \bar{R}_N}{S + (1/\tau_r)} \quad (4)$$

여기서 τ_r 은 Aqueous 상의 재순환 CSTR에서의 체류시간을 말하며 $\tau_r = H_r/Q_r$ 로 주어진다.

그러면 식 (1), (2), (3) 및 (4)로 부터

$$\frac{\bar{R}_N}{\bar{R}_{N-1}} = G_1(S)$$

$$= \frac{\left(\frac{Q^2}{H_m} \right) \left(S + \frac{Q_r}{H_r} \right)}{\left(S + \frac{Q}{H_m} \right) \left[(Q + Q_r) \left(S + \frac{Q_r}{H_r} \right) \exp \left(\frac{H_p S}{Q + Q_r} \right) - \frac{Q_r^2}{H_r} \right]} \quad (5a)$$

$$G_N(S) = G_1^N(S) \quad (5b)$$

$$\bar{R}_N(S) = \bar{R}_0(S) G_N(S) \quad (5c)$$

이 된다. 여기서 $R_0(t) = \delta(t)$ 를 대입하면 $\bar{R}_0(S) = 1$ 이 되므로

$$\bar{R}_N(S) = \left[\frac{\left(\frac{Q^2}{H_m} \right) \left(S + \frac{Q_r}{H_r} \right)}{\left(S + \frac{Q}{H_m} \right) \left[(Q + Q_r) \left(S + \frac{Q_r}{H_r} \right) \exp \left(\frac{H_p S}{Q + Q_r} \right) - \frac{Q_r^2}{H_r} \right]} \right]^N \quad (6)$$

이 된다. 식 (6)은 복잡한 곱의 형태로 되어 있으므로 Fourier 변환에 의한 cumulant로 모멘트를 구하여 정리하는 것이 편리하다. 즉,

$$t_m = \mu_1$$

$$= K_1$$

$$= (i)^{-1} \lim_{\omega \rightarrow 0} \frac{d}{d\omega} [\ln \bar{R}_N(-i\omega)]$$

$$= N \left(\frac{H_m + H_p + H_r}{Q} \right) \quad (7)$$

$$\sigma^2 = \mu_2$$

$$= K_2$$

$$= (i)^{-2} \lim_{\omega \rightarrow 0} \frac{d^2}{d\omega^2} [\ln \bar{R}_N(-i\omega)]$$

$$= N \left[\frac{H_m^2 + H_p^2 + H_r^2 + 2H_p H_r}{Q^2} + \frac{2H_r^2}{QQ_r} - \frac{H_p^2}{Q(Q+Q_r)} \right] \quad (8)$$

로 된다. 고차 모멘트일수록 RTD curve의 후미에 많은 오차를 허용하게 되므로 여기서는 3차 모멘트 대신 정치조의 시간지연 t_L 로 모델보조변수를 구하였다. 정치조의 시간지연은

$$t_L = \tau_p = \frac{H_p}{Q + Q_r} \quad (9)$$

이 된다. 식 (7), (8) 및 (9)를 연립으로 풀어 모델보조변수 H_p , H_r 및 Q_r 을 구하면

$$H_s = H_p + H_r \\ = \frac{t_m Q}{N} - H_m \quad (10)$$

$$H_p = H_s x \quad (11)$$

$$H_r = H_s (1-x) \quad (12)$$

여기서 H_s 는 총 정치조 용적이고 x 는 총 정치조 용적중 플러그흐름에 기여하는 용적 분율이 된다. 식 (8), (9), (10), (11) 및 (12)를 $N=8$ 에 대해 풀면

$$x^2 + ax + b = 0 \quad (13)$$

이 되며, 여기서

$$a = \frac{-\sigma^2 Q^2 + 8H_s^2 + 8H_m^2 + 8Q^2 t_L^2 - 32H_s Q t_L}{8H_s^2 Q t_L}$$

$$b = \frac{\sigma^2 Q^2 - 8H_m^2 + 8H_s^2}{8H_s^2}$$

이다. 식 (13) 중 $x < 1$ 인 범위만 취하면

$$x = \frac{-a - \sqrt{a^2 - 4b}}{2} \quad (14)$$

가 되고 구하고자 하는 모델변수 H_p , H_r 및 Q_r 은 다음과 같이 표시된다.

