

## 非壓縮性 粘性流의 칼렌더 工程에 對한 流變學的 解析(I)

李 載 旭\* · 李 基 俊

서울대학교 공과대학 화학공학과

(접수 1980. 5. 10)

## Hydrodynamic Analysis of Viscous Incompressible Fluid Flow in Calendering Processes (I)

Jae Wook Lee\* and Ki Jun Lee

Department of Chemical Engineering, College of Engineering,  
Seoul National University, Seoul 150, Korea

(Received May 10, 1980)

### 要 約

高分子加工等の 工程에서 흔히 볼 수 있는 비뉴턴성 流體의 流動現象을 해석하기 위한 연구의 一環으로서 power-law 모델로의 적용이 가능한 경질 PVC용융체를 대상물질로 하여 半徑 및 回轉速度가 서로 다른 非對稱型 칼렌더에서의 비뉴턴성 流體의 速度, 壓力, 剪斷應力場의 變化를, 精確한 境界조건을 설정할 수 있는 Bipolar cylindrical 좌표계를 도입하고 lubrication approximation을 적용하여 이론적으로 관찰하였다. 半徑比 및 回轉速度比에 따라 速度場과 壓力場은 현저하게 變化를 나타냈으며 回轉速度比가 半徑比보다 流體의 流動現象에 더욱 중요한 영향을 미치는 인자임을 알았다. 이와 아울러 필름의 生成두께와 半徑比, 回轉速度比에 따른 潤滑인자, 즉 潤滑, 소요應力 등의 變化를 조사함으로써 칼렌더의 설계 및 최적 운전조건에 관한 자료를 제시할 수 있었다.

### ABSTRACT

Non-Newtonian fluid flow between a pair of rotating cylinders with non-equal size rolls and/or non-equal speed of the rolls is studied theoretically for the power-law fluids at the isothermal condition, using the bipolar cylindrical coordinates which could satisfy the exact boundary conditions. A theoretical analysis of the velocity-, pressure- and shear stress distributions in

\*현주소: 서강대학교 이공대학 화학공학과

the flow field is given by solving equations of continuity and motion applying the lubrication approximation. The processing parameters such as volumetric flow rate and total power required to drive the rolls are calculated and presented in terms of the geometrical and kinematical parameters of the asymmetric calendering systems.

## 1. 緒 論

高分子 加工工程 및 윤활계통 등에서 흔히 볼 수 있는 두 회전 원통사이의 非壓縮性 粘性流의 流動現象에 관한 연구는 1886년 Reynolds<sup>1)</sup>가 뉴튼성 유체의 윤활현상에 대해 조사함으로써 처음으로 시도된 이래 많은 사람들에 의해서 진행되어 왔다. Bergen과 Scott<sup>2)</sup>는 1951년 칼렌더 공정에 있어서의 壓力場의 변화를 실험적으로 규명함으로써 Gaskell<sup>3)</sup>이 칼렌더 공정을 理論적으로 解析하기 위해 제시한 모델이 합당하다는 것을 확인하였고, Pearson<sup>4)</sup>은 同一 半徑을 갖는 對稱型 칼렌더에서의 뉴튼성 유체에 대한 等溫狀態의 流動現象을 lubrication approximation을 적용하여 해석하였다. 또한 非뉴튼性 流體의 경우에 관한 一聯의 연구가 Mckelvey,<sup>5)</sup> Chong,<sup>6)</sup> Torner<sup>7)</sup> 등에 의해 수행되어져 왔으며 Alston<sup>8)</sup> 등은 粘度에 관한 hyperbolic tangent 모델을 사용하여 실제계에 접근토록 시도하였고 최근에는 Kiparissides<sup>9,10)</sup> 등이 finite element法, Dobbel<sup>11)</sup> 등이 orthogonal collocation法을 이용하여 경계조건을 근사적으로 만족시키도록 함으로써 두 회전 원통 사이의 非뉴튼性 流體의 移動現象을 數値解析적으로 규명하고자 하였다.

그러나 半徑 및 回轉速度가 서로 다른 非對稱型의 두 회전 원통 사이를 흐르는 非壓縮性 粘性流의 流動現象에 대한 연구는 그 系가 복잡하고 境界條件의 설정이 어렵기 때문에 그 解析이 쉽지 않은 실정인 바, 본 연구에서는 칼렌더의 表面에서 精確한 境界條件을 설정할 수 있고 일정한 간격의 直交 格子點을 수립할 수 있는 bipolar cylindrical 좌표계를<sup>12,13)</sup> 도입하고 power-law 모델의 적용이 가능한 rigid PVC 용융체<sup>5)</sup>를 대상으로 하여 等溫狀態에 대한 칼렌더에서

의 非壓縮性 粘性流의 流動現象을 해석적으로 규명하였다. 이로부터 생성되는 필름의 두께와 칼렌더의 半徑比, 회전속도비 및 nip distance, 유체의 물성 등의 변화에 따른 일련의 관계를 조사함으로써 칼렌더의 설계와 최적운전조건에 대한 자료를 제시할 수 있었다.

## 2. 모델 설정 및 基本方程式

### 2.1 모델 선정

非對稱型의 두 회전 원통간의 간격이 半徑 및 軸방향의 길이에 비하여 상당히 작은 칼렌더에

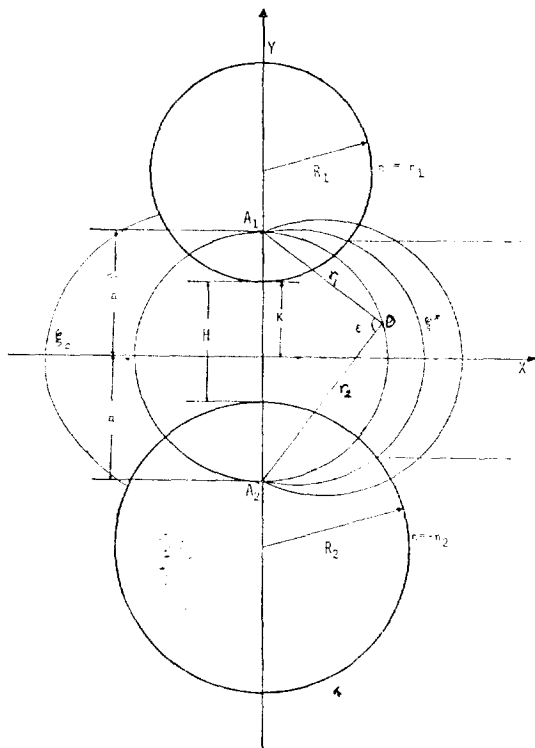


Fig. 1. Non-Newtonian Fluid Flow between Asymmetric Calendering

서의 非壓縮性 粘性流의 流動現象을 규명하기 위해 Fig. 1 과 같이 bipolar cylindrical 좌표계에 2次元의 모델을 설정하였다. 이때 회전 원통에서는 壓力場에 의한 변형이 일어나지 않으며, 등溫狀態의 stable flow 라고 가정하였다. Bipolar cylindrical 좌표계의 각 성분은

