

## 슬러리의 최소 수송속도에 관한 관 직경의 영향

유선형 · 배광수 · 이철수

고려대학교 공과대학 화학공학과  
(1985년 6월 18일 접수, 1985년 9월 25일 채택)

## Effect of Pipe Diameter on the Minimum Transport Velocity of Settling Slurries

Sun Hyung Ryu, Kwang Soo Bae and Chul Soo Lee

*Department of Chemical Engineering, College of Engineering,  
Korea University, Seoul 132, Korea*

(Received 18 June 1985; accepted 25 September 1985)

### 요 약

수평관을 통한 균일한 입자의 슬러리 최소수송속도에 미치는 관직경의 영향이 입자의 농도에 따라 어떻게 변하는가를 연구하였다. 침강과 수송조건에서 유체에 대한 입자의 상대운동의 유사성에 기초를 둔 최소수송속도의 결정을 위한 새로운 상관 관계식은 실험적으로 결정된 종말속도와 상관관계가 있었다. 관직경 의존성은 무한희석 슬러리의 평균난류강도에 포함될 수 있었으며 실험자료의 회귀분석에 의하여 관직경을 기준으로 한 레이놀즈수의 함수로 표시될 수 있었다. 계산 결과는 총괄 rms 편차 5% 범위내에서 실험치와 잘 일치하였다.

**Abstract** — The effect of pipe diameter on the minimum transport velocity of settling slurries through horizontal pipes was experimentally investigated for uniform size particles. A new correlation for the determination of the minimum transport velocity based on the similarity between the relative velocity of particle in settling and transport condition was obtained using the experimentally determined terminal falling velocity. The effect of pipe diameter was included in the average turbulent intensity at infinite dilution, which was correlated as a function of pipe Reynolds number by the regression analysis of experimental data. The calculated results agreed with experimental data within 5% of root mean square deviation.

### 1. 서 론

수평관을 이용한 고액 혼합물인 슬러리의 수송은 공업적으로 중요한 문제로서 화학공정, 토목, 광산, 기계공학 분야에서 많이 연구되어 왔다[1~4]. 슬러리 수송의 경제적인 설계를 위해서는 수송도중

입자가 관내에 침적되지 않고 원활히 수송되는 최소소요동력과 최소수송속도가 결정되어야 한다. 그러나 현재까지는 고체입자의 수송시 유체와 고체입자와의 운동은 매우 복잡하여 이 문제에 대한 엄밀한 이론적 취급은 발전된 바가 없으며 경험적 취급이 시도되었다[5~9].

슬러리가 최소수송속도에서 흐를때, 모든 입자가 부유상태로 존재하지만 유체와 입자와의 밀도차이로 인하여 입자농도의 수직분포가 균일하지 않는 불균일 흐름 상태를 이룬다. 난류유동에서 입자는 와류에 의하여 쉽게 부유되므로 최소수송속도는 난류강도와 중력에 의한 입자의 침강속도와 직접 관련이 있다. 입자가 부유되는 기본적 이론은 중력에 의한 입자의 침강과 유체의 난류확산이 상호균형을 이룬다는데 바탕을 두고 있으며 실제 이에 관여하는 변수는 상당히 많고 입자간의 충돌, 입자와 유체, 입자와 관벽간의 상호작용으로 복잡한 현상을 나타낸다. 일반적으로 최소수송속도에 영향을 미치는 변수로는 입자의 크기, 밀도, 부피농도, 관직경, 수송매체의 밀도 그리고 점도 및 중력이 있다. 대개 입자의 크기, 밀도, 부피농도가 증가할수록 최소수송속도는 증가하며 관직경의 변화에 대해서도 같은 경향을 나타낸다[10]. Durand의 상관관계식에 의한 관직경의 영향에 관한 실험적 연구[9, 11, 12]에 의하면  $D^{0.5} \sim D^{0.633}$  정도의 범위에서 최소수송속도가 관직경 의존성을 나타내었고, Spells의 연구[9]에 의하면  $D^{0.6}$ 에, 그리고 Oroskar Turian의 상관식[13]은 회귀분석에 의한 결과,  $D^{0.66}$  정도에 비례하는 것으로 나타났다.

