

〈報文〉 HWAHAK KONGHAK Vol. 17, No. 2, April 1979, pp. 99-108
(Journal of the Korean Institute of Chemical Engineers)

非뉴턴性 流體의 空洞充填에 關한 數值 模寫 研究

徐 文 漢*·李 基 俊

서울대학교 공과대학 화학공학과
(접수 1979. 2. 28)

A Numerical Study of Unsteady non-Newtonian Fluid Flow into a Rectangular Cavity

Meon Ho Suh* and Ki Jun Lee

Department of Chemical Engineering, College of Engineering
Seoul National University, Seoul 150-02, Korea
(Received February 28, 1979)

要 約

高分子加工等の 工程에서 흔히 볼 수 있는 非뉴턴性 流體의 流動現象을 해석하기 위한 一環으로서 power-law 모델로의 적용이 가능한 rigid PVC 용융체를 대상물질로 하여 직사각형 空洞의 밑바닥에 있는 入口로 부터 注入되는 非뉴턴性 流體의 時間經過에 따른 速度, 壓力, 粘度場의 變化를 MAC 법을 이용한 數值實驗的 方法으로 計算하고, pathline 으로 부터 前進하는 自由表面의 모양을 관찰하였다. 注入되는 流體의 流速을 變化시키며 數值實驗을 行한 결과 高粘性流體의 流動에서는 流速變化에 따른 自由表面의 모양변화는 甚하지 않았으며, 확장되는 入口에서 垂平方向의 壓力分布를 均一하게 假定하던 종래의 研究결과들이 수정되어야 함을 알았다. 이와 아울러 高粘性流體의 數值實驗에서 야기되는 安定性問題의 해결에 DuFort-Frankel의 差分法이 대단히 효과적이며, 表示粒子의 導入이 自由境界面問題의 해결에 매우 유용함을 입증하였다.

* 현주소: 아주공과대학 화학공학과

Abstract

Unsteady free surface flow phenomena of a non-Newtonian fluid in a two-dimensional rectangular cavity are studied by numerically solving equations of continuity and momentum using the power-law fluid model. The marker and cell method and the DuFort-Frankel finite difference approximation are utilized in the present numerical experiment. The initial condition is simply that the cavity is empty. A no slip boundary condition is applied at the walls, while at the free surface zero tangential stress is assumed. Physical properties of rigid PVC melt are used and computations are carried out for two different average inlet velocities. The numerical stability problem associated with high viscosity flows can be overcome by the use of the DuFort-Frankel finite difference method. The calculated results provide not only pressure and viscosity field but also a visual observation of the flow pattern by means of marker particles.

1. 緒 論

高分子加工等の 工程에서 流體力學的 研究의 관심이 증가되고 있는 高分子 용융체의 空洞充填現象에 대한 해석은 이제까지 주로 경험이나 實驗室的 實驗에 의존하여 왔다. 그러나 복잡한 金型속에 압력계나 온도측정장치를 설치하면 실제의 流動現象이 방해를 받게되며, 流體가 充填되는 과정이 數秒의 지극히 짧은 시간동안에 완결되므로 充填過程에서의 온도나 압력측정이 대단히 어려운 일이다.

이러한 실험실적 실험의 어려움으로 인하여 최근에는 이 문제를 移動現象論으로 數式化하여 그 결과로 유도되는 聯立偏微分方程式을 有限差分화한후 컴퓨터를 이용한 數值解를 구하고자 하는 研究가 시도되었는데, 非뉴턴性 流體의 空洞充填에 관한 數值解析의 研究로는 직사각형 슬릿에서의 일차원적 유동을 취급한 Harry와 Parrott¹⁾의 研究, 원판(disk)형 空洞에서 半徑方向으로의 일차원유동을 고려한 Berger와 Gogos²⁾의 研究등을 효시로 많은 연구들^{3) 4) 5) 6)}이 이루

어졌고 뉴턴性 流體의 空洞充填에 대해서는 Smith⁷⁾의 研究가 대표적이다. 그러나 고분자용 용체의 空洞充填現象은 非定常狀態의 三次元流動이고, 粘度등의 物性들이 복잡하게 변화하는 非뉴턴性 流體이며, 전진하는 표면에서 自由境界面條件(free surface boundary condition)을 만족시켜야 하는등 많은 어려움을 내포하고 있어서 실제로 이상에서 인용된 많은 문헌들은 지극히 단순화된 해석에 국한되어 있다.

