

《報文》 HWAHAK KONGHAK Vol. 21, No. 2, April 1983, pp. 79-88
 (Journal of the Korean Institute of Chemical Engineers)

다공성 매질내 유체의 자연대류 개시에 미치는 열손실의 영향

서 문 호
 아주대학교 공과대학 화학공학과

(1983년 1월 31일 접수)

Effects of Lateral Heat Loss on the Onset of Natural Convection in a Box of Fluid-Saturated Porous Medium

Moon-Ho Suh

Department of Chemical Engineering, College of Engineering,
 Ajou University, Suwon 170, Korea

(Received; January, 31, 1983)

요 약

다공성 매질내 유체의 자연대류 개시에 미치는 벽면에서의 열손실 효과를 열 및 유통경계면 조건에 따라 포괄적으로 규명하기 위하여 상층면은 등온의 透水性 또는 不透水性이고, 바닥은 등온 또는 일정한 열플럭스로 가열되는 불투수성 경계면인 상자를 모델로 안정성 해석을 행하였다. 상기 연구의 결과 자연대류가 시작되는 임계 Rayleigh 수와 이 때의 대류유동의 셀모드(cellular mode)를 상자의 기하구조, 주위온도, 전열 계수 및 경계 조건들의 함수로 표시하였으며, 벽면에서 열손실이 있는 경우 임계 Rayleigh 수는 증가하고, 경계 조건들이 Dirichlet 型으로 주어질 때 열적 안정성이 가장 증가한다는 사실을 확인하였다.

ABSTRACT

The onset of natural convection has been examined for a fluid-saturated porous material contained within a thin box under the influence of lateral heat losses. Thermal boundary conditions consist of an isothermal upper surface and either prescribed temperature or prescribed heat flux at the lower boundary. Both permeable and impermeable upper boundaries are considered.

Critical Rayleigh numbers and the preferred convective cellular modes at the onset of convection have been determined analytically as functions of the box geometry, ambient temperature

and heat transfer coefficient. The results show that the critical Rayleigh number for a box with lateral heat loss is higher than that predicted in the limit of no heat loss except for extremely small aspect ratios. And the case with no Neumann boundary condition has been found the most stable.

1. 서 론

다공성 매질내 유체의 자연대류 개시에 관한 연구는 Horton과 Rogers¹⁾ 및 Lapwood²⁾에 의하여 처음 시도되었으나 이들은 각각 등온으로 유지되는 무한한 두 不透水層 사이에서 대류유동이 시작되는 임계 Rayleigh 수가 $4\pi^2$ 임을 선형 안정성 해석으로 결정하였다. 이들의 결과는 Katto와 Masuoka³⁾의 실험으로 확인되었으며, 그후 이 안정성 해석을 다공성 매질의 다양한 기하구조와 경계면 조건에 확장시키고자 하는 연구들이 활발히 진행되어 왔다.

상자형 매질에서의 자연대류 개시에 관한 연구로는 불투수성 상층면에 대한 Beck⁴⁾의 연구와 투수성 상층면에 대한 Tewari와 Torrance⁵⁾의 연구결과가 보고되어 있는데 이들의 결과는 모두 벽면이 단열되어 있고 수평면들은 등온으로 유지되는 경우의 해석에만 국한되어 있다.

Ribando와 Torrance⁶⁾는 일정한 열플럭스로 바닥이 가열되는 경우의 안정성 해석을 행하였는데 이들의 연구는 고에너지 전열장치와 관련하여 주목이 되는 연구분야이나 실제 시스템에서 문제가 되는 벽면에서의 열손실 효과를 고려할 수 있는 방법이 제시되지는 못하였다.

따라서 본 연구에서는 벽면에서의 열손실 효과를 고려하고 다양한 열 및 유동경계면의 조건에 따른 임계 Rayleigh 수의 변화를 규명하기 위하여 상자형 매질의 aspect ratio, 주위온도, 벽면에서의 전열 계수 등을 변화시키면서 투수성 또는 불투수성 경계면과 온도 또는 열플럭스가 일정한 경계면들을 조합하여 포괄적인 안정성 해석을 행하고자 한다. 이제까지의 연구들은 수직 벽면이 단열되어 있다는 가정을 하였으므로 안정성 해석에 이용되는 정지상태 즉 전도 열전달

상태의 온도구배가 항상 일정하다. 그러나 벽면에서의 열손실을 고려하면 주위온도와 전열 계수에 따라 전도 열전달 상태의 온도구배가 비선형이 되므로 이를 포함한 안정성 해석을 중점적으로 취급하였다.