본 연구에 있어서는 수송조건과 정지된 유체에서 고체입자들이 유체에 대한 상대적인 하강운동의 유사성에 착안한 최소수송속도의 계산방법[14]이 관직경에 따라 어떻게 영향을 받는지 밝히고자 한다.

## 2. 이론적 고찰

### 2-1. 최소수송속도

고체입자가 관바닥에 침적되지 않고 최소한의 소요동력으로서 원활히 수송될 수 있는 최소수송속도는 다음과 같은 변수들의 영향을 받는 함수로 표시될 수 있다.

$$V_c = f(c, d, D, \rho_p, \rho, \mu, g) \quad (1)$$

여기서 (1)식은 Oroskar와 Turian 등[13]이 한 바와 같이 차원해석이 가능하다고 할 때 부피분율로 표시된 고체입자의 부피농도  $C$ 는 무차원수 이므로 다음과 같다.

$$V_c = f_1(c) \cdot V_\infty(d, D, \rho_p, \rho, \mu, g) \quad (2)$$

무한히 희석된 상태에서의 평균속도  $V_\infty$ 와 입자의 부피농도와 곱으로서 (2)식과 같이 표시될 수 있다[14]. 그리고 무한희석 용액에서는

$$V_\infty = \lim_{c \rightarrow 0} V_c \quad (3)$$

이 된다. (3)식의 한계조건을 만족시키기 위하여  $f_1(c)$ 는 농도의 함수로 표시할 수 있다.

$$f_1(c) = 1 + \alpha C^\beta \quad (4)$$

여기서  $\alpha$ 와  $\beta$ 는 상수이다. 매우 희석된 슬러리의 유동상태에서는 입자들의 간섭효과를 무시할 수 있고 난류유동에 의한 단일입자의 운동을 고려할 수 있다. 유체가 난류로 흐를때 입자를 가라앉지 않게 하고 부유상태로서 수송될 수 있으려면 입자에 대한 마찰에너지 보다 와류에너지가 같거나 커야 한다. 따라서 단위 부피당 와류에너지와 와류에 의하여 와류의 평균 길이까지 작용하는 입자의 저항력을 같게 함으로써  $V_\infty$ 는 다음과 같이 표시될 수 있다[14].

$$V_\infty = \frac{\sqrt{2}}{\bar{k}} \sqrt{C_D} U_\infty \quad (5)$$

여기서  $\bar{k}$ 는 평균난류강도이고  $U_\infty$ 는 입자의 종말낙하속도이다. 입자의 저항계수  $C_D$ 는 구형입자에 대하여 다음과 같이 정의된다.

$$C_D = \frac{4gd(s-1)}{3U_\infty^2} \quad (6)$$

저항계수와 입자의 레이놀즈수와와의 관계식에 있어서 각 흐름영역에 따른 관계식을 (6)식에 대입하면 입자의 크기는 소거되며  $C_D$ 는 다음과 같이 표현된다.

Stokes 영역,  $Re_p < 2$

$$C_D = \left( \frac{32g\mu(s-1)}{\rho} \right)^{0.5} U_\infty^{-1.5} \quad (7)$$

Intermediate 영역,  $2 < Re_p < 500$

$$C_D = \left( \frac{172.71g\mu(s-1)}{\rho} \right)^{0.375} U_\infty^{-1.125} \quad (8)$$

(7)식과 (8)식을 사용하면 입자의 형상에 관계없이 실험적으로 결정된  $U_\infty$ 를 사용하면  $C_D$ 를 얻을 수 있

다. 따라서 최소수송속도는 (7), (8)식을 (5)식에 대입하여 정리하면 각 영역에 따라 다음과 같이 표현된다.