본 연구에서는 自由境界面을 갖는 非뉴턴性 流體의 空洞充填現象을 보다 포괄적으로 이해하기 위하여 重力場內에서 二次元의 직사각형 空洞에 充填되는 rigid PVC 용융체를 power-law 모델로 설정하고, 基本方程式들을 DuFort-Frankel 법⁸⁾으로 有限差分화한후, 표시입자의 도입으로 전진하는 유체의 自由表面의 궤적을 구해나가는 MAC (Marker and cell)법⁹⁾을 이용하여 數值模寫實驗을 행하였다.

2. 數學的 모델과 基本方程式

본 연구에서는 Fig. 1에서 보는 바와 같이 작은 도관을 통하여 비어있던 직사각형 空洞에 비압축성의 power-law 유체가 \bar{v} 라는 평균속도로 주입되는 경우 시간에 따른 유체의 流動現象을 模寫하였다. 이러한 非定常狀態 creeping flow의 基本方程式은 連續方程式

$$\frac{\partial v_i}{\partial x_i} = 0 \quad (1)$$

와 運動方程式

$$\rho \frac{\partial v_i}{\partial t} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} - \frac{\partial \tau_{ji}}{\partial x_j} + \rho g_i \quad (2)$$

으로 주어지며, Ostwald-de Waele의 power-law

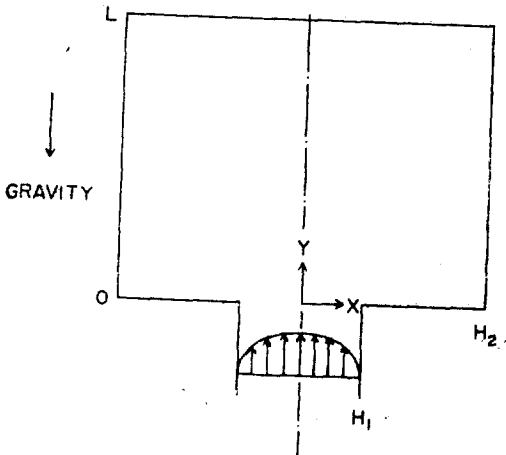


Fig. 1. non-Newtonian Fluid Flow into a Rectangular Cavity

모델을 이용하면 stress tensor τ_{ij} 와 $e_{ij} = (\partial v_i / \partial x_j) + (\partial v_j / \partial x_i)$ 로 정의되는 rate of deformation tensor e_{ij} 는 다음과과 같은 관계를 갖는다.

$$\begin{aligned} \tau_{ij} &= -\eta e_{ij} \\ &= -\left\{ m \left| \sqrt{\frac{1}{2} e_{kl} e_{lk}} \right|^{n-1} \right\} e_{ij} \end{aligned} \quad (3)$$

여기서 η, m 및 n 은 각각 非뉴턴성 流體의 粘度, flow consistency index 및 flow behavior index이다.

본 數值實驗에 사용한 유체는 高粘性物質이므로 表面張力의 영향은 고려하지 않았으며, 空洞의 밑바닥에 연결된 도관에서는 완전발달된 유동이라고 가정하여 수평방향의 속도성분은 0이고, 수직방향의 속도성분은

$$v = \left(\frac{2n+1}{n+1} \right) \left(1 - \left(\frac{x}{H_1} \right)^{\frac{n+1}{n}} \right) \bar{v} \quad (4)$$

으로 두었다. 고체벽면에서는 no slip 조건에 의하여 모든 속도성분이 0이고, 전진하는 유체의 표면에서는 剪斷應力(shear stress)이 무시된다는 自由境界面條件을 적용하였으며, 數值模寫의 편의상 빈 공간에서의 압력은 게이지壓 0으로 두었다.

3. 基本方程式의 有限差分化

컴퓨터를 이용하여 偏微分方程式의 數值解를 구하는 경우 stream function과 vorticity를 이용하면 stream function이 連續方程式을 자동으로 만족시키므로 매우 효과적이다. 그러나 본 문제에서는 自由表面의 위치를 시간에 따라 계속 추적하면서 自由境界面條件을 적용시켜야 하는 어려움으로 인하여 속도성분과 압력등의 primitive variables을 그냥 사용하는 것이 오히려 바람직하다.

