

球内部 流體의 自然對流에 관한 數值模寫研究

黃桐華 · 徐文漢 · 李基俊

서울대학교 공과대학 화학공학과

아주공과대학 화학공학과

(접수 1980. 7. 3)

A Numerical Study of Natural Convection in a Spherical System

Dong Hwa Hwang, and Ki Jun Lee

*Department of Chemical Engineering, College of Engineering,
Seoul National University, Seoul 151, Korea*

Moon Ho Suh

*Department of Chemical Engineering,
Ajou Institute of Technology, Suwon 170, Korea*

(Received July 3, 1980)

要 約

정지해 있는 球内部의 空氣를 표면에서 加熱하는 경우 밀도차에 의한 非定常狀態 自然對流現象을 규명하기 위하여 流動方程式인 Navier-Stokes 식에 Boussinesq 의 가정을 도입하고, stream function 과 vorticity 를 이용하여 에너지식과 함께 差分化한후 축대칭인 경우에 대한 數值模寫實驗을 행하였다. 數值實驗結果 implicit 와 explicit 型의 差分法을 혼합한 有限差分法이 球形座標系에도 효과적으로 적용됨을 확인하였고, streamline 과 등온선으로 부터 시간경과에 따른 流動 및 傳熱現象을 자세히 관찰할 수 있었다. 본 연구는 축대칭의 三次元모형을 성공적으로 모사하였다는데 의의가 크며 복잡한 시스템의 해석에 기초연구가 되리라고 기대된다.

ABSTRACT

Unsteady natural convection phenomena of air in a sphere heated suddenly from the outer surface were studied numerically for the axisymmetric cases. Boussinesq approximation was

applied to the equations of motion which described the buoyant circulation of air in the sphere, and the solution method was based on the stream function-vorticity approach. Numerical simulation of the unsteady convection was accomplished and presented by using the mixed finite difference schemes which proved efficient for the spherical coordinate systems as well.

1. 緒 論

流體力學이나 熱傳達 分野의 研究에서 對流項과 擴散項 또는 傳導項을 모두 고려한 非線型 聯立 偏微分方程式의 解析的인 해를 구하는 일은 거의 不可能하다. 따라서 이를 有限差分化하여 數值解法으로 해결하려는 研究가 시도되었는데 Richardson¹⁾의 해법이 그 효시이다.

本 研究에 관련된 室內 空氣의 自然對流現象에 대한 數值解析的 研究는 Deardorff²⁾에 의해 시도되었는 바, 그는 수평벽의 온도를 각각 다른 온도로 고정시키고 Boussinesq의 가정식을 운동방정식에 도입하여 연속방정식, 에너지식과 함께 有限差分化하여 계산하였는데 壓力場 대신 stream function과 vorticity를 이용하였다.

Deardorff의 연구는 Rayleigh 수가 6.75×10^5 , Prandtl 수가 0.71에 국한된 것이었는데, 그후 Fromm^{3,4)}은 실제의 환경조건과 같은 높은 Rayleigh 수에 대한 數值實驗을 행하면서 새로운 시간단계에서의 온도와 vorticity를 계산할 때 對流에 관한 項과 傳導 또는 擴散項을 두 단계로 계산하여 explicit法으로도 安定性이 높도록 하였다.

最近 본 연구진⁵⁾은 室의 構造, 加熱 및 冷却條件, 窓門의 存在 등에 따른 室內 空氣의 熱傳達 및 流動現象을 모사하였으며, 多重 cell 운동현상^{6,8)}이 Rayleigh 수 뿐만 아니라 室의 구조나 加熱方式에도 상당히 영향을 받는다는 사실을 발견하였다.

自然對流에 관한 수치모사는 최근 지하에너지 회수를 위한 thermosiphon 문제⁹⁾나 에너지저장을 위한 多孔性 매질로 충전된 空洞에서의 자연대류¹⁰⁻¹²⁾등을 해석하기 위하여 주로 高 Ray-

