

바닥을 가열한 실내에서의 자연대류에 관한 수치 모사

徐 文 漢* · 李 基 俊

서울대학교 공과대학 화학공학과
(접수 1978. 5. 29)

A Numerical Simulation of Natural Convection in a Room Heated from Below

Moon Ho Suh* and Ki Jun Lee

*Department of Chemical Engineering, College of Engineering
Seoul National University, Seoul 130-02, Korea
(Received May 29, 1978)*

要 約

重力場 내에서 밑바닥으로 부터 加熱되는 室内空氣의 密度差에 의한 非定常狀態 自然對流現象을 규명하기 위하여 流動方程式인 Navier-Stokes 式에 Boussinesq의 假定式을 導入하고 stream function과 vorticity를 이용하여 에너지式과 함께 half cell로 有限差分化한 후 컴퓨터를 이용한 數值實驗을 행하였다. Boussinesq의 조건이 적용가능한 범위에서 직사각형 室의 바닥과 천장의 가열 및 냉각조건, 벽면의 단열상태, 창문의 설치여부등을 고려한 事例研究를 행하여 시간의 경과에 따른 等溫線, streamline, vorticity 및 速度場의 변화를 계산한 결과 不安定한 對流層의 형성 및 전파현상, 多核性(multicellular) streamline의 生成過程, 等 vorticity line이 벽면부근에 밀집하는 현상, 대칭성 streamline의 형성 및 파괴등을 광범위하게 관찰할 수 있었다. 본 연구에서는 implicit와 explicit를 혼합한 유한차분법의 사용으로 수치실험의 안정성을 향상시켰으며, Poisson 式으로 표시되는 stream function의 계산에서 relaxation parameter를 1.6으로한 SOR법의 적용으로 收斂性を 개선하였다. 본 연구는 해석적인 방법으로는 취급이 곤란한 室内溫度變化 및 空氣의 流動現象을 수치해석방법에 의하여 성공적으로 模寫할 수 있었다는데 의의가 크다 하겠다.

Abstract

Unsteady natural convection phenomena in a rectangular room heated from below is studied numerically for a Rayleigh number of 1.5×10^5 and a Prandtl number of 0.71. Two-dimensional and Boussinesq approximations are applied to the equations of motion describing buoyant

*현주소 : 아주공과대학 화학공학과

circulation of air in the room with or without a window. The vorticity and stream functions are used for numerical computations. During the simulation the flow behaviors such as appearance of multicellular flows, formation and destruction of symmetric and asymmetric streamlines, vorticity changes, and temperature profiles are observed. The finite-difference computational methods used in the numerical experiments are stable and rapidly converging iteration schemes, and can be utilized for further studies in this field.

1. 緒 論

重力場 내에서 밑으로부터加熱되는 流體의 流動 및 傳熱現象은 大氣圈에서의 氣象變化나 空氣汚染現象, 建物の 暖房 등에 관련하여 흥미를 끌고 있는 分野의 하나이다. 安定한 流體層이 밑으로부터 가열되면 가열속도가 대단히 작은 경우를 제외하고는 不安定한 對流層이 형성되어 시간의 경과에 따라 밑에서 위로 熱量이 傳達되는데 이러한 熱의 不安定性은 1900年 Benard의 관찰이후 많은 사람들의 研究로 自由境界面과 no slip境界面 兩者에 대하여 잘 해석되어왔다¹⁾. 그러나 이와 같이 광범위한 지식에도 불구하고 對流熱傳達에 대한 이론적 해석과 실험실적 관찰사이에는 상당한 거리가 있는데 이것은 이론적 연구에서 해석적인 해를 구할때 편미분방정식을 선형화하기 위하여 自由境界面만을 취급함에 반하여 실험실에서는 진정한 自由境界面の 실험이 불가능하기 때문이다. 따라서 이론적 해석과 실험실적 실험을 상호 연관시켜주는 연구가 필요하게 되는데 이를 해결하는 방법이 바로 유한차분화에 의한 수치해법이다.

수치해법에 의하면 자유경계면과 no slip경계면의 경우를 모두 해석할 수 있는데 후자의 경우 즉 固體의 壁으로 둘러싸인 室에 대한 非定常狀態에서의 연구는 Deardorff²⁾에 의해 시도되었다. Deardorff는 대기권의 기상변화를 模寫하기 위한 시도로써 밑에서 가열되는 직사각형 室에서의 傳熱 및 流動을 운동방정식과 에너지식으로 표시한후 有限差分法으로 풀어 시간경과에 따른 streamline과 等溫線의 변화를 관찰하였다.

Deardorff의 연구는 Rayleigh數가 6.75×10^5 , Prandtl數가 0.71인 경우에 국한된 것이었는데 그후 Fromm^{3,4)}은 Deardorff의 연구를 실제의 환경조건에 적용하기 위하여 수치벽이 가열되는 경우 Rayleigh數를 $10^7 \sim 10^{12}$ 까지 확대시키는 연구를 행하였는데 Poisson式으로 표시되는 stream function의 계산에서 Richardson법의 사용으로 인하여 수렴성이 不良하였다.

Davis와 Thomas⁵⁾는 同心의 두 垂直圓筒 사이에서의 自然對流現象을 수치해법으로 다루어 圓筒의 기하학적 구조변화에 따른 streamline과 等溫線의 변화를 관찰한 결과 Rayleigh數가 10^5 이면 streamline이 二核 cell을 형성함을 보였는데 이 결과는 Rayleigh數가 증가하면 cell의 수도 증가한다는 Elder⁶⁾의 多核 cell 운동현상과 일치한다. Rayleigh數의 증가로 單一 cell運動現象이 깨어지는 관찰은 Rubel과 Landis⁷⁾에 의해서도 확인되었다.

실내의 자연대류현상에 대한 수치실험적 연구의 최근 동향은 주로 실제의 시스템과 일치하는 높은 Rayleigh數에 관련된 문제⁴⁾나 室의 구조변화에 따른 영향 등의 해석을 중심으로 진행되고 있는데 이러한 문제의 해결은 결국 수치실험의 安定性, 收斂性 및 精確性을 높이는 연구로 귀결된다. 본 연구에서는 한국 고유의 난방형태인 온돌에 의한 실내공기의 전열 및 유동을 해석하기 위한 시도로써 밑에서 가열되는 직사각형 室내의 비정상상태 자연대류현상을 수치실험적 방법으로 규명하고 안정성과 수렴성을 향상시키는 방향으로 事例研究를 행하였다.

