

《報文》 HWAHAK KONGHAK Vol. 21, No. 3, June 1983, pp.111-118  
(Journal of the Korean Institute of Chemical Engineers)

## 비뉴턴 유체에 대한 스크류형 교반기의 소요 동력에 관한 연구

노 재 영 · 이 희 철  
인하대학교 공과대학 화학공학과  
(1983년 2월 24일 접수)

### Power Requirement of Helical screw Agitators in non-Newtonian liquids of high viscosity

Jae-Young Rho and Hee-Cheol Lee  
*Department of Chemical Engineering, College of Engineering,  
Inha University, Incheon 160, Korea*  
(Received; February 24, 1983)

#### 요 약

편심의 헬리컬 스크류 임펠러에 의해 교반될 때 고점도의 의소성 유체의 특성과 중요한 기하학적 변수들을 고려한 일반화된 소요동력식을 제시하였다. Chavan과 Ulbrecht들에 의해 제안된 소요동력식의 복잡성을 피하기 위해  $c/d$  항의 효과를 무시한 식을 제안하였다. 이 식은 약  $\pm 14\%$ 의 오차가 있으며 레이놀즈수가 0.01에서 20까지의 범위내에서 얻어진 식이다. 이 관계식은  $0.3 < n < 1$  범위내에서 실험한 식이다.

#### ABSTRACT

A generalised power correlated equation has been developed to account for all the important factors such as geometrical variables and the shear-thinning properties of highly viscous liquids when agitated by off-centered helical screw impellers. To avoid the complexity of power equation suggested by Chavan and Ulbrecht, a modified equation which is neglected effect of  $c/d$  term was suggested. This equation is verified within a deviation of  $\pm 14\%$ . The correlation has been obtained when the Reynolds number were in the range of 0.01 to 20. The validity of the relation has been verified only in the range of  $0.3 < n < 1$ .

## 1. 서론

비뉴튼 유체를 교반할때 헬리컬 임펠러가 가장 적당한 교반기라고 Gray<sup>1~6)</sup> 등에 의한 연구가 보고되었다. Novak<sup>3,4)</sup> 등에 의하면 층류에서 혼합 시간이 짧고 소요동력이 가장 적게 드는 것은 스크류형 중 편심의 스크류라고 보고하였다. Chavan과 Ulbrecht<sup>5)</sup>가 스크류의 소요동력에 관한 일반식을 제안한바 있으나 사용하기 매우 복잡한 식이었다. 한편 Sawinsky<sup>7)</sup>는 뉴튼 유체에 대하여  $0.05 \leq \frac{c}{d} \leq \frac{H-l}{2d}$  범위내에서  $\frac{c}{d}$ 의 효과를 무시한 일반식을 제안한바 있으나 비뉴튼 유체에 대한 실험은 보고된 것이 없었다. 본

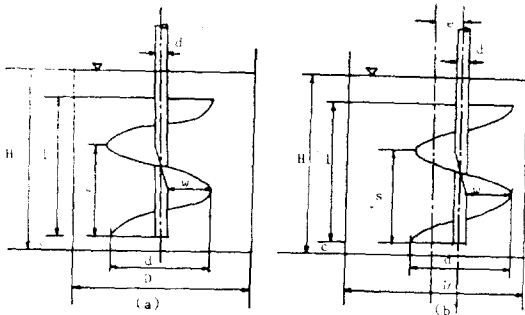


Fig 1. Position of the screw agitator in the tank; (a) Centric position; (b) Eccentric position

Table 1. Validity range of eqns(10) ( $Re < 20$ ,  $H=D$ )

	centric position	eccentric position
$d/D$	$0.33 \sim 0.60$	$0.33 \sim 0.68$
$s/d$	$0.50 \sim 1.50$	$0.50 \sim 1.50$
$l/d$	$0.94 \sim 3.00$	$0.94 \sim 3.00$
$w/d$	$0.33 \sim 0.45$	$0.33 \sim 0.45$
$z$	$1 \sim 2$	$1 \sim 2$
$c/d$	$0.55 \leq \frac{c}{d} \leq \frac{H-l}{2d}$	$0.05 \leq \frac{c}{d} \leq \frac{H-l}{2d}$
$e/D$	—	$0.100 \sim 0.304^*$

$$^*e < 0.5(D-d)$$

연구에서 비뉴튼 유체에 대하여 실험해 본 결과 Sawinsky가 관찰한 결과를 얻을 수 있었다. 본 연구에서는 비뉴튼 유체인 의소성 유체를 대상으로 층류 조건하에서 편심의 스크류형 교반기를 사용하여 소요동력에 관한 효과를 무시한 간편한 일반식을 제안하고 새로 제안한 식과 Chavan이 제안한 식을 비교 검토하였다.

