

非壓縮性 粘性流의 칼렌더工程에 對한 流變學的 解析 (Ⅱ)

李 載 旭*·李 基 俊
서울대학교 공과대학 화학공학과
(접수 1981. 7. 31)

Hydrodynamic Analysis of Viscous Incompressible Fluid Flow in Calendering Processes (Ⅱ)

—Viscous heating Effect for Nip flow—

Jae Wook Lee* and Ki Jun Lee
*Department of Chemical Engineering, College of Engineering,
Seoul National University, Seoul 150, Korea*
(Received July 31, 1981)

요 약

高分子加工等の 工程에서 흔히 볼 수 있는 비뉴턴성 流體의 流動現象을 해석하기 위한 연구의 일환으로서 非對稱型 칼렌더에서의 viscous heating 효과를 고려한 비뉴턴성 유체의 속도, 압력장 및 온도분포의 변화를 수치해석적으로 관찰하였다. 비등온상태의 압력장은 등온상태의 경우에 비하여 약 25% 정도 감소함을 보이며 특히 이로부터 유입영역이 확장되어 recirculating flow가 일어나는 fluid envelope이 형성됨을 관찰할 수 있었고, 국부적 온도상승이 약 30°C에 달하므로 열분해가 쉬운 고분자물질의 가공에 있어 안정성 문제를 고려할 때 회전속도가 빠른 roll을 더 생각하는 것이 효과적임을 알 수 있었다. 이와 아울러 정상상태의 고점성유체의 수치모사실험에서 야기되는 안정성 문제의 해결에 successive under relation의 차분법이 효과적임을 입증하였다.

ABSTRACT

A numerical solution has been developed for the steady state partial differential equations

* 서강대학교 이공대학 화학공학과

which describe the flow of non-Newtonian fluids into geometrically and kinematically asymmetric calenders with viscous heating effects. The solution technique combines the successive under relaxation method for the energy equation with analytical solution for the equation of motion at the isothermal condition. The asymmetric calendaring system is simplified by use of bicylindrical coordinates which establishes uniform size network for each variable. The initial condition is simply that the calender gap is filled completely with certain fluid whose initial temperature is uniformly constant. Viscous heating is shown to drastically change in the velocity and pressure field near the entrance and exit zone. The temperature distribution exhibits two local maxima and a minimum in the direction of flow, and the maximum temperature rise is about 30°C near the roll surface. Numerically stability problem of the steady state equations associated with high viscosity fluid flow is treated and solved by the use of the successive under relaxation method.

1. 緒 論

Viscous dissipation 효과에 기인한 非等溫狀態에 관한 研究는 高分子 加工工程 등에서 흔히 볼 수 있는 非뉴턴性 粘性流의 精確한 流動現象을 규명함에 있어 대단히 중요하다 하겠다. 따라서 이에 관한 연구는 많은 사람들의 관심의 대상이 되어 왔으며 특히 칼렌더 공정에 있어서의 非等溫狀態의 粘性流의 移動現象에 관한 研究로는 Finston¹⁾이 뉴턴性 流體에 viscous heating 효과를 고려하여 처음으로 시도하였고 Pearson²⁾은 에너지식에서 viscous dissipation 項을 무시하여 칼렌더 內의 非뉴턴性 流體의 近사적인 溫度分布를 해석적으로 구함으로써 非等溫狀態에 있어서의 溫度의 영향을 조사하였다. Petrusanskij^{3,4)} 등은 styrene-butadiene rubber 를 대상으로 하여 $120 \times 320\text{mm}$ 의 대칭형 칼렌더 內의 溫度分布를 實驗의으로 測定함으로써 roll 표면 근처에서 對稱인 두 개의 最大溫度點을 갖고, nip의 中心平面에서 溫度가 最小로 되고 流體의 進行方向에 따라 最小溫度는 점차 증가함을 규명하였다. 또한 Torner⁵⁾는 implicit 法을 이용하여 數值的으로 해석하고 이를 實驗의 結果와 비교 검토함으로써 그 結果가 잘 부합함을 확인하였다. 최근 Vlachopoulos⁶⁾ 등은 대칭형

칼렌더내의 power-law 모델 유체의 viscous heating 효과를 고려한 溫度分布를 有限要素法 및 可變格子系를 사용한 有限差分法을 함께 사용함으로써 수치해석적으로 규명하고자 하였으며, 특히 Agassant 및 Avenas⁷⁾ 등은 칼렌더의 流入 영역에서 recirculating flow의 효과를 고려한 平均 流體溫度를 구하는 方法을 제시하였고 Dobels 및 Mewis⁸⁾ 등은 orthogonal collocation 法을 利用한 有限要素法으로 非等溫狀態의 Ellis 모델 유체의 온도분포를 해석하였다.