수평 및 수직방향의 속도성분들을 각각 u, v 로 두면 基本方程式 (1)과 (2)를 二次元 直交座標系로 표시할 수 있으며 이들 식을 미분하여 정리하면 壓力場을 계산할 수 있는 식이 유도된다 이때 非뉴턴성 流體의 粘度式은 속도성분들의 一次微分式的 함수이므로 η 의 미분식들은 속도성분의 高次微分式的 함수가 된다. 본 연구에서는 運動方程式과 壓力方程式의 유도에서 η 의 미분식들은 무시하였다. 따라서 결과적으로 유도

되는 連續方程式, 運動方程式 및 壓力方程式은 다음과 같다.

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0, \quad (5)$$

$$\rho \frac{\partial u}{\partial t} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \eta \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right), \quad (6)$$

$$\rho \frac{\partial v}{\partial t} = -\frac{\partial p}{\partial y} + \eta \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) - \rho g, \quad (7)$$

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} = 0 \quad (8)$$

한편 非뉴턴性 流體의 粘度式을 二次元 直交座標系로 표시하면 power-law 모델의 정의로부터

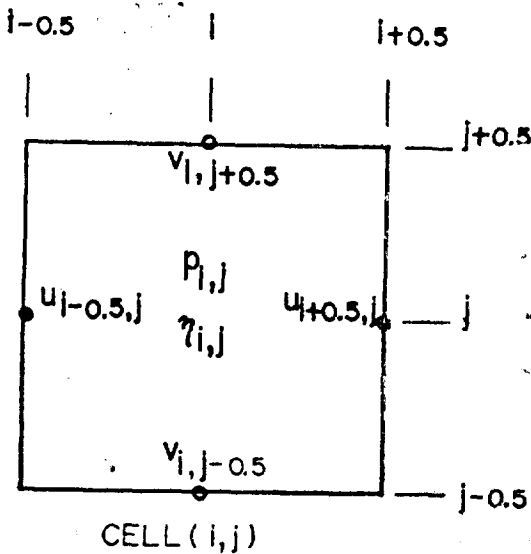


Fig. 2. System of Grid Points

$$u_{i+0.5,j}^{n+1} = \frac{1}{[(\rho/2\Delta t) + 0.5(\eta_{i,j} + \eta_{i+1,j})(1/\Delta x^2 + 1/\Delta y^2)]} \times [\{ (\rho/2\Delta t) - 0.5(\eta_{i,j} + \eta_{i+1,j})(1/\Delta x^2 + 1/\Delta y^2) \} u_{i+0.5,j}^{n-1} + (p_{i,j} - p_{i+1,j})/\Delta x + 0.5(\eta_{i,j} + \eta_{i+1,j}) \{ (u_{i+1.5,j} + u_{i-0.5,j})/\Delta x^2 + (u_{i+0.5,j+1} + u_{i+0.5,j-1})/\Delta y^2 \}], \quad (11)$$

$$v_{i,j+0.5}^{n+1} = \frac{1}{[(\rho/2\Delta t) + 0.5(\eta_{i,j} + \eta_{i,j+1})(1/\Delta x^2 + 1/\Delta y^2)]} \times [\{ (\rho/2\Delta t) - 0.5(\eta_{i,j} + \eta_{i,j+1})(1/\Delta x^2 + 1/\Delta y^2) \} v_{i,j+0.5}^{n-1} + (p_{i,j} - p_{i,j+1})/\Delta y - \rho g + 0.5(\eta_{i,j} + \eta_{i,j+1}) \{ (v_{i+1,j+0.5} + v_{i-1,j+0.5})/\Delta x^2 + (v_{i,j+1.5} + v_{i,j-0.5})/\Delta y^2 \}], \quad (12)$$

$$\eta = m \left[2 \left\{ \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 \right\} + \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 \right]^{\frac{(n-1)}{2}} \quad (9)$$

이 된다.

