

수직 기압수송계의 설계방법

이 정 수 · 김 상 돈

韓國科學院 化學工學科

Design Procedure for Vertical Pneumatic Conveying

Jung Soo Lee and Sang Done Kim

Department of Chemical Engineering, Korea

Advanced Institute of Science, and Technology, Seoul, 131, Korea

1. 서 언

수직공기식 수송(vertical pneumatic transport)은 실제로 공업적으로 많이 사용되고 있으나 아직까지 일반적인 설계기준이 없는 실정이다.¹⁾ 이것은 수직관 공기수송 설계에 있어서 작용하는 변수가 너무 많아서 어떤 경우에도 적용될 수 있는 일반식의 작성이 어렵기 때문이다. 실험적인 시험없이 수직관 공기수송계를 설계하여야만 하는 경우가 생기거나 실험적인 시험을 하기 위해서 어떤 기본적인 지침이 있어야만 하는 필요성이 빈번히 찾아온다. 본고에서는 이런 경우 수송하고자 하는 고체입자의 수송속도가 주어지고 고체입자의 물리적 성질 (ρ_s , $f(d)$, \mathcal{V} , etc.)이 알려진 수직관 공기수송계에 대한 시험적 설계방법(tentative design procedure)에 대해서 알아보하고자 한다.

고체입자에 대한 물리적 성질과 수송속도가 정해지면 수직관의 직경, 공기속도(superficial air velocity), 압력강하 및 수직관 내에서의 고체입자의 유동방식을 결정하는 것이 수직관 설계의 주목적이 된다.⁴⁾ 위의 네가지 설계요소들 중에서 가장 먼저 결정하여야 하는 것은 고체입

자의 수직관내에서의 유동방식으로 이것이 결정되어야 나머지 다른 요소들을 비교적 정확히 예측할 수 있다.

수직관 공기수송계에서 나타나는 유동방식으로는 희박상 유동(dilute phase flow or lean phase flow), 농후상 유동(dense phase flow) 및 이동층 유동(moving bed flow or packed bed flow)의 세가지가 있다고 볼 수 있다.²⁾

희박상 유동은 공기수송계에서 가장 많이 사용되고 있는 유동방식으로 공기량에 대한 고체입자량의 비(이하 질량비)가 작아서 고체입자의 체유량비가 작고 공기유속이 대단히 큰 편이다. 농후상 유동은 희박유동보다 고체입자의 체유량비가 큰 유동방식으로 질량비도 큰 편으로 공기유속이 희박상 유동의 경우보다 큰 때에 나타나는 것과 작은 경우에 나타나는 두 가지 경우가 있을 수 있다. 보통의 경우 희박상 유동의 공기유속 보다 작은 범위의 공기유속에만 농후상 유동이 논의 되어져 왔으나 공기유속이 희박상 유동의 경우보다 큰 때에도 고체입자의 수송속도가 커지면 보통의 농후상 유동과 같은 유동방식이 존재함을 Yerushalmi 등이 밝혔다.³⁾ 또한 농후상유동에는 서로 다른 두 가지 유동방식이 나타나는데 그 한가지는 희박상 유동에서 농후

상 유동으로 변화할 때 slugging이 생기는 계가 있고 다른 한가지는 slugging 현상이 명확히 생기지 않는 계가 있다. Slugging이 명확하게 생기는 유동을 slugging dense phase flow라 하고 그렇지 않은 경우를 dense phase flow without slugging이라고 부른다.²⁾

이동층 유동에서는 수송관의 고체입자들이 마치 충전층(packed bed)과 같은 층이 형성되어서 수송되고 있는 경우로 층의 기공률(ϵ)도 충전층의 그것과 거의 같은 것으로 나타나고 있다.

위의 세 가지 유동방식에서 실제 조업상에는 희박상 유동이 가장 많이 사용되고 있고 희박상 유동에서도 될 수 있는 대로 공기유속이 작은 범위에서 조업하려고 하고 있다. 이것은 공기유속이 크게 되면 이에 따른 고체입자의 충돌이 심해져서 고체입자의 마멸이 심해지고 수직관의 침식도 심하여지고 조업energy가 커지기 때문이다. 이에 반해서 농후상 유동에서는 질량비가 커져서 단위 수직관 길이당 고체수송용량(capacity)이 커지고 공기 유속이 작아서 고체입자의 마멸과 수직관의 침식이 감소하는 장점이 있으나 압력 강하가 커져서 조업 energy가 많이 들고 수직관의 혼들림 현상이 커지는 단점이 있다.¹⁰⁾ 대체로 이동층 유동에서는 압력강하가 상당히 커져서 조업 energy가 커지고 수직관내에서 blockage 현상이 일어나서 그 사용을 기피하

고 있는 실정이다.⁴⁾

그러면 수직관 수송계의 시험적 설계를 위해서 우선 유동방식을 결정하는 방법을 알아보고 다음으로 압력강하를 결정하는 관계식을 알아보고 마지막으로 각 유동방식에 대한 시험적 설계 방법을 알아보고도록 하겠다.

2. 유동방식의 예측(Prediction of flow pattern)

수직관을 설계하기 전에 주어진 고체입자의 물성과 수송속도가 정해지면 어떤 범위에서 어떤 유동방식이 될 것인가를 예측하는 것은 대단히 중요하다. 특히 choking 현상이 일어날 것인가의 예측과 그 일어나는 공기유속(choking velocity)이 얼마인가를 정하는 것은 조업 유속을 정하는데 가장 필요한 것이 된다. 또한 농후상 유동에서 조업하고자 할 때 이동층 유동이 되지 않도록 공기유속을 정하는 것이 중요한 인자가 된다.