$$H_p = \left(\frac{t_m Q}{8} - H_m \right) x \quad (15)$$

$$H_r = \left(\frac{t_m Q}{8} - H_m \right) (1-x) \quad (16)$$

$$Q_r = \frac{H_p}{t_L} - Q \quad (17)$$

3. 실험

3-1. 실험장치

Fig. 2는 실험에 사용한 전 장치를 보여주고

있다. 탱크 (1)과 탱크(2)로 부터 Aqueous 상 (heavy phase)과 Organic 상(light phase)을 각각 metering pump (4)에 의해 Mixer-Settler로 공급하고 rotameter (5)로 그 유량을 측정하였다. Organic 상은 펌프 (4)에 대하여 부식성이 있기 때문에 원액 탱크를 (6)의 위치에 놓고 탱크 (2)에 있는 물을 공급시켜 (6)의 원액을 밀어내는 방법을 사용하였다.

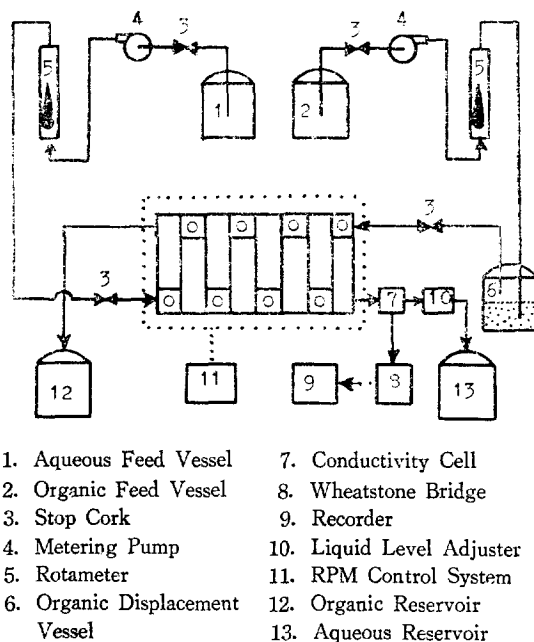


Fig. 2. Schematic Flow Diagram of Experimental Apparatus

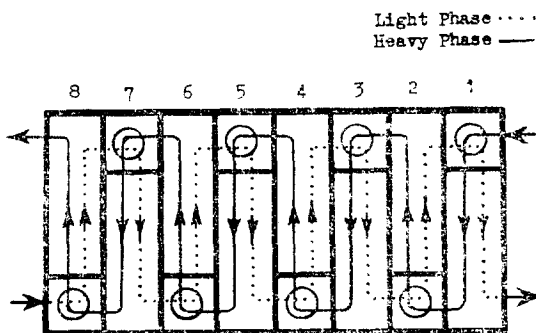


Fig. 3. A Floor Plan of Eight Stages



Fig. 4. An End View of One Stage

Mixer-Settler 장치내의 각상의 유통경로는 전 체적으로는 두상이 향류접촉을 하나 각단내에서는 병류접촉을 하도록 하였다. Fig. 3은 개방형 8단 Pump-Mix Mixer-Settler의 평면도로서 Organic 상과 Aqueous 상의 유통경로를 보여준다. 이 장치는 일반 Mixer-Settler와는 달리 혼합조내의 임펠러가 두상의 혼합 및 각 단간의 유체 수송을 위한 펌프역할까지 맡고 있다(Fig. 4 참조).

3-2. 실험방법

실험에는 Aqueous 상으로 비저항 30 만 Ω -cm 이상의 1 차 증류수를 썼으며 Organic 상으로는 정제된 석유를 사용하였다.

장치계의 RTD(residence time distribution)는 Mixer-Settler 를 순수 원액으로 충분히 정상상태가 되도록 작동시킨후 Aqueous 와 Organic 두상에 대하여 동시에 tracer 를 주입시키고 3 내지 5 시간에 걸쳐 다시 정상상태에 도달하도록 하여 얻었다.

Aqueous 상에 대한 충격입력응답은 Mixer-Settler 의 Aqueous 상 입로(inlet)에 1N KCl 0.1 cc 를 순간적으로 주입한 후 Mixer-Settler 8 째 단 출로(outlet)에 conductivity cell 을 부착시켜 농도에 대한 conductivity 변화를 Wheatstone bridge 로 측정하였다. 이 측정치는 Fisher Recordall 5000 에 의해 기록하였다. Organic 상에 대한 방법으로는 Organic 유로입구에 0.01 wt% DuPont-red 0.5cc 를 순간적으로 주입한 후 출로에서 1 분 간격으로 4 cc 씩 채취하여 Beckman Spectra-20 으로 분광 분석¹⁹⁾ 하였다.