2. 理論展開

2.1 基本方程式

일정한 온도로 유지되어 있던 直四角形 室의 바닥을 가열할때 정지해 있던 空氣의 自然對流에 의한 流動現象을 Navier-Stokes 式으로 표시하고 非定常狀態에서의 二次元的 해석을 행하기로 한다. 室內空氣는 常溫常壓下에서 壓縮因子가 1에 近似하므로 理想氣體로 생각하고, 室內의 溫度差가 絕對溫度로 5~10% 以下이면 기체의 密度變化는 浮力에만 영향을 미친다는 Boussinesq의 假定⁸⁾을 받아들이면 이러한 二次元모델의 基本方程式은

$$\text{연속방정식: } \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

$$\text{운동방정식: } \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = & -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} \\ & + \nu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) \\ & + \beta(T - T_0)g \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \text{에너지식: } \frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} \\ = \alpha \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) \end{aligned} \quad (4)$$

으로 유도되는데 여기서 u 와 v 는 수평 및 수직 방향의 속도성분이고, ρ, p, T 및 ν 는 각각 密度, 壓力, 溫度 및 動粘度이며 α 는 熱擴散係數이다. Boussinesq의 假定으로부터 導入된 온도차에 의한 浮力の 영향은 (3)式的 마지막項으로 주어지는데 여기서 β 는 體膨脹係數로서 理想氣體일때는 絕對溫도의 逆數이다.

以上の 基本方程式들은 聯立非線型 偏微分方程式으로서 이들의 해석적인 해는 구할 수 없으므로 有限差分化하여 컴퓨터로 변수들을 계산하게 되는데 편의상 연속방정식을 자동적으로 만족시키는 stream function과 vorticity를 이용하기로 한다. Stream function

$$\frac{\partial \Psi}{\partial x} = -v, \quad \frac{\partial \Psi}{\partial y} = u \quad (5)$$

과 vorticity

$$\omega = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} = - \left(\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial y^2} \right) \quad (6)$$

을 이용하여 운동방정식에서 壓力場을 소거하면 vorticity 式

$$\begin{aligned} \frac{\partial \omega}{\partial t} + \frac{\partial u \omega}{\partial x} + \frac{\partial v \omega}{\partial y} \\ = \frac{g}{T_0} \frac{\partial T}{\partial x} + \nu \left(\frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2} \right) \end{aligned} \quad (7)$$

이 유도되며, 에너지식도 收斂性이 좋은 conservative form으로 표시하면

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial u T}{\partial x} + \frac{\partial v T}{\partial y} = \alpha \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) \quad (8)$$

이 되는데 이상 5개의 편미분식을 적당한 경계 조건과 함께 풀면 5개의 변수 T, u, v, ω 및 Ψ 를 구할 수 있다. 본 연구에서는 初期條件과 境界條件을 변화시키며 다섯종류의 數值實驗을 행하였는데 이들의 조건들에 대해서는 數值模寫實驗編에서 상세히 언급하기로 한다.

2.2 溫度的 計算

이상에서 유도한 식들의 수치해를 구하기 위하여 온도를 시간에 따라 Taylor 급수로 展開하면

$$\begin{aligned} T_{i,j}^{n+1} = & T_{i,j}^n + \Delta t \frac{\partial T}{\partial t} \Big|_{i,j}^n + \frac{\Delta t^2}{2} \frac{\partial^2 T}{\partial t^2} \Big|_{i,j}^n \\ & + \text{HOT} \end{aligned} \quad (9)$$

이 되는데 여기서 i 와 j 는 수평 및 수직방향의 위치를 나타내는 添字이고, n 은 시간의 段階를 표시하며 Δt 는 시간의 증분이다. 한편 에너지식 (8)에서 對流項만 우선 고려하면

$$\frac{\partial T}{\partial t} = - \left(\frac{\partial u T}{\partial x} + \frac{\partial v T}{\partial y} \right) \quad (10)$$

이고, 이 式을 다시 미분하면

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 T}{\partial t^2} = & - \frac{\partial}{\partial t} \left(u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} \right) \\ = & - \frac{\partial}{\partial x} \left(u^2 \frac{\partial T}{\partial x} + uv \frac{\partial T}{\partial y} \right) \\ & + \frac{\partial}{\partial y} \left(uv \frac{\partial T}{\partial x} + v^2 \frac{\partial T}{\partial y} \right) \end{aligned} \quad (11)$$

이 되므로 (10) 및 (11)式을 정밀도가 높은 half-

cell⁹⁾로 差分化하여 (9)式에 대입하고 高次項을 무시하면 對流項만 고려한 시간단계 $n+1$ 에서의 온도가 계산된다. 이와 같이 對流項만 고려한 온도값을 \tilde{T}^{n+1} 로 표시하기로 하고 그 수식은 대단히 복잡하므로 여기서는 생략하기로 한다. 다음에 傳導에 의한 영향을 添加하면 시간단계 $n+1$ 에서의 완전한 온도式은 (12)式과 같이 유도된다.

$$T_{i,j}^{n+1} = \tilde{T}_{i,j}^{n+1} + \frac{\alpha \Delta t}{\Delta x^2} \left(T_{i+1,j}^{n+1} - 2\tilde{T}_{i,j}^{n+1} + \tilde{T}_{i-1,j}^{n+1} \right) + \frac{\alpha \Delta t}{\Delta y^2} \left(\tilde{T}_{i,j+1}^{n+1} - 2\tilde{T}_{i,j}^{n+1} + \tilde{T}_{i,j-1}^{n+1} \right) \quad (12)$$

(12)式은 explicit 한 방법으로 계산되지만 \tilde{T}^{n+1} 의 도입으로 안정성은 implicit 한 差分式의 安定性에 준하는 높은 안전성을 갖게 된다.

