

## 구형 무연탄 입자의 비등온 연소현상 해석

尹世重 · 李賢九 · 李基俊

서울대학교 工科大学 化学工学科

(1985년 6월 8일 접수, 1985년 9월 25일 채택)

## An Analysis of Nonisothermal Combustion of a Spherical Anthracite Briquette

Yoon, Se-Joong, Hyun-Ku Rhee and Ki-Jun Lee

*Department of Chemical Engineering, College of Engineering,  
Seoul National University, Seoul 151*

(Received 8 June 1985; accepted 25 September 1985)

### 요 약

구형 무연탄 입자에 대하여 수축핵모델을 적용하여 비등온 연소현상을 연구하였다. 설정된 모델의 해가 존재하는 가능성영역(feasibility region)을 추적하여 연소현상의 예측에 이용하였으며 이 영역의 경계곡선은 단일회분층모델과 이중회분층모델로 표현되는 3 종류의 한계상황을 해석하여 결정될 수 있음을 보였다. 이로부터 여러가지 입자표면온도에 대응하는 미반응탄 표면온도의 상한과 하한을 추정하였으며, 또한 입자표면에서의 반응물 및 생성물의 속(束)들과 에너지속(束)의 상한과 하한을 식으로 표현하고 반응의 진행에 따라 가능성영역이 변화하는 추이를 관찰하였다. 무연탄입자 연소의 경우 해의 다중성이 나타날 가능성은 적으며 입자표면온도가 높을 때 회분층에서 CO의 재연소반응은 무시될 수 있는 것으로 추론된다.

**Abstract** — A nonisothermal combustion model for a spherical anthracite briquette is developed and studied on the basis of the unreacted shrinking core model. The feasibility region, in which the solution must lie, is constructed and used for the prediction of the combustion characteristics. It turns out that the bounding curves of the feasibility region may be determined by analyzing the three limiting cases known as the single ash layer model and the double ash layer model. This treatment enables us to find the upper and lower bounds of the unreacted core surface temperature corresponding to various particle surface temperature. The solutions of the limiting cases provide expressions for the upper and lower bounds of the molar fluxes of the reactants and products as well as those of the energy flux at the particle surface. Also examined is the way how the feasibility region changes as the combustion proceeds. In the case of anthracite briquette combustion it is unlikely that multiple solutions may exist and it is deduced that the oxidation reaction of carbon monoxide in the ash layer may be neglected when the particle surface temperature is sufficiently high.

## 1. 서 론

석탄의 연소현상에 관한 연구는 석유의 대체에너지 원으로서의 개발과 산업적인 활용 면에서 매우 중요한 의미를 갖는다. 따라서 연소효율과 열회수율을 증대시키기 위한 연소장치의 개선 뿐 아니라 연소현상에 관련되는 주요한 물리적·화학적 요인들에 관한 기초연구 또한 그 의의가 크다고 하겠다.

회분이 적은 석탄의 연소모델로는 단막모델(single film model)과 이중막모델(double film model)이 제시되었으며, 1977년 Caram과 Amundson[1]에 의해 기존의 연구결과들이 종합되어 일반적인 모델로써 정립되었다. 최근의 Amundson을 중심으로 한 연구진은 더욱 정교한 이론적인 연구를 수행하였다[2~5]. 특히 Caram과 Amundson[1]은 가능성영역(feasibility region)의 개념을 도입하였고 이를 이용하여 주변온도에 대한 평판형 입자의 표면온도의 상한과 하한을 구하였다. 이어 Georgakis등[6]은 3종류의 단순한 단막모델과 이중막모델을 해석하여 위의 가능성영역의 경계선을 추적하였다.

한편 회분함량이 많은 석탄의 연소모델로는 미반응 수축핵모델(unreacted shrinking core model)을 고려하는 것이 적절하며 Wen과 Wang[7]은 미반응 핵의 표면에서 탄소의 완전산화반응이 일어나는 것

으로 가정하여 연소반응계를 해석하고 아울러 연소 실험을 실시하여 모델의 해석결과와 비교하였다[8]. 국내에서도 수축핵모델에 근거한 기초연구가 진행되어 왔으나 대부분 등온연소모델에 한정되어 있으며[9~11] 장과 강[12]은 단순한 비등온연소모델을 해석하여 실험결과와 비교하였다.

본 연구에서는 미반응 수축핵모델을 적용하여 구형 무연탄 입자에 대한 비등온연소모델을 설정하고 이 모델의 해가 존재하는 가능성영역을 입자표면온도와 미반응탄 표면온도를 좌표축으로 하는 평판상에서 추적하는 한편 이 영역의 경계곡선들을 단일회분층모델 및 이중회분층모델과 결부시켜 해석하고자 한다. 그리고 이 결과에 근거하여 입자표면에서 각 성분의 속(束)들과 에너지속(束)의 상한 및 하한을 조사하고 연탄입자의 비등온연소특성을 분석, 검토하고자 한다.

## 2. 수식 전개

### 2-1. 전제 가정

구형 무연탄 입자에 대하여 Fig.1에 나타낸 바와 같이 수축핵모델을 적용하고 다음의 가정들을 도입하였다.