그러나 이상의 연구들은 초기 및 경계조건, 기하학적 및 동적 변수등이 매우 제한된 경우에 국한되어 있으므로 본 연구에서는 power-law 모델의 적용이 가능한 rigid PVC를 대상물질로 하여 半徑 및 回轉速度가 서로 다른 非對稱型 칼렌더에서의 溫度分布를 본보(I)⁹⁾의 해석적 방법과 에너지식을 有限差分法한 수치적 방법을 함께 사용함으로써 해석하고 viscous heating의 영향을 조사하였다.

2. 基本方程式

非對稱型의 두 회전 원통간의 간격이 半徑 및 軸방향의 길이에 비하여 상당히 작은 칼렌더에서의 非壓縮性 粘性流의 viscous heating 효과를 고려한 非等溫狀態의 流動現象을 규명하기 위하

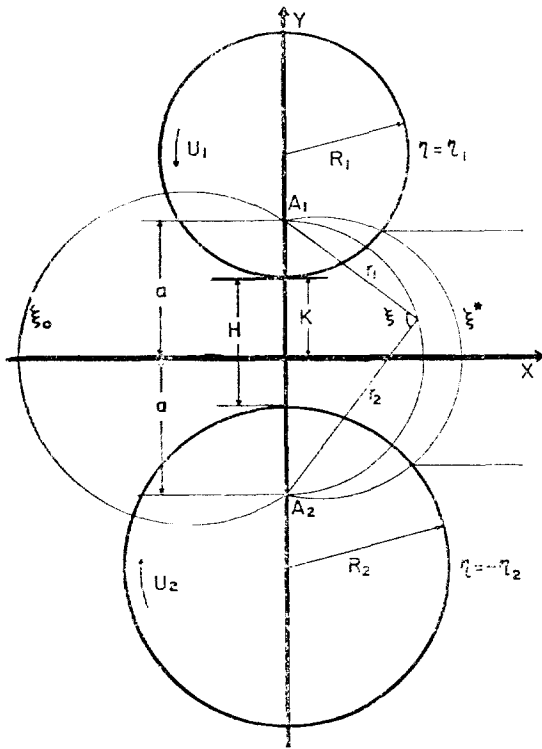


Fig. 1. Non-Newtonian Fluid Flow Between Asymmetric Calendering Rolls

여 칼렌더의 표면에서 정확한 境界條件을 설정할 수 있고 一定한 간격의 直交格子點을 수립할 수 있는 bipolar cylindrical 좌표계^{10,11)}를 도입하여 Fig. 1과 같은 2次元 모델을 설정하였다. 定常狀態의 非壓縮性 粘性流의 creeping motion에 lubrication approximation¹²⁾을 적용하면 基本方程式은 연속방정식

$$\frac{\partial}{\partial \xi}(hu) + \frac{\partial}{\partial \eta}(hv) = 0 \quad (1)$$

와 운동방정식

$$\frac{\partial P}{\partial \xi} = \frac{\partial \tau_{\xi\eta}}{\partial \eta} \quad (2)$$

$$\frac{\partial P}{\partial \eta} = 0 \quad (3)$$

및 에너지방정식

$$\rho C_p \left(\frac{u}{h} \frac{\partial T}{\partial \xi} + \frac{v}{h} \frac{\partial T}{\partial \eta} \right)$$

$$= -\frac{k}{h^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \eta^2} + \tau_{\xi\eta} \cdot \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{u}{h} \right) \quad (4)$$

로 주어지며 ρ , C_p , k 는 각각 유체의 밀도, specific heat 및 열전도도를 나타낸다. 여기서 power-law 모델을 적용하면 剪斷應力 τ 와 變形率 $\dot{\gamma}$ 와의 관계는

$$\begin{aligned} \tau &= -\mu \dot{\gamma} \\ &= -\left\{ m \left| \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{u}{h} \right) \right|^{n-1} \right\} \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{u}{h} \right) \end{aligned} \quad (5)$$

로 표시되고 유체의 유동현상에 있어 비등온효과를 고려하기 위해 flow consistency index m 은 溫度에 對한 지수함수로 표시된다고 가정한다.¹³⁾ 즉

$$m = m_0 \exp(-\Delta E/RT) \quad (6)$$

이고, 여기서 ΔE , R 은 각각 流動活性에너지 및 기체상수를 나타내며 m_0 는 유체의 특성에 따라 주어지는 상수이다.