$$\xi = A_1 D A_2 \quad (0 \leq \xi \leq 2\pi) \quad (1)$$

$$\eta = \ln \frac{r_2}{r_1} \quad (-\infty < \eta < \infty) \quad (2)$$

로 표시되는 無次元의 값이며, 直角座標系와의 관계는

$$x = \frac{a \sin \xi}{\cosh \eta - \cos \xi}, \quad y = \frac{a \sinh \eta}{\cosh \eta - \cos \xi} \quad (3)$$

으로 주어진다. 그리고 metric tensor 는

$$g_{11} = g_{22} = h^2, \quad g_{12} = g_{21} = 0 \quad (4)$$

로서  $h = \frac{a}{\cosh \eta - \cos \xi}$  이며, 여기서  $a$  는 두 極點 사이의 거리  $(A_1 A_2)$  의 1/2 이다.  $h$  를 변형하면

$$\begin{aligned} h &= \frac{a}{1 - \cos \xi} \cdot \frac{1}{1 + \frac{\cosh \eta - 1}{1 - \cos \xi}} \\ &= \frac{a}{1 - \cos \xi} \left\{ 1 - \frac{\cosh \eta - 1}{1 - \cos \xi} + \left( \frac{\cosh \eta - 1}{1 - \cos \xi} \right)^2 \right. \\ &\quad \left. \dots \right\} \end{aligned} \quad (5)$$

로 되고  $\eta$  값이 대단히 작으므로  $(H < R_1, R_2)$

$$h \cong \frac{a}{1 - \cos \xi} \quad (6)$$

로 표시할 수 있다.

## 2.2. 基本方程式

定常狀態의 非壓縮性 粘性流의 creeping motion 에 lubrication approximation 을 적용하면 基本方程式은 연속방정식

$$\frac{\partial}{\partial \xi} (hu) + \frac{\partial}{\partial \eta} (hv) = 0 \quad (7)$$

와 운동방정식

$$\frac{\partial p}{\partial \xi} = \frac{\partial \tau_{\xi\eta}}{\partial \eta} \quad (8-a)$$

$$\frac{\partial p}{\partial \eta} = 0 \quad (8-b)$$

으로 주어지며  $u, v$  는 각각  $\xi, \eta$  성분의 속도를 나타낸다. 여기서 Ostwald-de Waele 의 power-

law 모델을 적용하면 剪斷應力  $\tau$  와  $\underline{\underline{A}} = (\underline{\underline{v}} + \underline{\underline{v}}^T)$  로 정의되는 變形率  $\underline{\underline{A}}$  와의 관계는

$$\begin{aligned} \tau &= -\mu \underline{\underline{A}} \\ &= -\left\{ m \left| \frac{\partial}{\partial \eta} \left( \frac{u}{h} \right) \right|^{n-1} \right\} \frac{\partial}{\partial \eta} \left( \frac{u}{h} \right) \end{aligned} \quad (9)$$

로 표시되고 이때  $\mu, m, n$  은 각각 非뉴턴성 流體의 粘度, flow consistency index 및 flow behavior index 이다.

본 연구에 적합한 경계조건은, 회전 원통의 표면에서 no slip 조건을 만족하는

$$u = u_1 \quad \text{at } \eta = \eta_1 \quad (10-a)$$

$$u = u_2 \quad \text{at } \eta = -\eta_2 \quad (10-b)$$

$$v = 0 \quad \text{at } \eta = \eta_1 \text{ and } \eta = -\eta_2 \quad (10-c)$$

및 필름이 칼렌더로부터 분리되는 exit coordinate 와 entrance coordinate 에서의 압력이 대기압과 같다는 가정으로부터 상대압력에 대한 관계

$$p = 0, \quad \frac{\partial p}{\partial \xi} = 0 \quad \text{at } \xi = \xi^* \quad (10-d)$$

$$p = 0 \quad \text{at } \xi = \xi_0 \quad (10-e)$$

로 주어진다.

## 3. 결과 및 검토

### 3.1. 速度場

칼렌더에서 粘性流의 速度場을 구하기 위해 식(9)를 운동방정식에 代入하여  $\eta$  에 대해 적분하면

$$\begin{aligned} u &= h \frac{n}{n+1} \left( \frac{1}{m} \right)^{\frac{1}{n}} \left( \frac{\partial p}{\partial \xi} \right)^{-1} \left| \frac{\partial p}{\partial \xi} \eta + c_1 \right|^{\frac{n+1}{n}} \\ &\quad + c_2 h \end{aligned} \quad (11)$$

이며  $\frac{\partial p}{\partial \xi}$ ,  $c_1, c_2$  는  $\xi$  의 함수로 표시되는 압력 구배 및 적분상수들이다. 경계조건(10-c)를 사용하여 연속방정식을 적분하면

$$\int_{-\eta_2}^{\eta_1} \frac{\partial}{\partial \xi} (hu) d\eta = 0 \quad (12)$$

이므로 軸방향의 단위길이 당의 유량  $Q$  는

$$Q = \int_{-\eta_2}^{\eta_1} hu d\eta \quad (13)$$

로 주어지고  $\xi = \xi^*$  에서의 유량  $Q^*$  는

$$Q^* = h^* (\eta_1 + \eta_2) \frac{u_1 + u_2}{2} \quad (14)$$

로 표시된다.