2. 이론전개 및 안정성 해석

본 연구에서는 수평 및 수직방향의 길이가 L 및 H 이고, 두께가 2δ 인 얇은 상자속에 물로 포화된 다공성 매질을 모델로 설정하였으며, 이 상자의 상층면은 등온으로 유지되는 투수성 또는 불투수성이고, 바닥은 등온 또는 일정한 열플럭스로 가열되는 불투수성 경계면으로 고려하였다. 상자의 수직벽면은 모두 불투수성이고, 두께가 얇은 측면들은 단열되어 있으나 전후면에서는 주위와의 열전달이 일어난다고 생각하였다.

상기 모델의 유동현상은 Darcy-Boussinesq의 가정을 도입하여 모사할 수 있고, 벽면에서의 열손실은 펜이론(fin theory)에 의하여 주위온도와 전열 계수의 함수로 나타낼 수 있으므로 무차원의 기본 방정식들은 다음과 같이 유도된다.

$$\nabla \cdot v = 0, \quad (1)$$

$$0 = -\nabla p - v + Ra(\theta - \theta_0)e_z \quad (2)$$

$$\begin{aligned} & \frac{(\rho C_p)_{eq}}{(\rho C_p)_f} \frac{\partial \theta}{\partial \tau} + \nabla \cdot v \theta \\ & = \nabla^2 \theta - N^2(\theta - \theta_{amb}) \end{aligned} \quad (3)$$

변수들의 무차원화는 길이는 H , 속도는 $k_{eq}/(\rho C_p)_f H$, 압력은 $\mu_f k_{eq}/(\rho C_p)_f K$, 시간은 $H^2(\rho C_p)_f/k_{eq}$ 을 특성치들로 하여 행하였으며 온도는 $(T - T_{top})$ 을 바닥에서의 열 경계면 조건에 따라 ΔT 나 qH/k_{eq} 로 나누어 축으로써 무차원화하였다. 식 (2)에서 Ra 는 Rayleigh 수로서 바닥이 등온인 경우는

$$Ra = \frac{gK\beta_f H \Delta T}{\nu_f \rho k_{eq} / (\rho C_p)_f} \quad (4)$$

로 정의하였으며, 열플렉스가 일정하게 유지되는 경우에는 식 (4)의 ΔT 를 qH/k_{eq} 으로 치환하여 사용하였다. 벽면에서의 열손실은 식 (3)의 마지막 항으로 표시하였으며 여기서 N 은

$$N^2 = hH^2 / (k_{eq}\delta) \quad (5)$$

로 정의한 무차원 전열 계수이다.

처음에 정지되어 있던 다공성 매질내의 유체가 자연대류유동을 시작하는 임계점을 결정하기 위해서는 정지상태 즉 전도 열전달 상태로부터 섭동된 상태에 대한 기본 방정식(perturbed governing equation)들을 유도한후 정상상태의 유동장이 존재하게 되는 최소 Rayleigh 수를 구하는 안정성 해석을 하여야 한다. 따라서 정지상태로부터 섭동된 온도와 유동장을 각각 θ' 및 w' 으로 두고 섭동 방정식들을 유도하면 다음 식들로 주어진다.

$$\nabla^2 w' = \left(\nabla^2 - \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \theta', \quad (6)$$

$$\nabla^2 \theta' - N^2 \theta' = Ra w' \frac{d\theta_s}{dz}. \quad (7)$$

여기서 w' 은 섭동된 속도의 수직성분이고, θ_s 는 정지상태 즉 전도 열전달 상태의 온도로서 에너지식 (3)으로부터 해를 구할 수가 있는데 바닥이 동온이면

$$\begin{aligned} \theta_s &= \theta_{amb} + \\ &\frac{(1 - \theta_{amb}) \sin h(N - Nz) - \theta_{amb} \sin h(Nz)}{\sinh N} \end{aligned} \quad (8a)$$

이고, 바닥이 일정한 열플렉스로 가열되면

$$\begin{aligned} \theta_s &= \theta_{amb} + \frac{\sinh(N - Nz)}{N \cosh N} \\ &- \frac{\theta_{amb} \cosh(Nz)}{\cosh N} \end{aligned} \quad (8b)$$

가 된다. 상기 식에서 보는 바와 같이 벽면에서의 열손실을 고려하면 정지상태의 온도분포가 비선형이 된다.