## 2. 실험장치 및 시약

교반실험 장치로 Unit ELB Exp. Agitator를 사용하였다. 이 장치의 모터는 최대 마력수가 1/3HP이며 속도는 기어에 의한 Control Knob로 조절할 수가 있고 Torque는 dynamometer로 측정할 수 있게 되어 있다. RPM 측정은 Digital tachometer로 측정하였다. 용기는 지름이 27.9 cm인 밀이 평평한 원통형 용기를 사용하였고 교반기는 기하학적으로 다른 2개의 스크류형 모양을 사용하였다. 사용된 기하학적 변수는 Table 2와 같다. 유성학적 성질을 측정하기 위하여 Brookfield Synchro-Lectric Viscometer, Model LVT를 사용하였다. 유체로 CMC (Caboxy methyl cellulose), Corn flour, Corn syrup을 사용하였다. 이 유체들의 성질은 각 실험 전후에 측정하였으나 별 차이가 없었다.

Table 2. Geometrical variables of screw agitator used ( $z=1.5$ )

No	d(cm)	s/d	w/d	l/d	$d_s/d$	a
1	10.93	1.00	0.37	1.50	0.26	3.07
2	14.13	1.00	0.40	1.50	0.20	2.86

## 3. 실험결과 및 논의

### (1) 점도측정 실험결과

점도측정 결과 이 실험에서 채택한 유체중 Corn Syrup은 뉴튼 유체로, CMC와 Corn flour는 의소성 비뉴튼 유체로 판명되었다. 비뉴튼 유체들은 점도가 증가함에 따라 기울기가 감소함을 알았다. Corn flour의 점도를 측정할 때 약

간의 텍소트로픽 현상이 일어났으며 50 wt% 이상에서 현저히 이러한 현상이 나타남을 관찰하였다. 각 유체와 농도별로 측정된 결과는 Table 3과 같다.

**Table 3.** The results viscosity & slope measured at various solution

Materials	wt %	Viscosity(cp)	slope
Corn Syrup		9619.301	1.000
Corn Flour	47.0	9186.488	0.569
	48.0	10839.797	0.567
	49.0	12826.574	0.563
	50.0	16428.969	0.559
CMC	2.6	9982.303	0.521
	2.8	13935.773	0.501
	3.0	18541.535	0.483
	3.2	25279.332	0.465
	3.4	33498.164	0.414
	3.6	45979.824	0.355
	3.8	63460.715	0.304

### (2) 교반 실험결과

교반 실험은 온도를 일정하게 유지하며 정상상태 종류인 조건하에서 실시하였다. 모든 실험은 회전속도를 증가시켰다가 감소시키며 실험하였는데 별 차이가 없었다. 실험결과는 Table 4와 같다.

### (3) 논의 및 관계식의 유도

본 실험에서 사용한 조건이 실제 공장에서의 인제나 이루어지고 있다고 할 수는 없으나 이 경우를 벗어나는 경우는 드물다. 등온상태는 거의 모든 공장에서 이루어지고 있고 정상상태는 실제 조건에서 회분식으로 조작하는 용기에서는 관찰하기 어렵다. 그러나 정상상태 조건에서 혼합의 동력학을 아는 것은 정상상태가 아닌 상황에 있는 교반기 설계에도 중요할 것이다. 종류조건은 대부분 비뉴턴 유체의 고점도 액체에서 관찰된다. 헬리컬 교반기는 이러한 조건하에서 널리 이용된다. 유동형태가 일반적으로 복잡하므로 차원해석<sup>5)</sup>에 의한 실험적 방법을 사용하였다. 공정변수인  $P, N, \rho$ 와 유성학적 변수인  $k, n$  그리