- i) 연소계는 비등온반응계이며, 입자 외부로의 복사는 무시된다.
- ii) 회분층에서 각 기체성분의 확산계수는 모두 같으며, 모든 물리적인 성질들은 일정한 값을 갖는다.
- iii) 구형 입자 주위의 외부 물질전달저항 및 열전달 저항은 무시된다.
- iv) 회분층 내의 확산 및 전도에 대하여 가정상태의 가정이 적용된다.

연소반응에 관하여는 미반응탄 표면에서 탄소와 산소가 반응하여 CO를 생성하고(R1), 이 생성된 CO는 회분층을 통하여 확산되면서 O<sub>2</sub>와 재연소반응(R2)을 일으켜 CO<sub>2</sub>를 생성하며 생성된 CO<sub>2</sub>의 일부는 외부로 확산되고 나머지는 미반응탄 표면으로 확산되어 탄소와 비균질반응(R3)을 일으키는 것으로 간주한다. 이 때 각 반응의 반응식과 속도식들은 다음과 같다[13~15].

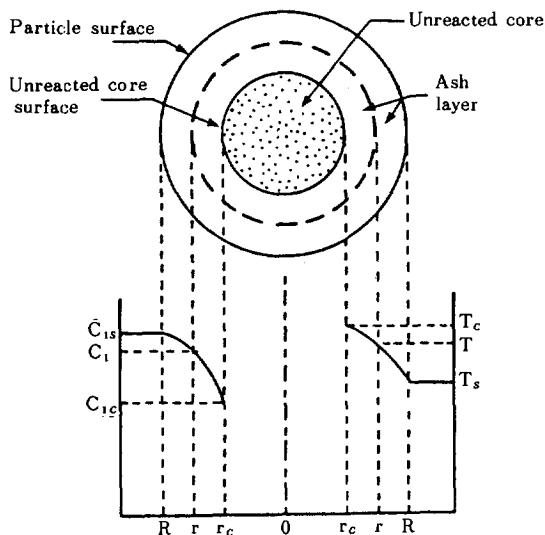
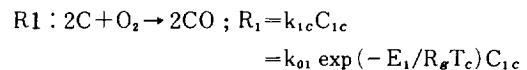
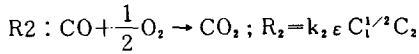
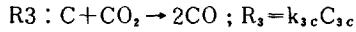


Fig. 1. Schematic diagram of the unreacted shrinking core model.



$$= k_{02} \exp(-E_2/R_g T) \epsilon C_1^{1/2} C_2$$



$$= k_{03} \exp(-E_3/R_g T) C_3 C_2$$

여기서 C의 하첨자  $i=1, 2$  및 3은 차례로  $O_2$ , CO 및  $CO_2$ 를 나타내고 R, E 및 k의 하첨자  $i=1, 2$  및 3은 반응을 나타내며 C, T 및 k의 하첨자 c는 미반응탄표면에서의 값을 의미한다.

## 2-2. 일반적인 회분층모델

회분층에서 세 기체성분에 대한 물질수지식과 에너지수지식을 세우면 가정(iv)에 의하여 다음 식들을 얻게 된다.

$$O_2: \frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} (r^2 N_1) = -\frac{1}{2} R_2 \quad (1)$$

$$CO: \frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} (r^2 N_2) = -R_2 \quad (2)$$

$$CO_2: \frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} (r^2 N_3) = R_2 \quad (3)$$

$$\text{Energy: } \frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} (r^2 Q) = (-\Delta H_2) R_2 \quad (4)$$

미반응탄표면( $r=r_c$ )에서의 경계조건은 각 성분의 속과 에너지속을 고려하여 다음과 같이 표현되고

$$\begin{aligned} N_1 &= -R_1 \\ N_2 &= 2R_1 + R_3 \end{aligned} \quad (5)$$

$$N_3 = -R_3$$

$$Q = (-\Delta H_1) R_1 + (-\Delta H_3) R_3$$

입자표면( $r=R$ )에서의 경계조건은 주어진 값들로서 다음과 같다.

$$\begin{aligned} C_i &= C_{is} \quad i=1, 2, 3 \\ T &= T_s \end{aligned} \quad (6)$$

위의 식들에서  $N_i$ 는  $i$ 성분의 속,  $\Delta H_i$ 는  $i$ 번째 반응의 반응열을 나타낸다. 한편 반응식들로부터 다음과 같이 반응열 사이의 관계식을 얻을 수 있다.

$$(-\Delta H_1)/2 = (-\Delta H_2) + (-\Delta H_3) \quad (7)$$

식 (1), (2) 및 (4)를 각각 식(3)과 결합하여  $R_2$ 를 소거하고 경계조건(5)와 식(7)을 이용하여 속들 사이의 관계식을 얻을 수 있으며, 여기에 Fick's law와 Fourier's law를 적용하여  $r=R$ 에서부터  $r=r_c$ 까지 적분하면 다음의 세개 산술방정식을 얻는다.