Stokes 영역,  $Re_p < 2$

$$V_c = (1 + \alpha C^a) \frac{\sqrt{2}}{k} \left( \frac{32 g \mu (s-1)}{\rho} \right)^{0.25} U_\infty^{0.25} \quad (9)$$

Intermediate 영역,  $2 < Re_p < 500$

$$V_c = (1 + \alpha C^a) \frac{\sqrt{2}}{k} \left( \frac{172.71 g \mu (s-1)}{\rho} \right)^{0.1873} U_\infty^{0.4373} \quad (10)$$

그리고, 평균난류강도  $\bar{k}$ 는 정의로 부터 다음과 같다.

$$\bar{k} = C \sqrt{f/2} \quad (11)$$

여기서  $C$ 는 난류의 속도요동에 대한 운동에너지와 마찰속도의 비에 대한 면적 평균치이다. 최소수송 속도 조건이 난류영역이므로 (11)식에 마찰계수  $f$ 에 대한 Blasius 식을 대입하면 다음식을 얻는다.

$$\bar{k} = \frac{C}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{0.0791}{Re^{1/4}}} \quad (12)$$

(12)식의  $C$ 는  $Re > 5.0 \times 10^4$  범위에서 대개 일정한 값을 가지나 그 이하의 값에서는 레이놀즈수에 따라 변하며 평균난류강도는 레이놀즈수에 의존하게 된다[15]. (5), (7), (8) 및 (12)식에 의하여  $\mu$ ,  $s$ ,  $\rho$  및 실험적으로 결정된  $U_\infty$ 를 알면  $V_c$ 의 계산이 가능하다. 이 때에  $\bar{k}$ 는  $Re$ 를 통하여  $V_c$ 에 의존하게 되므로 시행오차법에 의한 계산이 필요하다. 본 연구에서는  $\bar{k}$ 를 실험치에서 결정하여 경험적 상수로 취급하고자 한다.

## 2-2. 균일입자의 침강속도

실제 슬러리의 수송을 결정 짓는데 있어서 입자의 크기 및 형태를 측정하는데 어려움이 따르므로 입자의 크기를 침강속도의 함수로 대체하면 편리하다. 입자의 종말속도는 밀집된 부유상태에 있는 입자들의 침강속도와 관련지을 수 있다. 일반적으로 입자의 농도가 증가할수록 침강속도는 점차 감소하는데 그 이유는 입자들이 밀집됨으로서 입자간 상호작용에 의하여 침강속도가 영향을 받으며 또한 입자들이 침강함에 따라 이에 상응하는 부피의 유체가 상승속도를 일으키기 때문인 것으로 설명된다.

부유상태에 있는 구형입자들의 침강속도는 Richardson과 Zaki에 의해 다음과 같이 공극률의 함수로 표현되었다.

$$U_c = U_\infty e^n = U_\infty (1-c)^n \quad (13)$$

여기서  $n$ 은 입자의 레이놀즈수와 입자의 크기에 따라 변화하며 구형입자에 대한 상관식이 알려져 있다[16]. (13)식을 사용하면 실험치로부터  $U_\infty$ 와  $n$ 의 결정이 가능하다.

## 3. 실험장치 및 방법

본 연구에서 사용한 실험장치는 슬러리 최소수송 속도에 미치는 관직경의 영향을 살펴보기 위한 것으로서 혼합장치 운반장치 및 측정장치로 구성되어 있으며 Fig. 1과 같이 이를 루프시스템으로 연결하였다. 균일한 농도의 슬러리를 공급하기 위한 혼합장치는 24 l 아크릴통에 0.1마력짜리 모터를 사용하여 프로펠러형 임펠러를 1,750 rpm으로 회전시켰다. 혼합탱크에는 너비 1.5 cm 길이 32 cm인 4개의 방해판을 기벽으로 부터 1 cm 떨어지게 하여 대칭으로 부착시켰다. 운반장치로는 1마력의 원심펌프를 사용하여 각 수송관에 전달될 수 있도록 연결하였으며 수송관은 길이가 14 m이고 내경이 25 mm, 20 mm, 16 mm, 13 mm인 PVC관을 사용하였다. 관 내에서 입자의 침적 및 부유상태를 관찰하기 위해 입구로부터 10 m 떨어진 지점에 길이 1 m인 유리관