이상에서 유도한 偏微分方程式들을 풀기 위하여 Fig. 2와 같이 有限個의 셀(cell)들로 구성되는 그리드(grid)시스템을 설정하였는데 이는 표시입자(marker particle)들을 도입하여 전진하는 流體表面의 시간에 따른 위치를 추적하는데 편리한 MAC법⁹⁾을 적용하기 위함이다. 그림에서 보는 바와 같이 속도성분들은 셀의 경계면에서 정의되고, 粘度와 압력은 셀의 중심에서 정의된다.

일반적으로 微分方程式의 有限差分化에는 implicit 법이 경제적이나 自由表面의 境界條件 적용에 따르는 어려움으로 인하여 본 연구에서는 implicit 법의 적용이 대단히 복잡하므로 explicit 법을 이용하기로 한다. 그러나 일반적인 two-time level의 explicit 법을 사용하는 경우 Neumann의 安定度限界¹⁰⁾는

$$\frac{\eta \Delta t / \rho}{\min[\Delta x^2, \Delta y^2]} < \frac{1}{4} \quad (10)$$

이므로 본 문제와 같은 高粘性流動에서는 數値模寫의 時間増分 Δt 가 심한 제한을 받게된다. 따라서 본 연구에서는 安定性을 向上시킨 multi-time level의 explicit 법인 DuFort-Frankel의 中心差分(CTCS)법을 이용하여 有限差分化하기로 한다.

運動方程式 (6)과 (7)을 DuFort-Frankel 법으로 差分化시키면 수평 및 수직방향의 속도성분들은 각각

이 되는데 여기서 上添字는 時間段階를 표시하며 上添字가 없는 것은 時間段階 n 즉 $t=n\Delta t$ 에서의 값을 의미한다. 시간단계 $n-1$ 과 n 에서의 변수값들을 알고 있으면 式(11)과 (12)를 이용하여 시간단계 $n+1$ 에서의 속도장을 구할 수 있으므로 시간경과에 따른 流動場들을 축차적으로 계산해 나갈 수 있다.

한편 점도함수는 (9)식의 有限差分式

$$\eta_{i,j} = m[2\{(u_{i+0.5,j} - u_{i-0.5,j})^2/\Delta x^2 + (v_{i,j+0.5} - v_{i,j-0.5})^2/\Delta y^2\} + \{0.25(v_{i+1,j+0.5} + v_{i+1,j-0.5} - v_{i-1,j+0.5} - v_{i-1,j-0.5})/\Delta x + 0.25(u_{i+0.5,j+1} + u_{i+0.5,j-1} - u_{i-0.5,j+1} - u_{i-0.5,j-1})/\Delta y\}^2]^{(n-1)/2} \quad (13)$$

에서 계산하며, 壓力場은 式(8)에 SOR (succe-

ssive over relaxation)법⁹⁾을 적용하여 구할 수 있다. 式(8)에 SOR 법을 적용하면

$$p_{i,j}^{k+1} = p_{i,j}^k + \frac{F}{2(1+R^2)} [p_{i+1,j}^k + p_{i-1,j}^{k+1} + R^2 p_{i,j+1}^k + R^2 p_{i,j-1}^{k+1} - 2(1+R^2)p_{i,j}^k] \quad (14)$$

이 되며, 여기서 R 은 x 증분과 y 증분의 비 즉 $\Delta x/\Delta y$ 이고, F 는 relaxation parameter로서 1.0과 2.0사이의 값이며 F 가 1이면 Richardson¹⁰⁾의 방법이 된다. 본 연구에서는 이 값을 변화시키면서 收斂性을 시험하여 最適의 F 값을 구한후 이 값으로 數值實驗을 행하였는데 $F=1.6$ 에서 최적이었다. 式(14)를 이용하여 반복법으로 p^{k+1} 을 계산하면서

Table 1. Computation of Velocity Field in Surface Cells

Condition Cell	I	II	III	VI	V	VI	VII	VIII
$i, j+1$	—	—	—	+	—	+	+	+
$i+1, j$	—	—	+	—	+	—	+	+
$i, j-1$	—	+	—	—	+	+	—	+
$i-1, j$	+	+	+	+	+	+	+	+

+ : Full or Surface Cell

— : Empty Cell

Conditions

$$\text{I, III} : v_{i,j+0.5}^{n+1} = v_{i-1,j+0.5}^{n+1}, \quad v_{i,j-0.5}^{n+1} = v_{i-1,j-0.5}^{n+1}$$