혼합조내의 두상의 holdup 은 정상상태 조업조건하에서 혼합상을 순간적으로 채취한 후 정지시켜 각상의 양을 측정하여 구했다.

Table 1 은 Aqueous 상과 Organic 상의 유량, RPM 및 정치조의 계면위치에 따른 여러가지 실험조건을 보여준다.

Table 1. Experimental Conditions

Exp. No.	Settler Level (cm)	RPM	Flow Rate (ml/min)	
			AQ.	ORG.
1	2.1	735	25	43.5
2	"	810	"	"
3	"	870	"	"
4	"	980	"	"
5	"	735	"	22.5
6	"	810	"	"
7	"	870	"	"
8	"	980	"	"
9	"	735	"	34.0
10	"	"	"	57.5
11	"	"	"	67.5
12	"	"	33.2	21.0
13	"	"	"	34.0
14	"	"	"	46.5
15	"	"	"	59.5
16	"	"	"	67.5
17	"	"	43.1	21.0
18	"	"	"	34.0
19	"	"	"	46.5
20	"	"	"	57.5
21	"	"	"	67.5
22	"	"	53.0	57.5
23	1.7	"	23.0	21.0
24	"	"	"	46.5
25	"	"	33.2	34.0
26	2.5	"	23.0	21.0
27	"	"	"	46.5
28	"	"	33.2	34.0
29	2.9	"	23.0	21.0
30	"	"	"	46.5
31	"	"	33.2	34.0

3-3. 계 산

모든 실험 데이터와 모델식들은 CDC 6000 Series 컴퓨터를 사용하여 계산하였다. 지금까지

제시된 CSTR 모델과 CSTR & plug flow model의 충격응답은 쉽게 해석적 해를 구할 수 있으나 본 모델의 해는 식(6)의 라플라스역변환이 어려워 수치해에 의존했다.

실험에 의해 얻은 RTD curve 중 후미 부분은 Edwards¹⁵⁾의 방법에 따라 RTD curve의 최대값의 1/6이 되는 시간 이후에서는 최대값의 1/20이 되는 점을 지나는 지수감소함수로 처리했다. 정치조에서의 시간지연 t_L 은 모멘트 일치법에 의존하지 않고 직접 실험에 의해 얻었다.

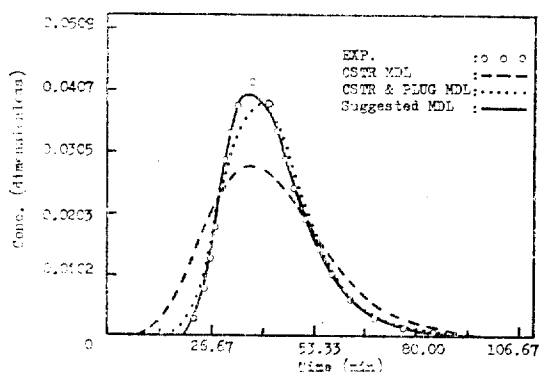
실험에 의한 RTD와 각 모델과의 오차는

$$\varepsilon_i = 100 \int_0^{\infty} |f_i(t) - g(t)| dt$$

에 의하여 구하였다. 여기서 ε_i 는 i 모델에 대한 절대오차 백분율을 나타낸다.

4. 결과 및 검토

실험에 의하여 구한 RTD curve와 모델에 의하여 계산한 RTD curve를 Aqueous 상에 대하여는 Fig. 5에 그리고 Organic 상에 대하여는 Fig. 6에 나타내었다. 이것은 실험조건에 따른 62개의 computer plotting 결과 중에서 임의로 선정한 것이다. Computer 계산에서 본 모델식은 수치해



Experimental condition :

Settler level : 2.1 cm RPM : 735

AQ. Flow rate : 33.20 ml/min.