본 연구에서는 식 (6) 및 (7)에 대응되는 경계 조건들을 다양하게 변화시켜가며 안정성 해석을 행하였는데 공통적으로 적용되는 경계 조건들은 다음과 같다.

$$\frac{\partial \theta'}{\partial x} = \frac{\partial w'}{\partial x} = 0 \text{ at } x = 0 \text{ and } L/H, \quad (9a)$$

$$\theta' = 0 \quad \text{at } z = 1, \quad (9b)$$

$$w' = 0 \quad \text{at } z = 0. \quad (9c)$$

상층면의 유동 경계 조건은 불투수성이면 $w' = 0$, 투수성이면 $\frac{\partial w'}{\partial z} = 0$ 이고, 바닥에서의 열 경계 조건은 등온이면 $\theta' = 0$, 일정한 열플렉스로 가열되면 $\frac{\partial \theta'}{\partial z} = 0$ 이다.

이상의 경계면 조건과 함께 섭동 방정식의 해를 구하게 되는데 먼저 경계조건 (9a)에서부터 w' 과 θ' 은 다음과 같은 형태의 해를 추구할 수 있다.

$$w' = \cos\left(\frac{m\pi}{L/H}x\right)W(z), \quad (10a)$$

$$\theta' = \cos\left(\frac{m\pi}{L/H}x\right)\Theta(z). \quad (10b)$$

여기서 m 은 정수로서 대류유동의 셀수를 나타낸다. 식 (10)을 식 (6)과 (7)에 대입하면 섭동 방정식은

$$(D^2 - a^2)W(z) = -a^2\Theta(z), \quad (11a)$$

$$[D^2 - (a^2 + N^2)]\Theta = Ra W \frac{d\theta_s}{dz} \quad (11b)$$

으로 유도되는데 여기서 $D = d/dz$ 이고, a 는

$$a = \frac{m\pi}{L/H} \quad (12)$$

로 표시되는 波數(wave number)이며, 식 (11)에 대응되는 경계면 조건들은 $\Theta(1) = 0$, $W(0) = 0$, $\Theta(0) = 0$ 또는 $D\Theta(0) = 0$, $W(1) = 0$ 또는 $DW(1) = 0$ 이다.

섭동 방정식 (11)을 풀기 위하여 Fourier의 급수해를 사용하였는데 바닥이 동온으로 유지되는 경우에는 sine 급수해, 일정한 열플렉스에 대해서는 cosine 급수해가 온도함수의 경계 조건들을 만족시키므로

$$\Theta(z) = \frac{1}{a^2} \sum_k A_k \sin(k\pi z) \quad (13a)$$

또는

$$\Theta(z) = \frac{1}{a^2} \sum_k A_k \cos\left(\frac{2k - 1}{2}\right)\pi z \quad (13b)$$

를 각각 시도하였다. 본 논문에서는 바닥이 동온으로 가열되는 경우의 수식전개만을 설명하기로 한다. 식 (13a)를 (11a)에 대입한후 유도되는 미분방정식의 해를 구하면

$$W(z) = \sum_k \frac{A_k}{[(k\pi)^2 + a^2]} \{ \sin(k\pi z) + C_k \sinh(az) + D_k \cosh(az) \} \quad (14)$$

가 되며, 여기서 C_k 와 D_k 는 투수성 또는 불투수성 유동 경계면 조건들에 따라 각각 결정되는 상수이다. 식 (8)과 (14)를 식 (11b)에 대입한 후, $\sin l\pi z$ 를 풀하고 $z=0$ 에서 1까지 적분하면 다음과 같은 l 개의 연립방정식이 유도된다.

$$\begin{aligned} & \sum_k \frac{[(k\pi)^2 + a^2 + N^2]}{a^2} A_k I_1^{(kl)} \\ &= \sum_k \frac{N R_a A_k}{\sinh N \cdot [(k\pi)^2 + a^2]} \\ & [(1 - \theta_{amb}) \{ I_2^{(kl)} + C_k I_3^{(l)} + D_k I_4^{(l)} \} \\ &+ \theta_{amb} \{ I_5^{(kl)} + C_k I_6^{(l)} + D_k I_7^{(l)} \}] \quad (15) \end{aligned}$$

여기서

$$\begin{aligned} I_1^{(kl)} &= \int_0^1 \sin(l\pi z) \sin(k\pi z) dz, \\ I_2^{(kl)} &= \int_0^1 \sin(l\pi z) \sin(k\pi z) \cosh(N - Nz) dz, \\ I_3^{(l)} &= \int_0^1 \sin(l\pi z) \sinh(az) \cosh(N - Nz) dz, \\ I_4^{(l)} &= \int_0^1 \sin(l\pi z) \cosh(az) \cosh(N - Nz) dz, \\ I_5^{(kl)} &= \int_0^1 \sin(l\pi z) \sin(k\pi z) \cosh(Nz) dz, \\ I_6^{(l)} &= \int_0^1 \sin(l\pi z) \sinh(az) \cosh(Nz) dz, \\ I_7^{(l)} &= \int_0^1 \sin(l\pi z) \cosh(az) \cosh(Nz) dz, \end{aligned}$$

이다. 식 (15)에서 A_k 가 영이 아닌 해를 갖기 위해서는 A_k 의 계수들로 구성되는 행렬식의 determinant가 영이 되어야 하는데 A_k 의 계수들은 Ra , N , θ_{amb} 및 a 의 함수이므로 N , θ_{amb} 및 a 의 값을 고정시킨 다음 determinant가 영이 되는 최소의 Ra 값을 구하면 이 값이 임계 Rayleigh 수가 된다.