2.3 流動場의 計算

Vorticity의 계산은 온도계산과 동일한 방법을 취하는데 (7)式에서 對流項만 고려한 vorticity $\tilde{\omega}^{n+1}$ 을 구한 다음 擴散 및 浮力の 影響을 포함시키면 새로운 시간단계에서의 식

$$\omega_{i,j}^{n+1} = \tilde{\omega}_{i,j}^{n+1} + \frac{\nu \Delta t}{\Delta x^2} \left(\tilde{\omega}_{i+1,j}^{n+1} - 2\tilde{\omega}_{i,j}^{n+1} + \tilde{\omega}_{i-1,j}^{n+1} \right) + \frac{\nu \Delta t}{\Delta y^2} \left(\tilde{\omega}_{i,j+1}^{n+1} - 2\tilde{\omega}_{i,j}^{n+1} + \tilde{\omega}_{i,j-1}^{n+1} \right) + \frac{g \Delta t}{2\alpha x T_0} \left(T_{i+1,j}^{n+1} - T_{i-1,j}^{n+1} \right) \quad (13)$$

이 된다. 이 式에서도 $\tilde{\omega}^{n+1}$ 의 도입으로 安定性이 대단히 향상되며, 부력의 影響에 관한 項의 계산에서는 T^{n+1} 을 이용하였으므로 이에 대한 安定度 限界는 고려할 필요가 없다.

Stream function의 계산은 (6)式으로 표시되는 Poisson 式을 풀어야 되는데, 이것은 새로운 시간단계에서의 vorticity를 이용하여 SOR 法⁹⁾으로 계산할 수 있다. (6)式을 SOR 法으로 만들면

$$\Psi_{i,j}^{k+1} = \Psi_{i,j}^k + \frac{F}{2(1+R^2)} \left\{ \Psi_{i+1,j}^k + \Psi_{i-1,j}^{k+1} + R^2 \Psi_{i,j+1}^k + R^2 \Psi_{i,j-1}^{k+1} - 2(1+R^2) \Psi_{i,j}^k + \Delta x^2 \omega_{i,j}^{n+1} \right\} \quad (14)$$

이 되며, 여기서 R 은 x 증분과 y 증분의 比 즉

$\Delta x / \Delta y$ 이고, F 는 relaxation parameter로서 1.0과 2.0 사이의 값이며 F 가 1이면 Richardson¹⁰⁾의 방법이 된다. 본 연구에서는 이 값을 변화시키면서 수렴성을 시험하여 최적의 F 값을 구한 후 이 값으로 수치실험을 행하였다. (14)式을 이용하여 반복법으로 Ψ^{k+1} 을 계산하면서

$$\left| \frac{\Psi_{i,j}^{k+1} - \Psi_{i,j}^k}{\Psi_{i,j}^{k+1}} \right|_{\max} \leq \varepsilon \quad (15)$$

의 조건을 만족시키는 값을 새로운 시간에서의 stream function으로 취하면 되는데 (15)式은 相對誤差로 표시한 收斂基準式이고 본 연구에서는 ε 의 값을 10^{-4} 으로 정하였다.

壁面에서의 vorticity는 (6)式을 유한차분화한 후 벽면에서의 stream function을 0으로 두고 no slip 條件을 적용하면 다음과 같이 계산된다.

$$\omega_{1,j}^{n+1} = \frac{-2(\Psi_{2,j}^{n+1} - \Psi_{1,j}^{n+1})}{\Delta x^2} \quad (16a)$$

$$\omega_{M,j}^{n+1} = \frac{2(\Psi_{M,j}^{n+1} - \Psi_{M-1,j}^{n+1})}{\Delta x^2} \quad (16b)$$

$$\omega_{i,1}^{n+1} = \frac{-2(\Psi_{i,2}^{n+1} - \Psi_{i,1}^{n+1})}{\Delta y^2} \quad (16c)$$

$$\omega_{i,N}^{n+1} = \frac{2(\Psi_{i,N}^{n+1} - \Psi_{i,N-1}^{n+1})}{\Delta y^2} \quad (16d)$$

室內空氣의 流動을 나타내는 速度場은 stream function의 定義式 (5)를 유한차분화하여 (17)式과 같이 구해지며, 벽면에서는 no slip 조건에 의하여 영(0)이 된다.

$$u_{i,j}^{n+1} = \frac{\Psi_{i,j+1}^{n+1} - \Psi_{i,j-1}^{n+1}}{2\Delta y} \quad (17a)$$

$$v_{i,j}^{n+1} = \frac{\Psi_{i-1,j}^{n+1} - \Psi_{i+1,j}^{n+1}}{2\Delta x} \quad (17b)$$

3. 數値模寫實驗

본 연구에서는 初期條件과 境界條件에 따라 5 종류의 수치실험을 행하였는데, 11×11 mesh로 차분화 하였고 室의 폭 B 와 높이 H 는 각각 5 cm로 두었다. Table 1에서 보는 바와 같이

Table 1. Initial Conditions and Boundary Conditions for Cases I through V

Condition \ Case	I	II	III	IV	V
$T(x, y, 0)$	10°C	15	10	15	10
$T(x, 0, t)$	20°C	20	20	20	20
$T(x, H, t)$	10°C	10	10	10	10
$T(0, y, t)$	20-10(y/H)	20-10(y/H)	20-10(y/H)	20-10(y/H)	$\frac{\partial T}{\partial x}=0$
$T(B, y, t)$	20-10(y/H)	20-10(y/H)	20-10(y/H') for $y < H'$ 10 for $y \geq H'$	20-10(y/H') for $y < H'$ 10 for $y \geq H'$	$\frac{\partial T}{\partial x}=0$
u, v, ω at $t=0$	0	0	0	0	0
u, v, ω at the wall	0	0	0	0	0

이들 5 종류의 실험들은 모두가 정지해 있던 상태에서 밀면을 가열해 주는 경우들이고 윗벽은 I, III, V의 경우 처음온도로 유지되며 II와 IV의 경우는 냉각되고 있다. 수직벽면에 대해서는 V의 경우만 단열조건을 사용하고 나머지는傳導에 의한 열전달이 지배적이라고 생각하여 온도분포가 y 에 대하여 직선적이라고 두었으며, III과 IV의 경우에는 y 가 H' 보다 높은 위치에 창문이 존재하고 있어 그 아래까지만 이 관계를 적용시켰다.