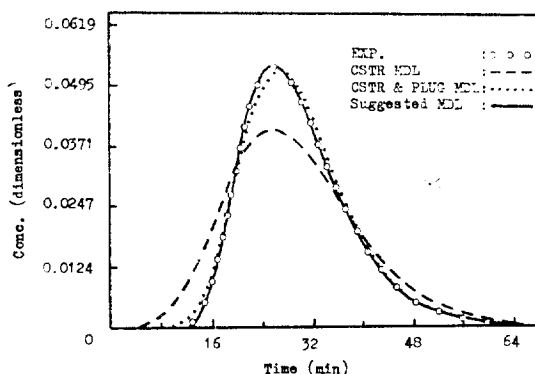
ORG. Flow rate : 21.00 ml/min.

Mixer volume : 44.23 ml

Mean time : 42.159 min.

Variance : 122.98 min²

Fig. 5. Aqueous Phase RTD



Experimental condition :

Settler level : 2.1 cm RPM : 735

AQ. Flow rate : 33.20 ml/min

ORG. Flow rate : 57.50 ml/min

Mixer volume : 46.94 ml

Mean time : 29.367 min

Variance : 64.95 min²

Fig. 6. Organic Phase RTD

에 의해 $\pm 0.05\%$ 오차 이내에서 모멘트를 일치시킬 수 있었다. 그리고 각 모델의 오차의 평균치와 표준편차를 Table 2에 수록했다.

Table 2. Percent Error Comparison of Each Model

Model	Mean	Standard deviation	No. of data
<i>Aqueous phase :</i>			
CSTR	30.74	6.23	31
CSTR & plug	16.64	4.35	31
CSTR & plug with CSTR recirculation	9.69	3.10	31
<i>Organic phase :</i>			
CSTR	24.26	11.08	31
CSTR & plug	5.38	2.42	31
CSTR & plug with CSTR _r recirculation	6.20	4.72	31

CSTR 모델은 Fig. 5와 Fig. 6 및 Table 2에 나타난 바와 같이 잘 맞지 않는다. 이것은 이 모델이 Mixer-Settler의 유동현상을 너무 단순화시킨 결과이며 이와 같은 단일 보조변수 모델로서는 이 장치계의 유동현상을 표시하기에 적합치 못함을 의미한다.

CSTR & plug flow 모델은 Organic 상에 대해서는 잘 맞지만 Aqueous 상에 대해서는 Table 2에서 보듯이 평균 16.64%라는 적지않은 오차를 내고 있으며, 또 어느 상에서나 시간지연이 잘 일치되지 않는다(Fig. 5 및 Fig. 6 참조). 그러므로 이와 같은 모델로는 두상의 유동특성을 다 만족스럽게 표시하기에 부족하며, 특히 반응이 일어나고 있는 혼합조의 용적이 모델보조변수로 되어 실제 용적과 상이함으로 두상의 물질전달이 개재된 계에서는 사용하기에 적합치 못하다.

본 모델은 Table 2에서 보듯이 Organic 상에서는 평균 6.20% 그리고 Aqueous 상에서는 평균 9.69%의 오차 범위에서 맞고 있다. 또 이모델은 시간지연이 잘 일치되고 있음을 Fig. 5와 Fig. 6에서 볼 수 있다. 이와 같이 시간지연이 잘 일치되고 있는 것은 RTD curve의 후미에 많은 오차를 허용하게 되는 모멘트일치법에만 의존하지 않고 시간지연을 주로 지배하는 정치조의 플러그흐름과 관계를 지은 식(9)를 사용하였기 때문이다.

5. 결 론

Mixer-Settler 장치계의 유동특성에 관하여 지금까지 제시된 모델들과 본 연구에서 새로 제시한 모델을 실험을 통하여 비교해 본 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

첫째, Mixer-Settler 장치계의 유동특성은 복잡 다양하여 지금까지 제시된 CSTR 모델이나 CSTR & plug flow model과 같은 단순모델로는 그 유동특성을 표시하기에 부족하다.

둘째, 본 연구에서 제시된 CSTR & plug flow with CSTR recirculation 모델은 전 실험범위에 걸쳐 본 장치계의 유동특성을 표시하기에 적합하다.

본 모델에 있어 Aqueous 상에 대한 충격응답과 그 모멘트 및 시간지연은 다음과 같이 조업변수와 모델보조변수로 표시된다.

