

Poly(dimethylsiloxane)-Polysulfone 복합박막의 산소-질소 분리특성

송승원 · 김재진 · 김은영

한국과학기술원 화학공학부

(1986년 3월 31일 접수, 1986년 7월 1일 채택)

Oxygen-Nitrogen Separation Characteristics of Poly(dimethylsiloxane)-Polysulfone Thin Film Composite Membranes

Seung-Won Song, Jae Jin Kim and Un Young Kim

*Division of Chemical Engineering, Korea Advanced Institute
of Science and Technology*

(Received 31 March 1986; accepted 1 July 1986)

요 약

산소부화용 고분자 복합박막을 제조하였다. 코팅물질로는 Poly(dimethylsiloxane)이 사용되었고 다공성 지지체로는 polysulfone 막이 이용되었다. 코팅층의 두께는 4-6 μm 였으며 polysulfone 다공성 지지막의 두께는 약 60 μm 였다. 공기 및 산소와 질소의 투과도는 압력차(P_d)가 증가함에 따라 선형적으로 증가하였지만 선택성은 압력차에 큰 영향을 받지 않았다. 공기분리에 대한 조업변수들(압력비와 cut)의 영향을 여러가지 조성의 산소와 질소의 혼합기체에 대해서 조사하였다. 산소부화의 정도는 압력비와 cut이 감소함에 따라 증가하였다. 압력비가 0.171이고 cut의 값이 0.01인 조건으로 ideal separation factor(α^*)의 값이 2.03인 복합박막에 산소의 농도가 21%인 공기를 투과시켰을 때 산소의 농도가 28% 정도로 부화된 공기를 얻을 수 있었으며 이때 복합박막의 산소에 대한 투과도는 $1.1 \times 10^{-4} [\text{cm}^3 (\text{STP}) / \text{cm}^2 \cdot \text{sec} \cdot \text{cmHg}]$ 이었다.

Abstract—Thin film composite (TFC) membranes for the oxygen enrichment were prepared. Poly(dimethylsiloxane) was used as a coating material and polysulfone was utilized for a porous support membrane. The thickness of the coated layer was 4-6 μm and that of the porous polysulfone support membrane was about 60 μm . The permeabilities of oxygen, air and nitrogen increased linearly with the increase in the pressure difference(P_d) but the selectivity was independent of the pressure difference. The effects of the operating parameters (pressure ratio P_r and cut θ) on the air separation were investigated for the different mixtures of oxygen and nitrogen as the feed stream. The extent of the oxygen enrichment increased with the decrease of the pressure ratio and cut. Oxygen was enriched upto 28% in the permeate stream under the condition such that the values of pressure ratio, cut and oxygen mole fraction in the feed stream were 0.171, 0.01 and 0.21 respectively. The ideal separation factor(α^*) of this TFC membrane was 2.03 and the permeability of oxygen was $1.1 \times 10^{-4} [\text{cm}^3 (\text{STP}) / \text{cm}^2 \cdot \text{sec} \cdot \text{cmHg}]$.

1. 서 론

막에 의한 기체의 분리는 1831년 영국의 Mitchell 이 고무막을 통해 여러가지 기체들이 서로 다른 속도로 투과한다고 발표한 이래 오랜 세월 동안 관심의 대상이 되어왔다[1].

1866년 Graham은 고무막을 이용해서 공기중 산소를 분리할 수 있다는 것을 실험적으로 보여주기도 했다[2]. 그러나 기체 분리막은 그 연구가 제2차 세계대전 이후까지도 별 진전을 보지 못하였으며, 포장용이나 그밖의 산업용으로 여러가지 새로운 형태의 고분자막이 개발되면서 새로운 관심을 끌게 되었다[3].

1977년 Monsanto사가 개발한 Prism separator는 polysulfone 다공성막에 실리콘 러버를 코팅한 중공사(hollow fiber)로 이루어졌는데 암모니아 합성, 석유화학 공정에서 생기는 폐기가스 등에서 수소를 회수하는데 적용한, 기체분리막중 최초의 공업적 응용이었다[4].