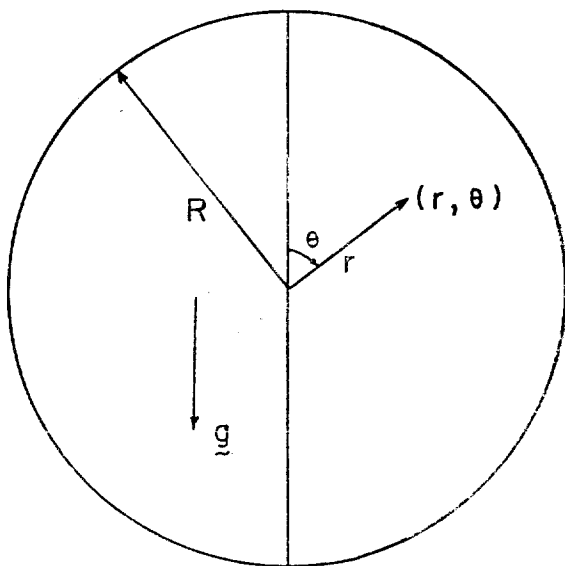


Fig. 1. Coordinate system

leigh 수¹³⁾나 복잡한 構造를 갖는 空洞을 대상으로 활발히 연구가 진행되고 있는 바 본 연구에서는 境界條件의 취급이 까다롭고, 數式的 형태가 복잡한 球型座標系에 대하여 모사실험을 행하고자 한다.

2. 理論 展開

2.1 數學的 모델

半徑 R 인 球 内部 空氣의 자연대류현상을 관찰하기 위하여 Fig. 1과 같은 축대칭 구형좌표계를 설정하였다. 이러한 모델에 대한 流體의 流動 및 傳熱現象은 연속방정식, 운동방정식 및 에너지식으로 표시할 수 있으나 이들 연립 비선형 편미분방정식의 해를 컴퓨터를 이용하여 수치해법으로 구하기 위해서는 연속방정식을 자동

으로 만족시키는 stream function과 vorticity를 이용하는 것이 편리하다.¹⁴⁾ 따라서 半徑方向 및 원주방향의 속도성분 u, v 를 stream function으로 표시하면

$$u = \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial \Psi}{\partial \theta}, \quad v = -\frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial \Psi}{\partial r} \quad (1)$$

이고, vorticity

$$\zeta = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(rv) - \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial \theta} \quad (2)$$

를 정의하여 Boussinesq의 가정¹⁵⁾을 도입한 운동방정식에서 壓力項을 소거하면 vorticity transport 식

$$\begin{aligned} \frac{\partial \omega}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial r}(u\omega) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta}(v\omega) = \nu \\ \left[\frac{\partial^2 \omega}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial \omega}{\partial \theta} \right) \right. \\ \left. - \frac{\omega}{r^2 \sin^2 \theta} \right] - \frac{g}{T_0} \left(r \sin \theta \frac{\partial T}{\partial r} \right. \\ \left. + \cos \theta \frac{\partial T}{\partial \theta} \right) \end{aligned} \quad (3)$$

이 유도된다. 여기서 $\omega = r\zeta$ 이며, ν 는 動粘度, g 는 중력가속도, T 는 溫度이다.

한편 式(1)과 (2)를 결합하면 stream function과 vorticity의 관계는

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial r^2} + \frac{\sin \theta}{r^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial \Psi}{\partial \theta} \right) \\ + \omega \sin \theta = 0 \end{aligned} \quad (4)$$

로 되고, 에너지식을 收斂性이 좋은 conservative form으로 표시하면¹⁶⁾

$$\begin{aligned} \frac{\partial T}{\partial t} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r}(r^2 u T) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \\ (v \sin \theta T) = \alpha \left[\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial T}{\partial r} \right) \right. \\ \left. + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial T}{\partial \theta} \right) \right] \end{aligned} \quad (5)$$

이 되는데, 여기서 α 는 熱擴散係數를 나타낸다. 式(1), (3), (4), (5)가 본 연구에서의 기본방정식들이며 5개의 변수 u, v, ω, T 및 Ψ 를 계산하기 위하여 다음과 같은 境界 및 初期條件을 설정하였다.

$$\begin{aligned} \Psi = 0, \quad T = T_h \text{ at } r = R \\ \Psi = \omega = 0 \text{ at } r = 0, \quad \theta = 0, \pi \\ \Psi = \omega = 0, \quad T = T_i \text{ at } t = 0. \end{aligned} \quad (6)$$