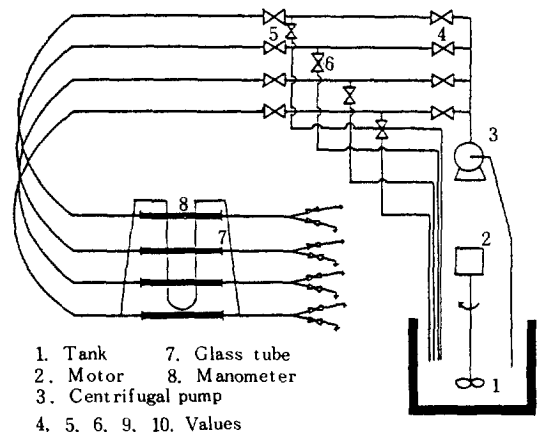


Fig. 1. Schematic diagram of apparatus for minimum transport measurement.

을 사용하여 양단의 압력강화와 최소수송속도를 관측하였다. 실험에 사용한 시료는 밀도가  $2.634 \text{ g/cm}^3$ 인 규사를  $253 \mu\text{m}$ ,  $163 \mu\text{m}$ ,  $137 \mu\text{m}$ ,  $115 \mu\text{m}$  및  $89 \mu\text{m}$  등 5 가지 크기로 구분하여 각 수송관에서 부피 농도를 13%까지 변화시켰다. 수송매체는 물을 사용하였고 최소수송속도의 결정은 입자들이 전부 쌓여있는 상태에서 우회관 밸브를 조절하여 유속을 조금씩 증가시키면 입자들의 유동상태를 확인할 수 있는데 이 상태에서 압력강화의 최소치를 확인하고 최소수송속도를 결정하였다. 이 경우 재현성은 5% 이내의 오차를 보여준다. 농도가 10% 이상으로 높아짐에 따라 펌프를 정지시킨 후 다시 가동하였을 때는 모래가 적체되는 현상이 나타났고, 특히 관직경 13 mm인 경우에 13% 정도의 농도에서 관이 막히기 때문에 더이상 농도를 높일 수 없었다. 입자의 침강속도는 시료와 물을 잘 혼합한 후 수직방향으로 모래와 물과의 계면이 낙하하는 속도로서 결정하였다. 농도가 낮을 때에는 계면이 잘 보이지 않는 관계로 여러번 반복실험하여 그 평균값을 취하였다. 입자의 침강속도와 농도와의 관계가 대수좌표계에서 직선이 되므로 이 직선의 기울기로 부터  $n$ 값을 구할 수 있고 단일입자의 종말속도  $U_0$ 는 외삽법에 의하여  $c \rightarrow 0$  일때의 값을 취하였다. 각 흐름영역에 따른 단일입자의 종말속도식에 의한 값과 구형입자의 경우  $n$ 에 관한 식에 의한 값[16]과 본 실험에 의한 실험치를 Table 1에 나타내었다.

#### 4. 실험결과 및 고찰

최소수송속도와 농도와의 관계에 대한 실험결과를 관직경의 변화에 대하여 계산치와 함께 Fig.2~

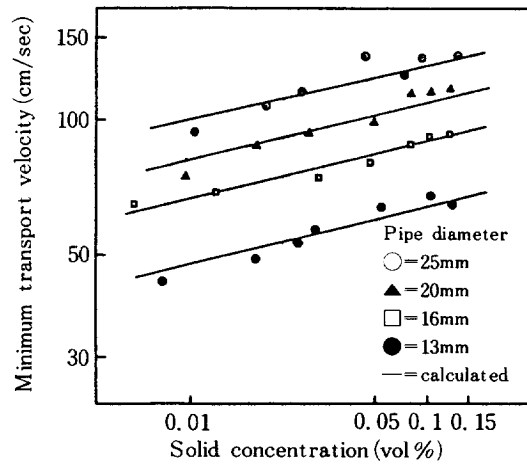


Fig. 2. Effect of solid concentration on the minimum transport velocity for 50-65 mesh ( $d = 253 \mu\text{m}$ ).