새로운 분리공정으로 크게 각광을 받고 있는 막 분리공정중에서 현재 최대의 과제중의 하나는 공기중 산소와 질소를 분리하는 산소 부화막의 제조로 평가되고 있다. 21%의 산소가 30~40%로 부화된 산소부화공기를 연소장치에 사용하면 화염온도 상승에 의한 열전달의 향상과 배기가스의 부피감소에 의한 배기손실의 감소 등으로 열효율이 상승하게 된다. 예를 들어 28%의 산소가 포함된 산소부화공기가 연소에 사용된다면 21%의 산소가 포함된 공기를 사용했을 때보다 약 40% 정도의 에너지를 절약할 수 있게 된다[5]. 산소부화공기의 적용 대상은 상당히 광범위해서 보일러와 자동차 엔진 등의 연소장치는 물론 화학공업중의 발효 또는 산화공정에의 이용 그리고 인공호흡기 등 의료용 재료에의 적용이 가능하다.

본 연구에서는 다공성 지지체인 polysulfone 막에 실리콘 러버를 코팅한 고분자 복합박막(thin film composite membrane)을 제조하여 조업조건에 따른 공기의 분리특성을 검토하고자 한다. 조업조건으로서 막 양단의 압력비 및 feed stream의 유량에 대한 permeate stream의 유량의 비로 나타내어 지는 cut과 feed stream에서의 산소의 농도 등을 바꾸어 실험하였다.

2. 이론적 배경

2-1. 비다공성막에서의 기체투과 기구

2-2-1. Solution-diffusion 모델

기공의 직경이 5~10 Å 이하인 막을 대개 비다공성막이라 하는데[6], 비다공성 고분자막을 통한 기체의 투과는 다음의 다섯단계로 나눌 수 있다[3].

- (a) 막의 경계면에서의 기체의 흡착(adsorption)
- (b) 그 경계에서부터 막에로의 기체의 용해(solution)
- (c) 막내에서 기체의 확산(diffusion)
- (d) 반대편 경계면에서의 용해로부터 기체의 이탈(release)
- (e) 반대편 경계면에서의 기체의 탈착(desorption)

여기서 단계 (a)와 (b) 그리고 (d)와 (e)는 반드시 구별되지는 않는다.

2-1-2. Free volume 모델

Stern 등은 free volume 이론을 적용하여 비다공성 고분자막내에서의 기체 투과에 대한 압력과 온도의 영향을 설명하였다[7, 8, 9].

막내에서 투과기체의 용해도가 상당히 낮아서 Henry의 법칙이 적용되는 경우 투과계수에 관한 다음의 식이 얻어진다[7, 8].

$$\ln \bar{P}(P_H, P_L) = C(T) + \frac{B_d}{(v^*)^2} (-\beta + \gamma S_0) P_H \quad (1)$$

$$C(T) = \ln(RTAS_0) - B_d/v^* \quad (2)$$

$C(T)$ 는 투과기체-고분자 계와 온도에만 관계되는 상수이다. 또한 A 와 B_d 는 주어진 계에서의 상수이다.

Stern 등은 S_0 를 환산온도 T/T_c 의 함수로 나타낼 수 있음을 보였다[9].

$$\ln S_0 = a(T_c/T)^2 + b \quad (3)$$

T_c 는 투과기체의 임계 온도이고 a 와 b 는 계에 따른 상수이다. 식(3)에서와 같이 Henry의 법칙 한계에서 용해계수는 온도가 증가하면 감소한다. 즉 고분자 내에서 투과기체의 용해는 발열 반응이다.