$u_{i+0.5,j}^{n+1}$ is computed from continuity equation

$$\text{II} : v_{i,j+0.5}^{n+1} = v_{i,j-0.5}^{n+1}$$

$u_{i+0.5,j}^{n+1}$ is computed from continuity equation

$$\text{IV} : v_{i,j-0.5}^{n+1} = v_{i,j+0.5}^{n+1}$$

$u_{i+0.5,j}^{n+1}$ is computed from continuity equation

$$\text{V} : u_{i+0.5,j}^{n+1} \text{ is computed from F.D.E.}$$

$v_{i,j+0.5}^{n+1}$ is computed from continuity equation

$$\text{VI} : v_{i,j+0.5}^{n+1} \text{ is computed from F.D.E.}$$

$u_{i+0.5,j}^{n+1}$ is computed from continuity equation

$$\text{VII} : v_{i,j+0.5}^{n+1} \text{ is computed from F.D.E.}$$

$$v_{i,j-0.5}^{n+1} = v_{i,j+0.5}^{n+1}$$

$u_{i+0.5,j}^{n+1}$ is computed from continuity equation

$$\text{VIII} : u_{i+0.5,j}^{n+1} \text{ and } v_{i,j+0.5}^{n+1} \text{ are computed from F.D.E.}$$

$$\left| \frac{p_{i,j}^{k+1} - p_{i,j}^k}{p_{i,j}^{k+1}} \right|_{\max} \leq \varepsilon \quad (15)$$

의 조건을 만족시키는 경우를 새로운 시간에서의 압력장으로 취하면 되는데 식(15)은 相對誤差로 표시한 收斂基準式이고 본 연구에서는 ε 의 값을 10^{-4} 으로 정하였다.

유체로 완전히 채워져있는 셀, 소위 full cell에서의 變數들은 이상에서와 같이 계산되나 표면셀(surface cell)에서는 自由境界面條件을 만족시켜야 하므로 우선 이 표면셀들의 위치를 알아야 한다. 따라서 유체의 진행을 따라 운동하지만 流動場에는 전혀 영향을 주지않는 무게가 없는 소위 표시입자들을 도입하고, 이 표시입자들이 진행하는 궤적으로부터 표면셀의 위치를 결정하기로 한다.

처음에 입구에 注入된 표시입자들이 시간단계 n 에서 자리하고 있는 위치를 알고 있으면 Fig. 3과 같이 주위의 속도성분들을 평균하여 粒子의 속도성분을 계산할 수 있고, 시간단계 $n+1$ 에서 표시입자들의 位置도 구해진다. Fig. 3은 셀의 下半部에 粒子가 존재하는 경우 x 방향의 속도 및 위치계산법을 예시한 것이다. 이와같이 표시입자의 위치가 결정되면 표면셀의 위치도 결정되는데, 표면셀에서의 速度場 計算法은 주위에 존재하는 셀의 종류에 따라 다시 구분된다

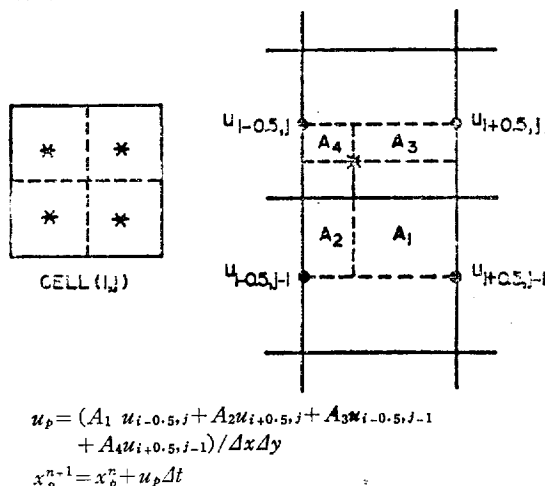


Fig. 3. Locations of a Marker Particle Within a Cell and Computation of Particle Velocity

이들의 계산은 自由境界面條件과 連續方程式 및 差分式들을 이용하는데 구체적인 계산법은 Table 1과 같다.