$$2(C_1 - C_{1s}) + (C_2 - C_{2s}) = -\frac{r_c}{D_e} \left( \frac{r_c}{r} - \frac{r_c}{R} \right) R_c \quad (8)$$

$$(C_2 - C_{2s}) + (C_3 - C_{3s}) = \frac{r_c}{D_e} \left( \frac{r_c}{r} - \frac{r_c}{R} \right) R_c \quad (9)$$

$$\begin{aligned} 2k_e(T - T_s) + 2D_e(\Delta H_2)(C_3 - C_{3s}) \\ = r_c(-\Delta H_1) \left( \frac{r_c}{r} - \frac{r_c}{R} \right) R_c \end{aligned} \quad (10)$$

여기서  $R_c$ 는 다음과 같이 정의된다.

$$R_c = 2R_{1c} + R_{3c} = 2k_{1c}C_{1c} + k_{3c}C_{3c} \quad (11)$$

미반응탄표면에서 위 식들을 고려하면 미지수 4개( $C_{1c}$ ,  $C_{2c}$ ,  $C_{3c}$ ,  $T_c$ ) 사이에 방정식 3개가 성립하므로  $C_{1c}$ ,  $C_{2c}$  및  $C_{3c}$ 를 각각  $T_c$ 의 함수로 나타낼 수 있다. 이들 관계식에 미반응탄표면에서 각 기체성분의 농도가 영보다 작을 수 없다는 조건을 적용하면 다음의 세 방정식을 얻게 되는데

$$C_{ic}(T_c, T_s) = 0 \quad i=1, 2, 3 \quad (12)$$

이 식들은 각각  $(T_s, T_c)$ -평면 상에서 곡선을 나타내며 이들 곡선으로 둘러싸이는 영역을 해가 존재할 수 있는 가능성영역으로 정의할 수 있다. 이 세 식들로부터 미반응탄표면온도를 입자표면에서의 온도와 농도로 나타낼 수 있으며, CO와  $CO_2$ 의 외부농도가 영인 경우에 대한 가능성영역의 경계선은 다음의 식으로 표현된다.

$$C_{1c} = 0; \frac{T_c}{T_s} = 1 + 2\beta_2 \frac{1 + (1 - \frac{r_c}{R}) \frac{(-\Delta H_1)}{2(-\Delta H_2)} \phi_{1c}}{1 + (1 - \frac{r_c}{R}) \phi_{3c}} \quad (13)$$

$$C_{2c} = 0; \frac{T_c}{T_s} = 1 + (\beta_1 + 2\beta_2) \frac{(1 - \frac{r_c}{R}) \phi_{1c}}{1 + (1 - \frac{r_c}{R}) (2\phi_{1c} - \phi_{3c})} \quad (14)$$

$$C_{3c} = 0; \frac{T_c}{T_s} = 1 + \beta_1 \frac{(1 - \frac{r_c}{R}) \phi_{1c}}{1 + (1 - \frac{r_c}{R}) \phi_{1c}} \quad (15)$$

여기서  $\beta_i$  및  $\phi_{ic}$ 는 다음과 같이 정의되는 무차원 파라메타들이다.

$$\beta_i = \frac{(-\Delta H_i) D_e C_{1s}}{k_e T_s}, \quad i=1, 2 \quad (16)$$

$$\phi_{ic} = \frac{r_c k_{ic}}{D_e} = \frac{r_c k_{oi} \exp(-E_i/R T_c)}{D_e}, \quad i=1, 3 \quad (17)$$

$\phi_{1c}$  및  $\phi_{3c}$ 는 각각 미반응탄표면에서 정의되는 modified Thiele modulus로서  $T_c$ 의 함수이므로 식 (13), (14) 및 (15)는 각각 주어진  $T_s$ 에 대하여  $T_c$ 의 비선형방정식으로 볼 수 있다. 이 식들을 이용하면 특정한  $r_c$ 값에 대한 가능성영역을 ( $T_s$ ,  $T_c$ ) - 평면 상에 나타낼 수 있으며 3가지 다른 경우에 대하여 이 가능성영역을 Fig. 2, 3 및 4에 도시하였다. 여기서 곡선 I, II 및 III은 각각 식 (13), (14) 및 (15)에 대응하는 것이다.

한편 위의 일반적인 회분층모델이 어떤 조건 하에서 한정적인 상황의 단일 또는 이중 회분층모델과 결부될 수 있는가를 검토할 필요가 있으며 이와 관련하여 일반적인 모델에서 나타나는 가능성영역

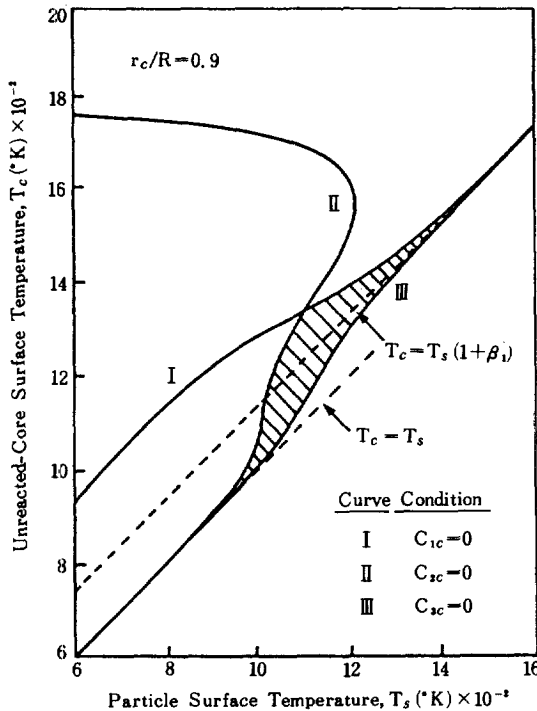


Fig. 2. Feasibility region for a spherical anthracite briquette when  $R=1\text{cm}$  and  $r_c/R=0.9$ .