수치모사실험에 이용한 공기의 물성데이터는

$$k=5.93 \times 10^{-5} \text{ cal/cm} \cdot \text{sec} \cdot ^\circ\text{C}$$

$$C_p=0.238 \text{ cal/g} \cdot ^\circ\text{C}$$

$$\mu=1.77 \times 10^{-4} \text{ g/cm} \cdot \text{sec}$$

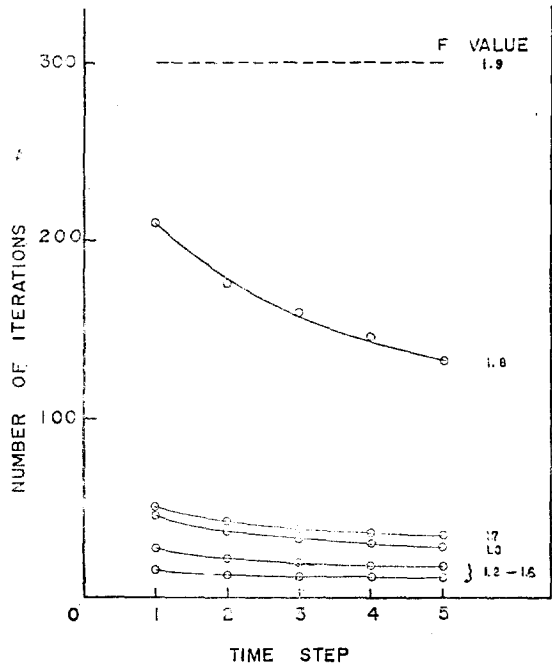
$$\rho=1.25 \times 10^{-3} \text{ g/cm}^3$$

$$\nu=0.142 \text{ cm}^2/\text{sec}$$

$$\text{및 } \alpha=0.20 \text{ cm}^2/\text{sec}$$

이고 따라서 Rayleigh 數 및 Prandtl 數는 각각 1.5×10^5 및 0.71 이 된다.

Fig. 1 은 stream function 의 계산에서 사용되는 SOR parameter F 값의 최적치를 구하는 예비실험결과로서 1.9 인 경우에는 300 번의 반복에서도 수렴한계에 들어가지 못했으며 1.2~1.6 사이에서는 상당히 좋은 수렴성을 보여준다. 실제로 1.6 의 값을 취하여 실험 I 에 대하여 시간단계 200 까지 계산을 행한 결과 순조로운 수렴을 하였으므로 나머지 수치실험에 이 값을 이용하였다. 그림에서 $F=1.0$ 은 Fromm⁴⁾이 사용하였던 Richardson 의 방법으로서 그 수렴성은

Figure 1. The Optimum Value of the SOR Parameter F

상당히 떨어지며 시간이 경과하면 발산하는 경우도 생긴다.

수치실험에서 Δt 의 한계는 Neumann 의 安定度限界⁹⁾로 부터 구할 수 있는바 본 실험에서는 α 가 ν 보다 크므로

$$\frac{\alpha \Delta t}{\min[\Delta x^2, \Delta y^2]} \leq \frac{1}{4} \quad (18a)$$

$$\text{및 } \max\left\{\frac{|u| \Delta t}{\Delta x}, \frac{|v| \Delta t}{\Delta y}\right\} \leq \frac{1}{2} \quad (18b)$$

을 만족하도록 시간의 증분 Δt 의 범위를 조정

하였다. 실제 이들 차분식들이 단순한 explicit 型만은 아니므로 (18)식을 적용하면 안정성은 대단히 양호해진다.

4. 結果 및 檢討

Fig. 2는 실험 I의 경우 시간에 따른 온도의 변화를 等溫線으로 圖示한 것으로서 바닥과 천장은 각각 20°C 및 10°C 의 등온선을 나타내고, 等溫線間의 간격은 1°C 이며 時間의 단위는 秒이다. 그림에서 보는 바와 같이 初期에는 수직 벽면 부근에서의 傳熱 및 流動이 급격하고 좌우 대칭의 온도분포를 나타내고 있는데 이러한 현상은 Fig. 3의 streamline과 等 vorticity line으로 부터 확실히 알 수 있다. 이 그림에서 streamline과 等 vorticity line의 간격은 각각 $1\text{ cm}^2/$

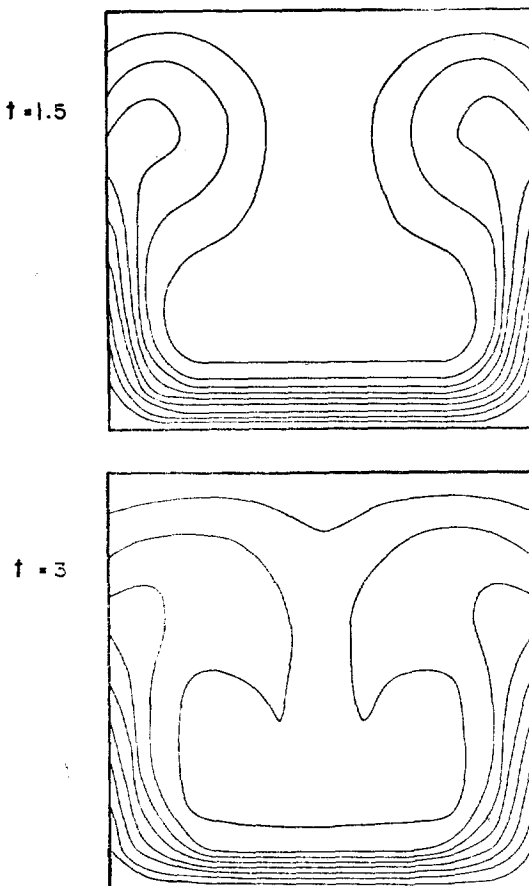


Figure 2. Isotherms of Case I ($\Delta T=1^{\circ}\text{C}$)

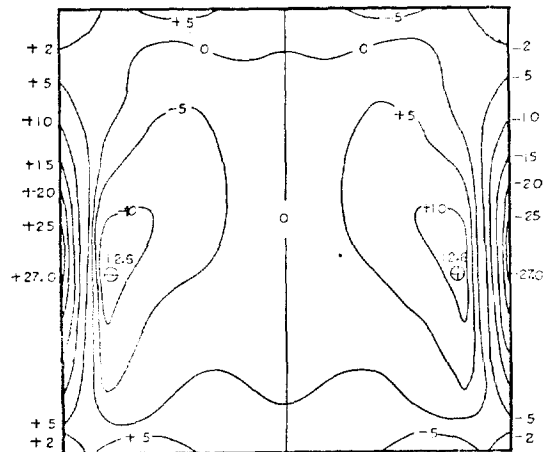
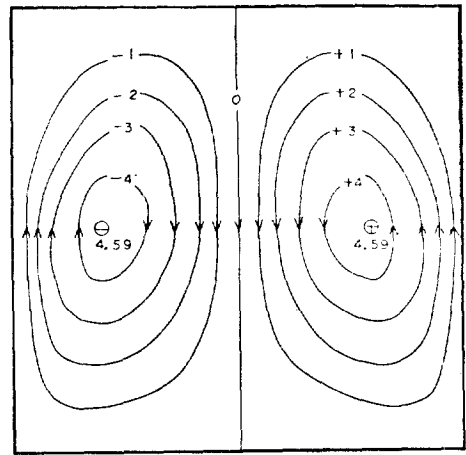


