

최신제어 방법의 동향과 공정제어 문제에서의 응용

이 원 규 · 이 광 순

한국과학기술원 화학공학과

Trends in Advanced Control Strategies and Their Applications to Process Control Problems

Won-Kyoo Lee and K.S. Lee

*Department of Chemical Engineering,
Korea Advanced Institute of Science & Technology, Seoul 131, Korea*

요 약

최근 에너지 가격의 상승, 생산성 향상과 고품질의 제품에 대한 요구 등에 의해 최신 제어 이론의 화학공정에 관한 응용연구가 활기를 띠고 있다. 또 이것은 컴퓨터 산업의 발달에 의해 더욱 가속화되고 있는 실정이다.

본 총설에서는 이와 같은 세계적 추세에 따라 현재 소개되고 있는 최신 제어 이론과 또 공정에 관한 응용 연구 현황을 소개함으로써 한국에서의 공정제어 연구의 지침을 마련하고자 한다.

ABSTRACT

Research in application of advanced control strategies to chemical processes has been very active recently, motivated by increases in the cost of energy and demand of higher productivity and high quality of products. Furthermore, this research activity has been spurred on by recent advances in computer hardware technology.

In this review, advanced control theory, which has been developed recently, is discussed, and the status of their applications to chemical processes are also presented. Finally research directions of process control in Korea is suggested.

I. 서 론

어떠한 계(system)를 최적의 조건에서 잘 운

영하기 위한 접근 방법은 크게 두가지 관점에서 생각할 수 있다. 그 중 첫째는 계의 물리, 화학적 현상을 잘 이해하고 해석함으로써 최적의 조건에 있을 수 있도록 설계하는 것으로 이것은 매

우 중요하고 필수적인 과정이다. 그러나 제어의 모든 현상을 완전히 이해하며 더우기 그것을 수식화하여 완전한 설계에 이른다고 하는 것은 한계가 있으며, 따라서 이를 보완해 주기 위한 새로운 도구를 갖지 않으면 안된다. 이것이 둘째로 생각할 수 있는 제어를 이용한 방법이다. 제어의 가장 기본적인 생각은 부귀환(negative feedback)에 의한 것으로 어떤 출력(output) 혹은 상태변수(state variable)가 우리가 원하는 영역을 벗어나 있을 때 그것을 감지하여 원하는 영역으로 보낼 수 있는 입력(input)을 만들어 내는 것이다. 자연의 생태계가 그 균형을 유지하는 것, 생체의 모든 조절기능 등도 부귀환에 의한 제어로 이해될 수 있으며, 이 부귀환에 의한 제어 응용의 예는 기원이전에서도 찾을 수 있다.¹⁾ 그러나 현재와 같이 독립된 영역에서 연구가 되기 시작한 것은 대략 1920년 경부터로 선형 상미분 방정식의 안정성을 판단하는 Routh Hurwitz의 방법이 발표되던 즈음부터였다.²⁾ 그러나 1950년대 말까지도 제어의 대상은 한개의 입력과 출력을 갖는 제어에 대한 것이 대부분이었으며 주로 빈도영역(frequency domain)에서의 해석에 의한 것이었다. 현재 실제 공정제어에 주종을 이루는 아날로그(analog) 비례적분미분(PID) 제어기의 모든 기본적 이론, 조절방법(tuning method) 등은 이때 대부분 정립된 것이다.

그후 1950년대 말 컴퓨터의 발달과 더불어, 상태공간에서의 해석방법이 이용되면서 시간 영역에서 다변수 제어의 제어에 관한 연구가 활발해졌으며, 제어의 연구는 새로운 세대로 들어서게 되었다. 더우기 이즈음 발표된 Bellman의 동적 계획법³⁾(dynamic programming) 이론과 Pontryagin의 최대원리(maximum principle)⁴⁾는 최적화 이론과 더불어 최적제어 이론이라는 제어의 거대한 장을 열게 하였다. 흔히 이야기 되는 최신 제어이론이라 함은, 이 이후 연구된 제어이론을 이야기 한다. 그후 제어는 공학 또 수학에 있어서 새로운 영역을 가지고 꾸준히 발전되어 왔으며, 특히 우주, 항공, 전자에 관한 성공적 응용⁵⁾은 매우 괄목할 만한 것이었다. 그러

나 화학공학 분야에서의 응용은 이들 다른 분야에 비해 미미한 상태이며 더우기 실제 공장에서의 이를 응용하고 있는 사례는 선진국의 경우도 불과 몇년전만 하셔도 많지 않은 것으로 발표되었다.⁶⁾ 이에 대한 이유는 다음과 같은 여러측면에서 이해될 수 있다.

첫째, 70년대 초까지만 해도 최신 제어의 응용에 필수적이라 할 수 있는 컴퓨터가 그 기능에 비해 가격이 비싸 많은 투자비가 요구됐고 이와 더불어 에너지 가격이 싸서 특별히 섬세한 조건에서 공정을 제어할 필요를 느끼지 않았으며,

둘째, 우주, 항공분야는 선진국의 경우 국가적인 사업으로서 많은 기초 연구가 대학과 연구소에서 행하여졌으며, 이로 인해 많은 사례보고와 함께 이를 잘 이해하는 인적자원이 충분하였으나 화학공학의 경우는 공장 이윤을 추구하는 폐쇄적인 분위기와 함께 학계와의 교류가 적어 제어이론을 이해할 수 있는 기술인력이 매우 부족했고,

셋째, 공정자체가 기계나 전기 분야에 비해 매우 복잡하고 해석하기가 힘들며 모델화하기가 어려워 수식화를 요구하는 최신제어 이론보다는 다소 성능이 떨어지더라도 간단한 조절에 의해 제어기 변수를 찾아내는 단일환(single loop)에서의 아날로그 PID 제어기를 이용한 제어가 더 호소력이 있었다는 점등이다.

그러나 최근 들어 마이크로 프로세서의 개발 등 반도체 산업의 혁신적인 발전으로 고성능의 컴퓨터가 저렴한 가격으로 생산되고 있는 반면 에너지 가격의 급격한 상승과 더불어 높은 품질의 제품에 대한 요구가 늘고 있어 공장 이윤의 극대화를 위해서 컴퓨터에 의한 공정 관리가 점차 보편화되기 시작했으며, 이와 더불어 여러가지 외적교란(disturbance)에 대해서도 항상 안정한 상태에서 공정을 운영하기 위한 보다 나은 제어 방법에 대한 관심이 늘고 있다. 특히 시설 투자가 큰 화학공장의 경우 에너지 가격의 변화, 생산품질의 사양변화 등에 의해 기존 공정을 변

경한다는 것은 큰 경제적 부담을 주시 때문에 보다 효과적인 제어방법을 도입함으로써 철저한 공정관리 및 공정개선을 행하는 것이 더 경제적인 경우가 많을 것이다. 실제로 제지공장의 head-box,⁷⁾ 시멘트 공장⁸⁾의 원료혼합공정, 증류탑⁹⁾ 등 몇몇 단위 공정의 경우는 최신택제 이론의 응용이 매우 성공적이어서 실제 상업적으로도 많이 보편화 되어 있으며, 우리나라의 경우도 성신 양회,¹⁰⁾ 한국제지¹¹⁾ 등에서 컴퓨터에 의한 최신택제 방법을 도입하여 성공적으로 가동하고 있다는 보고가 있다.

본 총설에서는 이와 같은 여러 현실을 감안하여 현재 발표되고, 연구되고 있는 여러 제어이론을 그 특징과 함께 소개하고 또 논함으로써 화학공학에서의 제어 연구의 방향과 또 응용을 위한 지침을 제시하고자 한다.

II. 계의 표현 방법

제어를 목적으로 한 계의 동특성을 표현하는 가장 보편적인 방법은 빈도 영역에서 전달함수 형태로 나타내는 것이다. 화학공정의 경우는 용기의 수위변화 등 간단한 공정을 제외하고는 대개 식 (1)과 같이 2차전달함수와 시간 지연항의 곱으로 표현하는 것이 일반적이다.

$$y(s) = \frac{K \exp(-\theta s)}{\tau_1 s^2 + \tau_2 s + 1} u(s) = g(s)u(s) \quad (1)$$

이와 같은 전달함수는 물질 및 열보존 법칙에 의한 계의 모델화, 낮은 차수 모델에 대한 근사 방법의 과정을 통해서도 얻을 수 있지만 실제에 있어서는 입력 $u(t)$ 에 계단함수를 가한 후 이때 나타나는 출력 $y(t)$ 를 해석함으로써 얻는 경우가 많다. 이때 K 는 계의 정상상태 이득, θ 는 시간 지연으로서, $K, \theta, \tau_1, \tau_2$ 의 각 파라메타는 계의 동특성과 직접적으로 연관되어 있어 쉽게 제를 이해할 수 있는 잇점이 있다.