(1) 충격응답

$$R_N(t) = \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{\left(\frac{Q^2}{H_m} \right) \left(S + \frac{Q_r}{H_r} \right)}{\left(S + \frac{Q}{H_m} \right) (Q + Q_r) \left(S + \frac{Q_r}{H_r} \right)} \right. \\ \left. \frac{N}{\exp \left(\frac{H_p S}{Q + Q_r} \right) - \frac{Q_r^2}{H_r}} \right\}$$

(2) 모멘트 및 시간지연

$$t_m = \mu_1 = N \left(\frac{H_m + H_p + H_r}{Q} \right)$$

$$\sigma^2 = N \left[\frac{H_m^2 + (H_p + H_r)^2}{Q^2} + \frac{2H_r^2}{QQ_r} - \frac{H_p^2}{Q(Q + Q_r)} \right]$$

$$t_L = \frac{H_p}{Q + Q_r}$$

Nomenclatures

a	Arbitrary constant
b	Arbitrary constant
E_N	Outlet concentration of Organic phase in the Nth stage (mol/l)
E'_N	Outlet concentration of Organic phase in the Nth stage mixer (mol/l)
E_{Nr}	Recirculation concentration of Organic phase in the Nth stage (mol/l)
E_{Ni}	Total concentration of Organic phase in the Nth stage (mol/l)
$f_i(t)$	RTD function of i model (dimensionless)
$G_N(S)$	Transfer function of the Nth stage (dimensionless)
$g(t)$	RTD function obtained from the experiment (dimensionless)
H_m	Volume of Aqueous phase in the mixer (ml)
H_p	Volume of Aqueous phase in the settler (ml)
H_r	Volume of Aqueous phase in the recirculating CSTR (ml)
h_m	Volume of Organic phase in the mixer (ml)
h_p	Volume of Organic phase in the settler

	(ml)
h_r	Volume of Organic phase in the recirculating CSTR (ml)
Q	Flow rate of Aqueous phase (ml/min)
Q_r	Recirculation flow rate of Aqueous phase (ml/min)
q	Flow rate of Organic phase (ml/min)
q_r	Recirculation flow rate of Organic phase (ml/min)
\bar{R}	Laplace transform of R
R_N	Outlet concentration of Aqueous phase in the Nth stage (mol/l)
R'_N	Outlet concentration of Aqueous phase in the Nth stage mixer (mol/l)
R_{Nr}	Recirculation concentration of Aqueous phase in the Nth stage (mol/l)
R_{Nt}	Total concentration of Aqueous phase in the Nth stage (mol/l)
S	Laplace transform parameter
t_L	Time delay of Aqueous phase in the settler (min)
t_m	Mean residence time of total Aqueous phase in the Mixer-Settlers (min)
$U(t)$	Unit step function
X	Arbitrary variable
$\delta(t)$	Dirac delta function (dimensionless)
ε_i	Percent difference of RTD value between i model and the experiment (dimensionless)
K_1	1st cumulant (min)
K_2	2nd cumulant (min ²)
μ_1	1st centralized moment (min)
μ_2	2nd centralized moment (min ²)
σ^2	Variance (min ²)
τ_m	Holding time of Aqueous phase in the mixer (min)
τ_p	Holding time of Aqueous phase in the settler (min)
τ_r	Holding time of Aqueous phase in the recirculating CSTR (min)

Reference

1. J.N. Addorns and W.E. Labo, et al., *I & EC*, **42** (1950), 1022.
2. G. Aly and Ottertun, *J. Appl. Chem. & Biotechnol.*, **23** (1973), 643.
3. G. Aly and Wittenmark, *J. Appl. Chem. & Biotechnol.*, **22** (1972), 1165.
4. A.S. Anderssen and E.T. White, *Chem. Eng. Sci.*, **25** (1970), 1015.
5. A. Apelblat and M.J. Faraggi, *Nucl. Energy (pts A/B)*, **20** (1966), 953.
6. K.S. Astrom and P. Eykoff, *Automatica*, **7** (1971), 123.
7. M.G. Baillie and R.C. Cairns, *AAEC/E* (1960), 56.
8. P.E. Burns and C. Hanson, *Brit. Chem. Eng.*, **12**, No. 1 (1967), 75.
9. W.C. Clements, Jr., and L.W.C., Jr., *Chem. Eng. Sci.*, **24** (1969), 957.
10. B.V. Coplan, J.K. Davidson and E.L. Zebroski, *Chem. Eng. Progr.*, **50** (1954), 403.
11. B.V. [Coplan, J.K. Davidson and E.L. Zebroski, *Chem. Eng. Progr.*, KAPL-513 (1951).
12. P.V. Dankwerts, *Chem. Eng. Sci.*, **2** (1957), 1.
13. G.V. Davis, G.V. Jeffreys and F. Ali, *the Chem. Engr.*, No. 243 (1970), 378.
14. M.W. Davis, Jr., T.E. Hicks and T. Vereulen, *Chem. Eng. Progr.*, **50** (1954), 188.
15. M.F. Edwards and J.F. Richardson, *Chem. Eng. Sci.*, **23** (1968), 109.
16. I.G. Gibilaro and F.P. Lees, *Chem. Eng. Sci.*, **24** (1969), 85.
17. B.S. Gottfried and J. Weisman, "Introduction to Optimization Theory," 1973.
18. E.B. Gutoff, *AIChE J.*, **6** (1960), 347.