Figure 3. Streamlines and Vorticity Contours of Case I at Time $t=1.5$ sec

sec 및 5 sec^{-1} 로 표시하였는데 streamline은 좌우 대칭성의 cell을 형성하고 있고, 이들의 구배는 수평방향으로 급격하여 유체가 수직방향으로 빠르게 운동하고 있음을 알 수 있다. 벽면부근에서 보는 等 vorticity line의 밀집현상은 傳導에 의한 열전달이 對流熱傳達보다 지배적임을 나타낸다.

Fig. 4는 등온선의 변화과정을 자세히 관찰하기 위하여 12°C 등온선의 3초에서 6초사이의 변화과정을 도시한 것인데 cold pocket의 생성을 관찰할 수 있고, 이 cold pocket은 시간의 경과에 따라 가열되어 점점 소멸되고 있다. 따라서 등온선의 사이에는 또 다른 등온선이 분포되어 있음을 알 수 있고, 이러한 현상학적 관찰은 실험

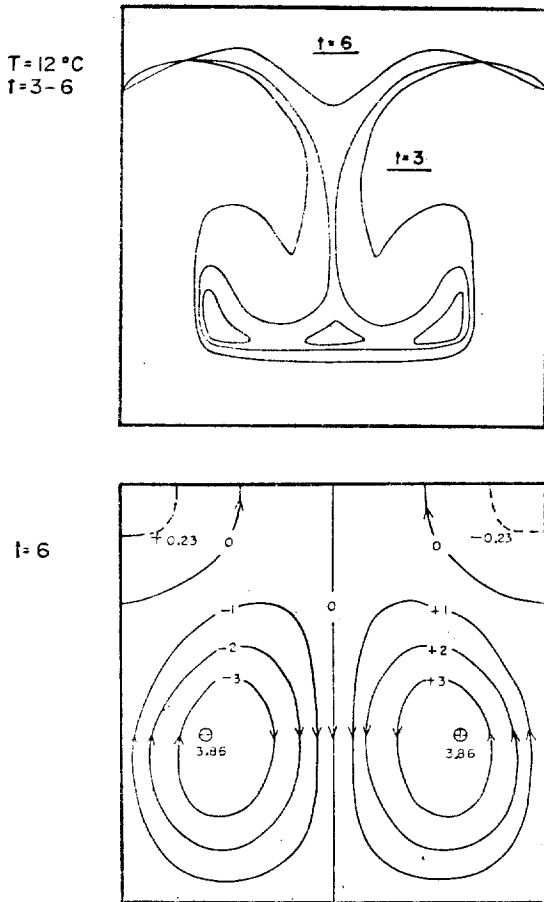


Figure 4. Changes of Isotherms and Streamlines

험실적 실험에서는 불가능한 것으로서 수치실험의 커다란 장점이라고 할 수 있다. 한편 위쪽구석의 등온선은 시간의 경과에 따라 조금씩 아래로 밀리는 것을 볼 수 있는데 이것은 3초때부터 점선으로 표시된것과 같은 음의 방향의 streamline이 생성되어 찬 공기가 순환하기 때문이다. 시간의 경과에 따라 이 음의 streamline은 보다 더 확장되어 Fig. 5에서와 같이 18초때에는 위쪽구석의 등온선이 더욱 아래로 처지고, 이러한 현상으로 부터 음의 streamline은 뚜렷이 확대되어 네개의 中心核을 갖는 多核性運動임을 관찰할 수 있다.

Fig. 6~8은 밑에서 가열되고 위에서 냉각되는 실험 II의 等溫線, streamline 및 等 vorticity

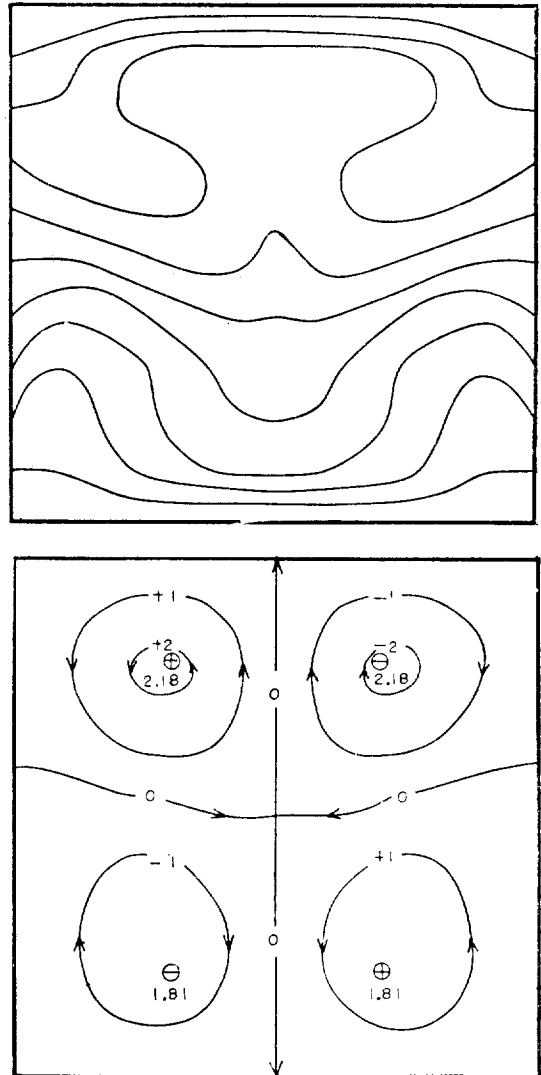


Figure 5. Isotherms and Streamlines of Case I at Time $t=18$ sec

line들로서 初期에는 좌우뿐만 아니라 上下로도 대칭임을 알 수 있는데 이것은 上部의 냉각과 下部의 가열이 대칭적으로 진행되기 때문이다. 그러나 시간이 경과하면 27秒의 경우에는 보는 바와 같이 냉각된 기체가 대칭선 아래로 밀려내려 오고 가열된 기체는 위로 상승하여 대칭상태를 유지하지 못함으로써 상하대칭성은 파괴되고 있다. 실험 II의 경우에는 streamline이 초기부터 4개의 cell을 형성하고 있는데 이것은 실험