입력과 출력이 많은 다변수(multivariable system) 계의 경우도 실험에 의해 식 (2)와 같이 각 입력과 출력 쌍 사이의 전달 함수를 구할 수 있다. 그러나 이 경우 제 전체의 안정성 및 동특성은 이 각각의 전달함수만으로 이해될 수

있는 것은 아니기 때문에 계의 해석에 새로운 어려움이 발생한다.

$$\begin{bmatrix} y_1(s) \\ \vdots \\ y_n(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} g_{11}(s) \cdots g_{1r}(s) \\ \vdots \\ g_{n1}(s) \cdots g_{nr}(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1(s) \\ \vdots \\ u_r(s) \end{bmatrix} \quad (2)$$

다변수 계의 안정성을 포함한 동특성을 완전하게 표현해 주는 방법은 식 (3)과 같은 상태공간에 의한 표현 방법이다.

$$\frac{dx}{dt} = Ax + Bu \quad (3)$$

$$y = Cx + Du$$

$$x^T = (x_1, \dots, x_n), \quad u^T = (u_1, \dots, u_r),$$

$$y^T = (y_1, \dots, y_m)$$

이 식은 전달함수와는 달리 시간 영역에서 해석하는 방법으로 계의 모델화를 통해 구하는 것을 전제로 한 것이며, 제가 정상상태 주변에서는 선형으로 동작한다는 가정하에서 표현된 것이다. 여기서 x 는 상태변수라 일컬으며 엄밀하게 정의하여 어떤 시간 t_0 에서의 계의 상태변수라 함은 $u(t)$, $t_0 \leq t < \infty$ 와 함께 t_0 이후의 계의 모든 동작을 유일하게 결정시켜 줄 수 있는 정보를 말한다.¹²⁾

y 와 u 는 각각 계의 출력변수와 입력변수(혹은 제어변수)를 나타낸다. 상태변수 x 는 $\bar{x} = Tx$ 와 같이 유사변환(similarity transformation)에 의해 식 (4)와 같이 \bar{x} 로 바뀌어도 입력과 출력 관계는 변치 않는다.

$$\frac{d\bar{x}}{dt} = (T^{-1}AT)\bar{x} + (T^{-1}B)u \quad (4)$$

$$y = (CT^{-1})\bar{x} + Du$$

따라서 상태변수의 표현은 유일하지 않으며, 또 이 상태변수는 물리적으로 측정가능하다고 볼 수 없는 것이 일반적인 개념이다. 그러나 최적제어 이론등에서는 계의 상태변수의 값을 완전히 아는 것이 필요할 때가 많으며, 실제 응용에 있어서는 $D=0$, $C=I$ 로 한 후 x 를 측정가능한 변수로 취하는 경우가 많다. 예를 들어 증류탑 경우는 각단 혹은 몇개 단의 온도를 x 로 하기도¹³⁾ 하며, 고정층 반응기의 경우 촉매층의 식히지점에서의 온도를 x 로 취해¹⁴⁾ 제어계 설계에 이용하기도 한다.

식 (3)은 빈도 영역에서는 Laplace 변환에 의

하여

$$\begin{aligned} y(s) &= [C(sI-A)^{-1}B + D]u(s) \\ &= \left[\frac{C \operatorname{adj}(sI-A)B}{\det(sI-A)} + D \right] u(s) \quad (5) \end{aligned}$$

로 표현된다. 또 실제응용에서 식 (3)의 A, B, C, D 행렬을 제어의 모델화에서 구하는 것이 어려울 경우 식 (2)의 각 전달함수 $g_{ij}(s)$ 를 실험에 의해 구한 후 이것을 realization 방법¹⁵⁾에 의해 식 (3)으로 변환하여 이용하기도 한다. 위에서 설명한 것은 연속 시간영역에서의 제어의 표현방법이며, 아날로그 제어계의 설계에 이용될 수 있는 것이다. 이산 시간(discrete time) 영역에서는 Laplace 변환대신 z 변환을 이용하는 것이 필요하다.¹⁶⁾

식 (3)은

$$\begin{aligned} x(k+1) &= \hat{A}x(k) + \hat{B}u(k) \\ y(k) &= \hat{C}x(k) + \hat{D}u(k) \quad (6) \end{aligned}$$

식 (5)는

$$y(z) = [\hat{C}(zI - \hat{A})^{-1}\hat{B} + \hat{D}]u(z) \quad (7)$$

와 같이 달라진다. 디지털 컴퓨터에 의한 제어 응용¹⁷⁾은 이와 같은 이산시간 영역에서의 모델을 필요로 한다.

제를 표현하는 식의 파라메타는 앞에서 이야기한 보존 법칙에 의한 제어의 모델화 혹은 실험에 의해 전달함수를 구하는 것 외에 최근에는 컴퓨터를 이용한 recursive identification 방법¹⁸⁾이 많이 개발되어 있어 그 활용이 기대된다. 참고로 이후의 제어에 대한 이야기 전개를 위하여 제를 크게 두 가지로 분류하였으며, 그에 대한 용어를 정의하였다.

SISO 제(Single-input Single-output system):

입력과 출력이 하나씩인 제를 말하여 식 (1)에 의해 대표적으로 표현된다.

MIMO 제(Multi-input Multi-output system):

입력과 출력 어느 것이든지 둘 이상인 제를 말하며 식 (3), (5)에 의해 대표된다. 상태변수를 측정할 수 있는 경우도 $C = I, D = 0$ 가 되어 역시 이 경우에 포함된다.

※ 다변수제(Multivariable system) : 엄밀하게는 상태공간에서 표현된 SISO 제도 포함해

야 하나 여기서는 MIMO 제의 의미와 혼용하여 사용하였다.

III. SISO 제어의 제어

SISO 제의 가장 보편적인 제어 방법은 아날로그 PID 제어에 의한 것이다. 최신제어 이론이 적용될 수도 있으나 두 방법의 비교에 대한 연구결과^{19)~21)}는 제어기 변수 결정의 순서, 또 제어 성능등 여러면에서 PID 제어가 오히려 우수한 것으로 발표되어 있다. 이것은 PID 제어기의 적분 모드가 오프셋 제어기능과 더불어 제어 모델화의 오차에 대한 민감도를 줄여 주는 기능을 함께 갖고 있기 때문인 것으로 해석되고 있다. 그러나 이 적분 모드는 제어 위상지연을 크게 주기 때문에 시간지연이 큰 제어의 경우는 적용하기가 어렵게 된다. 따라서 이 경우 Smith predictor²²⁾ 등의 다른 제어 방법을 함께 이용하지 않으면 좋은 제어 성능을 기대하기가 어렵게

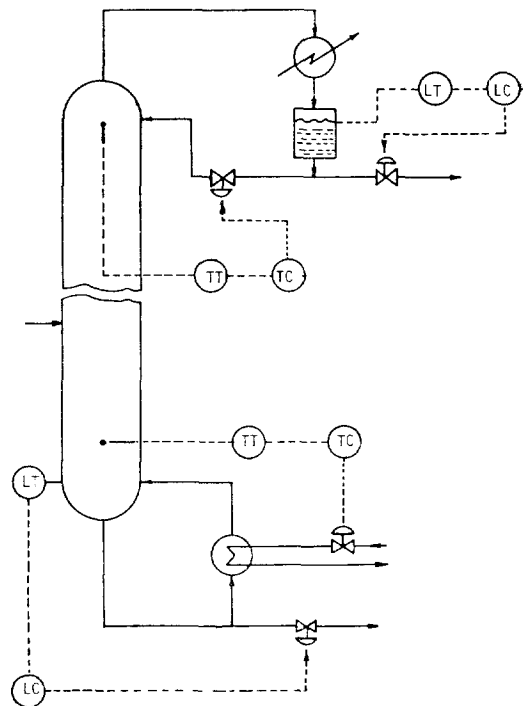


Fig. 1. Conventional Control Scheme of Distillation Column

된다. 또 필요하다고 생각되면 아날로그 PID 제어제에 cascade, ratio, feedforward, nonlinear elements 등을 함께 사용하여 제어성능을 향상시킬 수도 있다.