본 수치실험에 사용한 유체는 高粘性 物質이므로 표면장력의 영향은 고려하지 않았으며, 칼렌더 공정은 연속적으로 필름을 형성하는 정상상태의 공정이므로 초기상태에 칼렌더의 변형영역에 유체가 가득 채워져 있고 변형영역內의 유체의 온도가 칼렌더內에 流入되는 유체의 온도와 같다고 가정하면 초기 및 경계조건은 다음과 같이 주어진다.

$$T = T_0 \quad \text{for } \xi^* < \xi \leq \xi_0, \quad -\eta_2 < \eta < \eta_1 \quad (7)$$

$$u = u_1, \quad T = T_1 \quad \text{at } \eta = \eta_1, \quad \xi^* \leq \xi \leq \xi_0 \quad (8)$$

$$u = u_2, \quad T = T_2 \quad \text{at } \eta = -\eta_2, \quad \xi^* \leq \xi \leq \xi_0 \quad (9)$$

$$v = 0 \quad \text{at } \eta = \eta_1 \text{ and } \eta = -\eta_2 \quad (10)$$

$$T = T_0, \quad P = 0 \quad \text{at } \xi = \xi_0 \quad (11)$$

$$P = \frac{\partial P}{\partial \xi} = 0 \quad \text{at } \xi = \xi^* \quad (12)$$

3. 에너지式의 有限差分化

以上에서 유도한 에너지式을 有限差分化하여 수치적 方法으로 풀기 위하여 Fig. 2와 같이 $M \times N$ 個의 格子系를 설정하였다. 각 변수에 따른 格子 간격은 $\Delta \xi = (\xi_0 - \xi^*)/(M - 1)$ 및 $\Delta \eta = (\eta_1 + \eta_2)/(N - 1)$ 로 일정하게 주어지며,

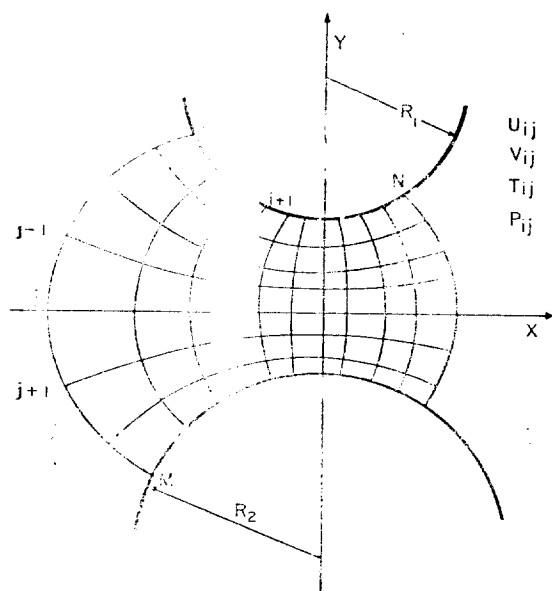


Fig. 2. Grid System of Asymmetric Calendar

속도성분, 압력 및 온도등의 변수들은 각 格子點에서 정의함으로써 roll 표면에서의 경계조건을 정확히 기술하고자 하였다.

정상상태의 에너지式에 successive under relaxation法¹⁴⁾을 적용하여 유한차분화하면

$$T_{ij}^{l+1} = T_{ij}^l + \frac{F}{2} \frac{k}{\Delta\eta^2 h_i^2} \left\{ \frac{k}{\Delta\eta^2 h_i^2} (T_{i,j+1}^l - 2T_{ij}^l + T_{i,j-1}^{l+1}) + m_{ij} \left| \frac{1}{h_i} \left(\frac{u_{i,j+1} - u_{i,j-1}}{2\Delta\eta} \right) \right|^{n+1} - \rho C_p \left(\frac{u_{ij}}{h_i} \frac{T_{i+1,j}^l - T_{i-1,j}^{l+1}}{2\Delta\xi} + \frac{v_{ij}}{h_i} \frac{T_{i,j+1}^l - T_{i,j-1}^{l+1}}{2\Delta\eta} \right) \right\} \quad (13)$$

이 되며, 여기서上添字는 반복회수를 나타내고 F 는 relaxation parameter로서 0과 1.0 사이의 값이며 F 가 1이면 Richardson¹⁵⁾의 방법이 된다. 본 연구에서는 이 값을 변화시키면서 收斂性을 시험하여 最適의 F 값을 구한 후 이값으로 수치실험을 행하였는데 $F = 0.3$ 에서 최적이었다. 특히 F 값은 식 (13)에 對應하거 非定常狀態의 편미분방정식의 차분식에 있어 時間의 증분