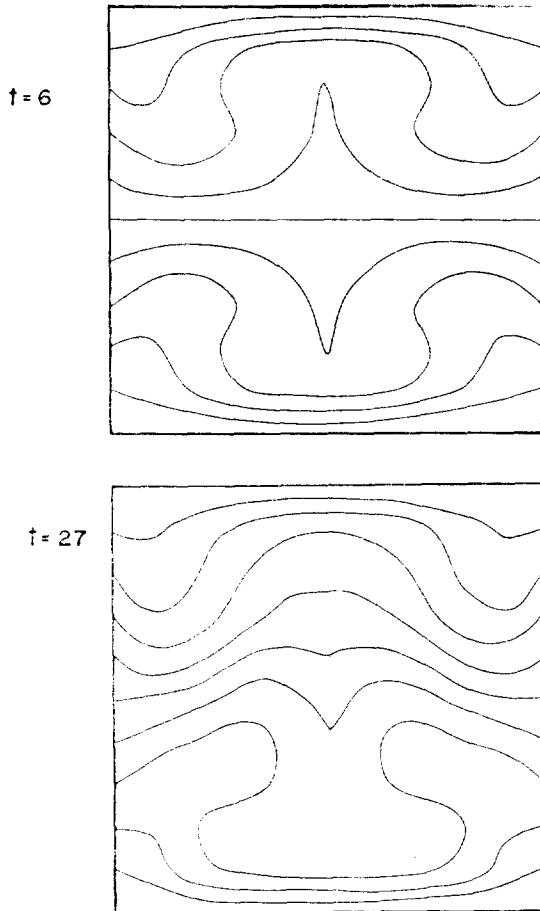


Figure 6. Isotherms of Case II

I에서 시간이 상당히 경과한 경우와 유사하다.

Fig. 9는 오른쪽 벽면의 점선부분에 창문이 존재하는 실험 III의 등온선으로서 처음에는 창이 없는 벽면에서는 실험 I과 동일한 형태로 가열되지만 곧 창문의 영향을 받아 이 현상은 달라진다. 이에 대한 streamline과 등 vorticity line도 Fig. 10과 같이 좌우대칭성이 파괴되고 창문 아래쪽으로 편향됨을 알 수 있다. 시간이 상당히 경과된 실험 III의 streamline은 Fig. 11과 같이 되는데 streamline들이 대등한 두개의 셀에서 음의 셀이 지배하는 單一 cell 유동상태로 변화감을 관찰할 수 있으며 여기에서 多核性運動이 Rayleigh數 뿐만 아니라 실의 구조조건에 따라서도 변함을 알 수 있다.

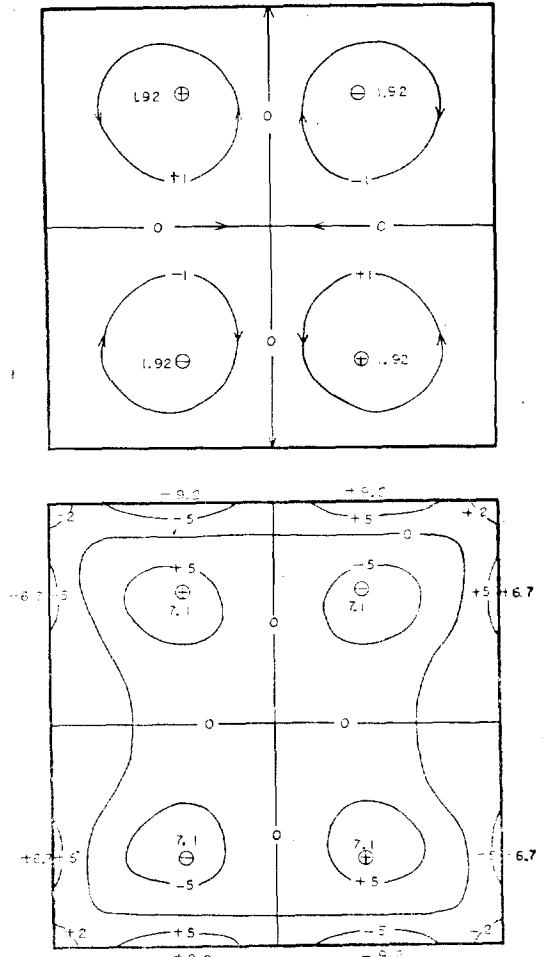
Figure 7. Streamlines and Vorticity Contours of Case II at Time $t=6$ sec

Fig. 12에서 Fig. 14까지는 실험 IV의 경우로서 初期부터 음의 streamline이 크게 지배하며, 실험 III에서 시간이 상당히 경과한 경우의 현상들과 유사하다.

벽면이 단열되어 있다고 생각한 실험 V의 경우는 Fig. 15 및 16과 같은데 이들의 전열 및 유동현상은 실험 I에서 시간이 상당히 진행된 경우와 유사하다.