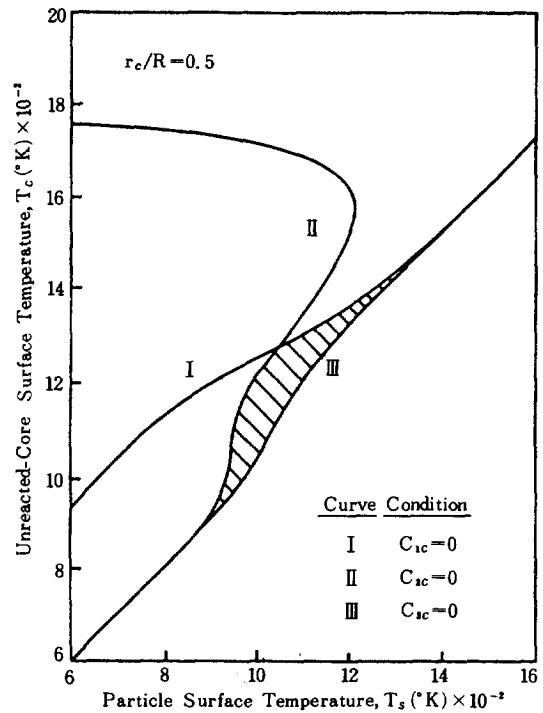


Fig. 3. Feasibility region for a spherical anthracite briquette when  $R=1\text{cm}$  and  $r_c/R=0.5$ .

의 경계선에 대한 물리적인 의미를 조사하고자 한다.

### 2-3. 단일회분층모델 : 부분산화

만일 회분층 내에서 CO의 균질산화반응이 매우 느려서 CO<sub>2</sub>의 생성을 무시할 수 있는 경우를 고려하면 미반응탄표면에서의 반응(R1)만 일어난다. 따라서 물질 및 에너지수지식과 경계조건은 다음과 같다.

$$D_e \frac{d}{dr} (r^2 \frac{dC_1}{dr}) = D_e \frac{d}{dr} (r^2 \frac{dC_2}{dr}) = k_e \frac{d}{dr} (r^2 \frac{dT}{dr}) = 0 \quad (18)$$

$$\left. \begin{aligned} N_1 &= -N_2/2 = -k_{1c} C_{1c} \\ Q &= (-\Delta H_1) k_{1c} C_{1c} \end{aligned} \right\} \text{ at } r=r_c \quad (19)$$

$$C_1 = C_{1s}; C_2 = 0; T = T_s \text{ at } r=R$$

경계조건을 이용하여 식(18)을 적분하면 회분층 내에서의 농도 및 온도분포를 얻을 수 있으며 이로부터 미반응탄표면에서의 농도 및 온도는 다음 식으로 구해진다.

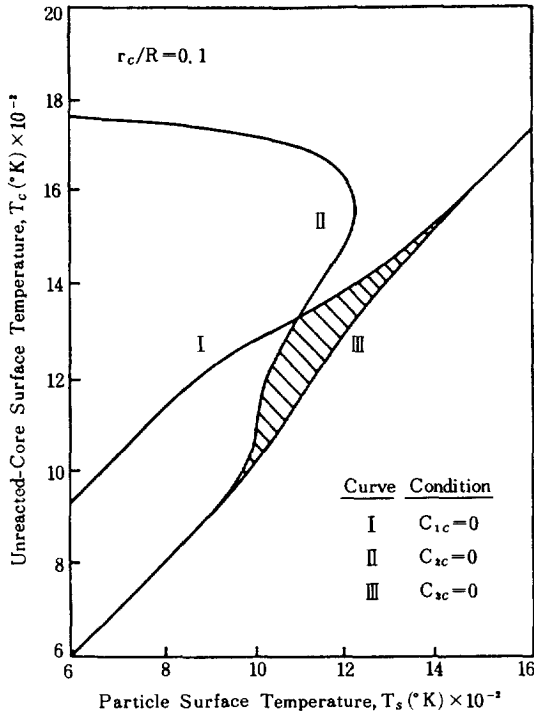


Fig. 4. Feasibility region for a spherical anthracite briquette when  $R=1\text{cm}$  and  $r_c/R=0.1$ .