19. J. E. Halligan and M. Smutz, *Separ. Sci.*, **1** (1966), 173.
20. C. Hanson and M. Sharif, *Can. J. Chem. Eng.*, **48** (1970), 132.
21. D. M. Himmelblau and K. B. Bischoff, "Process Analysis and Simulation," John Wiley & Sons, N. Y., 1968, 1-57.
22. D. M. Himmelblau and K. B. Bischoff, "Process Analysis and Simulation," John Wiley & Sons, N. Y. 1968, 72.
23. C. F. Hiskey, *Analytical Chemistry*, **21**, No. 12 (1949), 1440.
24. M. J. Hopkins, A. J. Sheppard and P. Els-enklam, *Chem. Eng. Sci.*, **24** (1969), 1131.
25. J. O. Hougen, *Chem. Eng. Progr.*, No. 4 (1964), 60.
26. J. O. Hougen and R. A. Walsh, *Chem. Eng. Progr.*, **57**, No. 3 (1961), 69.
27. H. W. Kronpholler, *I & EC Fund.*, **9**, No. 3 (1970), 329.
28. E. P. Lees, *Chem. Eng. Sci.*, **24** (1969), 1607.
29. J. T. Long, "Engineering for Nuclear Fuel Reprocessing," Gordon and Breach Science, N. Y., 1967.
30. C. E. Mensing, *U. S. Patent* No. 2,405,158 (1946).
31. A. Naylor and M. J. Larkin, "International Solvent Extraction Conference", Session 9, London (1971), 1356.
32. G. G. Pollock and A. I. Johnson, *Can. J. Chem. Eng.*, **48** (1970), 64.
33. G. G. Pollock and A. I. Johnson, *Can. J. Chem. Eng.*, **48** (1970), 711.
34. G. G. Pollock and A. I. Johnson, *Can. J. Chem. Eng.*, **47** (1969), 469.
35. G. G. Pollock and A. I. Johnson, *Can. J. Chem. Eng.*, **47** (1969), 565.
36. Rossen and L. Lapidus, *AIChE J.*, **18**, No. 5 (1972), 881.
37. Rossen and L. Lapidus, *AIChE J.*, **18**, No. 4 (1972), 673.
38. D. Royston and A. Burwell, *AAEC/E* (1973), 274.
39. A. M. Rozen, Y. U. Reshet'ko and M. Ya. Zel'venskii, *USSR.*, **37**, Part 3 (1974), 895.
40. V. E. Sater and O. Levenspiel, *I & EC Fund.*, **5** (1966), 81.
41. J. H. Seinfeld, *Chem. Eng. Sci.*, **24** (1969), 65.
42. J. H. Seinfeld and L. Lapidus, "Mathematical Methods in Chemical Engineering," Vol. III, Prentice Hall, N. J., 1974.
43. J. H. Seinfeld and L. Lapidus, "Mathematical Methods in Chemical Engineering," Vol. III, Prentice Hall, N. J., 1974, 339-406.
44. J. H. Seinfeld and L. Lapidus, "Mathematical Methods in Chemical Engineering," Vol. III, Prentice Hall, N. J., 1974, 454-537.
45. C. G. Sinclair, *AIChE J.*, **7**, No. 4 (1961), 709.
46. M. J. Slater, "Private Communication", 1964.
47. A. R. C. Teasdale, *Control Eng.*, **2** (1955), 55.
48. R. E. Treybal, *AIChE J.*, **5** (1959), 474.
49. G. C. I. Warwick, J. B. Scuffham and J. B. Lott, "International Solvent Extraction Conference," Session 9, London (1971), 1373.