4. 數值實驗結果 및 檢討

본 연구에서 사용한 rigid PVC 용융체의 물성^{11,12)}은

$$\text{밀도 } \rho = 1.3 \text{ g/cm}^3,$$

$$\text{flow behavior index } n = 0.5,$$

$$\text{flow consistency index } m = 4.0 \times 10^5$$

$$\text{poise}(\text{sec})^{-0.5}$$

이며, 空洞의 치수는 $H_1 = 3 \text{ cm}$, $H_2 = 5 \text{ cm}$, $L = 5 \text{ cm}$ 로 설정하였다. 유체의 空洞充塡에서 유체가 일단 벽면에 도달하면 그때부터 차올라가는 현상은 쉽게 해석되므로 본 연구에서는 벽면에 도달할때 까지를 연구대상으로 하였으며, 注入되는 유체의 평균속도는 Case I에서는 10 cm/sec 이고, Case II에서는 1 cm/sec 이다.

한편 DuFort-Frankel의 CTCS 법은 항상 安定한 explicit 법이므로 본 연구에서는 표시입자가 三段階의 時間이내에 셀을 건너뛰는 경우만 방지하기 위하여

$$\Delta t < \frac{\min[\Delta x, \Delta y]}{3 \max[u, v]} \quad (16)$$

가 되도록 시간증분 Δt 를 조절하였다.

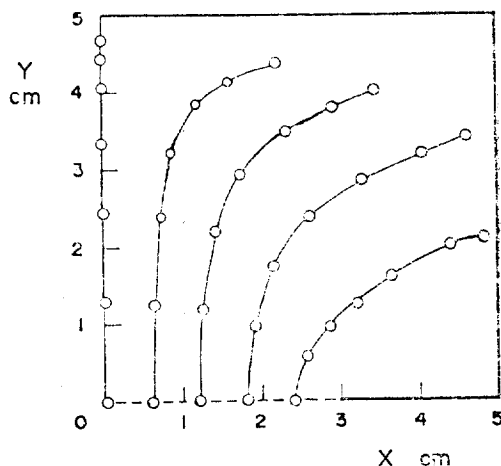


Fig. 4. Pathlines and Marker Particle Locations for Case 1 ($\Delta t = 0.1 \text{ sec}$)

Table 2. Pressure and Viscosity Distribution for Case II at $t=3.0$ sec.

*** PRESSURE FIELD(dyne/cm²) ***

0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.758E+05	0.566E+05	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.171E+06	0.151E+06	0.111E+06	0.691E+05	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.286E+06	0.265E+06	0.223E+06	0.166E+06	0.886E+05	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.423E+06	0.399E+06	0.351E+06	0.282E+06	0.189E+06	0.834E+05	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.584E+06	0.555E+06	0.502E+06	0.421E+06	0.301E+06	0.145E+06	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.773E+06	0.737E+06	0.681E+06	0.598E+06	0.451E+06	0.195E+06	0.182	0.0	0.0	0.0	0.0
0.998E+06	0.939E+06	0.889E+06	0.838E+06	0.710E+06	0.195E+06	0.182	0.0	0.0	0.0	0.0

*** $y=L$ $y=0$ VISCOSITY FIELD (poise) ***

0.431E+06	0.582E+06	0.433E+05	0.509E+05	0.533E+05	0.343E+06	0.343E+06	0.343E+06	0.343E+06	0.343E+06	$y=L$
0.431E+06	0.582E+06	0.433E+05	0.509E+05	0.533E+05	0.343E+05	0.343E+06	0.343E+06	0.343E+06	0.343E+06	
0.431E+06	0.582E+06	0.433E+05	0.509E+05	0.533E+05	0.343E+05	0.343E+06	0.343E+06	0.343E+06	0.343E+06	
0.431E+06	0.582E+05	0.433E+05	0.509E+05	0.583E+05	0.343E+06	0.343E+06	0.343E+06	0.343E+06	0.343E+06	
0.431E+05	0.582E+05	0.433E+05	0.509E+05	0.583E+05	0.343E+06	0.343E+06	0.343E+06	0.343E+06	0.343E+06	
0.836E+06	0.758E+06	0.433E+05	0.509E+05	0.583E+05	0.343E+06	0.343E+06	0.343E+06	0.343E+06	0.343E+06	
0.252E+07	0.150E+07	0.709E+05	0.527E+05	0.583E+05	0.343E+06	0.343E+06	0.343E+06	0.343E+06	0.343E+06	
0.202E+07	0.561E+06	0.637E+06	0.472E+06	0.440E+06	0.343E+06	0.343E+06	0.343E+06	0.343E+06	0.343E+06	
0.118E+07	0.138E+07	0.712E+06	0.610E+06	0.531E+06	0.350E+06	0.360E+06	0.360E+06	0.360E+06	0.360E+06	
0.101E+07	0.143E+07	0.142E+07	0.775E+06	0.678E+06	0.458E+06	0.458E+06	0.458E+06	0.458E+06	0.458E+06	$y=0$
0.282E+07	0.129E+07	0.810E+06	0.586E+06	0.453E+06	0.386E+06					H_1
										H