식 (12)(13) 및 (14)로부터 유량과 압력구배와의 관계를 구하면

$$Q^* = h^2 \frac{n^2}{(n+1)(2n+1)} \left( \frac{1}{m} \right)^{\frac{1}{n}} \left( \frac{\partial p}{\partial \xi} \right)^{-2} \left\{ \left| \frac{\partial p}{\partial \xi} \eta_1 + c_1 \right|^{\frac{2n+1}{n}} \text{sign} \left( \frac{\partial p}{\partial \xi} \eta_1 + c_1 \right) - \left| \frac{\partial p}{\partial \xi} (-\eta_2) + c_1 \right|^{\frac{2n+1}{n}} \text{sign} \left( \frac{\partial p}{\partial \xi} (-\eta_2) + c_1 \right) \right\} + c_2 h^2 (\eta_1 + \eta_2) \quad (15)$$

이고 경계조건(10-a) 및 (10-b)를 식(11)에 적용하면

$$u_1 = h \frac{n}{n+1} \left( \frac{1}{m} \right)^{\frac{1}{n}} \left( \frac{\partial p}{\partial \xi} \right)^{-1} \left| \frac{\partial p}{\partial \xi} \eta_1 + c_1 \right|^{\frac{n+1}{n}} + c_2 h \quad (16)$$

$$u_2 = h \frac{n}{n+1} \left( \frac{1}{m} \right)^{\frac{1}{n}} \left( \frac{\partial p}{\partial \xi} \right)^{-1} \left| \frac{\partial p}{\partial \xi} (-\eta_2) + c_1 \right|^{\frac{n+1}{n}} + c_2 h \quad (17)$$

이 되므로 이로부터 Newton-Raphson iteration 法을 사용하여

$$J_k \cdot \Delta X_k = -f_k \quad (18)$$

의 관계로부터 각  $\xi$  값에 대한  $\frac{\partial p}{\partial \xi}$ ,  $c_1$ ,  $c_2$ 를 구하였다.

여기서  $f_k$ 는  $k$ 의 iteration 회수를 나타내며 식 (15)(16) 및 (17)로부터

$$f_1 = h \frac{n}{n+1} \left( \frac{1}{m} \right)^{\frac{1}{n}} \left( \frac{\partial p}{\partial \xi} \right)^{-1} \left| \frac{\partial p}{\partial \xi} \eta_1 + c_1 \right|^{\frac{n+1}{n}} + c_2 h - u_1 \quad (19-a)$$

$$f_2 = h \frac{n}{n+1} \left( \frac{1}{m} \right)^{\frac{1}{n}} \left( \frac{\partial p}{\partial \xi} \right)^{-1} \left| \frac{\partial p}{\partial \xi} (-\eta_2) + c_1 \right|^{\frac{n+1}{n}} + c_2 h - u_2 \quad (19-b)$$

$$f_3 = h^2 \frac{n^2}{(n+1)(2n+1)} \left( \frac{1}{m} \right)^{\frac{1}{n}} \left( \frac{\partial p}{\partial \xi} \right)^{-2}$$

$$\left\{ \left| \frac{\partial p}{\partial \xi} \eta_1 + c_1 \right|^{\frac{2n+1}{n}} \text{sign} \left( \frac{\partial p}{\partial \xi} \eta_1 + c_1 \right) - \left| \frac{\partial p}{\partial \xi} (-\eta_2) + c_1 \right|^{\frac{2n+1}{n}} \text{sign} \left( \frac{\partial p}{\partial \xi} (-\eta_2) + c_1 \right) \right\} + c_2 h^2 (\eta_1 + \eta_2) - Q^* \quad (19-c)$$

의 함수  $f_1$ ,  $f_2$ ,  $f_3$ 를 정의할때

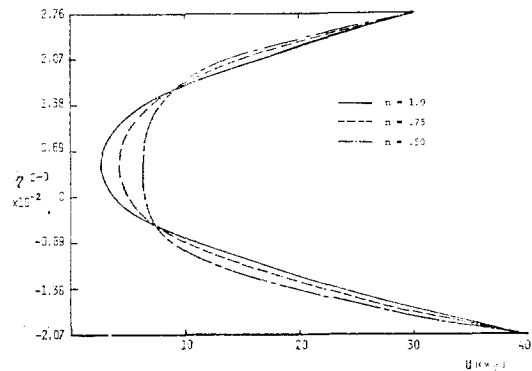


Fig. 2. Velocity Distribution at the Entrance Coordinate  $R_1/R_2=15/20$ ,  $H=0.01$ ,  $U_1/U_2=30/40$ ,  $\xi^*=2.356$

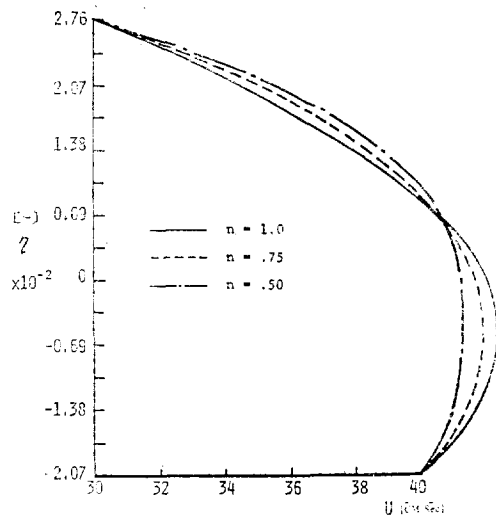


Fig. 3. Velocity Distribution at the Nip Point  $R_1/R_2=15/20$ ,  $H=0.01$ ,  $U_1/U_2=30/40$ ,  $\xi^*=2.356$

$$\Delta X_k = X_{k+1} - X_k = \left[ \Delta \left( \frac{\partial p}{\partial \xi} \right), \Delta c_1, \Delta c_2 \right]^T \quad (20)$$

이며  $J_k$ 는 함수  $f_1, f_2, f_3$ 의 각 변수들에 대한 일차미분계수로 구성된  $X_k$ 에 상응하는 Jacobian 행렬이다. 이때 사용한 初期 가정치로는  $n=1.0$ 인 뉴턴성 유체에 대해 해석적으로 구한 값들을 사용하였으며, 오차허용범위는  $\Delta X_k \leq 10^{-6}$ 이 되도록 하였다. Fig. 2와 3은 각각 entrance coordinate 및 nip에서의 유체의 물성의 변화에 따른 속도분포로서  $\xi^* < \xi < 2\pi - \xi^*$ 에서 속도분포는 볼록하고  $n$ 이 감소할수록 회전속도가 늦은 회전 원통의 표면 가까이에서 속도가 증가하는 경향을 나타내고 있으며,  $2\pi - \xi^* < \xi$ 에서 속도분포는 오목하고  $n$ 이 감소할수록 칼렌더의 표면 가까운 영역에서 유체의 속도가 감소하는 것을 볼 수 있었다. 또한  $h=h^*$  즉  $\xi=\xi^*$ 와  $\xi=2\pi - \xi^*$ 에서 압력구배는 0이 되므로 속도분포는  $n$ 의 값에 무관하게 직선으로 나타나므로  $n$ 의 값이 감소할수록 소요동력은 감소하리라는 것을 예견할 수 있었다. 필름생성 두께 ( $\xi^*$ )에 따른 속도분포는 Fig. 4와 같이 주어지