**Table 4.** The results of Power No. x Reynolds No. at various solution

Solution	d	e	a	n	Po.Re
CS	14.13	0	2.86	1.000	166.5±1.4
	14.13	4	2.86	1.000	186.1±1.8
	14.13	6	2.86	1.000	196.8±2.5
	10.93	0	3.07	1.000	164.3±2.2
	10.93	4	3.07	1.000	183.1±2.9
	10.93	6	3.07	1.000	194.4±3.0
47%CF	10.93	0	3.07	0.569	45.3±1.3
	14.13	0	2.86	0.569	40.0±0.7
50%CF	10.93	0	3.07	0.559	43.8±1.2
	14.13	0	2.86	0.559	39.3±0.4
2.6%CMC	10.93	0	3.07	0.521	40.9±1.2
	14.13	0	2.86	0.521	34.8±0.6
3.0%CMC	10.93	0	3.07	0.483	36.8±1.1
	14.13	0	2.86	0.483	32.2±0.4
3.4%CMC	10.93	0	3.07	0.414	31.0±1.1
	14.13	0	2.86	0.414	26.8±0.2
3.8%CMC	10.93	0	3.07	0.304	21.7±0.3
	14.13	0	2.86	0.304	18.9±0.2

고 기하학적 변수인  $d, s, w, l, H, D, e, c$  등 변수들이 있다. 기하학적 변수를 줄이기 위하여 스크류의 길이  $l$ , 피치  $s$ , 날개의 너비  $w$ 은 스크류에 토오크가 주어지면 독립적으로 작용하지 않는 변수이므로 이 변수들은 헬리컬 날개의 표면적  $a$ 로 대체할 수가 있다. 액체의 높이  $H$ 는  $H/d = l/d + c/d + c'/d$  관계로써 다른 변수와 관계지을 수 있으므로 관계식에 나타낼 필요가 없다. 그러므로 공정변수와 유성학적 변수 그리고 4개의 기하학적 변수를 차원해석으로 쓰면 식(1)이 된다.

$$P_0 = f\left(Re', n, \frac{a}{d^2}, \frac{D}{d}, \frac{e}{d}, \frac{c}{d}\right) \quad (1)$$

$c/d$ 의 효과가 크지 않으므로  $\frac{c}{d}$ 을 무시하여 다시 쓰면 식(2)가 된다.

$$P_0 = f\left(Re', n, \frac{a}{d^2}, \frac{D}{d}, \frac{e}{d}\right) \quad (2)$$

우선 뉴턴 유체에 대한 관계식을 유도하고 이 관계식과 관계지워 비뉴턴 유체에 대한 일반적

인 관계식을 유도하였다.

식(2)에서 동력수( $P_0$ )와 레이놀즈수( $Re$ )와의 관계를 층류에서 식(3)과 같이 쓸 수 있다.<sup>5,6)</sup>

$$P_0 = K_c \cdot Re^{-1} \quad (3)$$

여기서,  $K_c'$  뉴턴 유체에 대한 동력 관계식의 상수.

$K_c$ 는 기하학적 변수와 관계가 있는데, 동력은 임펠러 표면적에 직접 비례한다고 가정하고  $d, D, e$ 는  $\frac{2D}{D-d}$ 와  $\frac{D}{D-e}$ 인 함수를 선택하여 관계지워 다원회기 분석을 하여 얻은 결과는 식(4)와 같다.

$$P_0 \cdot Re = 33 \left( \frac{2D}{D-d} \right)^{0.41} \left( \frac{D}{D-e} \right)^{0.7} \quad (4)$$

이 관계식은 뉴턴 유체에 적용되는 식이다. Metzner는 평균 전단변형율은 임펠러의 회전 속도에 비례한다<sup>8)</sup>고 가정하여 식(5)을 제안하였다.

$$\dot{\gamma}_{av} = k_s \cdot N \quad (5)$$

여기서,  $k_s$ : 기하학적 그리고 흐름 상수에 대한 변수

Ostwald-de Waele의 맥급수 모델에 의한 겉보기 점도는 식(6)과 같은 관계로 정의된다.

$$\mu_a = \tau / \dot{\gamma} = K |\dot{\gamma}|^{n-1} \quad (6)$$

식(5)을 식(6)에 대입하면 식(7)이 된다.

$$\mu_a = K (\dot{\gamma})^{n-1} = K (k_s N)^{n-1} \quad (7)$$

식(7)을 식(3)에 대입하면 식(8)이 얻어진다.

$$P_0 \cdot Re' = K_c (k_s)^{n-1} \quad (8)$$

$k_s$ 는 유성학적 그리고 기하학적 변수이므로 식(8)을 일반적인 관계식으로 쓸 수 없다. 유성학적인 효과를 Calderbank와 Moo-roun<sup>10)</sup>에 의해 사용한 함수  $\frac{4n}{3n+1}$ 으로 나누어 주면 식(9)으로 쓸 수 있다.