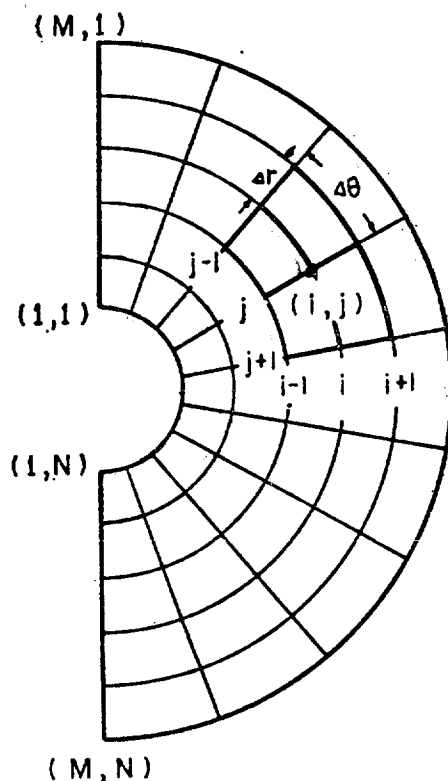


Fig. 2. Grid points

2.2 有限差分式

이상에서 유도한 식들의 數値解를 구하기 위하여 Fig. 2와 같이 $M \times N$ 의 격자점을 설정하였는데 격자점간의 간격 Δr 과 $\Delta \theta$ 는 $\Delta r = R/(M-1)$ 및 $\Delta \theta = \pi/(N-1)$ 이고, $i=1$ 일 때 N 개의 점들은 모두 원점을 나타내며 같은 점이다. 본 연구는 축대칭성 구형좌표계에 대한 해석이므로 半球로서 표시하였다.

먼저 시간의 경과에 따른 溫度의 변화를 계산하기 위하여, 온도의 시간에 대한 변화율을 Taylor 급수로 展開하면

$$\begin{aligned} T_{i,j}^{n+1} = T_{i,j}^n + \Delta t \frac{\partial T}{\partial t} \Big|_{i,j}^n + \frac{\Delta t^2}{2} \frac{\partial^2 T}{\partial t^2} \Big|_{i,j}^n \\ + H.O.T. \end{aligned} \quad (7)$$

이 되는데 여기서 下添字 i, j 는 각각 r, θ 방향의 위치를 나타내고, 上添字 n 은 시간의 진행단계를 표시하며, Δt 는 시간의 增分이다. 한편 에너지식 (5)에서 一次的으로 對流項만 고려

하면

$$\frac{\partial T}{\partial t} = -\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 u T) - \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (v \sin \theta T) \quad (8)$$

이 되고, (8)식을 시간에 대해 한번더 微分시키면

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 T}{\partial t^2} &= -\frac{\partial}{\partial t} \left[-\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 u T) - \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (v \sin \theta T) \right] \\ &= \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left[u \frac{\partial}{\partial r} (r^2 u T) + \frac{r u}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (v \sin \theta T) \right] \\ &\quad + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left[\frac{v \sin \theta}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 u T) + \frac{v}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} (v \sin \theta T) \right] \end{aligned} \quad (9)$$

이 된다. 따라서 式(8), (9)를 有限差分化하여 (7)식에 代入하고 高次項을 무시하면 對流項만을 고려한 시간단계 $(n+1)$ 에서의 온도가 계산된다. 본 연구에서는 (8)식과 (9)식을 정밀도가 높은 half-cell 差分法으로 有限差分化하였는데, 그 결과식은 대단히 복잡하므로 韓文에서는 생략하기로 한다. 이와같이 對流項만 고려한 온도식을 \tilde{T}^{n+1} 라고 두고 여기에 傳導에 의한 영향을 添加하면 시간단계 $(n+1)$ 에서의 완전한 온도식은 다음과 같이 유도된다.

$$\begin{aligned} T_{i,j}^{n+1} &= \tilde{T}_{i,j}^{n+1} + \frac{\alpha \Delta t}{r_i^2 \Delta r^2} \left[r_{i+0.5}^2 (\tilde{T}_{i+1,j}^{n+1} - \tilde{T}_{i,j}^{n+1}) - r_{i-0.5}^2 (\tilde{T}_{i,j}^{n+1} - \tilde{T}_{i-1,j}^{n+1}) \right] \\ &\quad + \frac{\alpha \Delta t}{r_i^2 \Delta \theta^2 \sin \theta_j} \left[\sin \theta_{j+0.5} (\tilde{T}_{i,j+1}^{n+1} - \tilde{T}_{i,j}^{n+1}) - \sin \theta_{j-0.5} (\tilde{T}_{i,j}^{n+1} - \tilde{T}_{i,j-1}^{n+1}) \right] \end{aligned} \quad (10)$$

以上과 같이 溫度的 계산은 explicit 법으로 행하여지지만 傳導項의 계산에서 \tilde{T}^{n+1} 을 사용하므로 implicit 법의 安定性에 준하는 높은 安定性을 갖게 되는 것이 장점이다.