한편 식(1)에서 $\ln \bar{P}$ 와 P_H 의 등온선은 β 가 상수라면 다음의 기울기를 갖는 직선으로 표시된다.

$$m(T) = \frac{B_d}{(v^*)^2} (-\beta + \gamma S_0) \quad (4)$$

이때 $\beta \gg \gamma S_0$ 인 경우, 즉 S_0 가 매우 적은 경우로 온도는 비교적 높은 상태이며 이때는 P_H 가 증가하

면 $\ln \bar{P}$ 는 감소한다. 투과기체의 용해는 발열 반응이므로 온도가 낮아지면 S_0 는 증가하고 결국 $\beta = \gamma S_0$ 가 되며 $\ln \bar{P}$ 와 P_H 는 무관한 상태가 된다. 온도가 더 낮아지고 $\beta \ll \gamma S_0$ 가 되는 경우 P_H 가 증가하면 $\ln \bar{P}$ 도 증가하게 된다.

2-2. 막분리의 공학적 측면

혼합기체중 성분 A의 성분 B에 대한 막의 선택성(selectivity)은 대개 ideal separation factor α^* 로 표시된다. Ideal separation factor는 순수기체 A와 B 각각의 투과계수의 비로 정의된다.

$$\alpha^* = \frac{P_0^A}{P_0^B} \quad (5)$$

Fig. 1은 고압부분의 기체가 모든 점에서의 조성이 일정하도록 신속하게 혼합되며 저압부분의 기체의 조성도 모든 점에서 일정하다고 가정한 완전 혼합 가정하의 도표이다[3, 6]. 이 경우 2성 분계의 성분 A와 B의 투과율은 다음과 같이 표시된다.

$$X_P L_P = P_0^A \left(\frac{A}{\delta} \right) (P_H X_R - P_L X_P) \quad (6)$$

$$(1 - X_P) L_P = P_0^B \left(\frac{A}{\delta} \right) (P_H (1 - X_R) - P_L (1 - X_P)) \quad (7)$$

또 압력비 (pressure ratio)는 $P_r = \frac{P_L}{P_H}$ 로 정의되므로

식 (5), (6), (7)로부터 다음의 식이 얻어진다.

$$\frac{X_P}{1 - X_P} = \alpha^* \frac{X_R - P_r X_P}{(1 - X_R) - P_r (1 - X_P)} \quad (8)$$

Stage cut θ 는 다음과 같이 정의되며

$$\theta = \frac{L_P}{L_F} = \frac{\text{flow rate of permeate stream}}{\text{flow rate of stream}} \quad (9)$$

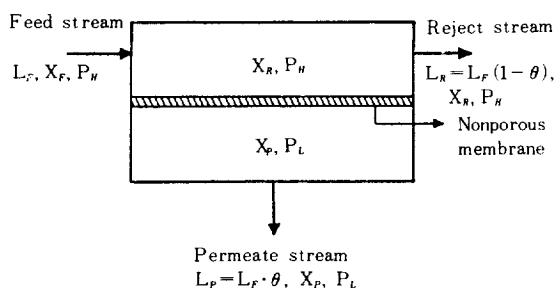


Fig. 1. Diagram of the single permeation stage with perfect mixing on the both sides of membrane.

Fig. 1에서 물질수지를 취하면 다음의 식이 얻어진다.

$$X_F = \theta \cdot X_P + (1 - \theta) X_R \quad (10)$$

한편 막분리공정에서 자주 나오는 여러가지 separation factor 들에는 다음과 같은 것들이 있다[10, 11].