5. 結 論

본 연구에서는 한국 고유의 난방형태인 온돌에 의한 공기의 전열 및 유동현상을 취급하기 위

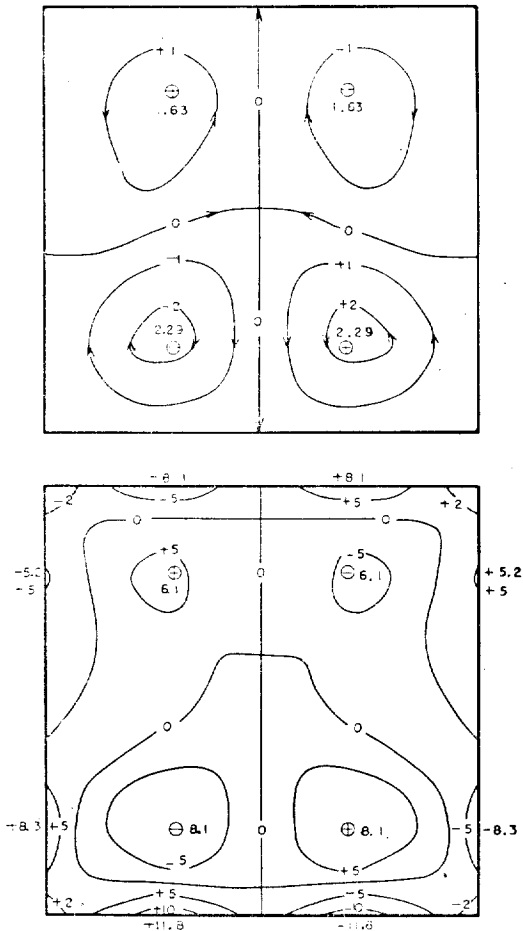


Figure 8. Streamlines and Vorticity Contours of Case II at Time $t=27$ sec

한 시도로서 밑에서부터 가열되는 직사각형 室内의 온도분포 및 유동장을 시간에 따라 계산하였는데 그 의의와 결론은 다음과 같다.

(1) 본 연구에서는 해석적인 해를 구할 수 없거나 구한다 하더라도 지극히 단순화된 일부의 경우에만 국한되어 왔던 非線型 偏微分方程式으로 표시되는 物理現象의 해석을 컴퓨터를 이용한 數值實驗法으로 해결하였으며 이러한 방향의 연구는 국내에서는 초기의 시도로서 의의가 크다고 본다.

(2) 직사각형室의 바닥에서의 가열이나 천장에서의 냉각조건, 벽면의 단열조건 및 창문의 존재여부에 따른 不安定한 對流層의 생성 및 전달

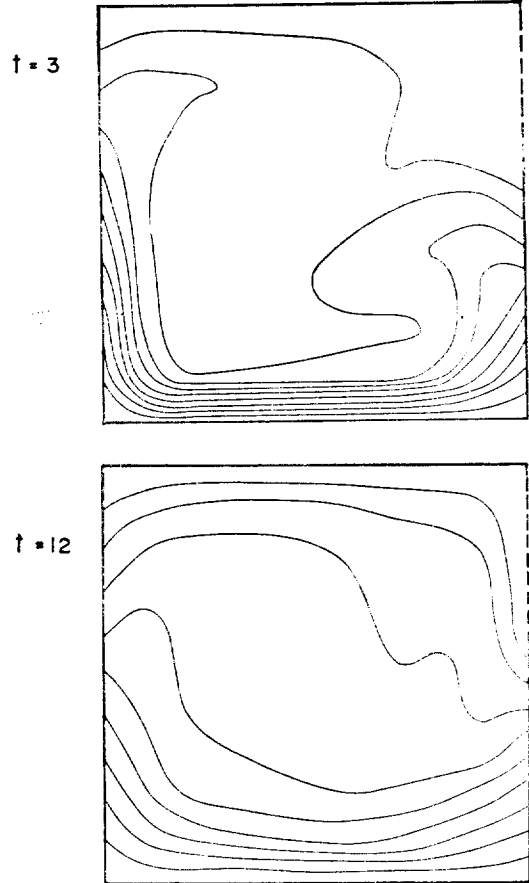
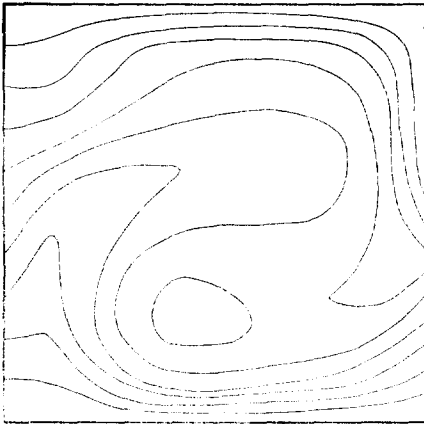


Figure 9. Isotherms of Case III

현상, 고체벽면에서의 傳導지배현상, 多核性 streamline의 형성 및 파괴, 대칭성 유동의 파괴등을 현상학적으로 광범위하게 模寫하여 관찰할 수 있었다. 이러한 현상을 실험실에서 연구할 때에는 속도와 온도를 측정하기 위한 probe의 설치로 인하여 실제현상이 방해되는 단점이 있고, 각지점에서의 유동 및 전열현상을 동시에 그리고 지극히 짧은 시간간격으로 관찰한다는 것은 불가능한 일이다.

(3) 본 연구에서 사용한 유한차분법은 half cell에 의하여 정밀도를 높였고, 대류 및 전도에 의한 열전달과 대류 및 확산에 의한 운동량전달을 나누어 계산함으로써 계산방식은 간단한 explicit型을 취하면서도 三段階 시간에서의 값들을 동시에 이용하여 implicit型에 준하는 총

$t = 3$



$t = 12$

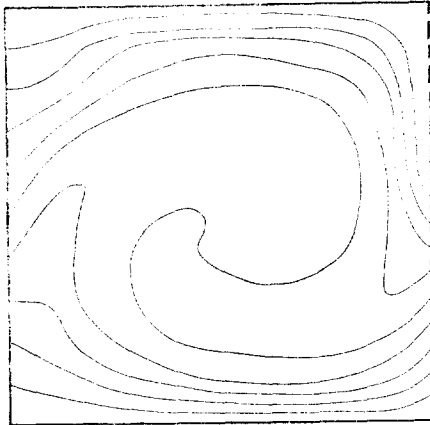


Figure 12. Isotherms of Case IV

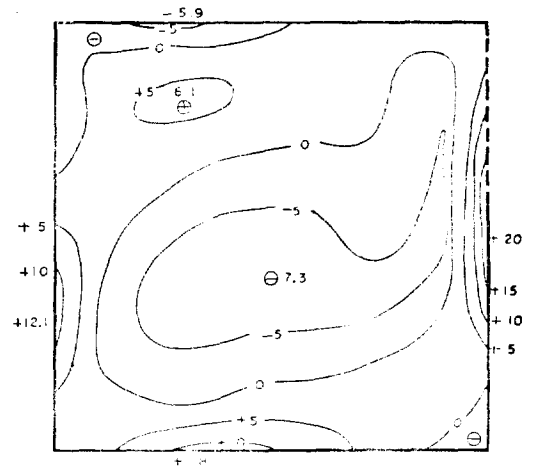
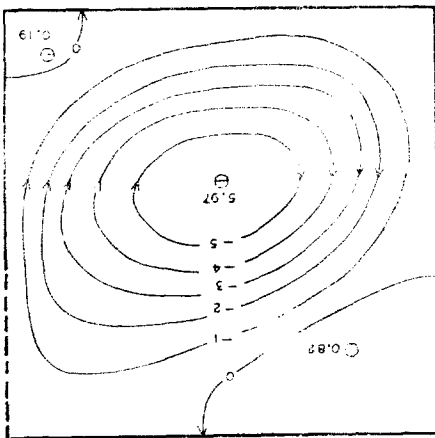