IV. MIMO 계의 제어

MIMO 계는 여러 개의 입력변수와 출력변수가 서로 영향을 주기 때문에 SISO 계와는 다른 매우 복잡한 양상을 보인다. 실제 일반적으로 화학공정은 유량조절환(flow control loop) 등 간단한 것을 제외하고는 대부분 상호간섭을 주는 다변수 제어이다. 가장 대표적인 것이 증류탑으로 열유입량도 환류비도 탑상단과 하단에서의 농도에 모두 심한 영향을 주게 된다. 따라서 쉽게 생각할 수 있는 Fig. 1과 같은 단일환에 의한 제어는 효과적인 방법이 되지 못하며, 실제 feed에 어떤 변화가 있을 때 이를 제어하는 능력이 좋지 않다. 따라서 이들 상호 간섭을 함께 고려한 제어를 구상하던지 적당한 방법에 의해 상호 간섭을 없앤 후 단일환에 의한 제어를 구성하는 것이 필요하게 된다.

상호 간섭이 있는 계에서 간섭을 무시하고 단일환에 의한 제어제를 설계하는 경우의 문제점은 다음 식에서 쉽게 이해할 수 있다.

제자

$$\begin{bmatrix} y_1(s) \\ y_2(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} g_{11}(s) & g_{12}(s) \\ g_{21}(s) & g_{22}(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1(s) \\ u_2(s) \end{bmatrix} \quad (8)$$

라 하고 u_1 과 y_1 사이에 단일환에 의한 부귀환 제어를

$$u_1(s) = -K y_1(s), \quad K \gg 1 \quad (9)$$

와 같이 설치하였다고 한다면 $u_2(s)$ 와 $y_2(s)$ 사이의 관계는

$$\begin{aligned} y_2(s) &= \left[g_{22}(s) - \frac{K g_{21}(s) g_{12}(s)}{1 + K g_{11}(s)} \right] u_2(s) \\ &\cong \left[g_{22}(s) - \frac{g_{21}(s) g_{12}(s)}{g_{11}(s)} \right] u_2(s) \quad (10) \end{aligned}$$

와 같이 나타내어진다. 이때 우리가 $u_2(s)$ 와 $y_2(s)$ 사이에 $g_{22}(s)$ 의 전달함수만을 생각하고 단일환 제어제를 설치하였다면 우리가 무시한 $g_{12}(s) g_{21}(s) / g_{11}(s)$ 에 의해 다음과 같은 문제점이 발생될

수 있다.

첫째, 위상 지연이 커지기 때문에 제어기의 이득을 크게 할 수 없어 제어제 성능이 한계를 갖게 되며,

둘째, 제어제 성능을 저하시키는 문제를 일으키는 역응답(inverse response) 현상이 생길 가능성이 커진다는 점이다.

따라서 다변수 제어이론의 도입이 필요하게 된다. 다변수 계의 제어에 관해서는 많은 이론이 발표되고 있으나 여기서는 다음의 네가지로 분류하여 소개하고자 한다.

- (1) 빈도 영역(frequency domain)에서의 제어
- (2) 극의 이동에 의한 제어(pole placement 혹은 modal control)
- (3) 최적 제어(optimal control)
- (4) 적응 제어(adaptive control)

(1) 빈도 영역에서의 제어²³⁾

SISO 계의 경우 빈도영역에서의 제어는 Bode diagram,²⁴⁾ 또 Nyquist²⁵⁾의 이론 등으로 매우 잘 정리되어 있으며, 또 상당히 익숙하게 사용되고 있다. 그러나 다변수 계를 빈도 영역에서 해석하는 것은 식 (5)와 같은 s 에 대한 제차식의 행렬을 다루고 해석하는 방법이 요구된다. 이 방법에 대한 수학적 해석은 이미 20세기초에 이루어졌으나, 이것을 제어이론과 다변수 계의 해석에 본격적으로 사용하게 된 것은 최근의 일이며, 주로 영국의 Rosenbrock과 MacFarlane에 의해서였다. 특히 이들이 발표한 Inverse Nyquist²⁶⁾ 방법, characteristic loci 방법²⁷⁾은 많은 잇점을 가지고 있으며, 컴퓨터 그래픽을 이용한 소프트웨어²⁸⁾가 상업화 되어 있기도 하다. 이 방법외에 이미 1949년 Boksenbom 등에 의한 noninteracting 제어,²⁹⁾ Kuon에 의한 Direct Nyquist 제어³⁰⁾ 등이 있으며, 이제 이들 각각을 좀 더 깊이 살펴보기로 한다.

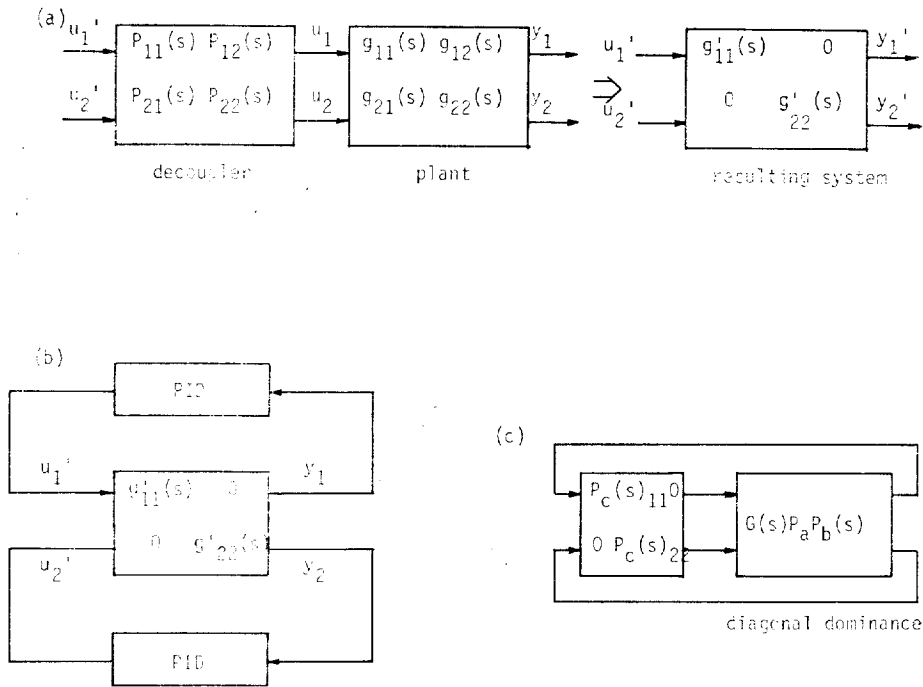


Fig. 2. (a) Non-interacting System Design using a Decoupler
(b) Single-loop Feedback Control in a Non-interacting System
(c) Single-loop Control with Inverse Nyquist Method

(1)-1. Non-interacting 제어

이 방법은 제어의 간섭을 적당한 decoupler $P(s)$ 를 붙여 제거하는 것으로 Fig. 2(a)와 같이 제어 앞에 $P(s)$ 를 설치하여 출력변수 y_1, y_2 가 새로운 입력변수 u_1', u_2' 에 대해서 독립적으로 영향을 받도록 한 것이다. 즉 $G'(s) = G(s)P(s)$ 가 s 에 대한 대각 행렬이 되도록 $P(s)$ 가 선정된다면 두개의 SISO 계가 있는 것과 같이 되어 단일환에서와 같은 PID 제어 등을 쉽게 적용할 수 있을 것이다. 그러나 이 방법은 우선 제어의 안정성을 보장할 수 있는 제어기변수의 값이 크게 제한을 받는 등 제어계의 유연성이 줄어든다는 큰 약점이 있으며 또 제어식 행렬에서 $P(s)$ 를 구하는 것이 매우 복잡하고,³¹⁾ 제어의 모델화 과정에서 있을 수 있는 약간의 오차에 대해서도 매우 민감하게 특성이 변화하는 등 문제점이 있다. 이외에 화공 제어에서 종종 나타나는 시간지연성이 있는 경우 또 양수값의 영(non-minimum phase 계)을 갖는 경우는 $P(s)$ 가 시간 lead 혹

은 양수값의 극을 갖게됨으로써 설치 설치가 불가능한 것이 되는 문제점도 있다. 그러나 상호간섭을 없앨 수 있다는 큰 잇점 때문에 증류탑 등의 공정제어에 대해 많은 연구가 행해졌다.^{32)~34)} 이외에 상호 간섭을 줄이기 위한 방법에는 Shinskey의 partial decoupling³⁵⁾, Bristol의 relative gain matrix³⁶⁾를 이용한 방법들이 있으며 이 방법들은 non-inter-acting 제어와 같은 완전한 decoupling은 아니지만 모델의 오차에 대한 성능변화의 민감도가 낮으며, 설계가 간편하고, 또 제어기 설계에 유연성을 줄 수 있는 잇점이 있다.