에 해당되는 값으로 Neumann의 安定性限界¹⁶⁾

$$d = \frac{(k/\rho C_p) h_i F}{\Delta\eta^2 h_i^2} \leq 1/2 \quad (14)$$

및

$$C_\xi + C_\eta = \frac{u_{\max} F}{\Delta\xi} + \frac{v_{\max} F}{\Delta\eta} \leq 1 \quad (15)$$

로부터도 구할 수 있으며, 最大許用値는 본 연구의 경우 0.35이었다. 이같은 결과는 반복오차법의 경우와 좋은一致를 보이고 있으며 이로부터 정상상태의 편미분방정식에 있어 安定性문제를 Neumann의 安定性한계로부터 해결할 수 있었다. 식 (13)을 이용하여 반복법으로 T_{ij}^{l+1} 을 계산하면서

$$\left| \frac{T_{ij}^{l+1} - T_{ij}^l}{T_{ij}^{l+1}} \right|_{\max} \leq \varepsilon \quad (16)$$

의 條件을 만족시키는 경우를 새로운 온도분포로 취하면 되는데 식 (16)은 相對誤差로 표시한 收斂基準式이고 본 연구에서는 ε 의 값을 10^{-3} 으로 정하였다.

한편 粘度함수는 식 (6)을 有限差分化하여 새로운 온도분포로부터 구할 수 있는데 칼렌더 공정에 있어 nip거리는 대단히 작은바, 변형영역內에 수립한 格子系의 모든 격자점에서의 점도장을 계산하는 것보다는 거시적 관점에서, 즉 각 단면적에서의 유체의 평균온도¹⁷⁾

$$T_{av} = \frac{\int_{-T_2}^{T_1} huT d\eta}{\int_{-T_2}^{T_1} hud\eta} \quad (17)$$

에 對應하는 점도장을 구하는 것이 더욱 적합하리라 사료된다. 점도함수를 유한차분화하면

$$\mu_{ij} = m_0 \exp(-\Delta E/RT_{av})$$

$$\left| \frac{1}{h_i} \frac{u_{i,j+1} - u_{i,j-1}}{2\Delta\eta} \right|^{n-1} \quad (18)$$

이 되고, 평균온도 및 속도성분으로 점도장을 구할 수 있다. 점도장의 변화는 등온상태에서 구한 속도장 및 압력장의 변화를 유발하게 되므로 새로운 점도장에 대한 속도장 및 압력장을 본보 (I)에서 기술한 해석적 방법을 이용하여 구하고, 이로부터 새로운 온도분포를 구함으로써 속도장, 온도분포의 변화가 허용상태오차 범위內에 오도록 하여 해석하였다.

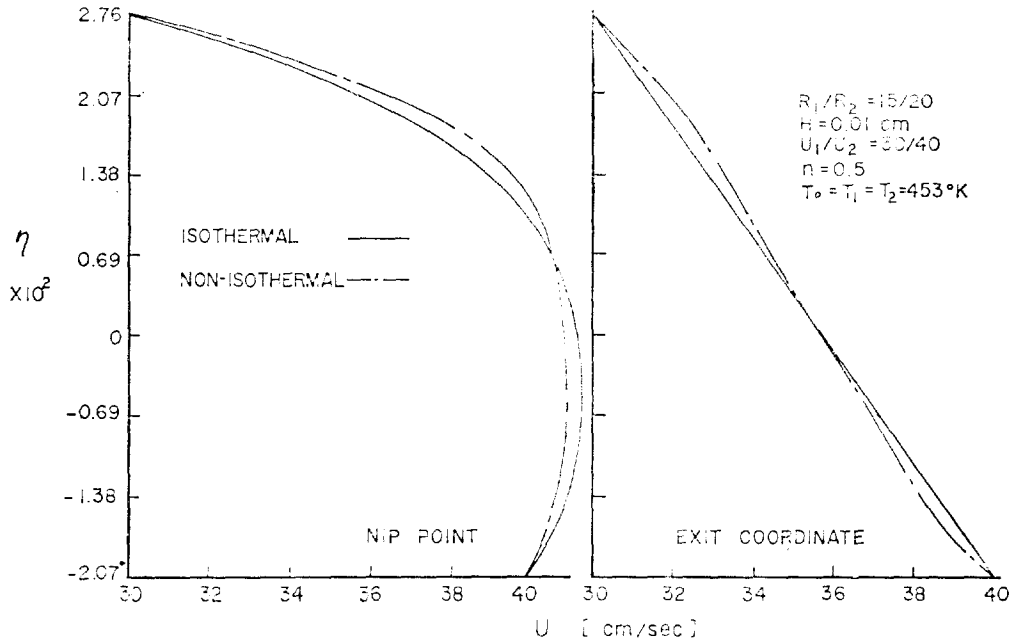


Fig. 3. Velocity Distribution for Non-Isothermal Condition due to Viscous Heating Effect