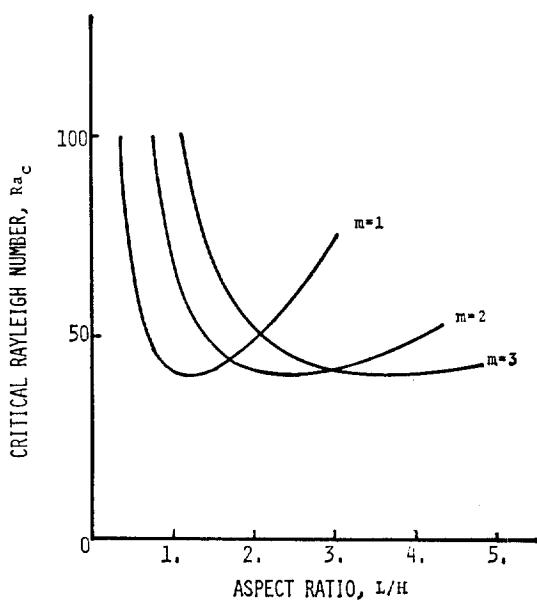


Fig. 1. Determination of critical Rayleigh numbers and the preferred convective cellular modes for a permeable-top box with constant bottom temperature. The curves are obtained for the case of $N = 2.0$ and $\theta_{amb} = 0$.

3. 결과 및 검토

본 연구에서는 컴퓨터를 이용하여 $l = 4$ 즉 4 차까지의 해를 시도하였는바 3차와 4차해 사이의 상대오차가 0.1% 이내였으므로 4차해를 받아들이기로 하였다. 수치해법의 순서로는 먼저 N 과 θ_{amb} 를 고정시키고 波數 a 를 변화시키면서 임계 Rayleigh 수를 찾으면 a 는 대류유동의 셀數 m 과 L/H 의 함수이므로 Fig. 1에서 와 같은 작도를 할 수 있고, 따라서 N 과 θ_{amb} 가 고정되어 있을 때 L/H 에 따라 가장 먼저 발생하는 대류유동의 셀모모드와 그때의 임계 Rayleigh 수가 결정된다. 이러한 계산을 N 과 θ_{amb} 를 변화시켜면서 등온 또는 일정한 열플럭스로 가열되는 경우에 대하여 계속함으로써 종합적인 연구를 수행하였다.

Fig. 2 와 3에는 바닥이 동온으로 유지되는 경우 투수성 및 불투수성 경계면에 대하여 가장

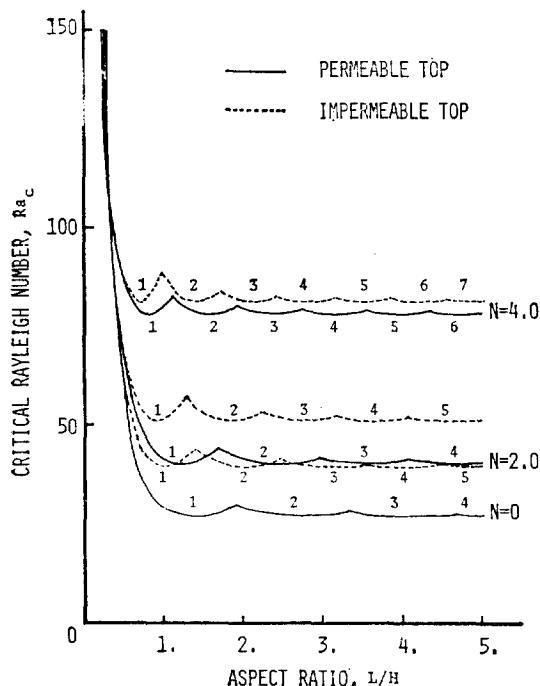


Fig. 2. Critical Rayleigh numbers and the preferred convective cellular modes ($m = 1, 2, 3, \dots$) for the case of constant bottom temperature. The dimensionless ambient temperature is $\theta_{\text{amb}} = 0$.