Overall separation factor, α_0

$$\alpha_0 = \frac{X_P / (1 - X_P)}{X_R / (1 - X_R)} \quad (11)$$

Heads separation factor, β_1

$$\beta_1 = \frac{X_P / (1 - X_P)}{X_F / (1 - X_F)} \quad (12)$$

Tails separation factor, β_2

$$\beta_2 = \frac{X_F / (1 - X_F)}{X_R / (1 - X_R)} \quad (13)$$

식 (8)과 (11)로부터 α_0 는 다음의 식으로 표시된다.

$$\alpha_0 = \frac{(\alpha^* + 1)}{2} - \frac{P_r (\alpha^* - 1)}{2} - \frac{1}{2X_R} \pm \left\{ \left(\frac{\alpha^* - 1}{2} \right)^2 + \frac{(\alpha^* - 1) - P_r [(\alpha^*)^2 - 1]}{2X_R} + \left[\frac{P_r (\alpha^* - 1) + 1}{2X_R} \right]^2 \right\}^{1/2} \quad (14)$$

(단, positive root만 사용된다.)

식 (14)에서 알 수 있듯이 α_0 는 α^* 와 P_r , X_R 로 나타내어지는데 P_r 의 값이 0에 접근하면 α_0 는 α^* 에 가까워진다.

$$\lim_{P_r \rightarrow 0} \alpha_0 = \alpha^* \quad (15)$$

또한 stage cut θ 의 값이 1이 되는 경우 식 (10)으로부터 $X_F = X_P$ 가 되어 식 (11)과 (13)에서 overall separation factor α_0 와 tails separation factor β_2 는 같아지게 된다.

$$\lim_{\theta \rightarrow 1} \beta_2 = \alpha_0 \quad (16)$$

그리고 식 (12)로부터

$$\lim_{\theta \rightarrow 1} \beta_1 = 1 \quad (17)$$

마찬가지로 stage cut θ 의 값이 0이 되는 경우 식 (10)으로부터 $X_F = X_R$ 이 되어 식 (11)과 (12)에서 overall separation factor α_0 와 heads separation factor β_1 은 같아지게 된다.

$$\lim_{\theta \rightarrow 0} \beta_1 = \alpha_0 \quad (18)$$

그리고 식 (13) 으로부터

$$\lim_{\theta \rightarrow 0} \beta_2 = 1 \quad (19)$$

3. 실험

3-1. 고분자 복합박막의 제조

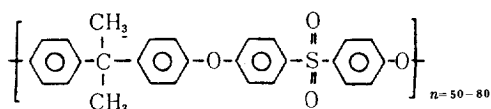
고분자 복합박막 (thin film composite membrane) 은 기계적 강도가 좋은 다공성 지지층 위에 능동층을 형성할 수 있는 고분자 용액을 얇은 층으로 코팅한 복합막이다. 복합막에서의 능동층은 비대칭성 막에서의 능동층보다 더 얇게 제조할 수 있기 때문에 투과속도를 크게 증가시킬 수 있는 잇점이 있다.

본 실험에서는 지지층으로 내약품성이 좋은 polysulfone 막을 사용했으며 능동층으로는 산소에 대한 투과율이 높은 poly (dimethylsiloxane) 을 사용하였다.

3-1-1. 다공성 지지막 (porous support membrane) 의 제조

Polysulfone 은 Union Carbide 사 (미) 의 Udel-1700 (avg. M. W. 30,000) 을 사용하였다 [12, 13, 14].

Udel-1700



(1) 먼저 오븐에서 120°C 이상으로 5시간동안 건조시켜 제품내의 수분을 증발시킨다.

(2) 용매인 dimethylformamide (DMF) 에 녹인 후 용액내에 기포가 사라질 때까지 방치한다.

(3) 유리판 위에서 casting 한다.

3-1-2. 실리콘 러버 코팅

실리콘 러버는 주로 Dow Corning 사 (미) 의 Sylgard 184 resin [poly (dimethylsiloxane)] 을 사용하였는데 용매로는 n-pentane 을 사용했으며 코팅 방법으로는 주로 brushing과 spraying 방법을 많이 썼다 [15].