Vorticity의 계산도 온도계산과 마찬가지로 對流項만 고려한 $\tilde{\omega}^{n+1}$ 을 一次의으로 구한 다음

擴散과 浮力項을 포함시키면 되는데 최종식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \omega_{i,j}^{n+1} &= \tilde{\omega}_{i,j}^{n+1} + \nu \Delta t \left[\frac{1}{\Delta r^2} (\tilde{\omega}_{i+1,j}^{n+1} - 2\tilde{\omega}_{i,j}^{n+1} + \tilde{\omega}_{i-1,j}^{n+1}) + \frac{1}{\Delta \theta^2 r_i^2 \sin \theta_j} \{ \sin \theta_{j+0.5} (\tilde{\omega}_{i,j+1}^{n+1} - \tilde{\omega}_{i,j}^{n+1}) - \sin \theta_{j-0.5} (\tilde{\omega}_{i,j}^{n+1} - \tilde{\omega}_{i,j-1}^{n+1}) \} \right. \\ &\quad \left. - \frac{\tilde{\omega}_{i,j}^{n+1}}{r_i^2 \sin \theta_j} \right] - \frac{g \Delta t}{2T_0} \left[\frac{r_i \sin \theta_j}{\Delta r} (T_{i+1,j}^{n+1} - T_{i-1,j}^{n+1}) + \frac{\cos \theta_j}{\Delta \theta} (T_{i,j+1}^{n+1} - T_{i,j-1}^{n+1}) \right] \end{aligned} \quad (11)$$

이 式에서도 $\tilde{\omega}^{n+1}$ 과 T^{n+1} 의 사용으로 安定性은 대단히 向上되리라 고 본다.

Stream function의 계산을 위하여 (4)식에 SOR法¹⁶⁾을 적용하면

$$\begin{aligned} \Psi_{i,j}^{k+1} &= \Psi_{i,j}^k + \frac{F}{2+a+b} \left[\Psi_{i+1,j}^{k+1} + \Psi_{i-1,j}^{k+1} + a \Psi_{i,j+1}^k + b \Psi_{i,j-1}^k - (2+a+b) \Psi_{i,j}^k + \Delta r^2 \sin \theta_j \omega_{i,j}^{n+1} \right] \end{aligned} \quad (12)$$

이 되는데 여기서

$$\begin{aligned} a &= \frac{\sin \theta_j}{r_i^2 \sin \theta_{j+0.5}} \left(\frac{\Delta r}{\Delta \theta} \right)^2, \\ b &= \frac{\sin \theta_j}{r_i^2 \sin \theta_{j-0.5}} \left(\frac{\Delta r}{\Delta \theta} \right)^2 \end{aligned}$$

이고, 上添字 k 는 반복회수를 표시하며 F 는 relaxation parameter이다. 새로운 시간단계에서 stream function의 값은 (12)식을 이용하여 수렴이 될 때까지 반복법으로 Ψ^{k+1} 을 계산하면 되는데, 이 때의 수렴기준식으로는

$$\left| \frac{\Psi_{i,j}^{k+1} - \Psi_{i,j}^k}{\Psi_{i,j}^{k+1}} \right|_{\max} \leq \varepsilon \quad (13)$$

을 사용하였으며 본 연구에서는 ε 의 값을 10^{-4} 으로 정하였다.

球 壁面에서의 vorticity는 (4)식을 有限差分化한 후 no slip 조건을 도입하고, 벽면에서의 stream function을 零으로 두면

$$\omega_{i,j}^{n+1} = -\frac{2\Psi_{i,j}^{n+1}}{\Delta r^2 \sin \theta_j} \quad (14)$$

이 된다.