먼저 발생하는 대류유동의 셀모오드와 임계 Rayleigh 수를 L/H , N 및 θ_{amb} 의 함수로 나타내었는데 Fig. 3 을 Fig. 2 의 $L/H = 2$ 인 면과 수직으로 두면 모든 변수들에 대한 변화를 쉽게 관찰할 수 있다. 두 그림에서 두차원 전열계수 N 은 0, 2.0, 4.0에 대하여 각각 도시하였으며 불투수성 상층면에 대한 결과인 점선들도 각각 이에 대응된다.

Fig. 2에서 $N = 0$ 인 경우는 벽면에서의 열손실이 없는 경우로서 식 (11b)의 θ_s 를 선형 즉 $\theta_s = 1 - z$ 로 두고 구한 결과이다. 이 경우의 불투수성 상층면과 투수성 상층면에 대한 최소 임계 Rayleigh 수들은 각각 39.5와 27.1로 기존의 연구결과들과 잘 일치하며, 투수성 상층면의 경우가 열적으로 불안정하여 보다 쉽게 대류유동이 일어남을 알 수 있다. 벽면에서의 열손실을 고려한 경우에는 N 의 증가에 따라 임계 Rayleigh

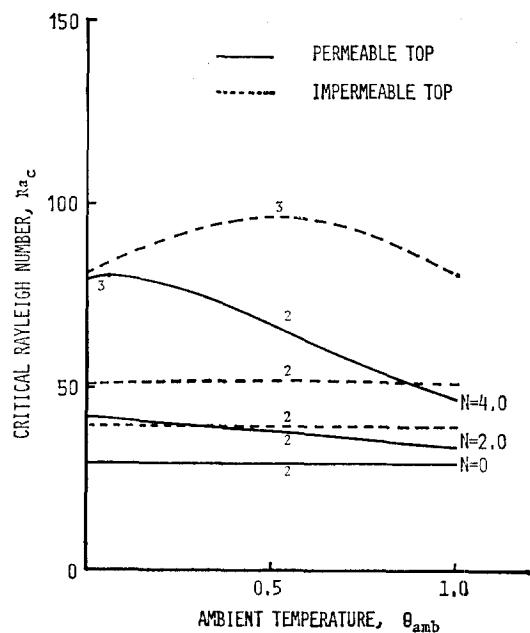


Fig. 3. Critical Rayleigh numbers and the preferred convective cellular modes ($m = 2, 3$) for the case of constant bottom temperature. The aspect ratio is equal to 2.0.

수가 증가하여, 곡선상에 정수로 표시한 대류유동의 셀모오드가 빈번히 변화함을 알 수 있다. 따라서 벽면에서의 열손실은 열적 안정성을 증가시켜 준다는 사실을 확인할 수 있었다. 그러나 L/H 의 비가 아주 작은 상자(tall box)에 대해서는 불투수성 및 불투수성 상층면의 경우가 서로 일치하게 되고, N 의 영향은 역으로 작용하는데 이에 대해서는 뒤에 다시 검토하기로 한다.

Fig. 3에서는 θ_{amb} 의 영향을 도시하였는데 특이한 현상은 상층면이 불투수성일 때 $\theta_{\text{amb}} = 0.5$ 를 중심으로 대칭성을 갖는다는 점이다. 이와 같은 결과는 주위온도가 상층면과 바닥의 온도 사이에 있을 때는 상자의 상부는 주위로 부터 열을 흡수하고 하부는 주위로 열을 방출하게 되어 주위온도가 0.5를 중심으로 대칭이 되면 정지 상태의 온도분포 θ_s 들이 $z = 1/2$ 을 중심으로 역 S자형의 점대칭이 되며, 두 수평 경계면들이 불투수성이므로 대류 유동의 개시 조건이 수학적으로 통일해 지는데 기인하는 현상으로서

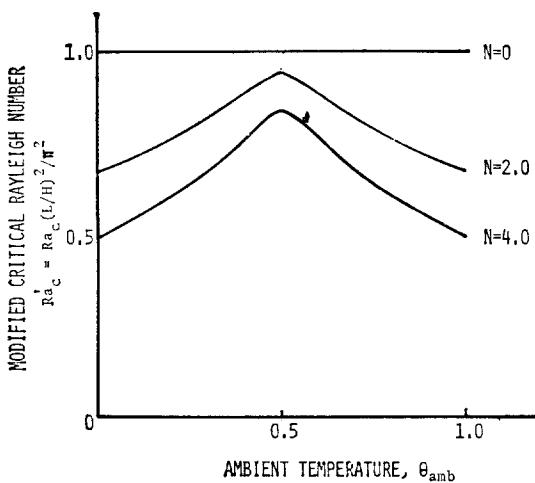


Fig. 4. Critical Rayleigh numbers for tall box ($L/H \ll 1$) with constant bottom temperature. The result holds for the both permeable and impermeable upper boundaries.