(1)-2. Inverse Nyquist 방법^{26), 37)}

Rosenbrock에 의해 연구된 Inverse Nyquist 제어는 diagonal dominance 이론을 전달함수 행렬에 적용한 것으로 compensator $P(s)$ 를 적당한 방법에 의해 설계한 후 $G''(s) = (G(s)P(s))^{-1}$ 의 대각 요소만을 $s = jw$, $-\infty < w < \infty$ 에 대해 Nyquist 방법과 마찬가지로 그림으로써 제어

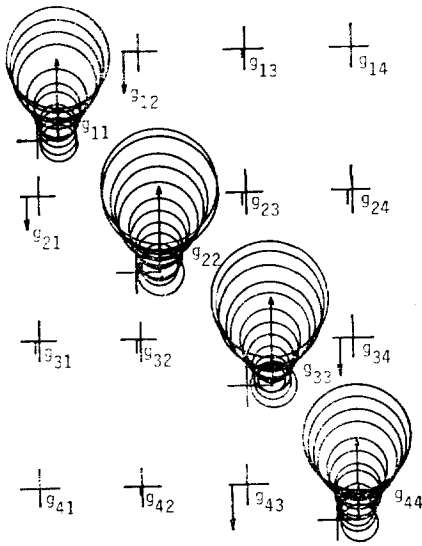


Fig. 3. Examples of a Inverse Nyquist Plot for a 4x4 System.

안정성 및 동특성에 관한 정보를 얻을 수 있는 것이다. 즉, $G''(s)$ 의 대각 요소가 해당 행 혹은 열의 다른 요소의 합보다 크게 되는 diagonal dominance 조건을 만족하도록 $P(s)$ 를 결정시켜주면, 계는 decoupling이 된 것과 같이 간주될 수 있어 각 입력과 출력의 쌍에 SISO 경우와 같은 제어 방법을 적용할 수 있으며, 따라서 조절(tuning)에 의해 제어기 변수를 결정시킬 수 있는 잇점이 있다.

SISO의 경우 Nyquist의 그림에서는 하나의 w 에 대한 전달함수 $g(s)$ 의 값 $g(jw)$ 가 한 점으로 표현되나 Inverse Nyquist의 경우는 $G''(jw)$ 의 대각요소에 해당하는 그림을 원으로 그려 우리가 무시한 상호 간섭의 영향이 미치는 범위까지를 표현시켜 준다. Fig. 3에 Inverse Nyquist 그림의 한 예를 보였으며, 이와 같은 그림을 각 대각 요소에 대해 모두 그려서 계의 안정성, 상호간섭의 영향 및 동특성을 판단하게 된다. 계의 안정성은 Nyquist 방법의 경우와 같이 $(-1, 0)$ 을 회전하는 횟수에 의해 판단된다.

실지 설계방법은 $P(s) = P_a P_b(s) P_c(s)$ 로 한 후 P_a 는 $s \rightarrow 0$ 인 경우 $G''(s)$ 가 diagonal dominance 하도록 조절하고 $P_b(s)$ 는 계가 안정성의

조건을 만족하도록 설정해 주며, 이와 같이 한 후 대각 행렬인 제어기 $P_c(s)$ 의 변수 값을 조절에 의해 결정한다. 이것을 Fig. 2(c)에 그림으로 표현했다. 이 방법은 $P_a, P_b(s)$ 를 시행착오에 의해 결정해야 한다는 어려움이 있기는 하나 컴퓨터 그래픽을 이용해 설계할 경우 제어계의 특성에 관한 것을 정확히 판단해 낼 수 있는 잇점이 있다. 또 정확한 decoupling이 아니어서 제어계 설계에 유연성이 있으면서도 상호간섭이 미치는 영향도 함께 판단하며 안정성을 유지시켜줄 수 있는 큰 장점이 있다. 실지 공정제어 응용의 경우 SISO계에서의 PID 제어기 정도의 성능을 보여주는 것으로 보고되고 있어^{38), 39)} 그 성능이 우수함을 보여주고 있다.

(1)-3. Characteristic Locus 방법^{23), 27), 40)}

MacFarlane 등에 의해 개발된 이 방법은 $G(s)$ $P(s)$ 의 계환전달함수(open-loop transfer function)에서 특성곡선을 그림으로써 제어계의 안정성 및 특성을 판단하는 것이다. 이 방법은 복소수 평면에서의 제차식 해석 등 다소 어려운 수학을 근거로 이루어진 것이지만 Inverse Nyquist 방법과 같이 컴퓨터 그래픽의 방법³¹⁾을 응용할 수 있다. 또한 제어의 모식화 오차에 덜 민감하며 각 주파수 성분에서도 특성이 좋은 제어기를 설계할 수 있다.

이와 같은 방법 외에도 Direct Nyquist 방법,³⁰⁾ commutative 제어기⁴¹⁾ 등 빈도 영역에서의 해석 방법이 있다.

(2) 극의 이동에 의한 방법²³⁾

폐환 회로(closed-loop)에서의 극(혹은 eigenvalues)을 원하는 위치에 보냄으로써 계의 동특성을 향상시키는 이 방법은 SISO 경우에서의 root locus 방법⁴²⁾이 그 한 예이다. 다변수 계의 경우는 상태변수를 모두 측정할 수 있는 경우, 몇 개의 출력만 측정할 수 있는 경우로 나누어지며, 또 상수항만을 갖는 제어기(SISO 경우의 비례 제어기에 대응됨), 동특성을 갖는 제어기를 갖는 경우로 구별한다. 상태변수를 모두 측정할 수 있는 경우는

$$u = -Kx, \quad K = \text{상수행렬} \quad (11)$$

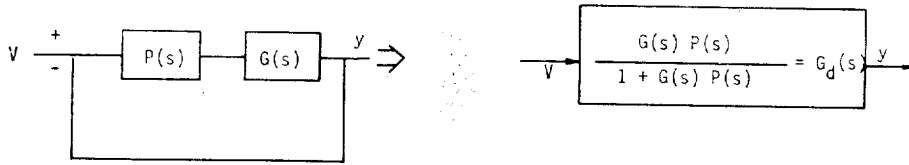


Fig. 4. Pole Zero Placement using Dynamic Compensator

와 같은 상수 부귀환 제어를 구성해 줄 때 상태방정식 식 (3)이

$$\dot{x} = (A - BK)x$$

와 같이 되며 K 를 조절함으로써 $A-BK$ 의 극을 우리가 원하는 임의의 위치로 보내 줄 수가 있다.⁴³⁾ 그러나 이 경우 입력의 갯수 r 이 1인 경우로도 위의 목적을 완전히 달성할 수 있으며,¹²⁾ $r > 1$ 인 경우 K 행렬은 극을 원하는 곳에 보내기 위한 필요 이상의 요소를 갖게 되어, 이 요소들을 제어특성을 좋게 하는 다른 목적, 예를 들면 영의 위치조절 등을 만족하도록 결정해 주는 방법도 발표되었다.⁴⁴⁾ 그러나 제어의 상태변수를 모두 측정할 수 있는 경우는 많지 않으며, 한정된 수의 출력변수 m 개만을 측정할 수 있는 것이 일반적인 상황이다.

이 경우, 상수 부귀환 방법을 이용한 연구는 아직 충분하지 않아 $r + m - 1$ 개의 극은 원하는 위치에 이동이 가능하나⁴⁵⁾ 나머지 극이 어디로 이동될지는 미리 알 수가 없어 안정성을 보장할 수 없다는 문제점이 있다. 모든 극과 영(poles and zeros)을 임의로 조절하는 것은 동특성을 가진 제어기를 이용할 때 가능하다.⁴⁶⁾ 동특성을 이용한 극의 이동 방법은 SISO 제어의 경우 Fig. 4에 보인 것과 같다. 즉 제어기의 전달 함수 $P(s)$ 는 제어의 전달 함수 $G(s)$ 와 원하는 폐환회로의 전달 함수 $G_d(s)$ 에 의하여

$$P(s) = \frac{G_d(s)}{G(s) - G_d(s)G(s)} \quad (12)$$

와 같이 구해지게 된다. 이 경우 $P(s)$ 는 $G_d(s)$ 에 따라 잡음에 매우 민감한 반응을 보이는 작용을 하는 미분기가 될 수 있기 때문에 주의를 요하게 된다. Bristol⁴⁷⁾은 위의 방법을 MIMO 제어에 적용시킨 연구 결과를 발표하였다.