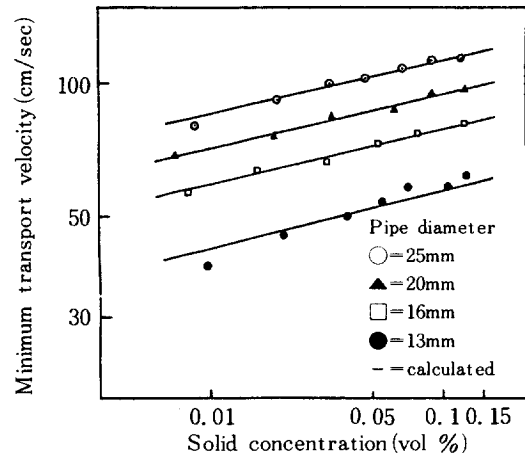


Fig. 3. Effect of solid concentration on the minimum transport velocity for 80-100 mesh ( $d = 163 \mu\text{m}$ ).

Table 1. Comparison of experimental settling velocity with calculated results.

mean diameter ( $\mu\text{m}$ )	particle size (mesh)	terminal velocity, $U$		index, $n$		$Re, p$
		Calc	exp	Calc	exp	
253	-50 +65*	2.81	2.77	3.29	3.40	6.46
163	-80 +100	1.91	1.92	3.59	3.45	2.92
137	-100 +120	1.37	1.34	3.71	3.84	1.71
115	-120 +150*	0.99	0.98	4.28	4.47	1.02
89	-150*+200	0.56	0.56	5.31	5.78	0.46

\*: U. S. Tyler sieves, others ASTM

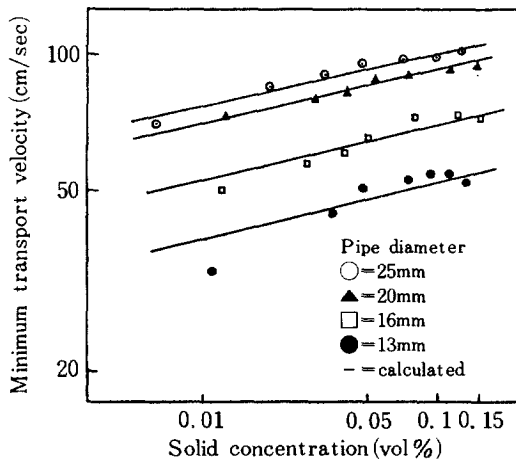


Fig. 4. Effect of solid concentration on the minimum transport velocity for 100-120 mesh ( $\bar{d}=137\mu\text{m}$ ).

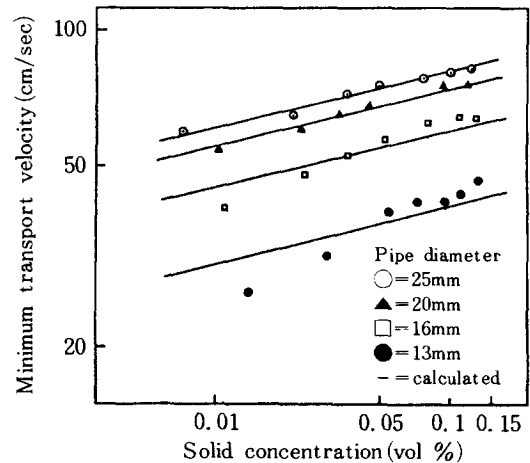


Fig. 6. Effect of solid concentration on the minimum transport velocity for 150-200 mesh ( $\bar{d}=89\mu\text{m}$ ).