4. 결과 및 검토

본 연구에서 사용한 硬質 PVC 용융체의 물성은 Table 1 과 같이 주어지며 流入溫度는 유리전이 온도인 180°C 로 하여 수치실험을 행하였다.¹⁸⁾ 특히 PVC 는 온도의 변화에 따라 민감하게 열적 불안정성을 나타내 보이는 고분자물질이므로 칼렌더의 roll 표면온도를 변화시키면서 수치실험을 행함으로써 이에 따른 영향을 조사하여 안정성에 對한 고찰도 병행하여 실험하였다. Fig. 3 은 等溫狀態와 非等溫狀態에 있어서의 粘性流의 속도분포를 도시한 것으로 viscous heating 효과는 등온상태의 shear thinning의 현상과 유사한 양상을 보이고 있음을 알 수 있었다. 그러나 칼렌더 공정에 있어 等溫狀態의 shear thinning 효과는 nip 을 中心으로 對稱인 속도장을 갖는 가역적 현상인 반면 viscous heating의 효과는 속도장에 對해 대칭성을 잃음으로써 비가역적임이 差異로서 나타남을 알 수 있었다. 특히 viscous heating 효과는 회전속도가 느린 roll 의

Table 1. Material Properties of Rigid PVC

density(ρ)	1.3g/cm ³
flow consistency index(n)	0.5
pre-exponential factor of viscosity(m_0)	6.46×10^{-8}
viscosity(m_0)	poise(sec) ^{-0.5}
Activation Energy for flow(ΔE)	27.8kcal/g-mole
Heat capacity(C_p)	0.43cal/g ^o K
Thermal conductivity(k)	2.3×10^{-4} cal/gsec ^o K
Melting point(T_m)	202 ^o C

표면 근처에서 더욱 현저하게 나타남을 볼 수 있었으며 이는 하나의 유체층이 다른 유체층에 대해 윤활제 역할을 하는 것과 같은 현상으로 설명되어질 수 있는 바, roll 을 회전시키는데 필요한 소요동력은 等溫狀態의 경우에 비해 감소하리라는 것을 예견할 수 있다. Fig. 4 는 viscous heating 효과 만을 고려한 비등온상태의 압력장을 나타낸 것으로 압력이 最大로 되는 점 이후의 영역에서는 等溫狀態의 압력장에 비해 다만 약 25% 程度의 線감소현상을 보이고 있으나 유입영역에서는 등온상태와는 전혀 압력장의 형태

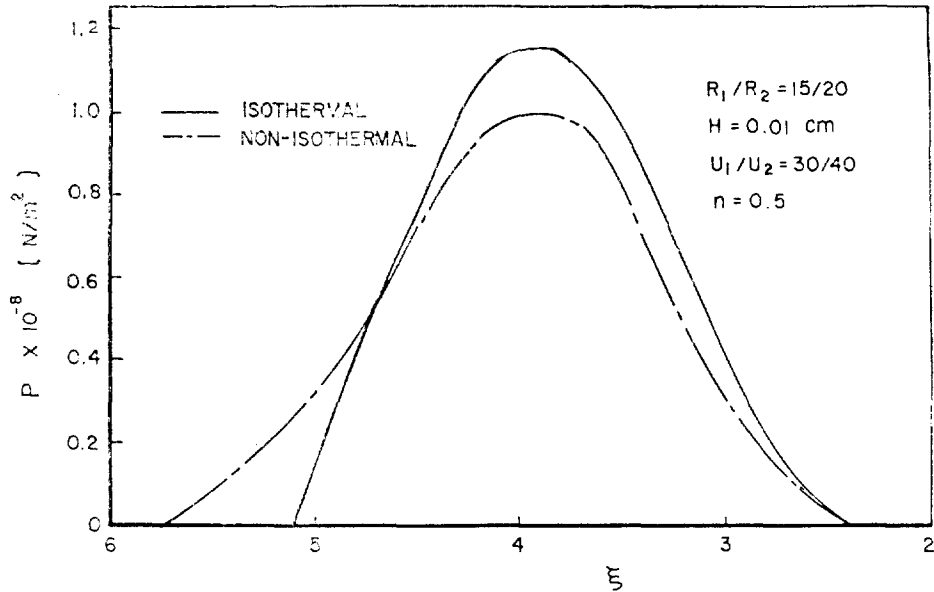


Fig. 4. Pressure Profile for Non-Isothermal Condition Due to viscous Heating Effect