(1) Choking 현상

희박상 유동 상태에서 고체의 수송속도를 고정시키고 공기유속을 낮추어 주면 어떤 공기유속에서 희박상 유동이 없어지고 slugging이 생겨서 slugging dense phase flow가 되는 지점이 있다. 이 지점을 choking point라 하고 이 현상을 choking 현상이라고 하며 이때의 공기유속을 choking velocity라 한다.⁵⁾ (Figure 1) 그러나 어떤 수직관 수송에서는 공기유속을 계속 낮추어도 slugging이 명확하게 생기지 않고 희박상 유동이 없어지는 경우가 있다. 이런 계를 non-choking system이라 한다.

어떤 수직관 수송계가 choking system이냐 non-choking system이냐 하는 것은 고체입자 및 공기의 properties와 수직관 직경에 관계된다. 대체로 fine particles이고 직경이 큰 계는 non-choking system이고 coarse particles이고 직경이 작은 계는 choking system이 된다.

다음에 몇 연구자가 제시한 choking system과 non-choking system을 구분하는 정량적인

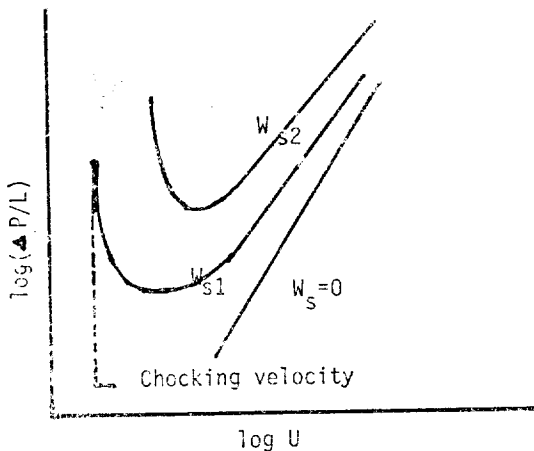


Fig. 1. Behavior of lean gas-solid in Vertical flow(5)

해석을 소개한다.

ㄱ. Yousfi와 Gau의 해석⁶⁾

Yousfi와 Gau는 choking 현상이 uniform suspension이 불안정 할 때 일어날 수 있다는 기준 아래 다음의 식을 유도하였다. 즉,

$$U_i^2/(gd) > 140 \quad (1)$$

for choking to occur

ㄴ. Yang의 해석⁷⁾

Yang은 single bubble의 stability에 사용했던 이론을 slug의 stability에 그대로 적용해서 slug가 불안정하면 choking 현상이 일어날 수 없다는 기준 아래서 다음의 관계식을 유도하였다. 즉,

$$0.35 \sqrt{gD} > U_i \quad \text{for no choking} \quad (2)$$

다시 정리하면

$$U_i^2/(gD) > 0.12 \quad \text{for choking to occur} \quad (3)$$

ㄷ. Smith의 해석⁸⁾

Smith는 수직관 수송계 내에서의 porosity wave의 전달속도가 보통의 유동화층에서의 그것의 전달속도와 같다는 것을 증명하고 다음식을 유도하였다.

$$U_i = U_{ie} n(1 - \epsilon)/\epsilon \quad (4)$$

위의 (4)식에서 U_{ie} 는 porosity wave의 속도이고 n 는 Richardson-Zaki 식의 지수이다.¹³⁾

Smith는 bubbles(slugs)가 U_{ie} 보다 큰 속도로 상승하면 불안정해져서 choking 현상이 일어날 수 없다는 가정하에서 다음의 식을 제안하였다.

$$U_i > U_b \quad \text{for choking to occur} \quad (5)$$

$$\text{여기서 } U_b = 0.41(gD)^{\frac{1}{2}} \quad (6)$$

위의 (4), (5) 및 (6) 식을 종합해서 정리하면

$$U_{ie} n(1 - \epsilon)/(gD)^{\frac{1}{2}} > 0.41 \quad \text{for choking to occur} \quad (7)$$

이 된다.

ㄹ. Leung의 제안²⁾

Leung은 위의 (1), (3) 및 (7) 식들 중에서 (7) 식이 가장 신빙성이 크다고 생각해서 Smith의 제안식 (7) 식에서 ϵ 이 최대일 때의 극한에 대해서 식을 유도하여 보았다.

식 (7)에서 ϵ 이 최대일 때 다음과 같이 된

다.

$$\frac{U_{ie} n \{ (n-1)/n \}^{n-1} - \{ (n-1)/n \}^n}{(gD)^{\frac{1}{2}}} > 0.41 \quad (8)$$

n 의 범위가 2.4에서 4.6 이므로 식 (8)에 각각의 극한을 대입해 본다.

$$U_i^2/gD > 0.76, \quad n = 2.4 \quad (9)$$

for choking to occur

$$U_i^2/gD > 0.98, \quad n = 4.6 \quad (10)$$

for choking to occur

Choking system과 non-choking system을 구분하기 위해서 위의 (1), (3), (7), (9) 및 (10) 식 중에서 어떤 것을 사용해도 좋으나 (1) 식은 수직관 직경을 고려하지 않았으므로 사용을 피해야겠고 (7) 식은 미지수가 많아서 곤란하고 (9) 및 (10) 식은 일반적인데 사용하기가 곤란하다. (9)와 (10) 식으로 미루어 보아서 (3) 식의 우변 숫자가 (9)와 (10) 식의 우변의 숫자와 order가 같으므로 현재 단계로는 Yang의 (3) 식을 choking와 non-choking system의 판별식으로 사용하기로 한다. 그러나 Yang의 식도 그 가정인 bubble stability에 대해서 아직도 의심스러운 점이 많으므로 앞으로 실험적으로 자세히 규명이 되어야 하겠다.²⁾

(2) Choking velocity의 예측²⁾

수직관 수송계내에서 조업 공기유속을 정하기 위해서 choking velocity를 정하는 것이 대단히 중요하다. 여기서는 최근에 나온 choking velocity를 정하는 식을 소개하였다.