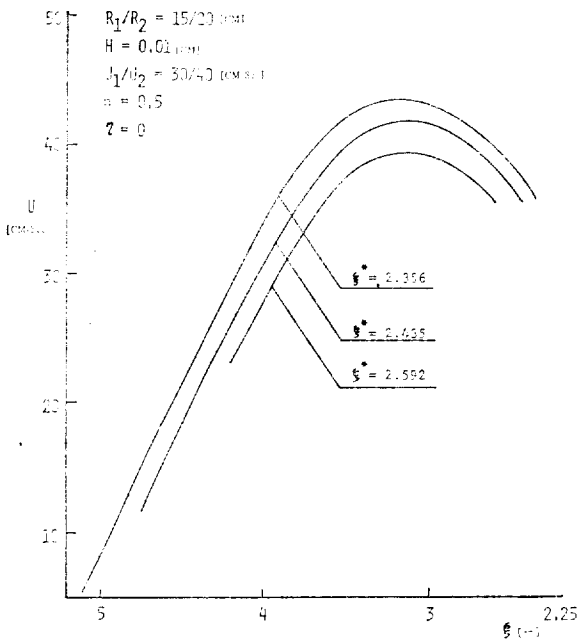


Fig. 4. Velocity Distribution vs.  $\xi$  for Various Values of  $\xi^*$

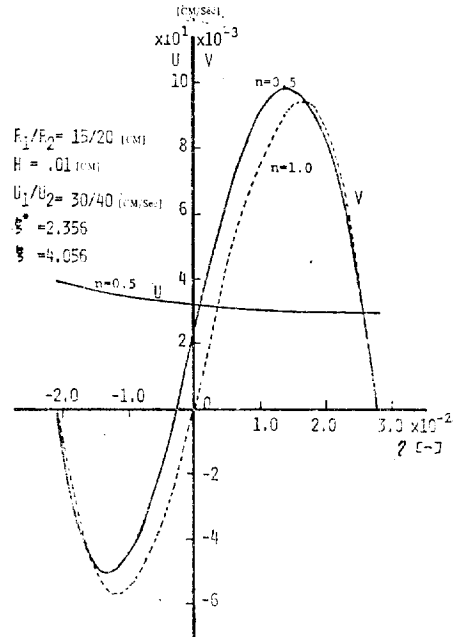


Fig. 5. Comparison of Velocity Distribution  $U$  and  $V$  for Different Flow Behavior Index

며 필름의 생성두께가 두터워질수록 속도는 증가함을 볼 수 있었다. 특히 Fig. 5는  $\eta$  성분 속도  $v$ 의 분포로서 이는 연속방정식으로부터 구할 수 있으며  $\xi$  성분 속도  $u$ 에 비해 약  $10^{-4}$  order 정도로 거의 무시할 수 있으므로 본 연구에서 적용한 lubrication approximation은 합당하다고 할 수 있겠다. 그리고 軸방향의 단위길이 당의 유량은 식 (14)로 주어지며, (단면적)  $\times$  (평균 속도)로 표시되므로 칼렌더의 회전속도비가 아닌 평균속도에 따라 영향을 받음을 알 수 있었다.

Fig. 6은 exit coordinate( $\xi^*$ ) 및 칼렌더의 반경비, nip distance에 따른 유량을 나타낸 것으로  $\xi^*$ 가 감소할수록 유량은 증가하여  $\xi^*$ 의 한계점에서 최대가 된다. 그리고 nip distance가 일정할 경우 유량은 칼렌더의 非對稱性에 무관하게 일정한 형태를 보이며 nip distance가 증가할수록 유량은 증가함을 볼 수 있었다. 앞에

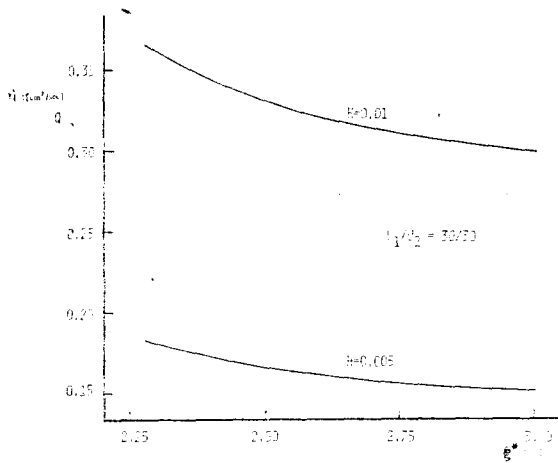


Fig. 6. The Volumetric Flow Rate for Various Geometries of the Calendar

서 구한 속도장을 이용하여 전단응력분포를 식 (9)로부터 구할 수 있으며 Fig. 7 은  $n=0.5$  이고  $R_1/R_2=15\text{ cm}/20\text{ cm}$ ,  $H=0.01\text{ cm}$ ,  $u_1/u_2=30/40(\text{cm/sec})$ 이며,  $\xi^*=2.356$ 에 해당하는  $\eta$  값에 따른 shear stress distribution 을 나타낸다.