극과 영의 이동을 이용한 제어계의 설계는 아

직 몇가지 문제점을 가지고 있어 주의를 요한다. 현재 많은 이론이 발표되어 있는 상수 부귀환인 경우

첫째, 제어의 동특성은 극뿐만 아니라 영에 의해서도 큰 영향을 받고 있으나 이 영이 어떻게 극과 상관관계를 가질 때 동특성이 좋아지는지에 대한 연구가 부족한 상태이기 때문에 원하는 동특성이 극과 영의 값이 어떻게 배치될 때 얻어지는 것인지 쉽게 판단할 수 없으며, 둘째, 상태변수를 모두 측정할 수 없어 극 전체를 이동시킬 수 없는 경우 나머지 극이 어디로 이동되는지 미리 판단할 수가 없어 안정성을 보장할 수 없으며,

셋째, 모델의 오차에 대해 제어계의 특성변화가 일반적으로 심하며,

넷째, 시간 지연이 있는 경우에 대한 해석이 안되어 있다는 점이다.

따라서 이 방법을 이용한 제어계의 설계는 일단 원하는 극으로 제를 옮긴 후 동특성을 모사를 통해 확인하는 시행착오를 요구한다. 그러나 최적 제어 등 다른 방법을 이용하여 제어 제를 구성하는 것도 결국 극과 영을 새로운 곳에 옮기는 것으로 이해될 수^{48), 49)} 있기 때문에 이 이론은 제어의 연구분야중 매우 중요한 위치를 차지하고 있다.

(3) 최적제어 이론⁵⁰⁾

최적제어 이론은 최신택제어연구의 장을 연 분야이며 제어의 목적 함수를 명확히 정의하여 해석하는 것으로서 대단히 많은 연구가 행해진 분야이다. 최적제어의 문제는 제가 식 (3)과 같이 표현될 때 상태변수가 원하는 정상상태에 가까와 지도록 또 이때 제어 변수가 과하게 움직이

지 않도록 하는 목적함수를

$$J = \int_0^{t_f} (x^T Q x + u^T R u) dt, \quad Q \geq 0, \quad R > 0 \quad (13)$$

와 같이 설정한 후 이 J 를 최소화 시키는 $u(t)$ 를 찾는 linear quadratic 문제(LQP)에 대해 가장 잘 연구되어 있으며, $D = 0$ 인 경우 $u(t)$ 가

$$u(t) = -R^{-1}BK(t)x(t) \quad (14)$$

와 같은 부귀환 형태로 표현되어 폐환 계를 구성시켜 준다는 큰 잇점이 있다. 이 문제는 변분법⁵¹⁾ 혹은 Pontryagin의 최대원리⁵⁰⁾을 이용하여 해석되며, 이때

$$\begin{aligned} \dot{K}(t) &= -K(t)A - A^T K(t) \\ &\quad + K(t)BR^{-1}B^T K(t) - Q \end{aligned} \quad (15)$$

$$K(t_f) = 0$$

의 Riccati 방정식을 풀어줌으로써 $K(t)$ 를 구하게 된다. 이때 이렇게 구한 $K(t)$ 로 구성된 폐환계는 항상 안정하다.⁵⁰⁾ 특히 $t_f = \infty$ 인 경우 $\dot{K}(t) = 0$ 가 되어 $K(t)$ 가 상수로 행렬로 표현된다.

이외에 목적함수 J 를

$$J = \int_0^t dt, \quad u_{\min} \leq u(t) \leq u_{\max} \quad (16)$$

와 같이 설정한 후 원하는 상태에 도달하는 시간을 최소화 시키는 제어 변수 $u(t)$ 를 구하는 최소시간 제어문제도 많이 다루어지며, 공정제어의 경우 startup 혹은 shutdown시 응용될 수 있을 것이다. 이 경우 $u(t)$ 는 어떤 시간의 제위에 의해 u_{\min} 과 u_{\max} 값을 번갈아 갖게 되는 bang-bang 제어로 표현된다.

LQP에 의한 폐환계도 새로운 극과 영을 만들어 내는 것으로, 이에 대한 해석도 연구되었으며,^{49), 52)} 또 모델의 오차, 계의 비선형성이 미치는 영향 및 이 경우의 안정화 조건 등의 문제도 연구되었다.^{53), 54)} Safonov⁵⁵⁾ 등에 의하면 최적제어는 모델의 오차 등에 큰 영향을 받지 않고 잘 동작하는 것으로 보고하고 있다. 이것은 실제 계의 파라메타가 설계에 이용한 파라메타와 다소 다를 경우 이 최적제어기는 또 다른 어떤 목적함수 J 를 최소화 할 것이라는 직감으로도 이해할 수 있다. 실제 이 최적제어기는 대단히 안정하며, 매우 좋은 동특성을 만들어 주는

잇점이 있으나 상태변수에 곱해지는 무게행렬(weighting matrix) Q , R 의 값을 설정하는 데는 어려움이 있다. 이것은 상태변수가 실제 우리가 원하는 변수와는 다를 때가 많기 때문이다. 일 예로 J 를 공정을 조업함으로서 얻는 이윤으로 취하고 싶으나 상태변수는 계를 표현해 주는 온도, 압력 혹은 측정할 수 없는 다른 변수인 경우가 대부분이어서 원하는 목적함수를 표현하는데 어려움이 생긴다. 또 보일러 제어의 경우 u 를 연료의 투입량이라 하고 연료의 소모를 줄이기 위한 목적으로 식 (13) 같은 목적함수를 취할 경우 u 는 정상상태 값에서의 차이를 나타내는 편이 변수이기 때문에 u 가 정상상태 값보다 작아지는 경우도 J 가 증가하게 되어 원하는 목적을 만족시킬 수 없게 된다. 또 LQP는 상태변수를 모두 얻을 수 있는 경우에만 이용 가능하다는 문제점이 있다. 몇개의 출력 변수만이 측정 가능한 경우는 observer^{56), 57)}를 이용하여 상태변수를 구해 부귀환시킬 수 있다. 출력 변수에 잡음(noise)이 함께 섞인 경우는 optimum filter^{58)~60)}를 이용하여 상태 변수값을 구한 후 최적제어기에 연결하게 되며 이것을 LQG(Linear Quadratic Gaussian) 문제라고 일컫는다.

실제 모든 공정에는 규명할 수 없는 어떤 원인에 의해 발생하는 잡음이 항상 있으며, 이것이 제품의 균일성을 저하시키는 경우가 많다. 최근 이와 같은 stochastic 계의 제어에 관한 관심이 매우 높아지고 있으며 이와 같은 제어방법 중 잡음에 의한 영향을 최소화 시킨 상태로 계의 출력을 유지시키고자 하는 minimum variance 제어⁶¹⁾도 최적제어의 한 부분으로 생각할 수 있다. 이 이론은 현재까지는 주로 SISO 계에 대해 다루어지고 있으며, 대부분 컴퓨터 제어를 가정하 이산시간 영역에서 해석하고 있다. 여기서는 이산시간 영역에서 선형 SISO 계를

$$\begin{aligned} A(q^{-1})y(k+d) &= B(q^{-1})u(k) \\ &\quad + c(q^{-1})w(k+d) \end{aligned}$$

$$A(q^{-1}) = 1 + a_1 q^{-1} + \dots + a_n q^{-n} \quad (17)$$

$$B(q^{-1}) = b_0 + b_1 q^{-1} + \dots + b_m q^{-m}$$

$$C(q^{-1}) = c_0 + c_1 q^{-1} + \dots + c_r q^{-r}$$

와 같이 표현한다. 이때 q^{-1} 은 $x(k-1) = q^{-1}$

$x(k)$ 인 shift 연산자이며, d 는 시간지연이다. 또 $w(k)$ 는 white noise이다. 이와 같은 표현을 ARMA(Autoregressive Moving Average) 모델⁶²⁾이라 하며, 선형 stochastic process를 표현하는 대표적인 방법이다. 실제 계를 식 (17)과 같이 모델화하여 $A(q^{-1})$, $B(q^{-1})$, $C(q^{-1})$ 의 파라미터를 구한다는 것은 특히 $C(q^{-1})$ 로 인해 매우 어려운 문제가 되며 실제로는 계를 개환상태에서 운전하여 얻은 자료 $y(k)$, $u(k)$ 로부터 파라미터를 구하게 된다. 여기에는 extended least square, maximum likelihood 등의 identification 방법⁶²⁾이 이용된다.

일단 계가 식 (17)과 같은 ARMA 형으로 주어지면 목적함수 J 를

$$J = E[y(k+d)^2] \quad (18)$$

와 같이 하여 이것을 최소화 하는 $u(k)$ 를 구하게 된다. 여기서 E 는 기대값을 표시한다. 이 J 를 최소화시키는 $u(k)$ 는 식 (17)에 간단한 조작을 함으로써 구해지며, $y(k)$, \dots $y(k-n)$, \dots $u(k-1)$, \dots 의 선형 식으로 표현 된다.⁶¹⁾ 이 minimum variance 제어는 식 (13)의 최적제어에서 J 를 상태변수와 제어변수를 시간에 대한 적분형으로 취함으로 인해 Ricatti 방정식을 풀어야 했던 것과는 달리 k 시간에서 넣은 입력 변수의 영향이 출력변수에 처음 나타나는 $k+d$ 시간에서의 출력변수의 값만으로 목적 함수를 구성했기 때문에 $u(k)$ 가 매우 간단히 표현된다. 이 방법은 MIMO 계에 대해서도 연구되었으며,^{63), 64)} 실제 응용에서도 잡음의 영향을 극소

화하는 데 우수한 특성을 가진 것으로 보고되어 있다.