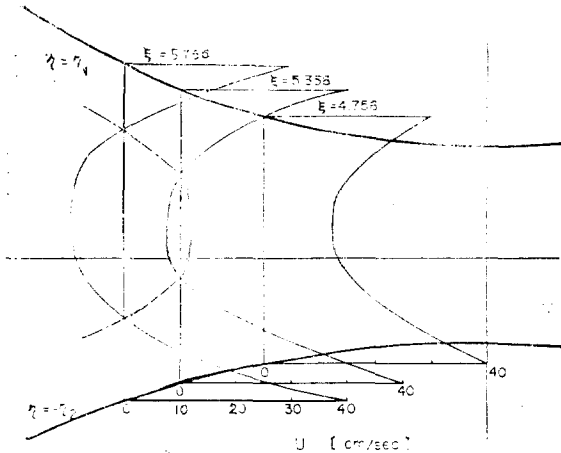


Fig. 5. Stagnation Envelope at the Entrance Coordinate $R_1/R_2 = 15/20$, $H = 0.01\text{cm}$, $U_1/U_2 = 30/40$, $n = 0.5$, $T_o = T_1 = T_2 = 45^\circ\text{K}$

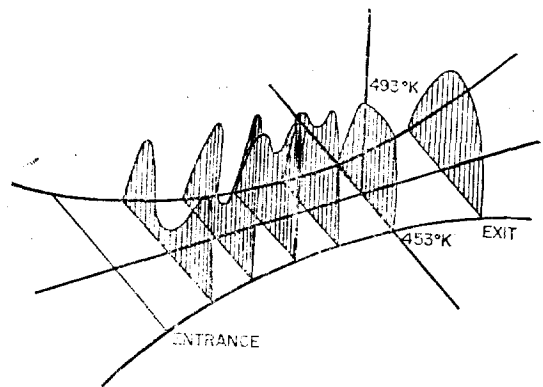


Fig. 6. Schematic Diagram of Temperature Distribution Between Asymmetric Calendering Rolls Due to Viscous Heating Effect: $R_1/R_2 = 10/20$, $H = 0.01\text{cm}$, $U_1/U_2 = 30/40$, $n = 0.5$, $T_o = T_1 = T_2 = 453^\circ\text{K}$, $\xi^* = 2.356$

를 보이게 되며 bank region이 확장됨을 볼 수 있었다. 특히 이와같은 결과로부터 실제계에 있어서의 bank region에서의 recirculating flow에 대한 해석이 가능하리라 생각된다. Fig. 5는 recirculating flow에 대한 그림으로 2개의 정체점으로 이루어지는 fluid envelope이 bank

region에 형성됨을 나타내 보이고 있다. Fluid envelope은 회전속도가 느린 roll에 치우쳐 있으며 대칭형 칼렌더에서는 중심평면에 대해 대칭으로 나타남이 알려져 있다.¹⁹⁾ Fig. 6은 roll 표면온도 및 유체의流入온도가 453°K 인 경우의 viscous heating 효과에 의한 온도분포를 나

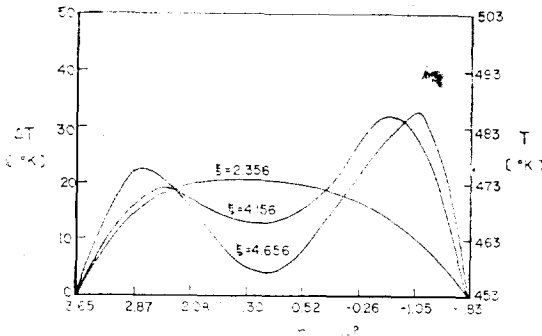


Fig. 7. Temperature Distribution at the Conditions of $T_0 = T_1 = T_2 = 453^\circ\text{K}$: $R_1 / R_2 = 10/20$, $H = 0.01\text{cm}$, $U_1/U_2 = 30/40$, $n = 0.5$, $\xi^* = 2.356$