미리 예측되었던 바이다.

L/H 의 비가 아주 작은 상자에 대해서는 수직 벽면의 안정성 증가효과로 인하여 임계 Rayleigh 수가 대단히 증가하는데 Fig. 1과 2에서 보는 바와 같이 대류유동의 셀모드 m 은 L/H 가 아주 작을 때 항상 1이 되므로 식 (15)는 다음과 같이 변형된다.

$$\sum_k A_k I_1^{(kl)} = \sum_k \frac{N(Ra/a^2)}{\sinh N} A_k [(1 - \theta_{amb}) I_2^{(kl)} + \theta_{amb} I_5^{(kl)}] \quad (16)$$

이 식은 투수성 및 불투수성 상층면에 대해 모두 적용할 수 있는 식이 되어 tall box에서는 상층면의 경계 조건이 안정성 해석에 영향을 미치지 않음을 알 수 있었다. 식 (16)을 이용하여 임계 Rayleigh 수를 결정할 경우에는 波數 a 가 대단히 큰 값을 가지므로 Rayleigh 수를

$$Ra' = Ra/a^2 = Ra(L/H)^2/\pi^2 \quad (17)$$

로 정의하는 것이 편리하다. Fig. 4에는 L/H 가 대단히 작은 경우의 임계 Rayleigh 수를 도시하였는데 투수성과 불투수성 상층면의 경우가 일치함으로써 상층면이 불투수성일 때 가지고 있던 $\theta_{amb} = 0.5$ 를 중심으로 한 대칭성을 여전히 유지하고 있으며, N 의 효과는 역으로 나타남을 관찰할 수 있었다. L/H 가 대단히 작은 경우의 대

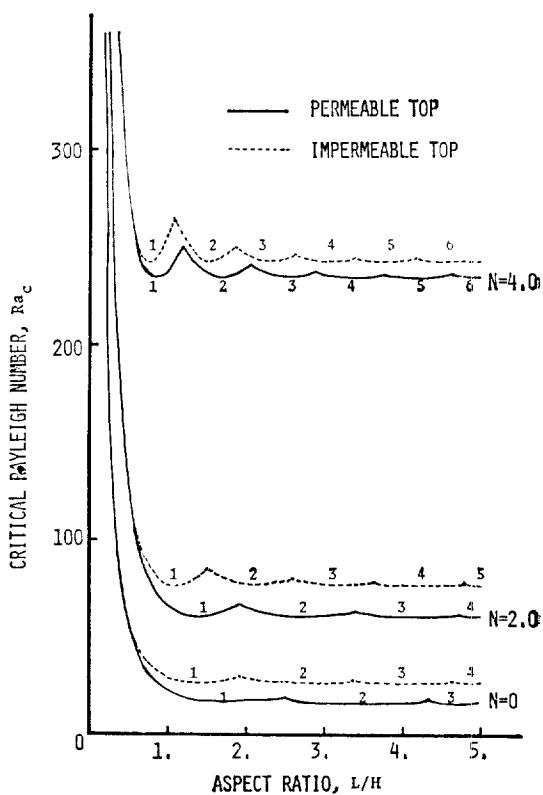


Fig. 5. Critical Rayleigh numbers and the preferred convective cellular modes ($m = 1, 2, 3, \dots$) for the case of constant bottom flux. The dimensionless ambient temperature is $\theta_{amb} = 0$.

류유동 셀모드는 이미 언급한 바와 같이 $m = 1$ 즉 단일셀을 형성하고 있다.

Fig. 5와 6에는 바닥이 일정한 열플렉스로 유지되는 경우 임계 Rayleigh 수와 셀모드를 L/H , N 및 θ_{amb} 의 함수로 도시하였는데 일반적인 경향은 등온조건에서와 동일하나 정지상태의 온도분포가 점대칭이 아니므로 $\theta_{amb} = 0.5$ 를 중심으로 한 대칭성은 볼 수 없었다. 바닥이 일정한 열플렉스로 가열되는 경우의 Rayleigh 수와 θ 는 ΔT 대신에 qH/k_{es} 을 사용하여 정의하였으므로 등온조건인 경우와 직접 비교할 수는 없었다. 그러나 이들 두가지 경우에 대한 정지상태의 온도분포 θ_s 를 식 (8)을 이용하여 도시한 결과 Fig. 7에서와 같이 $\theta_{amb} = 0$ 인 경우에