球内部 空氣의 速度場은 stream function의 정의식 (1)을 有限差分化하여

$$u_{i,j}^{n+1} = \frac{1}{r_i^2 \sin \theta_j} \cdot \frac{\Psi_{i,j+1}^{n+1} - \Psi_{i,j-1}^{n+1}}{2\Delta \theta} \quad (15)$$

$$v_{i,j}^{n+1} = -\frac{1}{r_j \sin \theta_j} \cdot \frac{\Psi_{i+1,j}^{n+1} - \Psi_{i-1,j}^{n+1}}{2\Delta r} \quad (16)$$

와 같이 계산할 수 있으며, 벽면에서는 no slip 조건에 의해 零이 된다. 한편 중심축에서는 반경방향의 속도성분 u 만 존재하는데 $\sin \theta = 0$ 이므로 (15)式으로는 정의할 수 없다. 따라서 stream function의 정의식 (1)에 $\theta \rightarrow 0$ 인 극한을 취하여

$$\begin{aligned} u|_{\theta=0} &= u_{i,1} = \lim_{\theta \rightarrow 0} \left(\frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial \Psi}{\partial \theta} \right) \\ &= \lim_{\theta \rightarrow 0} \left(\frac{1}{r^2 \cos \theta} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \theta^2} \right) \\ &= \frac{2(\Psi_{i,2} - \Psi_{i,1})}{r_i^2 \Delta \theta^2} \end{aligned} \quad (17)$$

와 같이 계산할 수 있으며, 같은 방법으로

$$\begin{aligned} u|_{\theta=\pi} &= u_{i,N} \\ &= \frac{2(\Psi_{i,N-1} - \Psi_{i,N})}{r_i^2 \Delta \theta^2} \end{aligned} \quad (18)$$

이 된다.

3. 數値模寫實驗

본 수치모사실험은 초기에 10°C 로 정지상태에 있던 空氣를 外壁에서 20°C 로 균일하게 가열해 주는 경우에 대한 것이며, 수치실험의 parameter 들은 $R = 5\text{cm}$, $M = N = 11$, $\Delta r = 0.5\text{cm}$, $\Delta \theta = 0.314\text{rad}$ 으로 설정하였다. 공기의 물성치를 사용하였으므로 Rayleigh 數 및 Prandtl 數는 각각 1.5×10^5 및 0.71 이 된다.

주어진 초기조건을 이용하여 對流項만 고려한 에너지 차분식으로 부터 球内部의 모든 격자점 ($i=2, 3, \dots, M-1$; $j=2, 3, \dots, N-1$)에서의 새로운 온도 \tilde{T} 를 계산하며, $j=1$ 및 $j=N$ 에서의 온도는 각각 $j=2$ 및 $j=N-1$ 에서의 온도값과 같게 두었다. 이는 전도항을 고려

한 계산과정에서, 중심축에서 원주방향으로의 열전도가 없다는 경계조건을 만족하기 위함이다.¹⁶⁾ 원점에서의 온도는 차분식으로 구할 수 없으므로 인접한 上下 두점의 온도값의 평균을 취하여 이용하였다.

모든 격자점의 對流項만 고려한 온도 \tilde{T} 가 계산되면, 전도의 영향을 포함시킨 완전한 온도식 (10)으로 부터 새로운 시간단계에서의 온도 T^{n+1} 이 계산되는데 중심축에서는 반경방향으로의 전도만 고려하면 된다.

Vorticity 도 동일한 과정으로 계산되는데 중심축에서는 $\omega = 0$ 이므로 경계조건의 취급이 용이하며, stream function 은 벽면과 중심축에서 零이므로 (12)式으로 내부 격자점에서의 값만 계산하면 된다.

數値模寫實驗에서는 항상 시간의 증분 Δt 의 크기가 문제가 된다. 이를 결정하기 위해서 Neumann 의 안정성조건¹⁶⁾을 적용하면 에너지식의 전도항과 vorticity transport 식의 확산항에 대해서는 $\alpha \Delta t [1/\Delta r^2 + 1/(r^2 \Delta \theta^2)] \leq \frac{1}{2}$ 및 $\nu \Delta t [1/\Delta r^2 + 1/(r^2 \Delta \theta^2) - 1/(2r^2 \sin^2 \theta)] \leq \frac{1}{2}$ 이고, 대류항에 대해서는 $\Delta t (|u|/\Delta r + |v|/r \Delta \theta) \leq 1$ 이다. 그런데 본 연구에서는 $\alpha(0.2\text{cm}^2/\text{s})$ 가 $\nu(0.142\text{cm}^2/\text{s})$ 보다 크므로

$$\frac{\alpha \Delta t}{\min[\Delta r^2, r^2 \Delta \theta^2]} \leq \frac{1}{4} \quad (19)$$

$$\text{및 } \max \left[\frac{|u| \Delta t}{\Delta r}, \frac{|v| \Delta t}{r \Delta \theta} \right] \leq \frac{1}{2} \quad (20)$$

을 만족하도록 Δt 의 크기를 조절하면서 수치실험을 행하였다.