6에 나타내었다. 이로부터 최소수송속도는 농도가 증가할수록 관직경과 입자가 커질수록 증가함을 알 수 있다. Parzonka의 연구[17]에 따르면 농도가 15% 근방에서는 최소수송속도가 더이상 증가하지 않고 일정해지는 현상이 수송관 바닥의 농도가 극한치에 도달하기 때문이라고 하였고 이러한 실험적 사실을 Han이 연구한[18] 결과 같은 결론을 얻었다.

이상의 실험결과로부터 최소수송속도는 관직경,

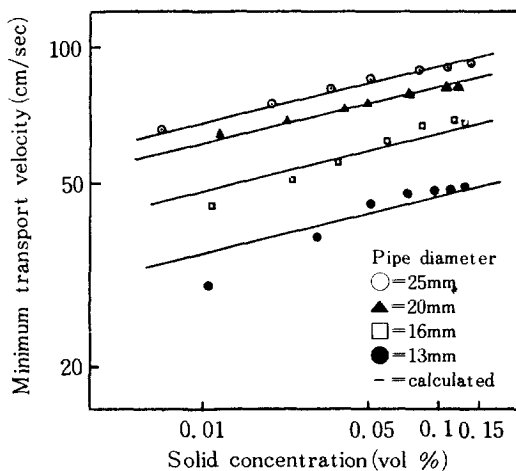


Fig. 5. Effect of solid concentration on the minimum transport velocity for 120-150 mesh ( $\bar{d}=115\mu\text{m}$ ).

입자의 크기 및 고체입자의 부피농도의 함수이고 무한 희석상태에서의 최소수송속도  $V_{\infty}$ 는 농도와 무관한 값이므로, 관직경의 영향을 포함하고 있는 평균난류강도  $\bar{k}$ 를 변화시킴으로서 모든 실험 데이터를 직선상에 모을 수 있고(Fig. 7) 이 직선으로부터 최소자승법에 의하여  $\alpha$ 와  $\beta$ 를 구한 결과,  $\alpha=2.745$ ,  $\beta=0.218$ 의 값을 얻을 수 있었다. 이 값은 Kim의 실험치[14]와 일치한다.

실험적으로 결정된  $\bar{k}$ 값은 Re의 증가에 따라 감소하는 경향이 (10)식과 일치하나 수치상으로 훨씬 큰 값을 나타내었다. 따라서 본 연구에서는  $\bar{k}$ 를 다음과 같이 결정할 수 있다. Fig. 7에서와 같이 실험

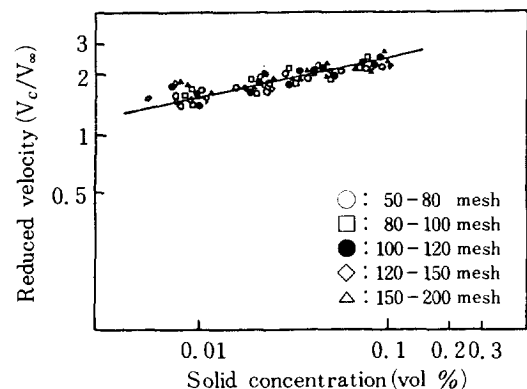


Fig. 7. Minimum transport velocity as a function of solid concentration.

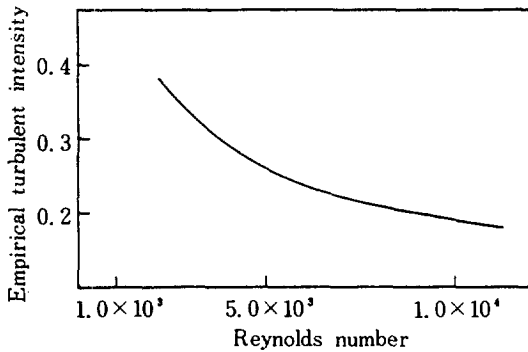


Fig. 8. Empirical turbulent intensity as a function of Reynolds number.