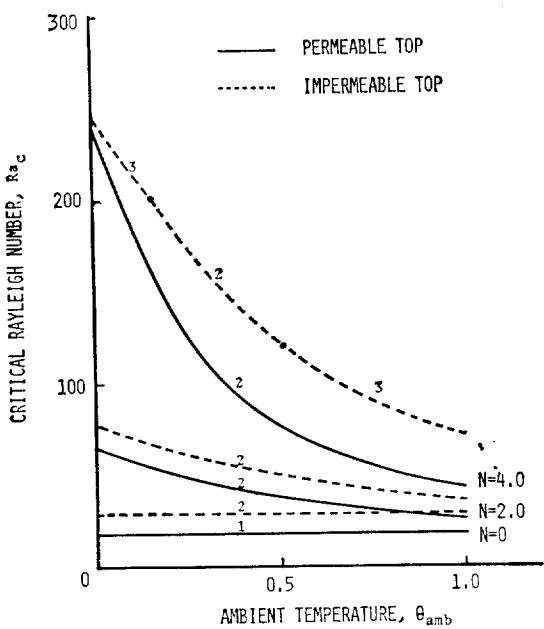


Fig. 6. Critical Rayleigh numbers and the preferred convective cellular modes($m = 1, 2, 3$) for the case of constant bottom flux. The aspect ratio is $L/H = 2.0$.

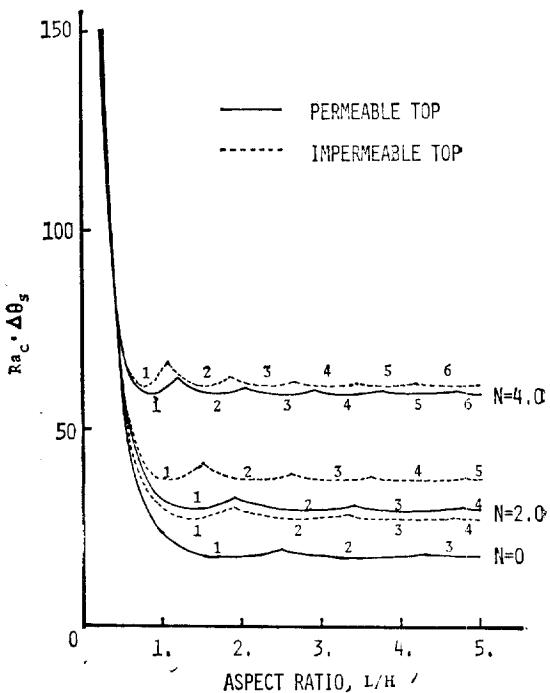


Fig. 8. Reduced critical Rayleigh number and the preferred convective cellular modes($m=1, 2, 3, \dots$) for the case of constant bottom heat flux obtained using Figs 5 and 7. The dimensionless ambient temperature is $\theta_{amb} = 0$.

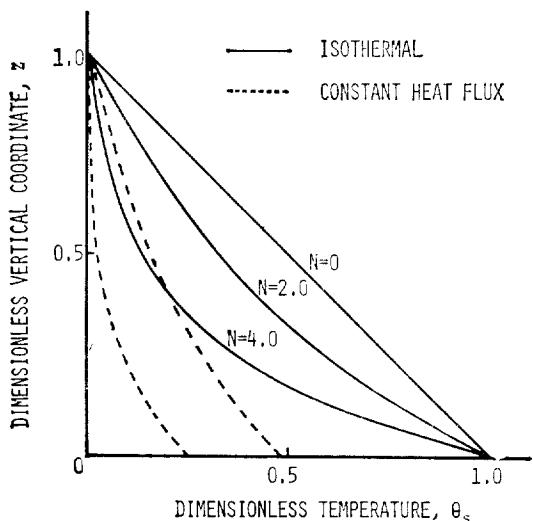


Fig. 7. Variations of rest state vertical temperature profiles with thermal boundary conditions at the bottom. The dimensionless ambient temperature is $\theta_{amb} = 0$.