ㄱ. Equations of Punwani et al²⁾

$$2gD(\epsilon_c^{-4.7} - 1)/(V_g - U_i)^2 = 0.774 \rho_g^{0.77} \quad (11a)$$

$$W_s/\rho_s = (V_g - U_i)(1 - \epsilon_c) \quad (11b)$$

ㄴ. Equation of Leung et al.¹³⁾

$$V_g = 32.3 W_s/\rho_s + 0.97 U_i \quad (12)$$

ㄷ. Equations of Yang⁷⁾

$$2gD(\epsilon_c^{-4.7} - 1)/(V_g - U_i)^2 = 0.01 \quad (13a)$$

$$W_s/\rho_s = (V_g - U_i)(1 - \epsilon_c) \quad (13b)$$

위의 세종류식이 choking velocity를 구하기 위해서 사용될 수 있으나 여기서는 질량비(R)를

매개변수로 해서 유동방식을 결정하고 choking velocity 를 구하는 법을 알아보기 위해서 (12) 식을 일예로 들겠다. (12) 식을 질량비에 대해서 다시 정리하면 다음과 같이 된다.

$$R = 0.131(\rho_s/\rho_g)[1 - 0.97/U_g^*] \quad (14)$$

여기서

$$R = W_s/\rho_g V_g \quad (15)$$

$$U_g^* = V_g/U_t \quad (16)$$

수송하고자 하는 고체입자에 대한 수송속도 W_s 와 밀도 ρ_s 가 주어지고 수직관내의 압력만 가정이 되면 U_t 가 결정되어서 choking velocity 는 (14) 식을 이용하지 않고 (12)식만 사용하면 쉽게 구할 수 있다. 그러나 유동방식 예측에서는 (14)식이 꼭 필요하게 되는데 이는 농후상 유동에서 이동층 유동으로 변할때의 경계에 대한 관계식이 주어진 다음 설명. 하기로 하겠다.

(3) 농후상 유동에서 이동층 유동사이의 변환 경계 예측²⁾

농후상 유동에서 이동층 유동으로 수직관내의 조건이 변할 때 수직관내에는 최소 유동화(minimum fluidization) 때와 거의 같은 유동현상을 보이면서 수송이 된다. 이런 가정으로 부터 다음과 같은 식이 성립될 수 있다.

$$(V_g/\epsilon_{mf}) - (W_s/\rho_s)/(1 - \epsilon_{mf}) = U_{mf}/\epsilon_{mf} \quad (17)$$

보통

$$\epsilon_{mf} = 0.45$$

이므로 식 (17)을 다시 정리하면

$$0.55 V_g - 0.45 W_s/\rho_s = 0.55 U_{mf} \quad (18)$$

이 된다. 식 (18) 다시 질량비에 대해서 정리하면 다음과 같다.

$$R = 1.22(\rho_s/\rho_g)[1 - (U_{mf}/U_t)/U_g^*] \quad (19)$$

(19)식에서 U_{mf}/U_t 는 G_a (Galileo number = $\rho_g(\rho_s - \rho_g)gd^3/\mu^2$)의 함수로 다음과 같다.¹²⁾

$$U_t/U_{mf}$$

$$= 135.7 - 45.0 \log(G_a) + 4.1(\log G_a)^2 \quad (20)$$

$$\text{for } 10^2 < G_a < 4 \times 10^4$$

$$U_t/U_{mf} = 26.6 - 2.4 \log(G_a)$$

$$\text{for } 4 \times 10^4 < G_a < 8 \times 10^5 \quad (21)$$

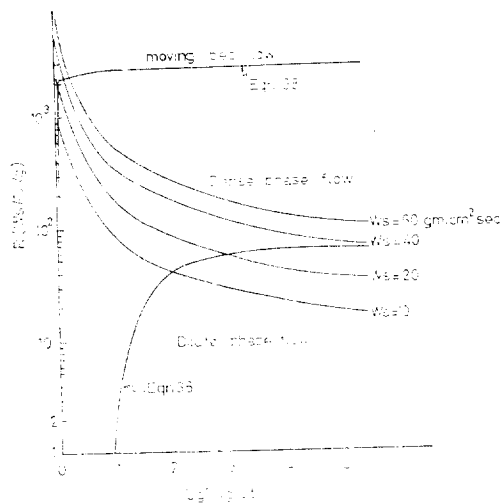


Fig. 2. Flow pattern Diagram

$$U_t/U_{mf} = 10.8 \quad \text{for } 8 \times 10^5 < G_a \quad (22)$$

Choking velocity 를 구할 때와 마찬가지로 농후상유동에서 이동층 유동으로 가는 경계에서의 공기유속은 U_{mf} 만 정해지면 식 (18)로 부터 쉽게 구해질 수 있다.