$$C_{1c} = \frac{C_{1s}}{1 + (1 - \frac{r_c}{R}) \phi_{1c}} \quad (20)$$

$$C_{2c} = \frac{2C_{1s}(1 - \frac{r_c}{R}) \phi_{1c}}{1 + (1 - \frac{r_c}{R}) \phi_{1c}} \quad (21)$$

$$\frac{T_c}{T_s} = 1 + \beta_1 \frac{(1 - \frac{r_c}{R}) \phi_{1c}}{1 + (1 - \frac{r_c}{R}) \phi_{1c}} \quad (22)$$

식 (22)는 식 (15)와 동일하며, Fig. 2의 곡선 III을 나타낸다. 따라서 이 곡선은 부분산화반응(R1)만이 진행되는 단일회분층모델에 해당됨을 알 수 있다. 한편  $O_2$ , CO 및 에너지의 속들은 다음과 같이 반경의 함수로써 구해진다.

$$N_1(r) = -\frac{N_2(r)}{2} = -\frac{k_{1c}C_{1s}(\frac{r_c}{r})^2}{1 + (1 - \frac{r_c}{R}) \phi_{1c}} \quad (23)$$

$$Q(r) = \frac{(-\Delta H_1)k_{1c}C_{1s}(\frac{r_c}{r})^2}{1 + (1 - \frac{r_c}{R}) \phi_{1c}} \quad (24)$$

그리고 온도가 충분히 낮은 경우 ( $\phi_{1c} \ll 1$ )에는 미반응탄표면에서의 반응이 율속단계가 되며, 미반응탄 표면에서의  $O_2$ 와 CO의 농도는 각각  $C_{1s}$ 와 영의 값을 갖는다. 반면, 충분히 온도가 높아 ( $\phi_{1c} \gg 1$ ) 회분층에서의 기체확산이 율속단계가 되면 미반응탄 표면에서의  $O_2$ 와 CO의 농도는 각각 영과  $2C_{1s}$ 가 된다.

#### 2-4. 이중회분층모델

만일 회분층에서 CO의 재연소반응이 매우 빠르다면 CO와  $O_2$ 는 회분층 내의 불꽃면(flame front)에서 순간적으로 반응하게 된다. 이 경우 회분층은 불꽃면( $r=\delta$ )을 경계로 Region A( $r_c < r < \delta$ )와 Region B( $\delta < r < R$ )로 구분되며 각 영역에서의 확산 및 전도를 별도로 고려하여야 한다.

Region A ( $r_c < r < \delta$ ):

$$D_e \frac{d}{dr} (r^2 \frac{dC_1^A}{dr}) = D_e \frac{d}{dr} (r^2 \frac{dC_2^A}{dr}) = k_e \frac{d}{dr} (r^2 \frac{dT^A}{dr}) = 0 \quad (25)$$

$$\left. \begin{aligned} N_2^A &= -2N_1^A = 2k_{3c}C_{3c} \\ Q^A &= (-\Delta H_3)k_{3c}C_{3c} \end{aligned} \right\} \text{ at } r=r_c \quad (26)$$

Region B ( $\delta < r < R$ ):

$$D_e \frac{d}{dr} (r^2 \frac{dC_1^B}{dr}) = D_e \frac{d}{dr} (r^2 \frac{dC_2^B}{dr}) = k_e \frac{d}{dr} (r^2 \frac{dT^B}{dr}) = 0 \quad (27)$$

$$C_1^B = C_{1s}; C_3^B = 0; T^B = T_s \text{ at } r=R \quad (28)$$

여기에 불꽃면( $r=\delta$ )에서의 조건

$$\left. \begin{aligned} C_2^A &= 0, C_1^B = 0, C_3^A = C_3^B, T^A = T^B \\ N_2^A &= -2N_1^A = 2R_2 \\ -Q^A &= Q^B + 2(-\Delta H_2)R_2 \end{aligned} \right\} \text{ at } r=\delta \quad (29)$$

을 추가하면 완전한 수학적 표현을 얻게 된다. 위의 경계조건들, 식 (26), (28) 및 (29)를 이용하여 식 (25)와 (27)을 적분하면 온도 및 농도분포를 구할 수 있으며, 이들 결과식으로부터 불꽃면의 위치는 다음 식으로 주어지며

$$\frac{1}{\delta} = \frac{1}{2r_c} \left( 1 + \frac{r_c}{R} + \frac{1}{\phi_{sc}} \right) \quad (30)$$

불꽃면에서의  $\text{CO}_2$  농도는  $C_{1s}$ 와 같음을 알 수 있다.  
따라서 미반응탄표면에서의 농도 및 온도는

$$C_{1c} = 0 \quad (31)$$

$$C_{2c} = 2C_{1s} \frac{(1 - \frac{r_c}{R}) \phi_{sc} - 1}{(1 - \frac{r_c}{R}) \phi_{sc} + 1} \quad (32)$$

$$C_{3c} = \frac{2C_{1s}}{(1 - \frac{r_c}{R}) \phi_{sc} + 1} \quad (33)$$

$$\frac{T_c}{T_s} = 1 + 2\beta_2 \frac{1 + (1 - \frac{r_c}{R}) \frac{(-\Delta H_1)}{2(-\Delta H_2)} \phi_{sc}}{1 + (1 - \frac{r_c}{R}) \phi_{sc}} \quad (34)$$

로 구해지며, Region B에서의 물질 및 에너지의 이동에 관한 속들은 다음과 같다.