(4) 적응 제어(Adaptive Control)^{65)~67)}

적응제어는 파라미터를 전혀 모르는 계를 유도하여 원하는 동특성을 갖도록 하는 제어방법이다. 이 제어의 기본적인 생각은 이미 1950년대부터 제시되었으나 1966년 P.C. Parks가 안정성 이론에 바탕을 둔 제어이론을 발표한 후⁶⁸⁾ 최근 대단히 활발한 연구가 수행되고 있는 분야이다. 실제 화학공정은 계를 정확히 표현해 주는 파라미터를 구하는 일이 매우 어려우며, 또 조업조건이 달라짐에 따라 파라미터가 변화하는 경우가 많기 때문에 파라미터의 변화에 영향을 작게 받든지 아니면 이 변화에 따라 적응할 수 있는 제어기가 필요하다. 적응제어기는 이와 같은 변화에 적응하면서 계의 동특성을 유지시켜 줄 수 있으며, 또 안정성의 이론을 바탕으로 설계되는 것이기 때문에 안정성이 보장된다는 큰 장점이 있다. 이 적응제어 이론은 우주, 항공분야에는 실제로 많이 이용되고 있으며,⁵⁾ 매우 성공적인 것으로 보고 되어 있다. 최근에는 화학공정에 대한 응용연구가 상당히 활발하며,^{69)~73)} 이것은 대부분의 화학 공정의 파라미터가 조업조건이 바뀔에 따라서 변하기 때문에 적응제어기가 효과적으로 이용될 수 있으며, 또 화학공정의 시정수가 일반적으로 길기 때문에 계의 출력에 많은 변화를 주지 않고도 적응 제어기가 적응(adaptation)하기 위한 충분한 시간을 얻을 수 있다는 잇점이 있기 때문인 것으로 생각된다.

적응제어의 기본적인 개념은 Fig. 5와 같다. 원하는 동특성을 갖는 계를 가상하고 공정에 feedforward 또 feedback 제어기를 연결한 후 모델과 공정출력사이의 오차를 감지하여 이것으로 feed forward 또 feedback 제어기의 제어기 변수를 변화시켜 주든지 혹은 입력신호 u' 을 만들어 내어 이 오차가 시간이 지남에 따라 0에 수렴하도록 유도하는 것이다. 이와 같은 적응제어의 설계는 모델출력과 공정의 출력사이의 오차 e 와 모델과 공정사이의 파라메타 오차 θ 에

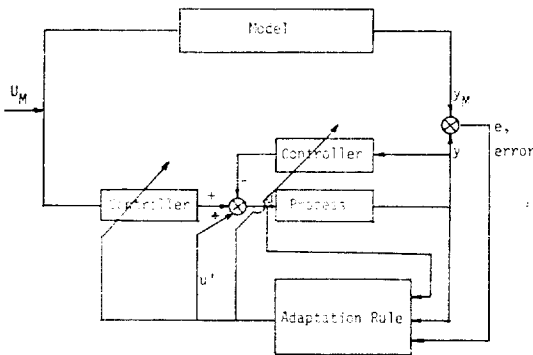


Fig. 5. Model Reference Adaptive Controller.

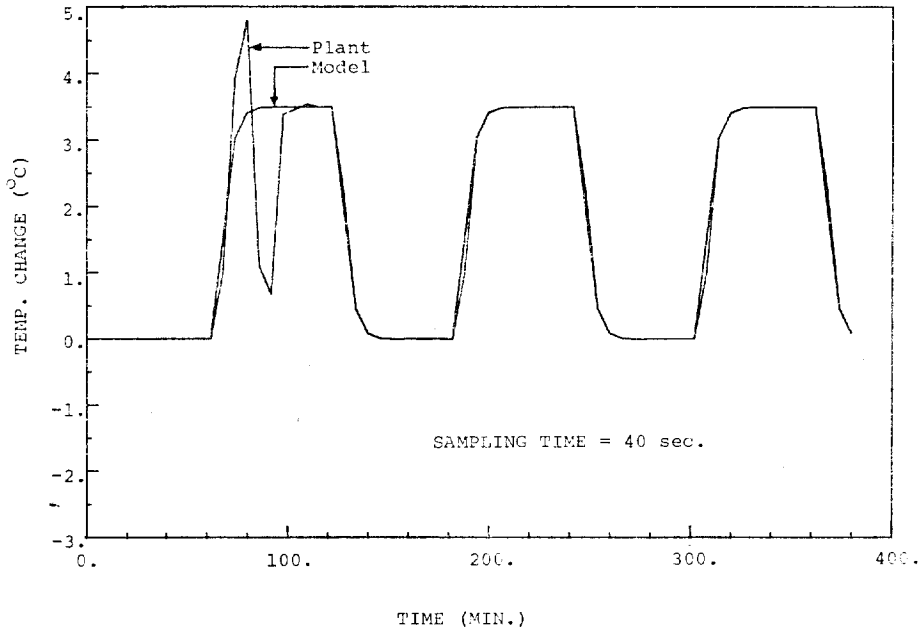


Fig. 6. Simulation Result of Adaptive Control Applied to Packed Distillation Column(Process Output-Top Temperature, Control Input-Reflux Ratio)

대하여 Lyapunov 함수 \bar{V} 를 $\bar{V}(e, \theta) > 0$ 과 같이 설정한 후 $\dot{\bar{V}}(e, \theta) < 0$ 이 되는 적응법(adaptation rule)을 찾아내는 경우와, Popov의 초안정론(hyperstability)를 이용하여 찾는 경우로 크게 나눌 수 있으며, 어느 안정론을 이용하든 같은 결과를 줄 수 있다. 그러나 초안정론의

이용이 더 일반적이며 실제의 폭을 넓힐 수 있는 것점이 있다.⁷⁴⁾

Fig. 6에 본 실험실에 행한 증류탑 모델에 적응제어 이론을 적용시킨 컴퓨터 모사 결과의 한 예로서 모델에서 set point 변화를 주었을 때 이를 쫓아가는 증류탑 상단의 온도변화를 보인 것이다. 현재 적응제어의 이론은 SISO계의 경우 기본이 되는 모든 이론이 거의 정립이 되어 있으나,⁷⁵⁾ 적응 과정 중의 transient response를 조절하는 일반적인 지침이 아직은 부족한 상태이다. MIMO계의 경우는 입력의 수와 출력의 수가 같은 경우는 이론이 개발되어 있으나,⁷⁶⁾ 일반적인 경우는 아직 연구되어 있지 않다. 70년대 초 Åström 등은 앞의 minimum variance 제어기를 제어의 파라메타를 모르는 경우에 적용한 Fig. 7에 보인 것과 같은 self tuning 제어기를 발표하였다.⁷⁷⁾ 이것은 제어 잡음의 영향이 있는 경우에 대해 연구된 것으로 앞에서 이야기한 적응기와 같은 모델이 없는 것이지만 결국 적응 제어기와 같은 이론임이 최근 증명되어 있다.⁷⁸⁾ 이 self tuning 제어기는 독자적으로 발전

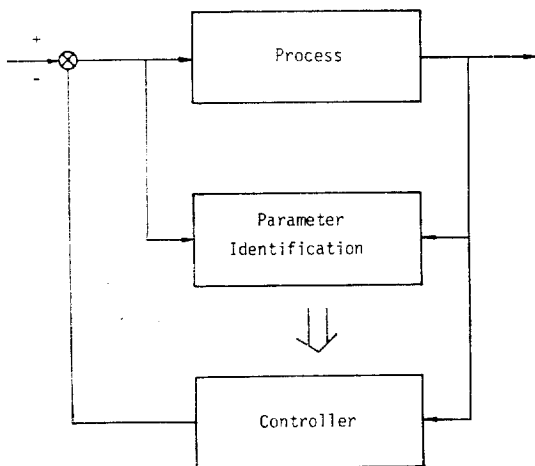


Fig. 7. Self Tuning Regulator

을 계속해 실시 공정에 많은 응용이 되었다.^{69), 71), 72), 79)} 이 self tuning 제어기는 minimum variance의 목적외에 앞의 극과 영의 이동,⁸⁰⁾ 또 목적함수를 더욱 일반화 한 $J = E[y(k)^2 + u(k)^2]$ 경우⁸¹⁾까지 확대된 많은 이론이 발표되어 있으며, 대단히 활용 가치가 크고 성능이 우수한 제어방법으로 평가되고 있다.