Fig. 4는 직사각형空洞의 밑바닥에서 10 cm/sec의 평균유속으로 유체가注入되는 Case I에 대하여 표시입자의 시간경과에 따른 위치를 0.1 초 간격으로 도시한 것이며, 各粒子的 위치를 연결한 곡선은 pathline이 된다. 그림에서 볼 수 있는 바와 같이 初期에는 入口의流速分布인 포물선의 속도분포를 그대로 유지하여 표시입자들이 포물선형으로 분포되어 있으나 시간이 진행되면서 점점 y 방향의 속도가 줄어들고, x 방향으로 퍼지는 것을 알 수 있는데 이것은 重力과 粘性力에 기인한 것으로 생각된다.

本數值實驗에서의 유동은 粘度가 normal shear rate에서 4.0×10^5 poise 정도인 高粘性流體의流動이므로 FTCS式 有限差分法을 행하면 Neumann의 安定度限界式 (10)에 의하여 Δt 의限界가 2×10^{-7} 秒 정도로 대단히 작아질 것이다. 그러나 본 연구에서는 Δt 가 10^{-2} 秒 정도가 되는 安定度限界式 (16)으로 數值實驗을 행하여서 좋은 安定性을 유지하였으므로 DuFort-Frankel 법을 이용한 差分法이 高粘性流體의數值實驗에서 일어나는 安定性問題의 극복에 유용함을 알 수 있었다.

Fig. 5는 표시입자들의 위치로부터 구한 전진하는自由表面의 모양을時間經過에 따라 도

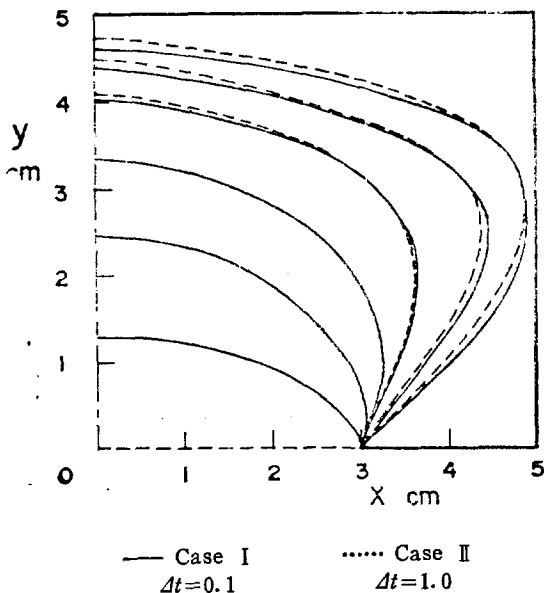


Fig. 5. Numerical Surface Profiles

시한 것인데 실선은 평균유속이 10 cm/sec인 Case I에 대한 것이고, 점선은 1 cm/sec인 Case II에 대한 것으로서 각각 0.1 초 및 1 초 간격으로 도시하였다. 그림에서 관찰되는 바와 같이 레이놀즈數가 대단히 작은 creeping flow의 범위에서 속도변화에 의한空洞充填現象의 변화는 별로 크게 나타나지 않았다. 본 수치실험에서는 운동방정식에서 유동장을 계산하면서 연속방정식의 만족여부를 시험해 보았는데 표면에서는 정확히 만족하였으나 流體로 완전히 채워져 있는 full cell에서는 近似的으로 만족하였다.