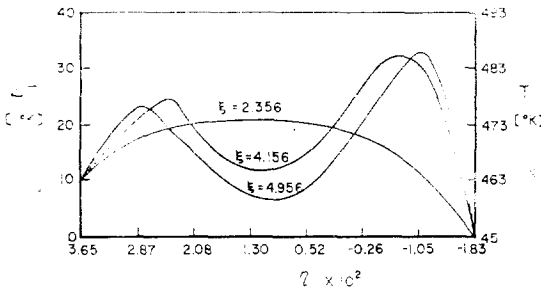


Fig. 8. Temperature Distribution at the Conditions of $T_0 = T_2 = 453^\circ\text{K}$ and $T_1 = 463^\circ\text{K}$: $R_1 / R_2 = 10/20$, $H = 0.01\text{cm}$, $U_1/U_2 = 30/40$, $n = 0.5$, $\xi^* = 2.356$

타낸 것으로 roll 표면 근처에서 국소온도가 최대인 2개의 최대온도점을 갖게 되며 최소온도점은 회전속도가 늦은 roll에 약간 치우쳐 위치에 있음을 볼 수 있다.

Fig. 7, 8 및 9는 roll 표면온도를 다르게 하였을 경우의 온도분포를 나타낸 것으로서 流入領域에서는 국부적인 최고온도가 최대로 되며 유체의 진행방향에 따라 국부적인 최고온도는 점차 감소하고 최소온도는 점차 증가하여 出口의 영역에서는 거의 일정한 온도분포를 갖게 됨을 볼 수 있다.

그리고 viscous heating 효과에 기인한 국부적인 온도상승은 약 30°C 에 달하므로 이같은

현상은 PVC와 같이 열분해가 쉽게 일어나는 고분자물질의 가공에 있어 그 안정성 문제에 큰 영향을 미치리라 사료된다.

특히 Fig. 9는 회전속도가 빠른 roll의 표면온도를 유입온도보다 10°C 정도 낮추었을 경우의 온도분포를 나타내며 이경우 변형영역내의 온도분포는 거의 온도분포를 나타내고 있음을 알 수 있다. 이상의 결과로부터 roll의 표면을 냉각하고, 회전속도가 빠른 roll을 더 냉각함으로써 안정성 문제를 해결할 수 있으리라 사료된다.

Fig. 10은 최대온도와 center plane($\eta = 0$)에서의 온도를 유체의 진행방향에 따라 도시한 것으로 최대온도는 유입영역에서 증가하다 최대압력이 되는 점에서 감소하는 현상을 보이며 다

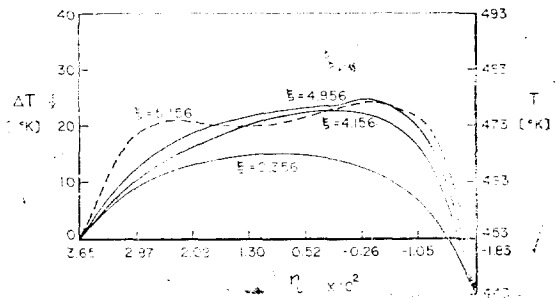


Fig. 9. Temperature Distribution at the Conditions of $T_0 = T_1 = 453^\circ\text{K}$ and $T_2 = 443^\circ\text{K}$: $R_1 / R_2 = 10/20$, $H = 0.01\text{cm}$, $U_1/U_2 = 30/40$, $n = 0.5$, $\xi^* = 2.356$

시 nip에서 증가하여 다시 감소하는 second peak가 존재함을 볼 수 있었다. 이 결과는 Torner⁵⁾의 peak가 최대압력점에서만 존재하다는 수치해석적 결과와 차이를 보이고 있으나 Pertrusanskij 등의 실험적 결과로부터 유체의 진행방향에 따라 secondary peak가 존재한다는 사실에 잘 부합함을 알 수 있었다.

5. 결 론

(1) viscous heating 효과를 고려한 비대칭성 칼

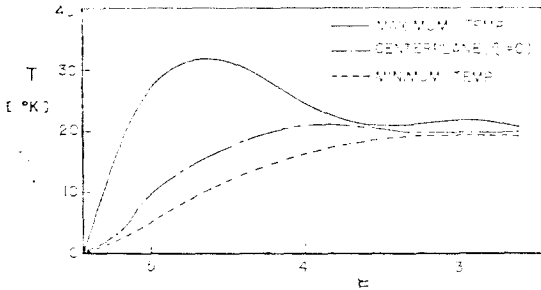


Fig. 10. Maximum, Minimum and Centerplane Temperature Profile at the Conditions of $T_0 = T_1 = T_2 = 453^\circ K$, $R_1/R_2 = 10/20$, $H = 0.01\text{cm}$, $U_1/U_2 = 30/40$, $n = 0.5$, $\xi^* = 2.356$

렌더內의 power-law fluid의 유동현상을 수치해석적 방법으로 해석할 수 있었다.