4. 결과 및 檢討

Fig. 3 은 시간에 따른 streamline 과 等溫線의 변화를 도시한 것으로서 축대칭성이므로 半球에 각각 표시하였다. 球의 表面은 20°C 의 等溫線을 나타내고, 等溫線의 간격은 1°C 이며, stream function 과 시간의 단위는 cm^2/sec 및 秒이다. 그림에서 먼저 等溫線의 변화를 관찰해 보면 初期에는 벽면부근에서 傳熱 및 流動이 급격하고 等溫線이 밀집되어 있으므로 傳導에 의

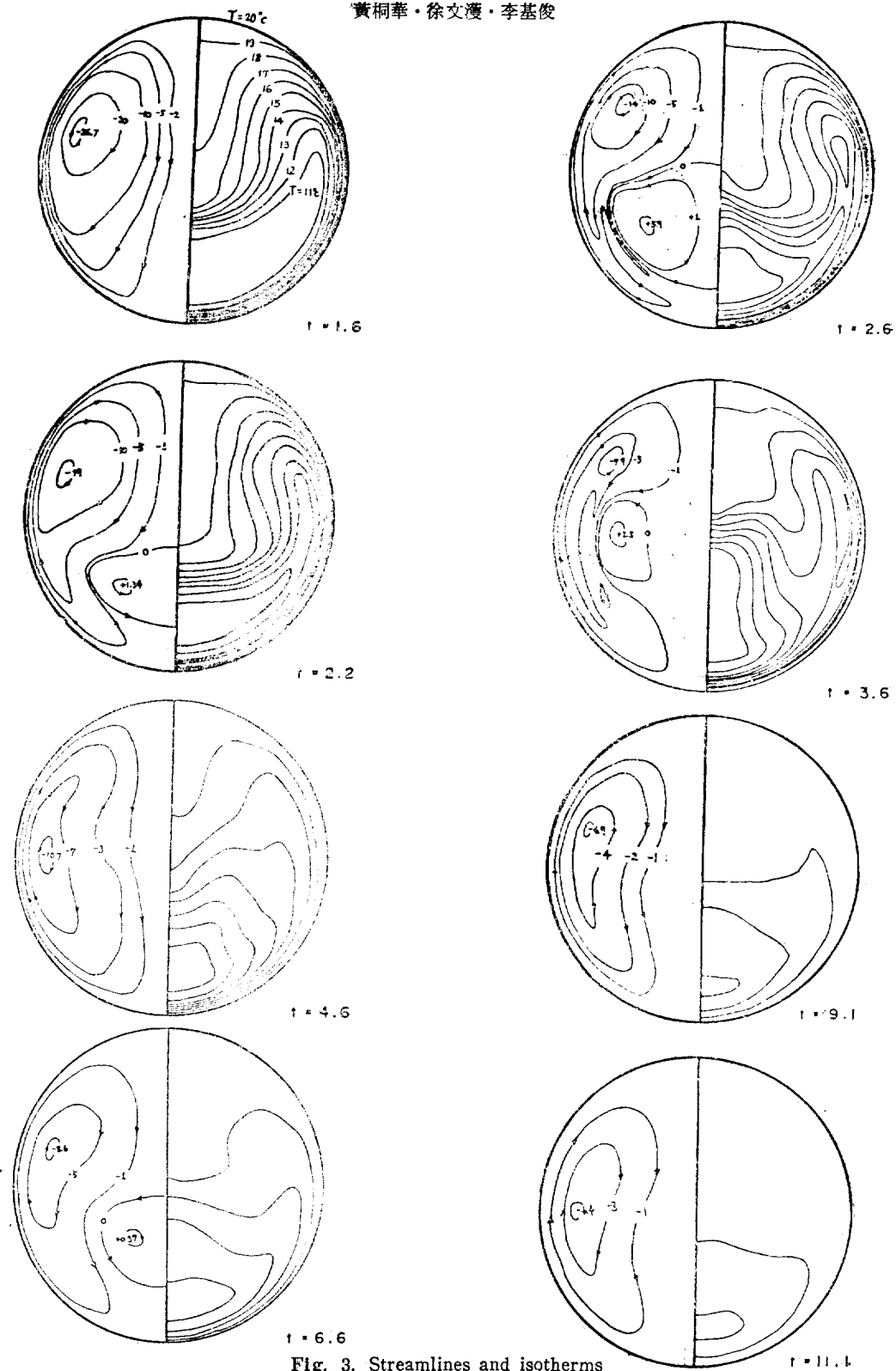


Fig. 3. Streamlines and isotherms

한 熱傳達이 먼저 시작된 후 對流에 의하여 球의 内部로 傳熱됨을 알 수 있다.