유체의 空洞充填時 壓力場을 이용한 流動現象의 해석을 위하여 Table 2에 $t=3.0$ 초 때 Case II의 壓力場을 표시하였다. 壓力의 분포는 入口에서 위쪽으로 그리고 中心軸에서 벽쪽으로 갈수록 감소하며, 中心軸 부근에서 수평방향의 壓力구배는 비교적 작아 自由表面의 모양이 평평함을 알 수 있다. 확장되는 入口에서 수평방향의 壓力分佈는 매시간단계마다 운동방정식과 속도장의 경계조건으로부터 계산하였는데 그 결과 표에서 보는 바와 같이 상당한 구배가 존재하였다. 따라서 확장되는 入口에서의 壓力分佈를 균일하게 가정하였던 이제까지의 연구들은 수정되어야 하리라고 생각된다.

Table 2에는 점도장도 수록되어 있는데 표면셀과 비어있는 셀에서의 粘度는 Ostwald-de Waele 모델에 따라 계산하면 정의가 되지 않으므로 인접한 셀의 점도값과 동일하다고 하여 수치실험을 행하였는데 표면셀의 유동장 계산은 Table 1에서와 같이 自由境界面條件과 연속방정식을 이용하여 행하였으므로 이들 셀에서의 점도값이 문제되지 않는다고 하였다.

5. 結 論

MAC 법과 DuFort-Frankel의 差分法을 이용하여 직사각형 空洞에 充填되는 非뉴턴性流體의 非定常狀態 自由境界面問題에 관한 非線型 聯立偏微分方程式의 해를 數值實驗으로 구하였는데 그 의미와 결론은 다음과 같다.

(1) 高粘性流體의 數值模寫에서 야기되는 安定性問題의 해결에 DuFort-Frankel의 差分法이

대단히 효과적임을 입증하였다.

(2) 확장되는 入口에서 수평방향의 壓力分布를 매시간단계마다 계산한 결과 상당한 구배가 존재하였다. 따라서 확장되는 入口에서의 압력 분포를 균일하게 가정하였던 연구들은 수정되어야 하리라고 본다.

(3) 본 실험에서와 같이 高粘性 流體의 流動에서는 流速變化에 따른 전진하는 自由表面의 모양변화는 별로 나타나지 않았다.

(4) 본 연구에서는 power-law 모델을 이용하여 非뉴턴性 流體의 유동현상을 성공적으로 묘사하였으며, 앞으로 Bingham 이나 Ellis 모델에의 적용도 가능하리라고 본다.

(5) 앞으로 사출성형등과 관련하여 에너지식을 포함시키거나 본 연구에서 무시하였던 점도식의 미분項을 고려한 수치실험, 삼차원의 기하학적 구조를 가진 空洞에 대한 해석등이 진행되어야 하겠으며 본 연구의 결과를 기초로 이상의 연구들이 가능할 것으로 기대된다.

後 記

本研究는 峨山財團研究費의 支援으로 수행되었음을 알리며, 本研究를 위하여 물심양면으로 協助하여주신 上記 財團과 亞洲工大당국을 비롯한 관계 여러분께 감사합니다.

參 考 文 獻

1. D.H. Harry and R.G. Parrott, *Polymer Eng. Sci.*, **10** (1970) 209.
2. J.L. Berger and C.G. Gogos, *ibid.*, **13** (1973) 102.
3. M.R. Kamal and S. Kenig, *ibid.*, **12** (1972) 294.
4. J.L. White, *ibid.*, **15** (1975) 44.
5. Y.Kuo and M.R. Kamal, *AIChE. J.*, **22** (1976) 661.
6. A.L. Halmos, D.V. Boger and A. Cabelli, *ibid.*, **21** (1975) 540.
7. T. Smith, Ph.D. Dissertation, Univ. Michigan, Ann Arbor, 1970.
8. P.J. Roache, "Computational Fluid Dynamics," Hermosa, Albuquerque, 1972.
9. F.H. Harlow and J.E. Welch, *Phys. Fluids*, **8** (1965) 2182.
10. L.F. Richardson, *Trans. Royal. Soc. London, Ser. A.*, **2101** (1910) 307.
11. J. Brandrup and E.H. Immergut, "Polymer Handbook," Wiley, New York, 1971.
12. R.G.C. Arridge, "Mechanics of Polymers," Clarendon Press, Oxford, 1975.