(2) 고점성물질을 사용한 경우의 정상상태의 에너지식을 수치적으로 모사함에 있어 수치안정성 문제를 successive under relaxation 法을 이용하여 해결할 수 있었다.

(3) 비등온상태의 압력장은 등온상태의 압력장에 비해 25% 정도 감소함을 알 수 있었으며 유입영역이 증가하여 recirculating flow가 일어나는 fluid envelope이 형성됨을 수치적으로 해석할 수 있었다.

(4) viscous heating에 기인한 국부적 온도상승이 대단히 크므로 회전속도가 빠른 roll의 표면을 더 냉각하는 것이 열분해가 쉬운 고분자물질의 가공상의 안전성 문제의 해결에 더 좋으리라 사료된다.

후 기

본 논문은 1980년도 문교부 학술연구 조성비의 도움으로 수행되었으며 문교부 당국에 감사하는 바이다.

Nomenclature

- C_p : heat capacity
 ΔE : activation energy for flow
 F : relaxation parameter
 h : metric coefficient
 k : thermal conductivity
 M : number of grid point in ξ -direction
 m : flow consistency index
 m_0 : pre-exponential factor of viscosity
 N : number of grid point in η -direction
 n : flow behavior index
 p : pressure
 R : gas constant
 T : temperature
 T_1, T_2 : upper and lower cylinder wall temperature
 T_0 : inlet temperature
 T_{av} : average temperature for each cross section
 u, v : velocity components into the ξ, η direction
 U_1, U_2 : rotating surface velocities of the rolls
 ξ, η : bipolar cylindrical coordinates
 ρ : density
 η_1, η_2 : value of η at the wall of the roll
 ξ_0 : entrance coordinate
 ξ^* : exit coordinate
 $\Delta\xi, \Delta\eta$: ξ -and η -direction increments
 $\tau_{\xi\eta}$: stress tensor
 \underline{A} : rate of deformation tensor
 ε : prescribed tolerance limit superscript
superscript
 l : iteration number subscript
subscript
 i : denotes ξ -directional grid point
 j : denotes η -directional grid point

참 고 문 헌

1. M. Finston, J. Appl. Mech., **18**(1951), 12.
2. J.R.A. Pearson, "Mechanical Principles

- of Polymer Melt Processing," Pergamon, Oxford, 1966.
3. J. Yu. Petrusanskij and A.I. Stachaeu, Uch. Zap. Jaroslavsk. Technol. Inst., t. 23(1971).
 4. N.G. Bekin, V.V. Litvinov and V. Yu. Petrusanskij, Int. Polymer Sci. Tech., **3** (1976), T55.
 5. R.V. Torner, "Grundprozesse der Verarbeitung von Polymeren," VEB Deutscher Verlag für Grundstoffindustrie, Leipzig, 1974.
 6. C. Kiparissides and J. Vlachopoulos, Polymer Eng. Sci., **18**(1978), 210.
 7. J.F. Agassant and P. Avenas, Paper presented at the Second International Symposium of PVC, Lyon, France, 1976.
 8. F.Dobbels and J. Mewis, AICHE J., **23**(1977), 224.
 9. J.W. Lee and K.J. Lee, HWAHAK KONGHAK, **18**(1980), 227.
 10. J. Happel and H. Brenner, "Low Reynolds Number Hydrodynamics," Prentice-Hall, Englewood, N.J., 1965.
 11. R. Ehrlich and J.C. Slattey, Ind. Eng. Chem. Fund., **7**(1968), 239.
 12. O. Reynolds, Phil. Trans., Part 1, **177**(1886), 157.
 13. Z. Tadmor and C.G. Gogos, "Principles of Polymer Processing," Wiley, N.Y., 1979.
 14. R.J. Roache, "Computational Fluid Dynamics," Hermosa, Albuquerque, 1972.
 15. L.F. Richardson, Trans. Royal Soc. London, Ser. A, **210**(1910), 307.
 16. J. von Neumann and R.D. Richtmyer, J. Appl. Phys., **21**(1950), 232.
 17. E. Broyer, C. Gutfinger and Z. Tadmor, AICHE J., **21**(1975), 198.
 18. J. Brandrup and E.H. Immergut, "Polymer Handbook," Wiley, N.Y., 1971.