$$P_0 \cdot Re' = K_c \left( \frac{4n}{3n+1} \right) (f)^{n-1} \quad (9)$$

여기서,  $f$ : 기하학적 변수

$f$ 는 기하학적 변수중 중요하게 생각되는 피치와 탱크 지름만의 함수라고 정의하였다. 따라서  $\left(1 + \frac{s}{d}\right)$ 와  $\left(\frac{2D}{D-d}\right)$ 인 함수를 선택하여 관계 지워 다원회기 분석을 하여 얻은 결과는 식(10)과 같다.

$$P_0 \cdot Re' = 33 \left( \frac{4n}{3n+1} \right) a \left( \frac{2D}{D-d} \right)^{0.41} \left( \frac{D}{D-e} \right)^{0.7} \times \left[ 11.0 \left( 1 + \frac{s}{d} \right)^{-1.35} \left( \frac{2D}{D-d} \right)^{0.8} \right]^{n-1} \quad (10)$$

식(10)에 의해 구한 소요동력과 실험에 의한 소요동력과 비교를 하면 Table 5와 같다. 본 실험치를 Chavan에 의한 식에 적용해 보니  $\pm 7\%$ 의 오차내에서 잘 맞았으며 본 실험에 의한 식(10)에 대입해 본 결과  $\pm 14\%$  정도의 오차가 있

Table 5. Geometrical variables, experimental and calculated values

Experimental		and	calculated		results by		suggested eq.		by Chavans eq.		
No.	d	a	D	n	Po·Re' expt	Po·Re' pret.	Percent error	a	Po·Re' pred.	Percent error	
1	10.93	3.07	27.9	0.569	45.336	49.018	−7.512	3.04	42.850	5.802	
2	14.13	2.86	27.9	0.569	40.019	46.291	−13.549	2.81	39.231	2.009	
3	10.93	3.07	27.9	0.559	43.844	47.534	− 7.763	3.04	41.842	4.785	
4	14.13	2.86	27.9	0.559	39.252	44.815	−12.413	2.81	38.293	2.504	
5	10.93	3.07	27.9	0.521	40.904	42.217	− 3.110	3.04	39.145	4.494	
6	14.13	2.86	27.9	0.521	34.776	39.550	−12.070	2.81	34.861	−0.244	
7	10.93	3.07	27.9	0.483	36.798	37.369	− 1.528	3.04	37.646	−2.253	
8	14.13	2.86	27.9	0.483	32.233	34.786	− 7.339	2.81	31.631	1.903	
9	10.93	3.07	27.9	0.414	30.619	29.619	4.611	3.04	29.747	4.162	
10	14.13	2.86	27.9	0.414	26.799	27.255	− 1.673	2.81	27.223	−1.558	
11	10.93	3.07	27.9	0.304	21.726	19.555	11.102	3.04	20.320	6.919	
12	14.13	2.86	27.9	0.304	18.966	17.667	7.352	2.81	18.598	1.979	

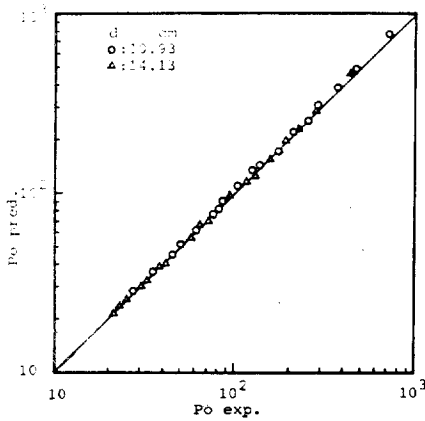


Fig. 2. Experiments vs. predictions of power number for Newtonian liquid (CS)

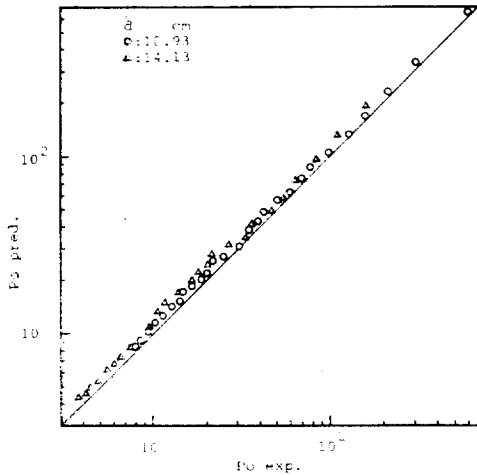


Fig. 3. Experiment vs. predictions of power number for non-Newtonian liquid (47%CF)