데이터가 직선상에 모이는 범위내에서, 관직경의 영향을 포함하는 평균난류강도를 변화시킴으로서  $V_{\infty}$ 가 변하게 되고 이로부터 실험데이터를 회귀분석한 결과 레이놀즈수와 관계울 얻을 수 있다.

$$\bar{k} = 13.303 \text{ Re}^{-0.4618} \quad (14)$$

이 관계를 Fig. 8에 나타내었다. (9), (10)식에 의하여 최소수송속도를 계산하기 위해서는 먼저  $V_{\infty}$ 를 결정해야 한다. 이를 위하여 먼저  $\bar{k}$ 를 가정한 후, 침강실험에 의해 결정된  $U_{\infty}$ 값과 관직경 및 물성치를 (5)식에 대입하면  $V_{\infty}$ 가 구해지고, 이 값을 (14)식에 대입하면 새로운  $\bar{k}$ 가 계산된다. 먼저 가정한 값과 계산한 값을 비교하여 차이가 크면 계산된  $\bar{k}$  값을 다시 (5)식에 대입하여 차이가 미소할때까지 같은 방법으로 반복계산한다. 이 방법을 이용하여, 관직경 변화에 대한 계산치와 실험치를 Fig. 2~6에 나타내었다. 본 연구에 의한 식과 다른 상관관계식 [8, 13]과의 비교를 알아보기 위하여 총괄 % rms 편차를 구한 후 이를 Table 2에 나타내었다. Durand의 상관관계식 [8]과 Oroskar의 상관관계식 [13]에 본 연구에 의한 실험치를 적용시켜본 결과 총괄 % rms 편차가 30% 이하인 것으로 미루어 본 연구의

Table 2. Comparison of critical velocity correlations with experimental data.

Correlation	Overall %rms dev
Durand and Condolios	31.02
Oroskar and Turian	20.54
Present method	4.92

결과와 크게 벗어나지 않는다는 것을 알 수 있고 입자의 크기를 포함하지 않고 있는 본 연구에 의한 상관식은 입자의 침강속도 만으로도 총괄 % rms 편차 5% 내에서 잘 일치함을 알 수 있다. Durand의 상관식은 본 실험에서 가장 작은 관직경인 13 mm 관의 실험데이터에 잘 맞았고 Oroskar 상관식은 25 mm 관의 실험치와 잘 일치하였다.

Sask [11]는 60~100 mesh 크기의 모래를 사용하여 관직경을 2 inch에서 10 inch까지 변화시켜 관직경의 영향을 조사한 결과 Durand의 식이 적용될 수 있음을 밝혔으며 본 실험에 의한 결과와 같이 관직경이 증가할수록 최소수송속도가 증가하는 경향을 나타낸다.

## 5. 결 론

관직경의 변화 (13~25mm), 입자크기의 변화 (50~200mesh)에 대한 최소수송속도는 실험적으로 결정된 입자의 종말속도와 실험식에 의하여 상관관계를 가진다. 최소수송속도는 다음과 같이 쓰일 수 있다.

$$V_c = f_1(C) \cdot V_{\infty}$$

여기서

$$f_1(C) = 1 + 2.745 C^{0.218}$$

$V_{\infty}$ 는 입자의 각 흐름영역에 따라

Stokes 영역,  $Re_p < 2$

$$V_{\infty} = \frac{\sqrt{2}}{k} \left( \frac{32g\mu(S-1)}{\rho} \right)^{0.25} U_{\infty}^{0.25}$$

Intermediate 영역,  $2 < Re_p < 500$

$$V_{\infty} = \frac{\sqrt{2}}{k} \left( \frac{172.71g\mu(S-1)}{\rho} \right)^{0.1873} U_{\infty}^{0.4375}$$

$\alpha$ 와  $\beta$ 는 입자의 크기나 관직경에 관계없이 일정한 값을 가지며 실험에 의해서 결정된 평균난류강도는 레이놀즈수의 함수로 주어지며 이는 레이놀즈수의 증가에 따라 감소를 나타낸다.