$$N_1^B(r) = -N_2^B(r) = -\frac{2k_{1c}C_{1s}(\frac{r_c}{r})^2}{1 + (1 - \frac{r_c}{R}) \phi_{sc}} \quad (35)$$

$$N_3^B(r) = 0 \quad (36)$$

$$Q^B(r) = \frac{\{(-\Delta H_1) + 2(-\Delta H_2)\} k_{1c}C_{1s}(\frac{r_c}{r})^2}{1 + (1 - \frac{r_c}{R}) \phi_{sc}} \quad (37)$$

그런데 미반응탄표면의 온도를 나타내는 식(34)는 (13)과 동일하며 따라서 식(13)으로 표현되는 Fig. 2에서의 곡선 I은 이중회분층모델에 해당하는 것을 알 수 있다.

## 2-5. 단일회분층모델 : 완전산화

미반응탄표면에서 생성된 CO가 순간적으로  $\text{O}_2$ 와 반응하여 회분층에서는  $\text{O}_2$ 와  $\text{CO}_2$ 만이 존재하게 되는 경우 물질 및 에너지수지식은

$$D_e \frac{d}{dr} (r^2 \frac{dC_1}{dr}) = D_e \frac{d}{dr} (r^2 \frac{dC_2}{dr}) = k_e \frac{d}{dr} (r^2 \frac{dT}{dr}) = 0 \quad (38)$$

이며, 경계조건은 다음과 같다.

$$N_1 = -N_2 = -(2k_{1c}C_{1c} + k_{2c}C_{3c})$$

$$Q = (-\Delta H_1)k_{1c}C_{1c} + (-\Delta H_2)k_{2c}C_{3c} \text{ at } r=r_c \\ + 2(-\Delta H_2)(k_{1c}C_{1c} + k_{2c}C_{3c}) \quad (39)$$

$$C_1 = C_{1s}; C_2 = 0; T = T_s \text{ at } r=R$$

이로부터 농도 및 온도분포를 구할 수 있으며 미반응탄표면에서의 농도 및 온도는 다음과 같이 결정된다.

$$C_{1c} = C_{1s} \frac{1 - (1 - \frac{r_c}{R}) \phi_{sc}}{1 + (1 - \frac{r_c}{R}) (2\phi_{1c} - \phi_{sc})} \quad (40)$$

$$C_{3c} = C_{1s} \frac{2(1 - \frac{r_c}{R}) \phi_{1c}}{1 - (1 - \frac{r_c}{R}) (2\phi_{1c} - \phi_{sc})} \quad (41)$$

$$\frac{T_c}{T_s} = 1 + (\beta_1 + 2\beta_2) \frac{(1 - \frac{r_c}{R}) \phi_{1c}}{1 + (1 - \frac{r_c}{R}) (2\phi_{1c} - \phi_{sc})} \quad (42)$$

또한  $\text{O}_2$ ,  $\text{CO}_2$  및 에너지의 속들은 다음과 같이 주어진다.

$$N_1(r) = -N_2(r) = -\frac{2k_{1c}C_{1s}(\frac{r_c}{r})^2}{1 + (1 - \frac{r_c}{R}) (2\phi_{1c} - \phi_{sc})} \quad (43)$$

$$Q(r) = \frac{\{(-\Delta H_1) + 2(-\Delta H_2)\} k_{1c}C_{1s}(\frac{r_c}{r})^2}{1 + (1 - \frac{r_c}{R}) (2\phi_{1c} - \phi_{sc})} \quad (44)$$

식(42)는 식(14)와 동일하며 따라서 식(14)로 표현되는 Fig. 2의 곡선 II는 미반응탄표면에서 완전산화가 일어나는 단일회분층모델에 대응하는 것임을 알 수 있다.

## 3. 결과 및 검토

각각 특별한 경우를 나타내는 세 종류의 단순 회분층모델로부터 유도된 결과식 (34), (42) 및 (22)가 각각 식(13), (14) 및 (15)와 같으므로 Fig. 2에 나타낸 일반적인 모델의 가능성영역을 둘러싸는 경계곡선 I, II 및 III은 각각 세 단순모델들에 해당되는 것임을 알 수 있다.

부분산화가 일어나는 단일회분층모델에서 온도가 비교적 낮은 경우 ( $T_s < 1000^\circ\text{K}$ )에는  $T_c$ 는  $T_s$ 로 접근하고, 온도가 충분히 높은 경우 ( $T_s > 1400^\circ\text{K}$ )에는  $T_c$ 는 다음 식에 의하여 결정되는 값으로 접근한다.

$$\frac{T_c}{T_s} \rightarrow 1 + \beta, \quad (45)$$

한편 이중회분층모델의 경우에도 온도가 충분히 높을 때 ( $\phi_{sc} \gg 1$ )에는  $T_c$ 가 식 (45)의 값으로 접근한다. 따라서 재연소반응이 무한히 빠른 경우와 무한히 느린 경우로부터 도출된 두 결과가 일치하므로, 온도가 충분히 높을 경우 ( $T_s > 1400^\circ\text{K}$ )에는 회분층에서의 재연소반응은 무시될 수 있는 것으로 이해된다.