그러나 식 (12)와 식 (18)만으로는 주어진 W_s , U_{mf} 및 U_t 로 부터 정확한 유동방식은 예측하기가 힘들다. 이것은 일정한 W_s 에 대해서 어떤 제는 이동층유동과 농후상 유동은 존재하나 회박상유동이 존재하지 않는 경우도 생기기 때문인데 이와같은 것의 예측은 식 (14)와 식 (19)를 이용해서 만든 유동방식도표(Figure 2)에 의해서만 가능하다. 식 (14)에 의해서 농후상 유동과 회박상유동 사이의 경계선이 만들어지고 식 (19)에 의해서 농후상유동과 이동층유동 사이의 경계선이 만들어진다. 어떤 일정한 W_s 에 의해서 Figure 2에서 볼 수 있듯이 서로 다른 선들이 만들어지고 이 선들 중에서 위의 두개의 경계선과 만나는 선에 대한 W_s 에서는 세 가지 유동방식이 다 존재하게 되나 하나의 경계선과 만나는 것이 있는데 이런 경우에는 하나의 유동 방식은 존재하지 않는다고 볼 수 있다. Figure 2와 같은 경우에서는 W_s 가 60gm/cm². sec 일 때는 회박상 유동이 존재하지 않는다고

예측할 수 있다. 대체로 회박상 유동과 농후상 유동의 경계선을 W_s 가 클 때 만나지 않는 경우가 많은데 이때에 회박상 유동이 나타나지 않는다고 예측할 수 있다.

3. 압력강하의 예측(pressure drop prediction)

수직관 공기수송계에 대한 압력강하의 예측도 유동방식에 따라서 다른 방법을 사용하게 되는데 각 유동방식에서 압력강하를 예측하는 관계식을 기술하겠다.

(1) 회박상 유동

지금까지 나와 있는 회박상 유동에서의 압력강하를 예측하는 유형은 다음의 세 가지가 있다.⁴⁾

ㄱ. 압력강하(ΔP) = 가속효과(acceleration effect) + 고체와 기체의 무게(gravity or hold-up) + 벽면 마찰(wall friction)

ㄴ. 겉보기 공기유속(superficial air velocity) 대신 slip velocity를 Ergun type equation에 적용하는 방법

ㄷ. $\Delta P_{\text{mixture}}/\Delta P_{\text{air alone}}$ 을 다른 변수들과 연관시켜서 연관식을 만드는 방법

위 세 가지 유형중에서 ㄴ의 방법은 압력강하가 기공 불확실성(voidage uncertainty)에 상당히 민감하므로 부적합하고 ㄷ의 방법은 공기만 있을 경우 벽조도(wall roughness)가 압력강하에 미치는 영향이 큰데 반해서 혼합물질인 경우에는 그 영향이 그리 크지 못하고 오히려 고체 체유량(hold-up)이 압력강하에 큰 영향을 미치므로 변수의 연관도가 일정치 못해서 이 방법 역시 부적합하다. 따라서 회박상 유동에 대해서는 ㄱ의 방법을 사용해서 압력강하를 예측하기로 한다.

Hinze¹⁴⁾에 의해서 ㄱ의 방법의 이용한 이론식이 산출되었고 Stemerding¹⁵⁾에 의해서 Hinze에 의해서 유도된 이론식이 실험치와 비교되었다.

수직관 높이 L 에 대해서 수직관내의 반경 방

향에 관계없는 steady-state의 turbulent flow에 대해서 momentum balance를 세워 보면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} & \frac{d}{dz} [\rho_s \epsilon U_g^2 + \rho_s (1 - \epsilon) U_s^2] \\ &= - \frac{dp}{dz} - [\epsilon \rho_g + (1 - \epsilon) \rho_s] g \\ & \quad - \frac{4}{D} (\tau_{wg} + \tau_{ws}) + \frac{d}{dz} (\tau_{zg} + \tau_{zs}) \\ & \quad - B(1 - \epsilon) \rho_g \left[U_s \frac{d}{dz} (U_s - U_g) \right. \\ & \quad \left. + U_{zs} \frac{d(U_{zs} - U_{zg})}{dz} \right] \end{aligned} \quad (23)$$

위의 (23)식에 다음의 3가지 가정을 도입할 수 있다.

(i) $\rho_s \gg \rho_g$

즉, 공기의 밀도가 고체의 밀도보다 대단히 작아서 무시될 수 있다. 또한 이에 따라서

$$\tau_{wg} \ll \tau_{ws}$$

도 성립이 된다.

(ii) $\Delta P \ll P$

즉, 수직관내에서의 압력강하가 주위의 압력에 비해서 상당히 작아서 압력변화를 무시할 수 있다는 뜻이다. 압력변화가 작으므로 공기의 부피변화도 작아서 (23)식의 오른쪽의 맨 마지막항이 무시될 수 있다.

(iii) 축 방향에 따른 turbulence pattern에 변화가 없다.

이 가정에 의해서 축 방향에 따른 stress의 변화가 무시되어서 (23)식의 오른쪽의 네번째항이 무시될 수 있다.

위의 세 가지 가정을 도입하고 수직관 높이 L 까지에 대해서 (23)식을 적분해서 정리하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \Delta P &= \rho_s (1 - \epsilon) U_s^2 + \rho_s (1 - \epsilon) g L \\ & \quad + 4 \tau_{ws} L / D \end{aligned} \quad (24)$$

식 (24)에서 ΔP 를 계산하기 위해선 U_s , ϵ 및 τ_{ws} 를 알아야만 한다.