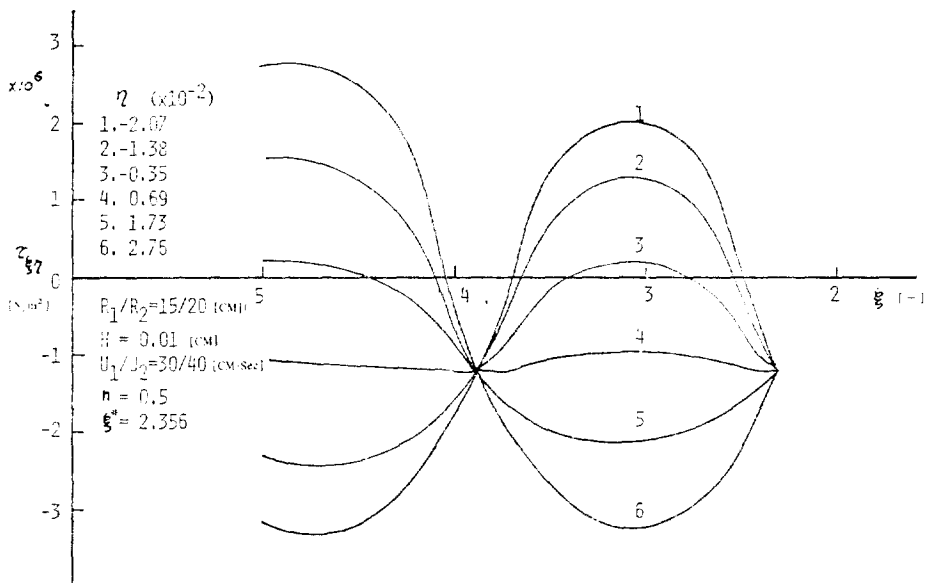


Fig. 7. Shear Stress Distribution between Asymmetric Calendaring Rolls for Various Values of  $\eta$

### 3.2 壓力場

앞에서 속도장을 얻기 위해 Newton-Raphson 法에 의하여 구한 압력구배를  $\xi$ 에 대해 적분하던 압력장은

$$p = \int_{\xi}^{\xi^*} \frac{\partial p}{\partial \xi} d\xi \quad (21)$$

로 표시되고,  $k=h^*$  즉  $\xi=\xi^*$ 와  $\xi=2\pi-\xi^*$ 에서  $\frac{\partial p}{\partial \xi}=0$ 이며,

$$\frac{\partial p}{\partial \xi} > 0 \quad \text{for } \xi > 2\pi - \xi^* \quad (22-a)$$

$$\frac{\partial p}{\partial \xi} < 0 \quad \text{for } \xi^* < \xi < 2\pi - \xi^* \quad (22-b)$$

이므로  $\xi=2\pi-\xi^*$ 에서 최대압력을 갖게 된다. Fig. 8 은 유체의 물성에 따른 압력장의 분포를 나타낸 것으로  $n$ 의 값에 따라 캘렌더에서의 압력장은 현저하게 증가하며 entrance coordinate 는 감소하는 것을 볼 수 있었다. 그리고 주어진  $n$ 의 값에 있어서의 최대압력에 대한 상대압력 ( $p_n/p_{\max, n}$ )의 분포는 Fig. 9와 같이  $n$ 의 값에 거의 무관하게 일정한 形態를 갖게 됨을 알 수 있었으며 특히 뉴튼성 유체의 압력장을 해석적으로 구하면

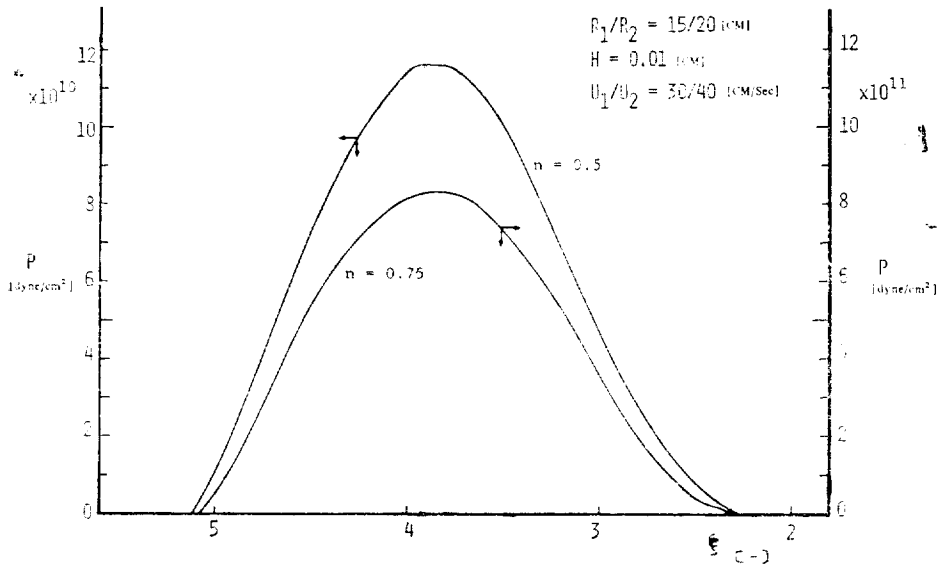


Fig. 8. Pressure Profile of Various Flow Behavior Indices for  $\xi^* = 2.356$

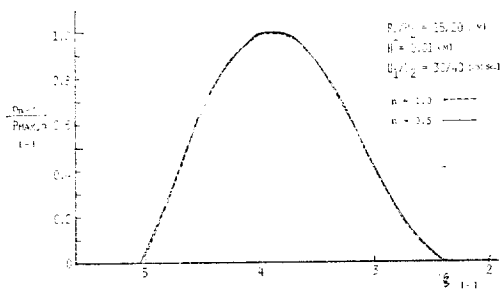


Fig. 9. Relative Pressure Profile for  $\xi^* = 2.356$

$$\begin{aligned} p_{n=1} = & \frac{6\mu(u_1+u_2)}{a(\eta_1+\eta_2)^2} \left\{ \left[ 1 - \frac{3}{2(1-\cos\xi^*)} \right] \right. \\ & (\xi^* - \xi) - \left[ 1 - \frac{2}{1-\cos\xi^*} \right] (\sin\xi^* \\ & \left. - \sin\xi) - \frac{1}{4(1-\cos\xi^*)} (\sin 2\xi^* - \sin 2\xi) \right\} \end{aligned} \quad (23)$$

c) 고  $\xi = 2\pi - \xi^*$  에서 최대가 되므로

$$\begin{aligned} p_{\max} = & \frac{6\mu(u_1+u_2)}{a(\eta_1+\eta_2)^2} \cdot \\ & \frac{(1+2\cos\xi^*)(\pi-\xi^*) + \sin\xi^*(2+\cos\xi^*)}{1-\cos\xi^*} \end{aligned} \quad (24)$$