Figure 13. Streamlines and Vorticity Contours of Case IV at Time $t=3$ sec

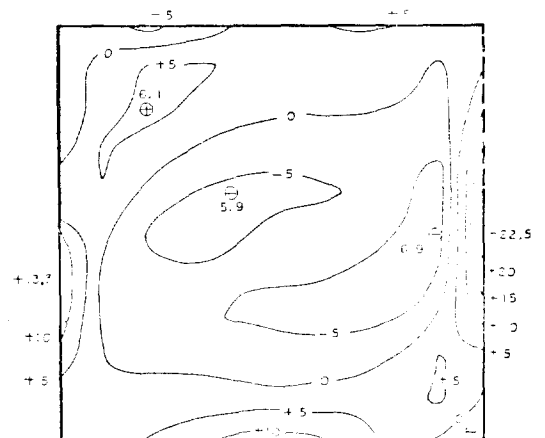
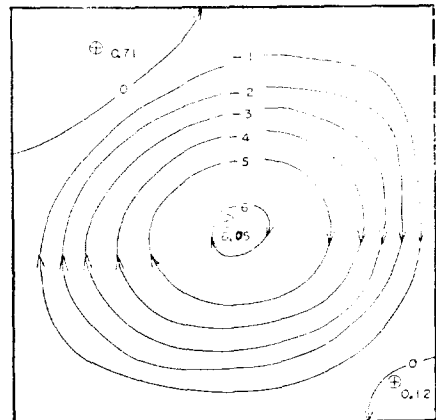


Figure 14. Streamlines and Vorticity Contours of Case IV at Time $t=12$ sec

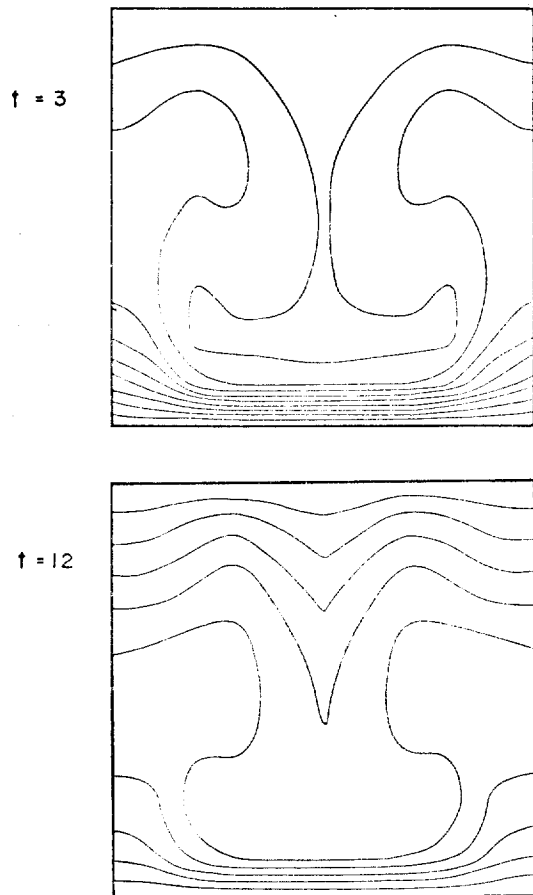
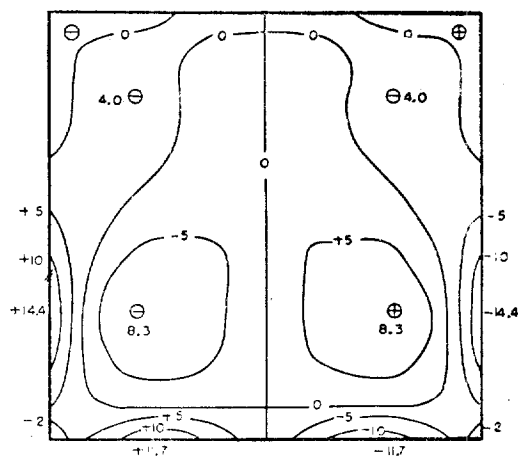
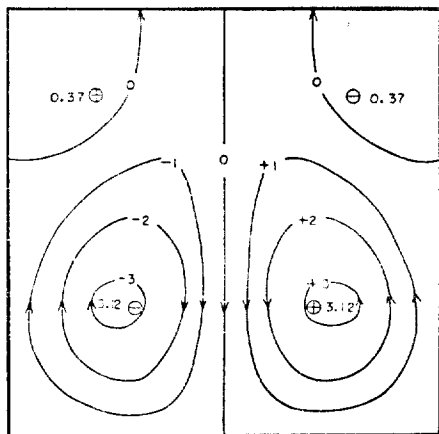


Figure 15. Isotherms of Case V

Figure 16. Streamlines and Vorticity Contours of Case V at Time $t=12$ sec

References

1. S. Chandrasekhar, "Hydrodynamic and Hydromagnetic Stability," Oxford Univ. Press, New York, 1961.
2. J.W. Deardorff, *J. Atmos. Sci.*, **21**(1964), 419.
3. J.E. Fromm, *Phys. Fluids*, **8**(1965), 1757.
4. J.E. Fromm, *IBM J. Res. Develop.*, **15** (1971), 186.
5. G. deV. Davis and R.W. Thomas, *Phys. Fluids*, Suppl. **II**(1969), 198.
6. J.W. Elder, *J. Fluid Mech.*, **23**(1965), 77.
7. A. Rubel and F. Landis, *Phys. Fluids*, Suppl. **II**(1969), 208.
8. J.R. Welty, "Engineering Heat Transfer," Wiley, New York, 1974.
9. R.J. Roache, "Computational Fluid Dynamics," Hermosa, Albuquerque, 1972.
10. L.F. Richardson, *Trans. Royal Soc. London, Ser. A.*, **210**(1910), 307.