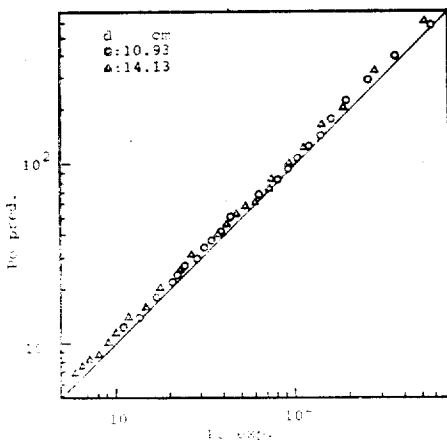


Fig. 4. Experiments vs. predictions of power for non-Newtonian liquid (50%CF)

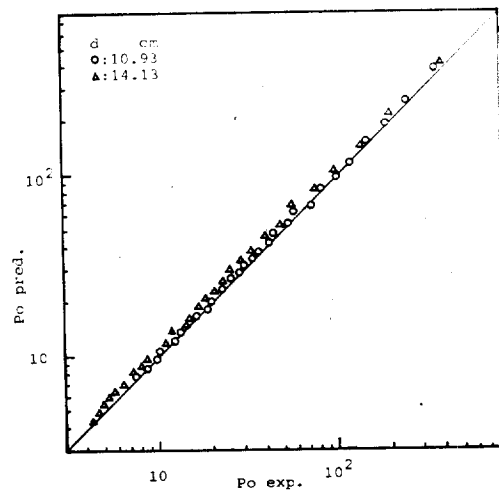


Fig. 5. Experiments vs. predictions of power number for non-Newtonian liquid (2.6% CMC)

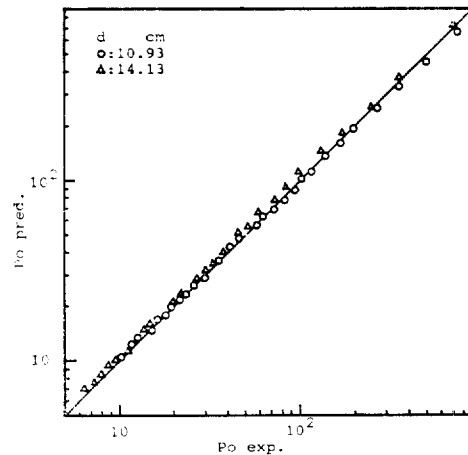


Fig. 6. Experiments vs. predictions of power number for non-Newtonian liquid (3.0% CMC)

음을 발견하였다. Chavan의 식은 사용하기에 매우 복잡한 식이다. 그런데 본 연구에서는  $0.05 \leq \frac{c}{d} \leq \frac{H-1}{2d}$  범위내에서의  $d$ 의 효과를 무시한 적용하기 쉬운 간편한 식(10)을 제안한다. 모든 계산은 전자 계산기로 하였다.

### 3. 결 론

의소성 유체가 들어 가는 편심의 스크류 임펠러에 대한 동력관계식은 다음과 같이 쓸 수 있

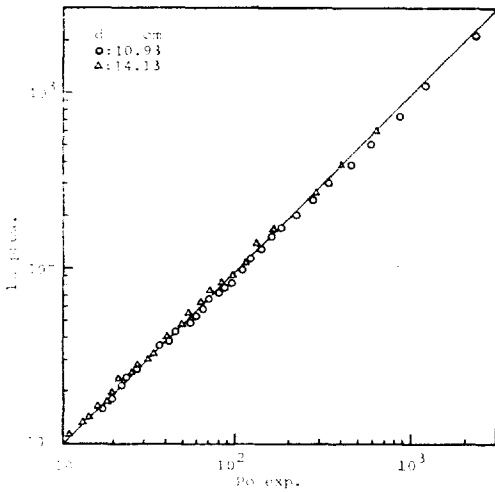


Fig. 7. Experiments vs. predictions of power number for non-Newtonian liquid(3.4% CMC)