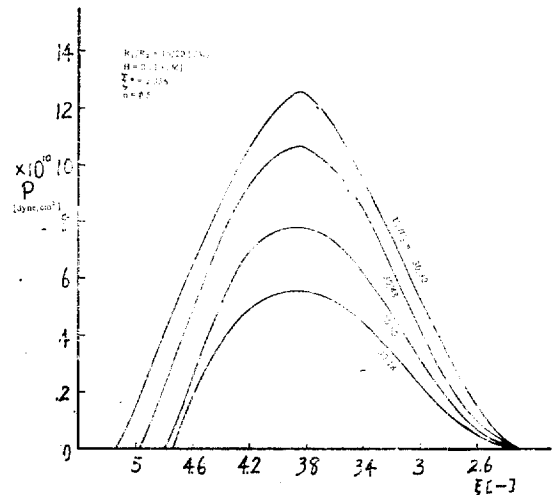


Fig. 10. Pressure Profile for Various Rotating Velocity Ratios,  $R_1/R_2 = 15/20$ ,  $H = 0.01$ ,  $n = 0.5$ ,  $\xi^* = 2.356$

$$\begin{aligned} p_{\max} = & \frac{A(\xi - \xi^*) - B(\sin\xi - \sin\xi^*) - C(\sin 2\xi - \sin 2\xi^*)}{2[A(\pi - \xi^*) + B\sin\xi^* + C\sin 2\xi^*]} \end{aligned} \quad (25)$$

여기서

$$A = 1 - \frac{3}{2(1 - \cos \xi^*)}$$

$$B = 1 - \frac{2}{1 - \cos \xi^*}$$

$$C = \frac{1}{4(1 - \cos \xi^*)}$$

로 표시된다. 이상의 관계로부터 最大壓力에 대한 상대 압력장은

$$\frac{p_n}{p_{\max, n}} = p(\xi, \xi^*) \quad (26)$$

로 표시할 수 있다. 동일한 칼렌더의 geometry의 조건하에서 回轉速度比에 따른 압력장은 Fig. 10에서와 같이 回轉速度가 같을 경우에 最大로 되며 회전속도비가 증가할수록 압력장은 감소함을 알 수 있었다. 또한 칼렌더의 半徑比 및 nip distance가 압력장에 미치는 영향은 Fig. 11에서 볼 수 있으며 nip distance가 감소할수록 최대압력은 현저하게 증가하고, 半徑比가 커질수록, 즉 非對稱性이 증가할수록 최대압력은

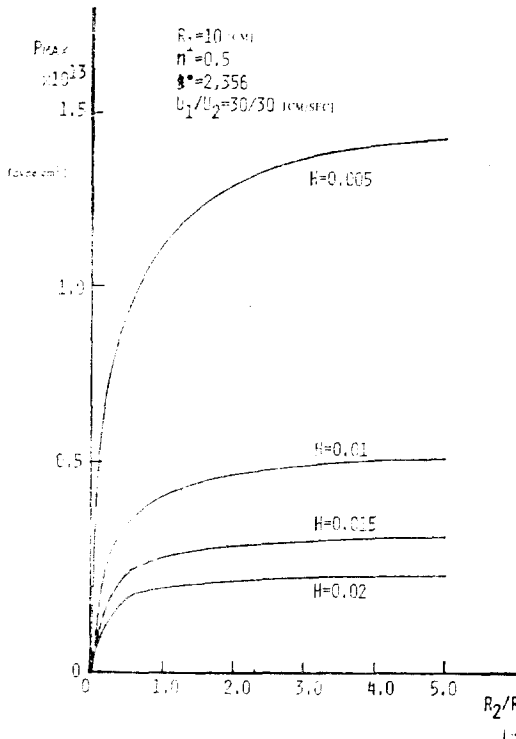


Fig. 11. The Maximum Pressure for Various Geometries of the Calendar

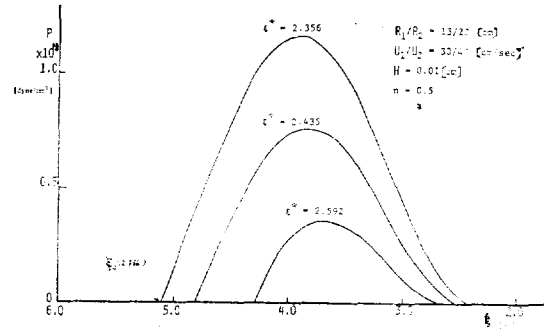


Fig. 12. Pressure Profile for Exit Coordinate

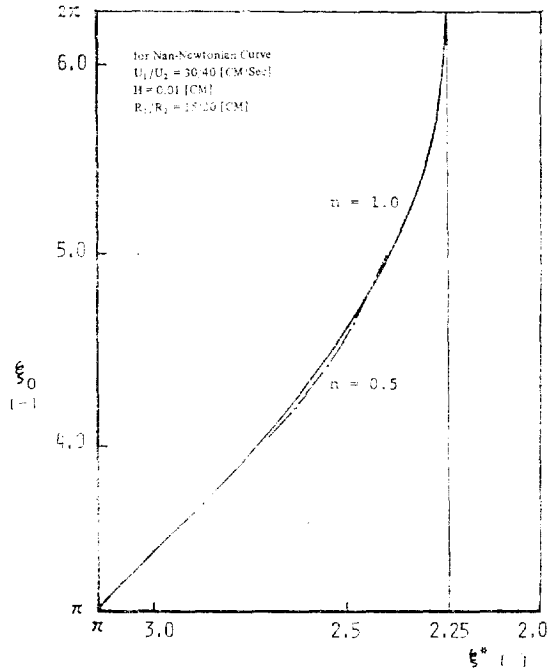


Fig. 13. Relationship between the Entrance and Exit Coordinate

漸近값에 수렴함을 볼 수 있었다. 이상의 결과로부터 壓力場의 변화는 칼렌더의 geometry보다는 오히려 回轉速度比에 따라 더욱 더 현저하게 나타남을 알 수 있었다. 그리고 Fig. 12는 생성되는 필름의 두께에 따른 壓力場의變化로서 필름의 두께가 얇아질수록 압력장은 현저하

게 감소하게 되며, 특히 일정한 두께의 필름을 생성하기 위하여 필요한 최소한의 bank region ( $\xi_0$ )은

$$\int_{\xi_0}^{\xi^*} \frac{\partial p}{\partial \xi} d\xi = 0 \quad (27)$$

으로부터 구할 수 있고  $\xi^*$ 에 따른  $\xi_0$ 의 관계는 Fig. 13과 같다. 여기서  $\xi_0$ 는  $2\pi$ 보다 클 수 없으므로 뉴턴성 유체에 있어서의 최대한의 생성필름 두께는  $\xi^*=2.25$ 의 점근값에 해당된다.