이중회분층모델에서 온도가 충분히 높을 때는 회분층에서의 화산과정이 율속단계가 되며, 이 경우에 불꽃면의 위치는 다음 식으로 결정된다.

$$\frac{1}{\delta} = \frac{1}{2r_c} \left(1 + \frac{r_c}{R}\right) \quad (46)$$

또 미반응탄표면에서의  $\text{CO}_2$  농도는 영이되며 이는 Avedesian과 Davidson [16]의 해석결과와 유사하다. 그런데 본 연구의 수축핵모델에 의하면 경막모델의 경우와는 달리 불꽃면의 위치가 미반응탄표면의 위치 ( $r_c$ )의 함수로 나타나 반응이 진행됨에 따라 불꽃면의 위치는 점점 입자의 중심 쪽으로 옮겨가게 된다.

가능성영역을 예시하기 위하여 Table 1에 열거된 파라메타의 값들을 사용하였는데 이들 자료는 문헌에 보고된 실험결과에 의한 것이다 [8, 11, 13~15]. 이 값들을 이용하여 미반응탄의 반경변화에 따른 가능성영역의 변화를 Figs. 2~4에 나타내었다. 반응초기 ( $r_c/R=0.9$ )에 비하여 반응이 진행됨에 따라 가능성영역은 전반적으로 약간 왼쪽으로

이동하나, 반응후기 ( $r_c/R=0.1$ )에는 다시 오른쪽으로 옮겨가 초기와 거의 같은 양상을 띄우게 된다. 미반응탄의 반경이  $r_c/R=0.8$ 부터  $r_c/R=0.2$ 까지 변화하는 동안 가능성영역은 거의 변하지 않는 것으로 나타났다.

또 본 연구의 대상이 되는 반응계에 대한 가능성영역이 좁은 때 형태로 나타나고 곡선 III이 sigmoid 형을 나타내지 않으므로 Amundson 등 [2, 5]의 결과와 비교하면 주어진 입자표면온도에 대하여 미반응탄표면온도의 다중성이 나타날 가능성은 희박한 것으로 추정된다.

Wang과 Wen [8]의 실험결과를 관찰하면 외부온도  $886^\circ\text{K}$ 에 대하여 미반응탄표면 온도는  $r_c/R=0.9$ 일 때  $970^\circ\text{K}$ ,  $r_c/R=0.5$ 일 때  $950^\circ\text{K}$ ,  $r_c/R=0.1$ 일 때  $930^\circ\text{K}$ 로 추정되며 이들 결과는 Figs. 2, 3 및 4의 가능성영역을 벗어나서  $40\sim 80^\circ\text{C}$  범위의 더 높은 온도를 나타내고 있다. 이는 본 연구의 모델이 열 및 물질전달저항을 무시하는데 비하여 실제의 경우에는 열 및 물질전달저항이 존재하고 따라서 반응에 의하여 발생하는 열이 외부로 방출되기 어려운 점을 고려할 때 충분히 예상할 수 있는 것이다. 현재 열 및 물질전달저항을 고려할 수 있도록 개선된 모델의 연구가 진행되고 있어 더욱 실험치에 근접된 해석결과를 얻을 수 있을 것으로 기대된다.

평판형입자 [6]의 경우와는 달리 구형입자의 경우에는 속들이 반경의 함수로 주어지며, 재연소반응이 무시되는 경우의 식 (23) 및 (24)와 재연소반응 속도가 무한히 빠른 경우의 식 (35), (36) 및 (37)을 서로 비교하면 재연소반응 속도가 유한한 경우에 대하여 입자표면에서 속들이 가지는 상한과 하한을 얻을 수 있다 [17].

#### 4. 결 론

가정상상태의 가정 하에서 미반응수축핵모델을 적용하여 구형무연탄입자의 비등은 연소현상을 해석한 결과로부터 다음과 같은 결론을 얻었다.

일반적인 회분층모델에 대하여 해가 존재할 수 있는 가능성영역을 ( $T_s$ ,  $T_c$ ) - 평면상에 나타내고, 이 영역의 경계선은 세 종류의 한계상황에 대응하는 단일 및 이중회분층모델에 의하여 결정될 수 있

Table 1. Numerical values for the physical and chemical parameters.

$D_e = 6.9 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$		$k_e = 0.297 \text{ J/m} \cdot \text{s} \cdot ^\circ\text{K}$	
$C_{is} = 2.541 \times 10^{-4} \text{ kgmol/m}^3$		$C_{zs} = C_{is} = 0 \text{ kgmol/m}^3$	
Reaction	$k_{oi} \times 10^{-4}$	$E_i \times 10^{-8}$	$-\Delta H_i \times 10^{-8}$
R1	3007 m/s	1.494 J/kgmol	2.24 J/kgmol of 2CO
R2	8.107 (kgmol/m <sup>3</sup> ) <sup>-1/2</sup> /s	1.255 J/kgmol	2.82 J/kgmol of CO <sub>2</sub>
R3	4.016 m/s	2.477 J/kgmol	-1.70 J/kgmol of 2CO

음을 밝혔다. 일반적인 모델에 대하여 입자표면에서의 물질 및 에너지 flux가 가지는 상한과 하한을 해석적으로 구하였다.