는 상관성을 찾을 수 있었다. 그림에서 N 이 영 일 때는 두가지 경우가 일치하며, $N = 2.0$ 및 4.0의 경우는 등온조건의 온도분포에 일정 열 풀렉스 경우의 바닥과 상층면의 온도차 $\Delta\theta_s$ 를 곱해 주면 두 경우가 정확히 일치하였다. 따라서 일정한 열풀렉스인 경우의 Rayleigh 수는 $\Delta\theta_s$ 만큼의 온도차를 보아므로 등온조건과의 비교를 위해서는 이 값으로 보정해 주는 방법을 사용하였다. 즉 Fig. 5를 Fig. 8과 같이 재구성하면 등온조건과의 비교가 가능해 지는데 $N = 0$ 인 경우는 $\Delta\theta_s = 1$ 이므로 Fig. 5와 8 사이에 변화가 없으며, 이러한 보정은 대류유동의 셀모드에는 아무런 변화를 주지 않는다. Fig. 2와 8 을 비교하면 등온조건인 경우가 훨씬 안정성이 높으며, 이상의 결과들을 종합하면 Neumann 경계조건이 많을수록 즉 투수성이거나 바닥이 일

정한 열플렉스로 가열되는 경우 안정성이 떨어져 임계 Rayleigh 수는 작아지며 대류유동이 쉽게 일어난다는 사실을 관찰할 수 있었다.

4. 결 론

본 연구에서는 벽면에서의 열손실 효과를 고려하고 다양한 열 및 유동 경계면 조건에 따른 임계 Rayleigh 수와 대류유동의 셀모오드를 상자형 매질의 기하구조, 주위온도, 전열 계수 등의 함수로 결정하였으며 다음과 같은 결론을 얻을 수 있었다.

(1) 벽면에서의 열손실을 고려하면 L/H 의 비가 아주 작은 경우를 제외하고는 무차원 전열 계수 N 의 증가에 따라 열적 안정성이 증가하여 임계 Rayleigh 수는 증가하고, 대류유동의 셀모오드는 빈번히 변화해 간다.

(2) 경계면 조건에 대해서는 불투수성 보다 투수성 경계면인 경우가 불안정하고, 등온조건 보다 일정한 열플렉스로 가열되는 경우에 대류유동이 쉽게 일어남을 알 수 있었으며, 따라서 Neumann 경계조건이 적을수록 열적 안정성이 높아져 임계 Rayleigh 수가 증가한다는 결론을 얻었다.

감 사

본 연구의 수행에 연구비를 지원해준 한국과학재단에 감사를 드립니다.

Nomenclature

A_k	constant in the sine series solution
a	wave number, $m\pi/(L/H)$
e_z	unit vector in vertical direction
g	gravitational acceleration
H	height of the box
h	heat transfer coefficient
K	permeability of porous medium
k	incremental integer in sine series solution

k_{eq}	equivalent thermal conductivity including porous medium, $\phi k_f + (1 - \phi)k$
k_f	thermal conductivity of fluid
k_s	thermal conductivity of porous medium
L	width of the box
m	convective cellular mode
N	dimensionless heat transfer coefficient, $N^2 = hH^2/(k_{eq}\delta)$
p	dimensionless pressure
q	heat flux
Ra	Rayleigh number, $gK\beta_f H\Delta T/(\gamma_f \rho k_{eq}/(\rho C_p)_f)$
Ra_c	critical Rayleigh number
Ra'_c	modified critical Rayleigh number, Ra/a^2
T	temperature
T_{top}	temperature of upper boundary
ΔT	temperature difference between upper and lower surface
v	velocity vector
$W(z)$	vertical component of w'
w'	perturbed vertical velocity
x	dimensionless horizontal coordinate
z	dimensionless vertical coordinate
β_f	volumetric thermal expansion coefficient of fluid
δ	half-thickness of the box
θ	dimensionless temperature
θ'	perturbed temperature
θ_0	dimensionless reference temperature
θ_{amb}	dimensionless ambient temperature
θ_s	dimensionless temperature at rest state
$\Delta\theta_s$	difference of θ_s between upper and lower surface
$\Theta(z)$	vertical component of perturbed temperature
μ_f	viscosity of fluid
ν_f	kinematic viscosity of fluid
$(\rho C_p)_{eq}$	equivalent heat capacity including porous medium, $\phi(\rho C_p)_f + (1 - \phi)(\rho C_p)$,
$(\rho C_p)_f$	heat capacity of fluid

(ρC_p) , heat capacity of porous medium

τ dimensionless time

ϕ porosity of porous medium

2. E.R. Lapwood, Proc. Camb. Phil. Soc., **44**(1948), 508.

3. Y. Katto and T. Masuoka, Int. J. Heat Mass Transfer, **10**(1967), 297.

4. J.L. Beck, Phys. Fluids, **15**(1972), 1377.

5. P.K. Tewari and K.E. Torrance, ibid, **24**(1981), 981.

6. R.J. Ribando and K.E. Torrance, J. Heat Transfer, **95**(1976), 42.

REFERENCES

1. C.W. Horton and F.T. Rogers, J. Appl. Phys., **16**(1945), 367.