### 3.3. 소요 동력

칼렌더에서의 流體의 流動現象을 위해 요구되는 소요동력<sup>14)</sup>은

$$\begin{aligned} W &= \int_{\xi_0}^{\xi^*} \int_{-\eta_2}^{\eta_1} \sum_i \sum_m \tau_{im} \Delta m_i d\eta d\xi \\ &= \int_{\xi_0}^{\xi^*} \int_{-\eta_2}^{\eta_1} m \left| \frac{\partial}{\partial \eta} \left( \frac{u}{h} \right) \right|^{n-1} \left\{ \frac{\partial}{\partial \eta} \left( \frac{u}{h} \right) \right\}^2 \\ &\quad h^2 d\eta d\xi \end{aligned} \quad (28)$$

로 표시되며 彈性이 없는 비압축성 점성류를 사용할 경우 소요동력은 칼렌더를 회전시키는데 필요한 동력과 같으므로<sup>4,14,15)</sup>

$$W = \int_{\xi_0}^{\xi^*} (u_1 \tau_{w1} - u_2 \tau_{w2}) h d\xi \quad (29)$$

로 주어진다. 여기서  $\tau_{w1}$ ,  $\tau_{w2}$ 는 각각 칼렌더의 표면에서의 wall shear stress이다. 또한 단위 유량당의 소요동력을  $E$ 라고 하면

$$E = W/Q \quad (30)$$

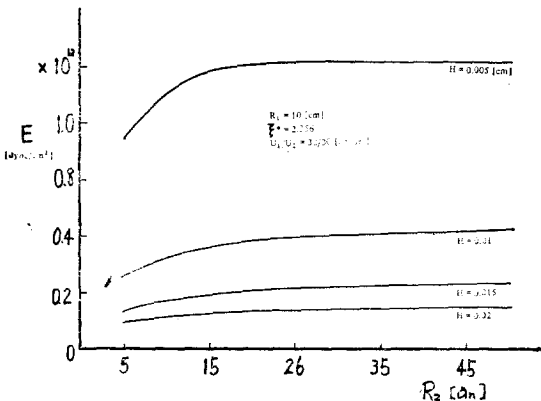


Fig. 14. The Total Power per Unit Volumetric Flow Rate  $E$  for Various Geometries of the Calendar

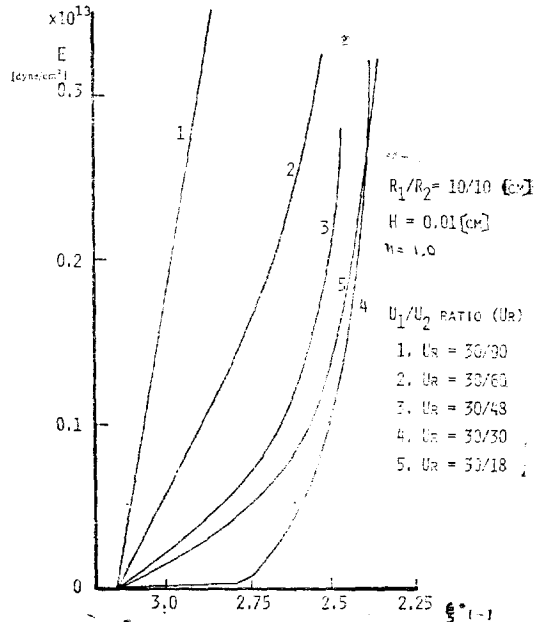


Fig. 15. The Relationship between the Total Power per Unit Volumetric Flow Rate  $E$  and  $\xi^*$

로 표시되며 이는 칼렌더 공정의 경제성을 나타내는 가장 중요한 인자로서 Fig. 14에서와 같이 칼렌더의 半徑比( $R_2/R_1$ )가 감소할수록 단위 유량당의 에너지 소요량은 감소하며  $R_2/R_1$ 가 증가하면 漸近값에 수렴하는 현상을 보인다. 또한 Fig. 15, 16은  $\xi^*$  및 回轉速度比의 변화에 따른 소요동력으로  $\xi^*$ 가 감소할수록 소요동력은 급진적으로 증가함을 보이고 최소소요동력을 갖는  $u_2/u_1$ 의 비가 감소함을 알 수 있다. 특히 회전속도비( $u_2/u_1$ )가 증가하면  $\xi^*$ 에 대한 소요동력은 거의 직선으로 나타남을 알 수 있다. Fig. 17은 유체의 물성의 변화에 따른 소요동력을 표시한 것으로  $n$ 의 값이 감소할수록 현저하게 감소함을 볼 수 있다.

이상의 결과로부터 칼렌더의 설계 및 최적운전조건에 관한 자료를 제시할 수 있는 방안을 마련할 수 있었다. 특히 본 연구의 결과를 기초로 Bingham, Ellis 모델 등의 비뉴턴성유체 및 粘彈性 유체에 대한 연구가 가능하리라고 생각

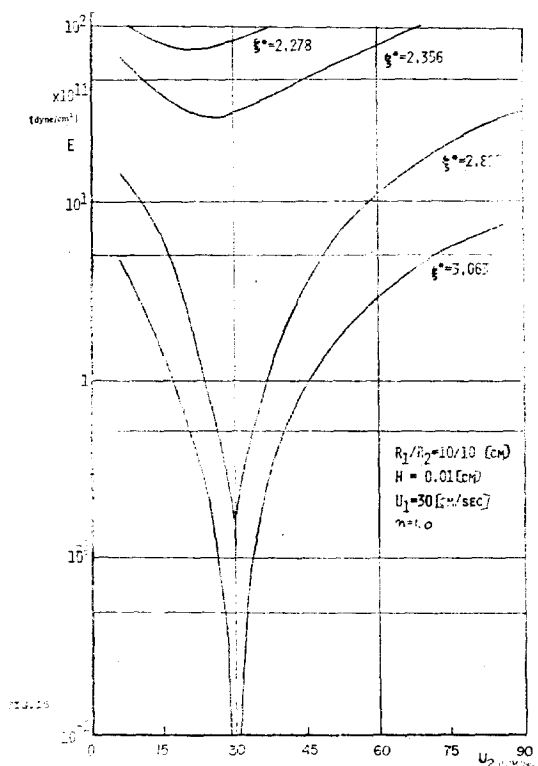


Fig. 16. The Relationship between the Total Power per Unit Volumetric Flow Rate  $E$  and the Velocity Ratio

되며 본 연구에서 가정함으로써 취급하지 않은 instable flow 및 viscous heating을 고려한 비등온상태에 관한 연구가 앞으로 수행되어야겠다.