U_s (actual solid rate)는 공탐 공기속도 V_g 와 고체속도 V_s 만 주어지면 다음의 두 식으로부터 구해질 수 있다.

$$V_s = U_s (1 - \epsilon) \quad (25)$$

$$V_g - U_s = U_i \quad (26)$$

(26) 식은 ϵ 이 1에 근사하다는 가정에서 부터 나왔다. 위의 (26)식보다 정확하게 U_s 를 구하는 식에 다음과 같은 것이 있다.¹⁵⁾

$$U_s = U_g - [(1 + f_p U_s^2 / 2gD) \{4(\rho_s - \rho_g)dg^{1.7} / 3 \rho_g C D_s\}]^{1/2} \quad (27)$$

여기서 C_{DS} = drag coefficient of single particle at infinite medium

$$f_p = \frac{1}{2} D \Delta P_{fs} / \rho_m U_s^2 L \quad (\text{friction factor}) \quad (28)$$

ΔP_{fs} 는 고체입자에 의한 마찰압손으로 이것을 알아야 식 (27)을 사용해서 U_s 를 구할 수 있다.

마찰에 의한 압손은 다음과 같이 표시된다.

$$\begin{aligned} \Delta P_f &= \Delta P_{fg} + \Delta P_{fs} \\ &= 2 L f_g \rho_g \epsilon U_g^2 / D \\ &\quad + 2 L f_s \rho_s (1 - \epsilon) U_s^2 / D \end{aligned} \quad (29)$$

위의 (i) $\rho_s \gg \rho_g$ 의 가정에 의해서

$$\Delta P_f = 2 L f_s (1 - \epsilon) \rho_s U_s^2 / D \quad (30)$$

가 된다.

Knowlton과 Bachovchin¹⁶⁾은 고압 조건에서 (700 psia 까지) 마찰계수 f_s 에 대한 관계식을 다음과 같이 제안하였다.

$$\begin{aligned} f_s &= [0.02515 (W_s / \rho_g U_g)^{0.0415} (U_s / U_g)^{-0.859}] \\ &\quad - 0.03 \end{aligned} \quad (31)$$

고통 압력조건에서 마찰계수 f_s 는 여러가지 변수에 의해서 정해지겠지만 수직관 수송에서 고체에 의한 마찰효과가 다른 효과에 비해 작으므로 다음의 식을 사용할 수가 있다.

$$f_s = 0.05 U_s^{-1} (U_s \text{ in } \text{ms}^{-1}) \quad (32)$$

(2) 농후상 유동

농후상 유동에서는 희박상 유동에서 보다도 마찰압손의 효과가 고체무게에 의한 것보다 압력강하에 미치는 영향이 작으므로 마찰압력강하는 무시하고 고체무게만 압력강하에 고려하기로 한다.

즉,

$$\Delta P = \rho_s (1 - \epsilon) L \quad (33)$$

식 (33)으로 부터 ΔP 를 구하기 위해선 기공율 ϵ 를 구하기만 하면 된다. ϵ 를 구하는 방법이 slugging dense phase flow의 경우와 dense phase flow without slugging의 경우에 다르

로 각각에 대해서 살펴보기로 한다.

ㄱ. Slugging dense phase flow

이 경우에는 Matsen¹⁷⁾이 세운 다음 식을 사용해서 ϵ 를 구하기로 한다. 즉,

$$\begin{aligned} (1 - \epsilon) / (1 - \epsilon_{mf}) &= [U_b + W_s / \\ &\quad \{\rho_s (1 - \epsilon_{mf})\}] / (V_g + U_b \\ &\quad - U_{mf} + W_s / \rho_s) \end{aligned} \quad (34)$$

식 (34)에서 U_b 는 non-flowing fluidized bed에서의 bubble rise velocity로 slugging flow의 경우에는 다음과 같다.

$$U_b = 0.35 (gD)^{1/2}$$

$$U_b = 0.35 (2gD)^{1/2} \text{ for half nose slugs}^{18)}$$

ㄴ. Dense phase flow without slugging

Nakamura와 Cape⁹⁾에 의해서 이 경우에 ϵ 을 구할 수 있는 식이 annular flow model로 나와 있으나 이 식은 간단한 해석적인 식이 못되고 ϵ 을 구하기 위해서는 수치해석적인 방법을 사용하여야만 한다. 또한 이 annular flow model에는 실험상수가 많아서 실험 data가 없는 계에 대해서는 이 식을 사용할 수 없다. 또 한가지 시도로 Yershalmi³⁾ 등에 의해서 'fast fluidized bed'라는 이름으로 연구되고 있는데 아직 ϵ 를 구하는 식은 작성되지 못한 단계에 있다. 따라서 dense phase flow without slugging에 대해서는 ϵ 의 값을 0.6~0.8 범위에서 그때 그때 사용하기로 한다.

(3) 이동층 유동

이 경우에는 slip velocity를 공기유속 대신 사용해서 Ergun type equation에 대입해서 ϵ 를 구하는 관계식을 만든다.²⁰⁾ 즉,

$$\begin{aligned} \frac{\Delta P d \epsilon^3}{L \rho_g [(U_g - U_s) \epsilon]^2 (1 - \epsilon)} \\ = 150 / Re_{st} + 1.75 \end{aligned} \quad (35)$$

4. 시험적 설계 방법(Tentive design procedure)⁴⁾

수송하고자 하는 고체입자의 밀도(ρ_s), 입도분포($f(d)$), sphericity(ψ), 수송속도(W_s), discharge pressure(P_d) 및 수직수송거리(L)가 주

어졌을 때 회박상 유동과 농후상 유동에서 수송관을 설계하는 순서를 살펴보고자 한다.

1) 수송관의 직경 D 를 가정한다.

따라서 고체입자의 겉보기 속도 V_s 가 정해진다.

$$V_s = \frac{4 W_s'}{\pi D^2 \rho_s}$$

2) 압력강하 ΔP 를 가정한다.

$P_d + \Delta P/2$ 에서 종말유속 U_t 와 최소 유동화 속도 U_{mf} 를 구할 수 있다.

a. 회박상 유동

3. a. 식 (12)를 이용해서 choking velocity V_{ch} 를 구한다.