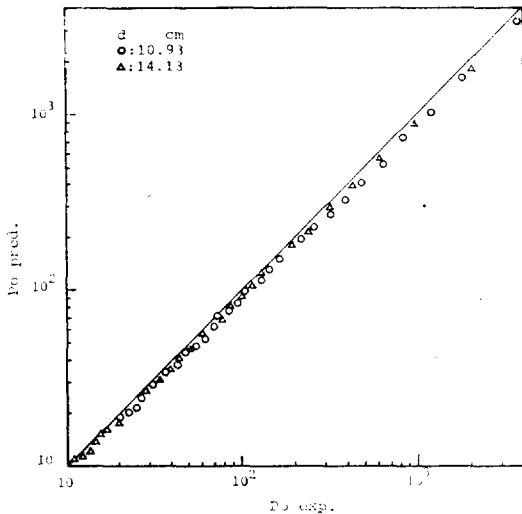


Fig. 8. Experiments vs. predictions of power number for non-Newtonian liquid(3.8% CMC)

다.

$$P_0 \cdot R_e' = 33 \left( \frac{4n}{3n+1} \right) a \left( \frac{2D}{D-d} \right)^{0.41} \left( \frac{D}{D-e} \right)^{0.7} \times \left[ 11.0 \left( \frac{d}{d+s} \right)^{1.35} \left( \frac{2D}{D-d} \right)^{0.8} \right]^{n-1}$$

여기서

$$a = z \frac{\pi(l/d)(w/d)}{(s/d)} \sqrt{\left[ \left( 1 - \frac{w}{d} \right)^2 + \left( \frac{s}{d\pi} \right)^2 \right] + \pi \left( \frac{l}{d} \right) \left( \frac{ds}{d} \right)}$$

이 식은  $\frac{c}{d}$  의 효과를 무시한 식이며, 약  $\pm 14\%$ 의 오차가 있다. 이 관계식은  $0.3 < n < 1$  범 위에서 쓰일 수 있다.

## Nomenclature

- $a$  dimensionless surface area of the agitator
  - $c$  clearance between the impeller and the bottom of tank
  - $c'$  clearance between the impeller and the above of the tank
  - $d$  diameter of the agitator
  - $ds$  diameter of the agitator shaft
  - $D$  diameter of the tank
  - $e$  eccentricity; distance between the central lines of the screw agitator shaft and that of the tank
  - $f$  function only of geometry
  - $H$  height of liquid level in the tank
  - $K$  consistency index in power law liquid.
  - $K_c$  constant in power correlation for Newtonian liquids
  - $k_s$  constant of rheology and geometry
  - $l$  length of the agitator
  - $N$  rotational speed of the agitator
  - $n$  flow behavior index in power law model
  - $P$  power consumed
  - $s$  pitch of the screw
  - $w$  width of the screw
  - $z$  number of screw leaves
- Dimensionless number

$P_0$  power number  $\frac{Pg_c}{\rho N^3 d^5}$

$R_e$  Reynolds number in Newtonian liquid  $\frac{d^2 N \rho}{\mu}$

$R_e'$  Reynolds number in non-Newtonian liquid  $\frac{d^2 N^{2-n} \rho}{K}$

## REFERENCE

1. J.B. Gray, Chem. Engng Progr., **59**(1963), 55.
2. C.J. Hoogendoorn and A.P. Hartog, Chem. Eng. Sci., **22**(1967), 1689.
3. V. Novak and F. Rieger, Trans. Instn chem. Engrs, **47**(1969), T335.
4. V. Novak and F. Rieger, Trans. Instn chem. Engrs, **51**(1973), 105.
5. V.V. Chavan, A.S. Jhaveri and J. Ulbrecht, Trans. Instn chem. Engrs, **50**(1972), 147.
6. V.V. Chavan and J. Ulbrecht, Trans. Instn chem. Engrs, **51**(1973), 349.
7. J. Sawinsky, A. Deak and G. Havas, Chem. Eng. Sci., **34**(1979), 1160.
8. A.B. Metzner and R.E. Otto, AIChE. J., **3**(1957), 3.
9. A.B. Metzner, R.H. Feehs, R.E. Otto and J.D. Tuthill, AIChE. J., **7**(1963), 3.
10. P.H. Calderbank and M.B. Moo-Young, Trans. Instn chem. Engrs, **37**(1959), 26.
11. P.H. Calderbank and M.B. Moo-Young, Trans. Instn Chem. Engrs, **39**(1961), 373.
12. D.S. Dicky and J.C. Fenic, Chem. Eng., **83**(1976), 1139.
13. C.B. Kim, Ph. D. Thesis, Univ. of Missouri, Columbia, 1975.