## NOMENCLATURE

- C : concentration of slurry, volume fraction
- $C_D$  : drag coefficient for a sphere settling at terminal velocity in quiescent fluid
- D : diameter of pipe, m

- $d$  : diameter of solid particle, m  
 $e$  : voidage of suspension, equation (11)  
 $f$  : friction factor  
 $g$  : acceleration due to gravity,  $m/sec^2$   
 $\bar{k}$  : average turbulent intensity  
 $n$  : index, equation (13)  
 $Re$  : pipe Reynolds number,  $DV_{\infty} \rho / \mu$   
 $Re_p$  : particle Reynolds number,  $dU_{\infty} \rho / \mu$   
 $S$  : ratio of solid particle to liquid density  
 $U_c$  : sedimentation velocity of particles in suspension,  $m/sec$   
 $U_{\infty}$  : terminal falling velocity of a particle,  $m/sec$   
 $V_{\infty}$  : fluid velocity for limiting case of infinite dilution,  $m/sec$   
 $V_c$  : minimum transport velocity of slurry,  $m/sec$

### Greek letters

- $\alpha, \beta$  : regression constants, equation (4)  
 $\rho$  : liquid density,  $kg/m^3$   
 $\rho_p$  : particle density,  $kg/m^3$   
 $\mu$  : viscosity of carrier fluid,  $kg/m \cdot sec$

### Dimensionless groups

- $Re$  : pipe Reynolds number,  $DV_{\infty} \rho / \mu$   
 $Re_p$  : particle Reynolds number,  $dU_{\infty} \rho / \mu$

## REFERENCES

1. Blatch, N.S.: *Trans. ASCE.*, **57**, 400 (1906).
2. Newitt, D.M. et. al.: *Trans. Inst. Chem. Engrs.*, **33**, 95 (1955).
3. Howard, G.W.: *Trans. ASCE.*, **104**, 334 (1939).
4. Wilson, W.E.: *Trans. ASCE.*, **107**, 1576 (1972).
5. Condiolos, E. and Chapus, E.E.: *Chem. Eng.*, *July 8*, 131 (1963).
6. Hughmark, G.A.: *Ind. and Eng. Chem.* **53**, 389 (1961).
7. Sinclair, C.G.: *Proc. Syn. Interaction Between Fluids and Particles*, Instn. of Chem. Engrs, (London), June (1962).
8. Durand, R. and Condiolos, E.: "The Hydraulic Transportation of Coal and Solid Materials in Pipes", Paper presented November 5 (1952), at the London Colloquium of the National Coal. Board, Neyrpic, Grenoble-Beauver Report r. 3. 341.
9. Spells, K.E.: *Trans. Instn. Chem. Engrs, London*, **33**, 79 (1955).
10. Wasp, E.W, Kenny, J.P. and Grandhi, R.L.: "Solid-Liquid Flow Slurry Pipe Line Transportation", *Trans. Tech. Pub., Clausthal, Germany*, 12 (1979).
11. Sask.: Res. Council. Report E-73-12 (1973).
12. Lowenstein, J.G.: *Chem. Eng.*, **66**, 133 (1959).
13. Oroskar, A.R. and Turian, R.M.: *AIChE J.*, **26**, 550 (1980).
14. Kim, H.T., Han, K.S., Park, C.K. and Lee, C.S.: *Hwahak Konghak* **22**, 115 (1984).
15. Laufer, J.: *Natl. Advisory Comm. Aeronaut.*, 1174 (1954).
16. Coulson, J.M. and Richardson, J.F.: "Chemical Engineering", Vol. 2 3rd. ed., Pergamon, N.Y., p. 179 (1978).
17. Parzonka, W., Kenchington, J.M. and Charles, M.E.: *Can. J. Chem. Eng.*, **59**, 291 (1981).
18. Han, K.S.: Ph.D. Thesis, Korea University, 1983.