(5) 기 타

Brosilow 등에 의해 발표된 inferential 제어⁸²⁾는 공정에서 매우 중요하나 측정하기가 힘든 출력변수(예를 들면 농도)가 있는 경우의 문제점을 잘 해결해 줄 수 있는 방법으로 실제로 대규모 증류탑 제어의 응용에서 매우 좋은 결과를 보인 것으로 보고되고 있다.

이외에도 tuning regulator,⁸³⁾ 또 pattern 인식⁸⁴⁾을 이용한 제어 이론도 발표되어 있으며, 최근에는 화학공장, 발전소, 하수정화와 같은 대단위 공정을 단위공정별로 제어한 후 이것을 전체적으로 다시 최적화하는 large scale system^{85), 86)}의 제어이론도 매우 활발히 연구되고 있는 분야이다. 또 비선형계의 제어,⁸⁷⁾ 분산파라미터(distributed parameter)계의 제어^{88), 89)}에 관한 연구도 많이 행하여지고 있다.

V. 제 언

이상적인 제어기는 다음의 몇 개 조건을 만족시켜 줄 수 있어야 한다.

- 첫째, 각종 disturbance의 영향을 효과적으로 제어할 수 있어야 하며,
- 둘째, set point 변화를 잘 쫓아갈 수 있어야 하며,
- 셋째, 파라메타 오차, 측정오차 등에 민감하지 않아야 하며,
- 넷째, 지나치게 과한 입력의 변화가 요구되어서는 안되며,
- 다섯째, 제어에 대한 적은 정보, 즉 측정하는 변수가 작아도 잘 동작되며,
- 여섯째, 측정기의 고장등 사고에 대해서도 안정

할 수 있어야 하며,
일곱째, 제어기 변수의 조절이 손쉬워야 한다.

그러나 이와 같은 모든 조건을 만족시킬 수 있는 제어는 흔치 않으며, 모든 공정이 위의 모든 조건을 요구하는 것도 아니다. 따라서 제어의 특성을 잘 고려하여 특성에 맞는 제어기의 선택이 요구된다. 이와 같은 것은 상호간섭이 심한 증류탑의 경우 decoupling 제어에 대한 연구가 많이 행해지고 있으며, 원료의 비균일성이 매우 심한 시멘트 공정, 종이질의 균일성이 요구되는 제지공정의 경우 잡음의 영향을 줄이기 위한 minimum variance 제어 등 stochastic 제어가 매우 성공적이었다는 예를 들 수가 있다. 또 촉매의 활성도가 시간에 따라 계속 감소하는 고정층 반응기의 경우는 적응 제어기와 같이 변화하는 파라메타에 대응할 수 있는 제어기가 효과적일 것으로 생각된다.

실제 공정은 제어이론의 전개시 가정되는 선형제라기보다 반응기와 같이 비선형체인 경우가 많으며, 또 고정층 반응기, 충전탑 등과 같이 분산파라미터계인 경우, 증류탑과 같이 모델식의 수가 단수만큼 많게 되어 수십개의 식으로 표현되는 경우가 많아 제어의 이론이 그대로 적용되며, 그 이론의 잇점이 그대로 나타난다고 생각하기가 어렵다. 이와 같은 실제 공정의 현상을 모두 만족하는 이론의 개발은 사실 기대하기 힘들며 결국 각 단위 공정에 대한 응용연구에 의해 그 간격을 좁힐 수 밖에 없다. 그 대표적인 예가 Canada의 University of Alberta^{90), 91)}에서 행한 2단 증발기에 대해 각종 최신 제어이론을 적용한 일련의 실험이다. 그들은 각 제어이론의 적용과정에서의 문제점을 분석하며, 또 실제적인 문제점을 보완해 줄 수 있는 많은 제어이론을 발표하였다. 그들이 대상으로 한 2단 증발기는 선형계로 잘 표현되는 것이었으며, 대부분의 다변수 제어의 최신 제어 이론의 단일환에서의 제어이론 보다 제어 성능이 뛰어난 것을 볼 수 있었다. 이외의 각 단위 공정의 최신 제어 이론의 응용에 관한 대표적인 연구 결과를 다음에 보았다.

증류탑 반응기 : Buckley(92), Edgar et al.(9, 93), Shinskey(94)

반응기 : Lapidus et al.(95), Foss et al.(96), Jutan et al.(14), Sørensen(97)

유동층 반응기 : Schuldt et al.(98)

폐수처리 공정 : Olsson(99), Beck(100)

제지 공정 : Åström(7), Church(101)

시멘트 공정 : Itskovich et al.(8), Westerland(102)

가열로 : Clelland(103)

증발기 : Fisher et al.(90)

이와 같은 응용연구에 의해 각 공정의 특성에 대한 깊은 이해를 할 수 있으며, 가장 적합한 제어의 형태가 어떤 것인지 판단할 수 있을 것이다.

제어는 매우 실질적인 것이면서도 이론적이어서 두 가지가 함께 조화를 이루어야 하나 공정에서의 문제점, 특성은 실지 현장에서 잘 이해하고 있으며, 제어의 이론은 그 성격상 학제에서 잘 다룰 수 있는 것이다. 결국 두 분야간의 활발한 의견 교환이 있을 때 공정제어의 발전이 있으며, 그 효율을 극대화할 수 있을 것이다.

VI. 결 론

최신제어 이론의 화학공정에의 응용은 연구의 사례가 많지 않아 당장 상업적으로 이용될 수 있다고는 이야기 할 수 없다. 그러나 타 분야의 성공적인 응용예, 또 일부 화학공정에서의 성공예 등은 최신제어 이론이 이제 학제만의 점유물이 아님을 보여주고 있다. 선진 각국에서 제어에 관한 관심이 대단히 높아지고 응용 연구가 활기를 띠고 있음에 주지하여 우리나라 기술의 첨예화를 위한 일환으로 제어에 관한 연구에 박차를 가해야 할 것으로 생각된다.

참 고 문 헌

1. O. Mayer, "The Origin of Feedback Control," The M.I.T. Press, Cambridge, 1970,

p. 10.

2. Y. Takahashi, M.J. Rabins, and D.M. Auslander, "Control," Addison-Wesley Pub. Co., Massachusetts, 1972, p. 3.
3. R. Bellman, "Dynamic Programming," Princeton Univ. Press, Princeton, 1957.
4. L.S. Pontryagin, V. Boltyanskii, R. Gamkrelidze, and E. Mishchenko, "The Mathematical Theory of Optimal Processes," Interscience Pub. Inc., N.Y., 1962.
5. Y. Bar-Shalom, and S.B. Gershwin, Automatica 14 (1976), 407.
6. T.F. Edgar, AIChE Symp. Ser., 72(1976), 99.
7. K.J. Åström, IBM J. Res. Develop., 11 (1967), 389.
8. Digital Computer Applications to Process Control, IFAC and North-Holland Pub. Co., 1977, p. A 7-b.
9. T.F. Edgar, and C.O. Schwanke, Proc. JACC, (1977), 1370.
10. A. Ablinger, and H. Jossi, World Cement Tech., Sep. (1980), 321.
11. Private Communication
12. S.T. Chen, "Introduction to Linear System Theory," Holt, Rinehart and Winston, Inc., N.Y., 1970, p. 86.
13. T. Takamatsu, Automatica, 15 (1979), 387.
14. A. Jutan, J.P. Tremblay, J.F. McGregor, and J.P. Wright, AIChE, 23 (1977), 732.
15. T. Kailath, "Linear Systems," Prentice-Hall Inc., Englewood Cliffs, 1980, p. 345.
16. J.A. Cadzow, and H.R. Martens, "Discrete Time and Computer Control Systems," Prentice Hall, Englewood Cliffs, 1970.
17. C.L. Smith, "Digital Computer Process Control," Intext Educational Pub., 1972.
18. Special Issue on System Identification, Automatica, 17, No. 1, (1981).
19. G.E. O'Connor, and M.M. Denn, CES, 27 (1972), 121
20. A. Kestenbaum, A.R. Shinnar, and F.E. Thaus, IEC Proc. D and D, 15 (1976), 2.