空氣의 유동을 나타내는 streamline은 初期에는 流動이 급격한 陰의 방향의 단일 cell을 形成하고 있으나, 약 2초 후부터 중심축 근처에서 반대방향의 弱한 cell이 생성되어 시간경과에 따라 성장하고 있다. 이 陽의 streamline은 3秒 부근에서 더욱 확장되며 따라서 球의 표면 근처의 流動은 아주 복잡해지고, 등온선도 복잡한 형태를 가지게 되는데, 이 과정에서 等溫線이 따로 떨어져 나간 cold pocket이 존재하며, 이 cold pocket은 시간이 지남에 따라 가열되어 점점 소멸됨을 관측할 수 있다.

3秒 부근까지 뚜렷이 확장되면 陽의 streamline은 이후부터 점점 소멸되어 4秒를 지나면서 다시 陰의 방향의 단일 cell운동을 하다가 6秒가 경과되면서 陽의 streamline이 또다시 생성된다. 그러나 이후 陽의 streamline은 그 값이 아주 작으며 따라서 유동현상은 대단히 완만해지고, 9秒 이후에는 다시 단일 cell을 형성하게 되며, 유동의 중심이 점차 중앙으로 내려와 11秒 이후에는 上下 대칭성의 streamline을 이루게 되는데 이 대칭성은 시간이 지남에 따라 더욱 뚜렷해지고 유동은 점차 소멸되어간다. 이와같이 多核性運動은 Rayleigh 數 뿐만 아니라 室의 構造, 加熱方式, 時間의 경과 등에도 영향을 받고 있음을 알 수 있다.

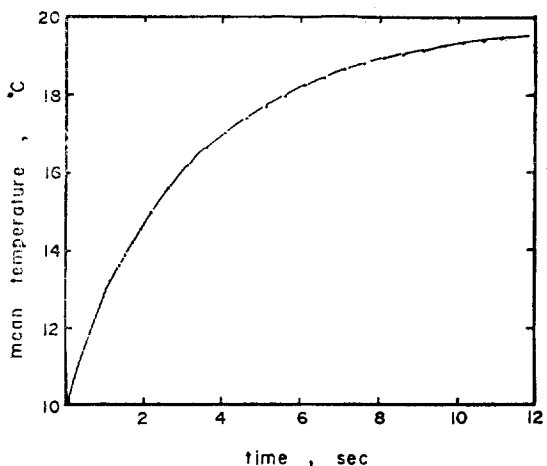


Fig. 4. Calculated Mean Temperature

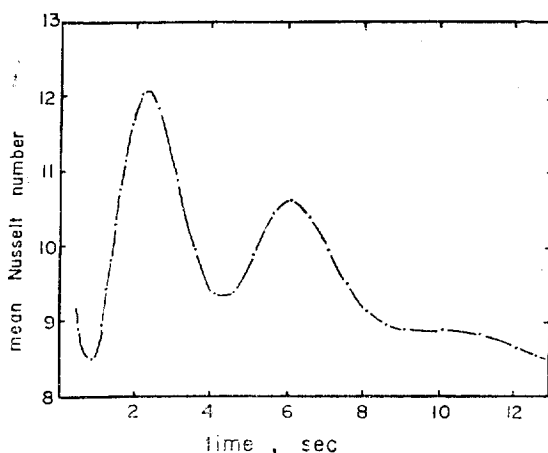


Fig. 5. Variation of mean Nusselt number

Fig. 4는 다음과 같은 식에 의해 계산된 球内部 空氣의 體積平均溫度를 시간에 따라 도시한 것으로서 약 12秒 후에 95% 정도의 加熱이 진행되었음을 알 수 있다.

$$T_m = \frac{2\pi}{\frac{4}{3}\pi R^3} \sum_j T_{i,j} r_i^2 \sin \theta_j \Delta r \Delta \theta \quad (21)$$

한편 열전달계수 h 는

$$h(4\pi R^2)(T_h - T_m) = \int_0^\pi \left(-k \frac{\partial T}{\partial r} \right)_{r=R} 2\pi R^2 \sin \theta d\theta \quad (22)$$