4. a. 조압유속 V_g 를 safety factor 1.5를 곱해서 정한다.

$$V_g = 1.5 V_{ch}$$

5. a. ΔP 를 계산한다.

(i) 고압일 경우

식 (24), (25), (26), (30) 및 (31)을 이용하고

(ii) 보통압력일 경우

식 (24), (25), (26), (30) 및 (32)를 이용한다.

6. a. 위의 5. a.에서 계산한 ΔP 와 2에서 가정한 ΔP 와 비교해서 그 차이가 크지 않을 때까지 1-5. a.를 반복한다.

7. a. 다른 수직관 직경 D 에 대해서 1-6. a.를 반복 계산한다.

8. a. 1-7. a.에 의해 얻어진 여러가지 D , V_g , ΔP 자료중에서 경제성에 입각해서 선택한다.

b. 농후상 유동

3. b. 식 (18)로부터 이동층 유동과의 경계유속 V_g' 를 구한다.

4. b. 조압유속을 V_g' 의 약 2배 정도로 잡는다.

$$V_g = 2 V_g'$$

5. b. 식 (33)으로부터 압손 ΔP 를 구한다.

6. b. 2에서 가정한 ΔP 와 비교하여 본다.

5. b.에 구한 것과 별 차이가 없을 때까지 1-5. b.를 반복한다.

7. b. 여러가지 V_g 에 대해서 1-6. b.를 반복 계산한다.

8. b. 여러가지 다른 수직관 직경 D 에 대해서 1-7. b를 반복 계산한다.

9. b. 위에서 얻어진 D , V_g , ΔP 자료 중에서 경제성에 입각해서 선택한다.

[예제]

Portland cement를 수직방향으로 10 m 수송하는 수직공기식 수송제에 대한 시험적 설계례로 들어보기로 한다.

(자료)

고체입자 크기 $d = 0.01$ m (mono size)

고체입자 밀도 $\rho_s = 3.15$ gm/cm³

공기점도 $\mu = 0.00018$ gm/cm.sec at

$$T = 25^\circ\text{C}$$

고체입자 수송속도 $W_s' = 1571$ gm/sec
= 92.3 kg/min

Discharge 압력 $P_d = 1$ atm

1) 회박상 유동에서 조압할 경우

ㄱ. $D = 10$ cm로 가정

$$V_s = \frac{4 W_s'}{\pi D^2 \rho_s} = \frac{4(1571)}{\pi(10)^2(3.15)} = 6.35(\text{cm/sec}) \quad (W_s = 20 \text{ gm/cm.sec, Figure 2})$$

ㄴ. $\Delta P = 80$ cm H₂O로 가정

$$P_d + \Delta P/2 = 1033 + 40 = 1073(\text{cm H}_2\text{O}) = 1.039(\text{atm})$$

$$\rho_g = \frac{PM}{RT} = \frac{(1.039)(28.8)}{(82.05)(298)} = 0.00122(\text{gm/cm}^3)$$

$$U_t = \left[\frac{4}{225} \frac{(\rho_s - \rho_g)^2 g^2}{\rho_g \mu} \right]^{1/3} d \quad \text{for } 0.4 < Re < 500$$

$$= \left[\frac{4}{225} \frac{(3.15 - 0.00122)^2 (980)^2}{(0.00122)(0.00018)} \right]^{1/3} (0.01)$$

$$= 92.2(\text{cm/sec})$$

$$\text{check; } Re = \frac{(62.2)(0.00122)(0.01)}{0.00018}$$

$$= 6.15$$

$$0.4 < Re < 500$$

∴ 적합함

$$Ga = \rho_s(\rho_s - \rho_g)gd^3/\mu^2$$

$$= \frac{(0.00122)(3.15 - 0.00122)(980)(0.1)^3}{(0.00018)^2}$$

$$= 114.3$$

$$U_t/U_{mf} = 135.7 - 45.0 \log(Ga)$$

$$\div 4.1(\log Ga)^2$$

$$= 60.5$$

$$U_{mf} = U_t/60.5 = 1.524(\text{cm/sec})$$

이 수송계의 회박상 유동과 농후상 유동의 경계선 식은 다음과 같이 된다.

$$R = 0.031(\rho_s/\rho_g)[1 - 0.97/U_g^+] \quad (14)$$

$$R = 81.4[1 - 0.97/u_g^+] \quad (36)$$

R 과 W_s 의 관계는 다음과 같이 표시된다.

$$R = W_s/V_g\rho_g = \frac{W_s}{U_t\rho_g} \cdot \frac{1}{U_g^+} \quad (37)$$

식 (37)에 의해서 W_s 가 10, 20, 40 및 60 gm/cm²·sec에 대해서 곡선들이 만들어진다(Figure 2).