#### 4. 結 論

(1) 半徑 및 回轉速度가 서로 다른 非對稱型 칼렌더에서의 粘性流의 유동현상에 관한 이론적 해석을 非뉴튼性 power-law 유체에 대해 확장할 수 있었다.

(2) 非對稱型 칼렌더에서의 점성류의 유동현상에 있어, 회전속도비의 변화에 의한 영향이 칼렌더의 geometry의 변화에 의한 것보다 현저하게 나타난다.

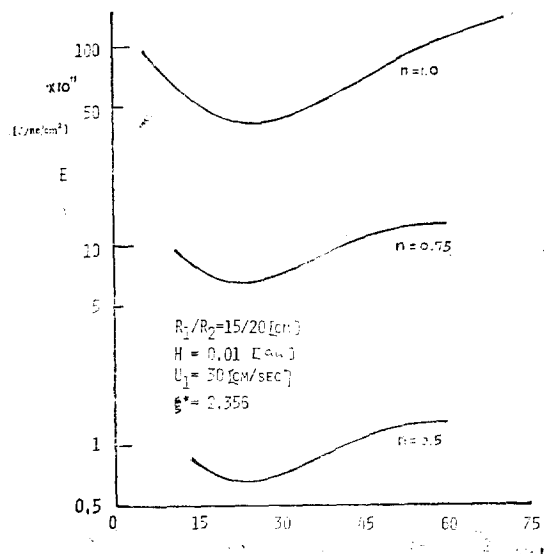


Fig. 17. The Total Power per Unit Volumetric Flow Rate for Various Flow Behavior Indices

(3) 非뉴튼性 유체의 유체물성계수( $n$ )의 값이 감소할수록 칼렌더에서의 압력장 및 소요동력은 현저하게 감소한다.

(4) 일정한 두께의 필름을 생산하기 위해 요구되는 소요동력이 최소로 되는 회전속도비가 존재하는바,  $\xi^*$  값이 증가할수록 즉 필름의 두께가 얇아질수록 최소소요동력을 갖는 회전속도비는 1에 접근한다.

(5) 칼렌더 공정에서 필요한 최소한의 bank region은 회전속도비가 1에서 최대로 되며 생성되는 필름의 두께가 증가할수록 증가한다.

#### 후 기

본 논문은 1979년도 문교부 학술연구 조성비의 도움으로 수행되었으며 문교부 당국에 감사하는 바이다.

## Nomenclature

## 參考 文獻

$a$	half the distance between the poles
$A_1, A_2$	pole points
$A$	constant in eq.(25)
$B$	constant in eq.(25)
$C$	constant in eq.(25)
$c_1, c_2$	integration constants
$E$	power per unit volumetric flow rate
$f_1, f_2, f_3$	functions of eq.(19)
$g_{ij}$	components of the metric tensor
$h$	variable defined by eq.(4)
$h^*$	$h$ at $\xi = \xi^*$
$H$	roll separation at the nip
$m$	flow consistency index
$n$	flow behavior index
$p$	pressure
$p_{\max}$	maximum pressure
$p_n, p_{\max, n}$	pressure of given $n$
$Q$	volumetric flow rate per unit width
$Q^*$	$Q$ at $\xi = \xi^*$
$r_1, r_2$	distance of a point( $D$ ) from the poles of the bipolar coordinate system.
$R_1, R_2$	radius of upper and lower calendering roll
$u, v$	velocity components into the $\xi, \eta$ direction
$u_1, u_2$	rotating surface velocities of the rolls
$W$	dissipated power
$x, y$	Cartesian coordinates
$\xi, \eta$	bipolar cylindrical coordinates
$\eta_1, \eta_2$	value of $\eta$ at the wall of the each roll
$\xi_0$	entrance coordinate
$\xi^*$	exit coordinate
$\mu$	non-Newtonian fluid viscosity
$\tau, \tau_{ij}$	stress tensor
$\tau_w, \tau_{w_2}$	shear stress at the wall of the each roll
$\Delta, \Delta_{ij}$	rate of deformation tensor

1. O. Reynolds, Phil. Trans., part 1, 177 (1886), 157.
2. J.T. Bergen and G.W. Scott, Jr., J. Appl. Mech., **18**(1951), 101.
3. R.E. Gaskell, J. Appl. Mech., **17**(1950), 334.
4. J.R.A. Pearson, "Mechanical Principles of Polymer Melt Processing", Pergamon, New York, 1966.
5. J.M. McKelvey, "Polymer Processing", Wiley, New York, 1962.
6. J.S. Chong, J. Appl. Polymer Sci., **12** (1968), 191.
7. R.V. Torner, "Grundprozesse der Verarbeitung von Polymeren", VEB Deutscher Verlag für Grundstoffindustrie, Leipzig, 1974.
8. W.W. Alston, Jr. and K.N. Astill, J. Appl. Polymer Sci., **17**(1973) 3157.
9. C. Kiparissides and J. Vlachopoulos, Polymer Eng. Sci., **16**(1976), 712.
10. C. Kiparissides and J. Vlachopoulos, Polymer Eng. Sci., **18**(1978), 210.
11. F. Dobbels and J. Mewis, AIChE J., **23** (1977), 224.
12. R. Ehrlich and J.C. Slattery, I & EC Fund., **7**(1968), 239.
13. J. Happel and H. Brenner, "Low Reynolds Number Hydrodynamics", Prentice-Hall, Englewoods Cliffs, N.J., 1965.
14. R. Takserman-Krozer, G. Schenkel and G. Ehrmann, Rheol. Acta, **14**(1975), 1066.
15. S. Middleman, "Fundamentals of Polymer Processing" McGraw-Hill, New York, 1977.