21. P. Shih, and C.J. Chen, *Int. J. Control*, 19 (1974), 947.
22. O.J.M. Smith, 53 (1967), 217.
23. F. Fallside, "Control System Design by Pole-Zero Assignment," Academic Press, London, 1977.
24. H.W. Bode, "Network Analysis and Feedback Amplifier Design," Van Nostrand, N.Y., (1945).
25. H. Nyquist, *Bell. Syst. Tech. J.*, 11 (1932), 126.
26. H.H. Rosenbrock, *Proc. IEE*, 116 (1969), 1929.
27. A.G. J. MacFarlane, and J.J. Belletrutti, *Automatica*, 9 (1973), 575.
28. N. Munro, B.J. Broland, and L.S. Brown, "The UMIST Computer-Aided Control System Design Suite," National Research Development Co., Great Britain, 1973.
29. A.S. Boksenbom, and R. Hood, Report NCA-TR-980, Washington, D.C., (1949).
30. J.F. Kuon, Ph. D. Thesis, Univ. of Alberta, Edmonton, Canada, (1975).
31. A.G. J. MacFarlane, *Automatica*, 8 (1972), 455.
32. W.L. Luyben, *AIChE*, 16 (1970), 198.
33. G.G. Greefield, and T.J. Ward, *IEC Fund.*, 6 (1967), 564.
34. A. Jafarey, and T.J. McAvoy, *IEC Proc. D and D*, 17 (1978), 485.
35. F.G. Shinskey, *Proc. 4th IFAC Multivariable Tech. Sys. Conf.* (1977), 21.
36. E.H. Bristol, *IEEE Trans. A.C.*, AC-11 (1966), 133.
37. H.H. Rosenbrock, "Computer-Aided Control System Design," Academic Press, London, 1974.
38. P.D. McMorran, *Proc. IEE*, 117 (1970), 2037.
39. P.D. McMorran, *Proc. IEE*, 118 (1971), 802.
40. A.G. J. MacFarlane, and I. Postlethwaite, *Int. J. Control*, 25 (1977), 81.
41. A.G. J. MacFarlane, *Elec. Letters*, 6 (1970), 121.
42. W.R. Evans, "Control-System Dynamics," McGraw-Hill, N.Y., 1954.
43. W.M. Wonham, "On Pole Assignment in Multi-input Controllable Linear Systems," *IEEE Trans. A.C.* AC-12 (1967), 660.
44. F. Fallside, and H. Seraji, *Int. J. Control*, 17 (1973), 351.
45. N. Muro, and S. Novin-Hirbod, *Int. J. Systems Sci.*, 10 (1979), 285.
46. F.M. Brosch, and J.B. Pearson, *IEEE Trans. A.C.*, AC-15 (1970) 34.
47. E.H. Bristol, *AIChE Annual Meeting*, Miami, Florida, Nov., 1978.
48. C.T. Chen, "Analysis and Synthesis of Linear Control Systems," Pond Woods Press, N.Y., 1978, p. 185.
49. R.E. Kalman, *Trans. ASME, J. of Basic Eng'ng.*, 86 (1964), 51.
50. M. Athans, and P.L. Falb, "Optimal Control," McGraw-Hill, N.Y., 1966.
51. A.P. Sage, and C.C. White III, "Optimum Systems Control," Prentice-Hill, Englewood Cliffs, 1977, p. 27.
52. A.E. Bryson, Jr., *Trans ASME, J. of Dyn. Sys., Meas., and Cont.*, 101 (1979), 91.
53. Special Issue on Optimal Control, *IEEE Trans. A.C.*, AC-16 (1971).
54. T.F. Edgar, J.G. Vermeychuk, and L. Lapidus, *Chem. Eng. Comm.*, 1 (1973), 57.
55. M.G. Safonov, and M. Athans, *IEEE, Trans. A.C.*, AC-22 (1977), 173.
56. D.G. Luenberger, *IEEE Trans. A.C.*, AC-11 (1966), 190.
57. D.G. Luenberger, *IEEE Trans. A.C.*, AC-16 (1971), 596.
58. R.E. Kalman, *Trans. ASME, J. of Basic Eng.*, 81 (1960), 35.
59. R.E. Kalman, and R.S. Bucy, *Trans. ASME, J. of Basic Eng.*, 83 (1961), 95.
60. W. Kortüm, *Trans. ASME, J. of Dyn. Sys., Meas., and Cont.*, 101 (1979), 99.
61. K.J. Åström, "Introduction to Stochastic Control Theory," Academic Press, N.Y., 1970.

62. G.E. Box, and G.M. Jenkins, "Time Series Analysis, Forecasting and Control," Holden Day, San Francisco, 1970.
63. J.F. MacGregor, Can. J. Chem. Eng'ng., 51 (1973), 463.
64. H.N. Koivo, Automatica, 16 (1980), 351.
65. Y.D. Landau, "Adaptive Control, The Model Reference Approach," Marcel Dekker, N.Y., 1979.
66. K.S. Narendra, and R.V. Monopoli, "Applications of Adaptive Control," Academic Press, 1980.
67. R.B. Asher, D. Andrisani II, and P. D'arto, Proc. IEEE, 64 (1976), 1226.
68. P.C. Parks, IEEE Trans. AC., AC-22 (1963), 362.
69. H.N. Koivo, J.T. Tanntu, and J. Penttinen, IFAC 8th World Congress Aug., 1981.
70. "Digital Computer Applications to Process Control," IFAC and North-Holland Pub. Co., 1977, p. 732.
71. K.J. Åström, Int. J. Control, 32 (1980), 221.
72. T. Cegell and T. Hedqvist, Automatica, 11 (1975), 53.
73. V.A. Sastry, D.E. Seborg, and R.K. Wood, Automatica, 13 (1977), 417.
74. K.S. Narendra, and L.S. Valavani, IEEE Trans. A.C., AC-25 (1980), 243.
75. I.D. Landau, Automatica, 17 (1981), 593.
76. G. Goodwin, P.J. Ramadge, and P.E. Caines, IEEE Trans. A.C., AC-25 (1980), 449.
77. K.J. Åström, and B. Wittenmark, Automatica, 9 (1973), 185.
78. B. Egardt, IEEE Trans. A.C., AC-25 (1980), 693.
79. U. Borrison, and B. Wittenmark, Proc. IFAC Symp. on Digital Comp. Appl. to Proc. Contr. Zürich, 1974.
80. P.E. Wellstead, I.M. Edmunds, D. Prager, and P. Zanker, Int. J. Control, 30 (1979), 1.
81. D.W. Clarke, M.A. Phil, and B.A. Gawthrop, Proc. IEEE, 122 (1975), 929.
82. B. Joseph, and C.B. Brosilow, AIChE, 24 (1978), 485.
83. E.J. Davison, P.A. Taylor, and J.D. Wright, IEEE Trans. A.C., AC-25 (1980), 361.
84. E.H. Bristol, G.F. Inaloglu and J.F. Steadman, Instrum. Contr., 43 (1970), 101.
85. M.G. Singh, and A. Titli, "Systems: Decomposition, Optimization and Control," Pergamon Press, Oxford, 1973.
86. M.G. Singh, and A. Titli, "Handbook of Large Scale Systems Engineering Applications," North-Holland Pub. Co., Amsterdam, 1979.
87. D.P. Atherton, "Nonlinear Control Engineering," Van Nostrand Reinhold, London, 1975.
88. M. Athans, IEEE Trans. A.C., AC-1 (1970), 245.
89. W.H. Ray, Automatica, 14 (1978), 281.
90. D.G. Fisher, and D.E. Seborg, "Multivariable Computer Control, A Case Study," North-Holland Pub. Co., Amsterdam, N. Y., 1976.
91. D.E. Seborg, and D.G. Fisher, ASME Trans. Meas. Sys. Contr., 101 (1979), 108.
92. P.B. Buckley, Inst. Tech., 25 (1978), 115.
93. C.O. Schwanke, T.F. Edgar, and J.O. Hougen, ISA Trans., 16 (1975), 69.
94. F.G. Shinskey, "Distillation Control," McGraw-Hill, N.Y., 1977.
95. L. Lapidus, and N.R. Amundson, "Chemical Reactor Theory; A Review," Prentice-Hall, Englewood Cliff, 1977.
96. P.H. Wallman, and A.S. Foss, "Multivariable Integral Controls for Fixed Bed Reactors," AIChE Meeting, Miami, Florida, Nov., (1978).
97. J.P. Sørensen, CES, 32 (1976), 761.
98. S.B. Schuldts, and F.B. Smith, Proc. JACC, (1971), 270.
99. G. Olsson, AIChE Symp. Ser., 72 (1976), 52.
100. M.B. Beck, Ph. D. Thesis, University

- of Cambridge, Cambridge, 1973.
101. D.F. Church, AIChE Symp. Ser. 72 (1976), 19.
102. T. Westerlund, Rep. 79—10, Åbo Akademi, Jan., 1980.
103. P.J. Clelland, Proc. IEEE Conf. on Dec. and Contr., (1977), 1101.