ㄷ. V_{ch} 를 구한다.

$$V_{ch} = 32.3 W_s/\rho_s + 0.97 U_t$$

$$V_{ch} = 32.3(6.35) + 0.97(92.2)$$

$$= 294.5(\text{cm/sec}) \quad (12)$$

ㄹ. V_g 를 구한다.

$$V_g = 1.5 V_{ch} = 1.5(294.5)$$

$$= 441.8(\text{cm/sec})$$

ㅁ. ΔP 를 계산한다.

$$\Delta P = \rho_s(1 - \epsilon)U_s^2 + \rho_s(1 - \epsilon)gL + \Delta P_f \quad (24)$$

$$V_g - U_s = U_t \quad (26)$$

$$U_s = V_g - U_t = 441.8 - 92.2$$

$$= 349.6(\text{cm/sec})$$

$$U_s = V_s/(1 - \epsilon)$$

$$\epsilon = 1 - V_s/U_s$$

$$= 1 - \frac{6.35}{349.6} = 0.9818$$

마찰압력 강하 ΔP_f

$$\Delta P_f = 4 \tau_{ws}L/D$$

$$= 2 L f_s \rho_s (1 - \epsilon) U_s^2 / D \quad (30)$$

$$f_s = 0.05 U_s^{-1} \quad (32)$$

$$f_s = 0.05(3.496)^{-1} = 0.0143$$

$$\Delta P_f = \frac{2(1000)(0.0143)(3.15)(1 - 0.9818)(349.6)^2}{10}$$

$$= 20040(\text{dyne/cm}^2)$$

ΔP 는 식 (24)에 의해서 다음과 같이 된다.

$$\Delta P = 3 \cdot 15(1 - 0.9818)(349.6)^2$$

$$+ 3.15(1 - 0.9818)(980)(1000)$$

$$+ 20040$$

$$= 7007 + 56183 + 20040$$

$$= 83230(\text{dyne/cm}^2)$$

$$= 84.9(\text{cmH}_2\text{O})$$

처음에 가정했던 ΔP 와 위의 ΔP 가 약간의 차이가 있지만 그 차이에 의해서 U_{mf} , U_t 에 미치는 영향이 거의 없으므로 계산을 반복하지 않아도 된다.

경제성을 검토할 자료가 없으므로 다른 수직관 직경에 대한 계산은 생략하기로 한다.

2) 농후상 유동에서 조압할 경우

이 경우에 대해서 우선 slugging dense phase인가 dense phase flow without slugging 인가를 알아보아야 한다.

D 는 10 cm로 가정하고 U_t 는 위의 회박상 유동의 경우와 별 차이가 없으므로 위의 값을 그대로 사용한다.

Yang의 식에 의해서

$$U_t^2/gD = \frac{(92.2)^2}{980(10)} = 0.897 > 0.12$$

따라서 D 가 10 cm인 경우에 이 계는 slugging dense phase임을 알 수 있다.

ㄱ. $D = 10$ cm로 가정

$$V_s = 6.35 \text{ cm/sec (회박상 유동의 경우와 같음)}$$

ㄴ. $\Delta P = 400 \text{ cmH}_2\text{O}$ 로 가정

$$Pd + \Delta P/2 = 1233 \text{ cmH}_2\text{O} = 1.19 \text{ atm}$$

$$\rho_s = \frac{PM}{RT} = \frac{(1.19)(28.8)}{(82.05)(298)}$$

$$= 0.0014(\text{gm/cm}^3)$$

$$U_t = \left[\frac{4}{225} \frac{(3.15 - 0.0014)^2 (980)^2}{(0.0014)(0.00018)} \right]^{1/3} \quad (0.01)$$

$$= 87.58(\text{cm/sec})$$

$$\text{check; } Re = \frac{(87.58)(0.0014)(0.01)}{0.00018}$$

$$= 6.81$$

$$0.4 < Re < 500$$

∴ 적합함

$$G_a = \frac{(0.0014)(3.15 - 0.0014)(980)(0.01)^3}{(0.00018)^2}$$

$$= 133.3$$

$$U_t/U_{mf} = 135.7 - 45.0 \log(133.3)$$

$$+ 4.1(\log 133.3)^2$$

$$= 58.6$$

$$U_{mf} = 87.58/58.6 = 1.495(\text{cm/sec})$$

농후상 유동과 이동층 유동간의 경계선식은 다음과 같다.

$$R = 1.22(\rho_s/\rho_g)[1 - (U_{mf}/U_t)/U_g^*] \quad (19)$$

$$R = 2745 \left[1 - \frac{1}{58.6 U_g^*} \right] \quad (38)$$

식 (36)과 (38)에 의해서 유동방식 도표가 Figure 2 와 같이 작성된다.

ㄷ. 이동층 유동과 농후상 유동사이의 경계속도 V_g' 를 구한다.

$$0.55 V_g - 0.45 W_s/\rho_s = 0.55 U_{mf} \quad (18)$$

시멘트 입자의 경우 위의 (18)식 대신 ϵ_{mf} 를 0.6 으로 하는 식이 더 타당하다. ∴,

$$0.4 V_g - 0.6 W_s/\rho_s = 0.4 U_{mf} \quad (39)$$

식 (39)로부터

$$V_g' = \frac{0.4(1.495) + 0.6(6.35)}{0.4}$$

$$= 11.02(\text{cm/sec})$$

ㄹ. 조업 유속 V_g

$$V_g = 2V_g' = (11.02) = 22.04(\text{cm/sec})$$

ㄱ. ΔP 를 계산한다.

$$\Delta P = \rho_s(1 - \epsilon)gL$$

$$U_b = 0.35\{(980)(10)\}^{1/2}$$

$$= 34.65(\text{cm/sec})$$

$$(1 - \epsilon)/(1 - \epsilon_{mf})$$

$$= [U_b + W_s/\rho_s(1 - \epsilon_{mf})]/$$

$$(V_g + U_b - U_{mf} + W_s/\rho_s) \quad (34)$$

$$(1 - \epsilon)/0.4 = \left[34.65 + \frac{6.35}{0.4} \right] /$$

$$[22.65 + 34.65 - 1.495 + 6.35]$$

$$1 - \epsilon = 0.328$$

$$\therefore \Delta P = 3.15(0.328)(980)(1000)$$

$$= 1.0125 \times 10^6(\text{dyne/cm}^2)$$

$$= 1032.5 \text{ cmH}_2\text{O}$$

위의 L 에서 가정했던 ΔP 와 큰 차이가 있으므로 V_g 를 다시 가정하는데 보통 고체입자의 종말속도보다 큰 범위에서 조업하므로 V_g 를 100 cm/sec 로 가정한다.