Poly (dimethylsiloxane) [16]

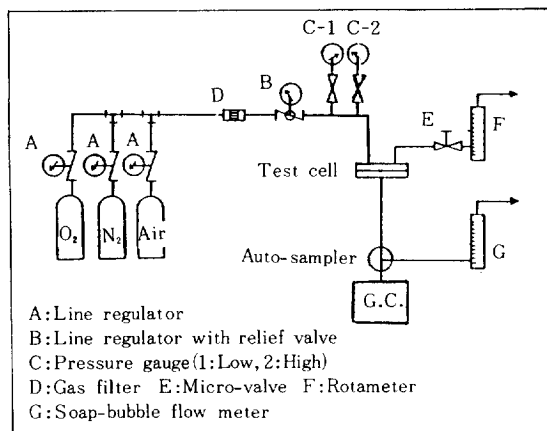
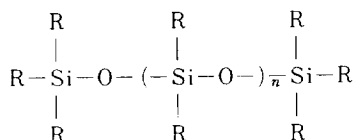


Fig. 2. Membrane test apparatus.

3-2. 공기분리특성 실험

제조된 복합박막의 공기분리특성은 Fig. 2 와 같은 장치를 이용하여 알아보았다. 고압의 실린더로부터 나온 feed 가스는 가스 필터를 통과하여, line regulator로 조절된 일정한 압력으로 test cell에 들어가게 된다. Test cell속의 막을 통과한 기체의 투과도는 비누방울 유량계로 측정한다. 투과된 기체의 성분은 auto sampler를 이용해 정확히 2 ml를 채취해서 가스 크로마토그래프로 분석하였다. 작업변수인 압력비는 line regulator와 압력계로 조절했으며 cut은 reject stream의 마이크로밸브와 rotameter로 조절하였다.

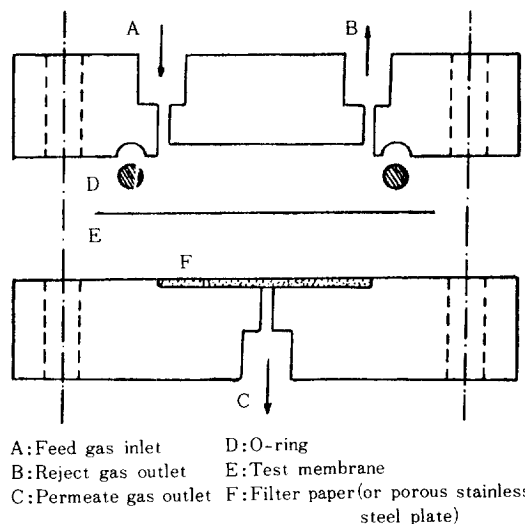


Fig. 3. Gas transmission cell.

3 - 3. Test cell

Test cell의 자세한 구조를 Fig. 3에 나타내었다. Test cell은 전체 직경이 100mm인 낫쇠로, 윗판과 아랫판으로 구성되어 있으며 윗판과 아랫판은 볼트와 너트를 이용하여 밀착시켰다.

Fig. 3에서와 같이 A부분으로 들어온 기체는 막을 투과한 permeate 가스와 투과되지 않은 reject 가스로 나뉘어진다.

Test membrane은 여과지 또는 다공성 스테인리스 강판에 의해서 지지되며 기밀을 유지하기 위해 NBR (nitrile butadiene rubber)로 된 O-ring을 사용하였다.

4. 결과 및 고찰

4 - 1. Membrane morphology

Fig. 4는 지지체인 polysulfone 막의 구조를 보여주는 단면 사진이다. SEM(scanning electron microscope)으로 3000 배 확대한 모습이며 매우 porous한 구조를 보여주고 있다.

Fig. 5는 지지체인 polysulfone 막의 코팅하기 전의 치밀한 표면을 5만배로 찍은 사진이다. 큰 기공의 직경은 약 300-600 Å 정도에 이르고 있다.

Fig. 6은 polysulfone막의 치밀한 표면위에 5 wt %의 poly(dimethylsiloxane)을 코팅한 표면을 5만배로 확대한 사진으로 nonporous한 모습을 보여준다.