한편 입자의 반경이 1 cm인 경우  $r_c/R$ 의 값이 0.8에서 0.2까지 변화하는 과정에서는 가능성영역의 위치가 미반응탄의 반경변화에 거의 영향을 받지 않으며 연소과정 전반에 걸쳐서 해의 다중성이 일어날 가능성은 희박한 것으로 관찰되었다.

그리고 입자표면온도가 1400°K 이상의 고온으로 유지되는 경우 회분층 내에서 CO의 재연소반응은 무시될 수 있는 것으로 추정된다.

## NOMENCLATURE

- $C_i$  : concentration of component  $i$  in ash layer,  $C_{ic}$  at unreacted-core surface,  $C_{is}$  at outer surface of particle,  $\text{kgmol/m}^3$   
 $D_e$  : effective diffusivity in ash layer,  $\text{m}^2/\text{s}$   
 $E_j$  : activation energy of the  $j$ th reaction,  $\text{kJ/kgmol}$   
 $\Delta H_j$  : heat of reaction for the  $j$ th reaction,  $\text{kJ/kgmol}$   
 $k_e$  : effective thermal conductivity of ash layer,  $\text{J/m.s.}^\circ\text{K}$   
 $k_{oj}$  : frequency factor for the  $j$ th reaction rate constant  
 $k_j$  : rate constant for the  $j$ th reaction  
 $N_i$  : molar flux of component  $i$  relative to fixed coordinates,  $\text{kgmol/m}^2.\text{s}$   
 $Q$  : energy flux with respect to fixed coordinates,  $\text{kJ/m}^2.\text{s}$   
 $r$  : radial distance from center of sphere,  $\text{m}$   
 $r_c$  : radius of unreacted-core,  $\text{m}$   
 $R$  : particle radius,  $\text{m}$   
 $R_c$  : rate of combustion defined by Eq.(11),  $\text{kgmol/m}^2.\text{s}$   
 $R_g$  : gas constant,  $\text{kJ/kgmol.}^\circ\text{K}$   
 $R_j$  : rate of the  $j$ th reaction

## Greek letters

- $\beta_i$  : dimensionless parameter defined by Eq. (16),  $i = 1, 2$

- $\delta$  : radial position of the flame front,  $\text{m}$   
 $\epsilon$  : porosity of the ash layer  
 $\phi_i$  : modified Thiele modulus defined by Eq. (17),  $i = 1, 3$

## Subscripts

- $c$  : value at the unreacted-core surface  
 $s$  : value at the particle surface  
 $1,2,3$  : species or reaction

## Superscripts

- A,B : region A or B

## REFERENCES

1. Caram, H.S. and Amundson, N.R.: *Ind. Eng. Chem. Fundam.*, **16**, 171 (1977).
2. Mon, E. and Amundson, N.R.: *Ind. Eng. Chem. Fundam.*, **17**, 313 (1978).
3. Mon, E. and Amundson, N.R.: *Ind. Eng. Chem. Fundam.*, **18**, 162 (1979).
4. Strinivas, B. and Amundson, N.R.: *Can. J. Chem. Eng.*, **58**, 470 (1980).
5. Sundaresan, S. and Amundson, N.R.: *Ind. Eng. Chem. Fundam.*, **19**, 344 (1980).
6. Georgakis, C., Congalidis, J. and Lee, Y.-Y.: *Ind. Eng. Chem. Fundam.*, **19**, 98 (1980).
7. Wen, C.Y. and Wang, S.C.: *Ind. Eng. Chem.*, **62**, 30 (1970).
8. Wang, S.C. and Wen, C.Y.: *AIChE J.*, **18**, 1231 (1972).
9. Park, W.-H. and Hong, S.-A.: *Hwahak Konghak*, **16**, 389 (1978).
10. Jung, K.S., Park, J.Y. and Park, W.-H.: *Hwahak Konghak*, **18**, 31 (1980).
11. Lee, I.C., Rhee, H.-K., Park, W.-H. and Park, W.H.: *Hwahak Konghak*, **19**, 259 (1981).
12. Chang, Y.H. and Kang, W.K.: *Hwahak Konghak*, **17**, 389 (1979).
13. Field, M.A., Gill, D.W., Morgan, B.B. and Hawksley, P.G.W.: "Combustion of Pulverized Coal," BCURA Leatherhead, Cherey and Sons, Ltd., Banbury, England (1967).



14. Howard, J.B., Williams, G.C. and Fine, D.H.: *14th Int. Symp. Combustion*, p. 975, The Combustion Institute, Pittsburg, Pa (1973).
15. Dutta, S., Wen, C.Y. and Belt, B.J.: *Prepr., Div. Fel. Chem., Am. Chem. Soc.*, **20(3)**, 103 (1975).
16. Avedesian, M.M. and Davidson, J.F.: *Trans. Inst. Chem. Engrs.*, **51**, 121 (1973).
17. Yoon, Se-Joong: M.E. Thesis, Seoul National University, Seoul, Korea (1981).