$$V_g = 100 \text{ cm/sec}$$

식 (34)에 의해서

$$(1 - \epsilon)/0.4 = \left[34.65 + \frac{6.35}{0.4} \right] /$$

$$[100 + 34.65 - 1.495 + 6.35]$$

$$1 - \epsilon = 0.145$$

$$\therefore \Delta P = 3.15(0.145)(980)(1000)$$

$$= 4.476 \times 10^5(\text{dyne/cm}^2)$$

$$= 456(\text{cmH}_2\text{O})$$

위의 L 에서 가정한 ΔP 값인 400 cmH₂O 와 비슷하므로 여기서 계산은 중지한다. 이 경우도 경제성을 검토할 자료가 없으므로 다른 수직관 직경에 대해서는 더이상 계산을 하지 않기로 한다.

농후상 유동에 조업하고자 할 때 조업유속 V_g 가 이동층 유동과 농후상 유동의 경계속도인 V_g' 에 안전율(safety factor) 2가 곱해졌는데 시멘트 입자를 수송할 경우에는 입자의 종말속도 보다 큰 범위에서 조업이 되는 것이 보통이므로 안전율로 9 이상의 것이 적합하다고 하겠다.

NOMENCLATURE

B Constant

C_{Ds} drag coefficient of a single particle at free fall velocity

D diameter of riser

d particle diameter

f_g friction factor for gas flow only

f_s	solid friction factor
$f(d)$	particle size distribution
Ga	Galileo number, $\rho_g(\rho_s - \rho_g)gd^3/\mu^2$
L	length of riser
n	exponent in Richardson and Zaki's equation
P_d	pressure at discharge end of conveying line
ΔP	overall pressure drop over length of L of riser
ΔP_f	frictional pressure drop due to wall shear stress
ΔP_{fg}	frictional pressure drop due to gas
ΔP_{fs}	frictional pressure drop due to solid particles
Re_{st}	Reynolds number, $\rho_g(U_g - U_s)d\epsilon/[\mu(1 - \epsilon)]$
U_{mf}	superficial minimum fluidization velocity
U_b	bubble velocity in a non-flowing fluidized bed
U_t	free fall velocity of a single particle
u_g^*	dimensionless gas velocity, V_g/U_t
V	superficial velocity
V_{ch}	superficial choking velocity
V_z	turbulent velocity fluctuations
W_s	mass flow rate, $\text{kgm}^{-2} \text{sec}^{-1}$
W_s'	mass flow rate, kg sec^{-1}
z	distance along riser
ϵ	voidage in riser
ϵ_c	voidage in choking condition
ϵ_{mf}	voidage in minimum fluidization condition
ρ	density
ρ_m	density of mixture, $(= \rho_s(1 - \epsilon) + \rho_g\epsilon)$
μ	viscosity of gas
τ_w	shear stress on wall of riser
τ_z	stress due to turbulent momentum transfer
ϕ	sphericity

Subscripts

g	gas phase
s	solid
p	particle
z	distance along riser
w	wall

참고 문헌

1. S. Stermerding, Chem. Eng. Sci., **17**, 599 (1962).
2. L.S. Leung, Powder Technology, **25**, 185 (1980).
3. J. Yerushalmi, D.H. Turner, and A.M. Squires, Ind. Eng. Chem., Process Des. Dev., **15**, 47 (1976).
4. L.S. Leung and R.J. Wiles, Ind. Eng. Chem. Process Des. Dev., **15**, 552 (1976).
5. F.A. Zenz and D.F. Othmer, "Fluidization and Fluid-Particle Systems", Reinhold, New York, 1960.
6. Y. Yousfi and G. Gau, Chem. Eng. Sci., **29**, 1939 (1974).
7. W.C. Yang, AIChE J., **21**, 1013 (1975).
8. T.N. Smith, Chem. Eng. Sci., **33**, 745 (1978).
9. C. E. Capes and K. Nakamura, Can. J. Chem. Eng., **51**, 31 (1973).
10. C. E. Capes, Can. J. Chem. Eng., **49**, 182 (1971).
11. L. S. Leung, R. J. Wiles and D.J. Nicklin, Ind. Eng. Chem., Process Des. Dev., **10**, 183 (1971).
12. P. Bourgeois and P. Drenier, Can. J. Chem. Eng., **46**, 325 (1968).
13. J. F. Richardson and W. N. Zaki, Trans. Inst. Chem. Eng., **32**, 35 (1954).
14. J.O. Hinze, Appl. Sci. Res., **11**, 33 (1962).
15. W. C. Yang, Ind. Eng. Chem., Fundam., **12**, 349 (1973).
16. T. M. Knowlton and D. M. Bachovchin, in Fluidization Technology, ed. D. L. Keairns, Vol. II, P. 253, Hemisphere

- (1976).
17. J. M. Matsen, Powder Technology, **7**, 93 (1973).
 18. P. W.K. Kehoe and J. F. Davidson, Inst. Chem. Engrs. (London) Symp. Ser., **33**, 97 (1971)
 19. J. Yerushalmi, N. T. Cankurt, D. Geldart, and B. Liss, AIChE Symp. Ser., **74** (176), 1 (1978).
 20. S. M. Yoon and D. Kunii, Ind. Eng. Chem., Process Des. Dev. **9**, 559 (1970).