로부터 유도되므로, mean Nusselt number는

$$Nu = \frac{hR}{k} = -\frac{R}{2(T_h - T_m)} \int_0^\pi \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{r=R} \sin \theta d\theta \quad (23)$$

와 같이 표시할 수 있다. 우변의 積分은 Simpson 公式에 의해 계산되며 이 결과는 Fig. 5에 도시하였다. 시간이 진행됨에 따라서 두개의 peak가 생기는 지점은 Fig. 3에서 보는바와 같이 二重核의 생성과 소멸이 활발하게 일어나고 있는 시기로 생각된다.⁶⁾

5. 結 論

본 연구에서 얻어진 결과들을 요약하면 다음과 같다.

(1) 시간경과에 따른 溫度 및 流動場의 변화로부터 不安定한 對流層의 生成 및 전달, 多核性 streamline의 形成 및 소멸, cold pocket의 存在등을 현상학적으로 관찰할 수 있었다.

(2) stream function과 vorticity를 도입하여 경계조건을 간단히 표시할 수 있었고, 중심축에서 Neumann 경계조건을 취급할 수 있는 방법을 제시하였다.

(3) 對流項과 擴散 또는 傳導項을 단계적으로 처리한 혼합 유한차분법이 구형좌표계에서도 효과적임을 확인하였다.

(4) 多核性 流動은 Rayleigh數에 관계함은 물론 室의 構造, 가열방식, 시간의 경과등에 따라서도 다양하게 생성 및 소멸됨을 관측하였고, Nusselt數의 時間에 따른 變化에서 두개의 peak가 확인되었다.

本 研究는 구형좌표계 모델의 數値模寫를 위한 基礎研究로서 의의가 크며, 여기서 사용한 有限差分法은 安定성과 收斂性이 높고 계산과정이 단순하여 活用度가 높을 것으로 기대된다.

Nomenclature

F	SOR 法の relaxation parameter
g	중력가속도, cm/sec ²
h	열전달계수, cal/sec cm ² °C
M, N	반경과 원주 방향의 格子點의 수
N_u	Nusselt number
R	半徑, cm
r	중심에서부터의 거리, cm
Δr	반경 방향의 격자 간격, cm
T	온도, °C
t	시간, sec
Δt	시간의 증분, sec
u, v	반경 및 원주 방향의 속도, cm/sec
α	열확산계수, cm ² /sec
ε	수렴한계치
ζ	vorticity, sec ⁻¹
θ	중심 축에서의 회전각
$\Delta\theta$	원주 회전각의 격자 간격
ν	動粘度, cm ² /sec

Ψ stream function

上첨자

n	시간의 진행 단계
k	반복회수

下첨자

0	기준치
h	high
i	초기치
m	평균치

References

1. L.F. Richardson, Trans. Royal Soc. London, Ser. A., **210** (1910), 307.
2. J.W. Deardorff, J. Atmos. Sci., **21** (1964), 419.
3. J.E. Fromm, Phys. Fluids, **8** (1965), 1757.
4. J.E. Fromm, IBM J. Res. Develop., **15** (1971), 186.
5. 徐文濩 · 李基俊, 화학공학, **16** (1978), 201.
6. G. de V. Davis and R.W. Thomas, Phys. Fluids, Suppl. **II** (1969), 198.
7. J.W. Elder, J. Fluid Mech., **23** (1965), 77.
8. A. Rubel and F. Landis, phys. Fluids, Suppl. **II** (1969), 208.
9. R. Greif, Y. Zvirin and A. Mertol, J. Heat Transfer, **101** (1979), 684.
10. P.J. Burns, L.C. Chow and C.L. Tien, Int. J. Heat Mass Transfer, **20** (1977), 919.
11. P.J. Burns and C.L. Tien, ibid., **22** (1979), 929.
12. R.J. Ribando and K.E. Torrance, J. Heat Transfer, **98** (1976), 42.
13. K. Küblbeck, G.P. Merker and J. Straub, Int. J. Heat Mass Transfer, **23** (1980), 203.
14. C. Gutfinger, "Topics in Transport Phenomena," Hemisphere, Washington D.C., 1975.
15. J.R. Welty, "Engineering Heat Transfer," Wiley, New York, 1974.
16. P.J. Roache, "Computational Fluid Dynamics," Hermosa, Albuquerque, 1972.