다공성 지지막인 polysulfone 위에 poly(dimethyl-

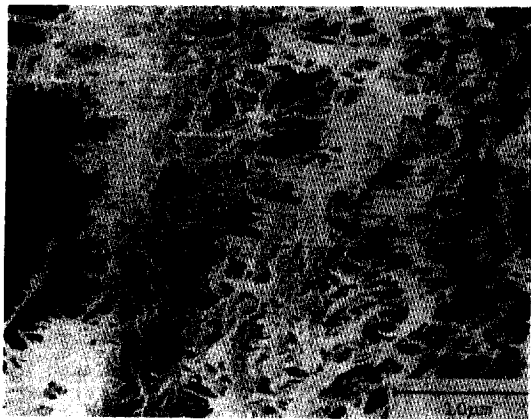


Fig. 4. Scanning electron photomicrograph of the cross section of porous polysulfone membrane.

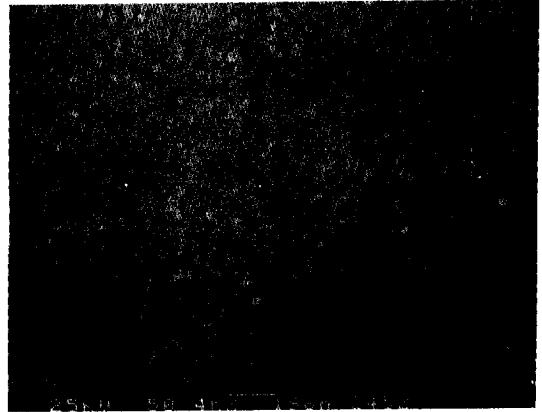


Fig. 5. Scanning electron photomicrograph of the surface of porous polysulfone membrane.

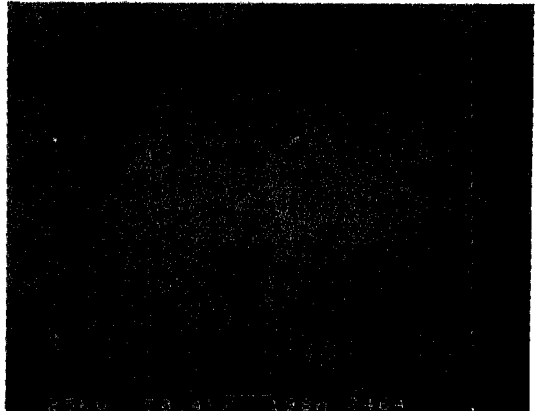


Fig. 6. Scanning electron photomicrograph of the surface of TFC membrane.



Fig. 7. Scanning electron photomicrograph of the cross section of TFC membrane.

siloxane)을 코팅한 복합박막의 단면사진은 Fig.7에 나타내었다. 지지막은 아랫쪽의 다공성 구조에서 윗 쪽으로 갈수록 치밀해지는 비대칭성 구조를 보이며 그 위의 코팅의 두께는 약 $4-6\mu\text{m}$ 정도이다.

4-2. 조업변수에 의한 영향

Fig. 8은 막 양단의 압력차에 따른 산소와 공기 그리고 질소의 투과도를 나타낸 그림이다. 압력차 P_d 는 0.7 kg/cm^2 에서 5 kg/cm^2 까지 변화시켰는데, 압력차가 증가할수록 즉 P_H 가 커질수록 투과도는 모든 경우에 다소 증가함을 보이고 있다. 이 결과는 free volume 모델을 적용하여 설명할 수 있다. 즉 투과기체 압력 (penetrant pressure)의 증가는 막에 대한 hydrostatic pressure를 증가시켜 free volume을 감소시키는 효과도 갖지만, 이보다는 막에 녹는 투과기체의 농도증가가 막의 free volume을 증가시키는 효과가 크므로 압력이 증가할수록 투과도는 증가하게 된다 [7, 8]. 이는 식(4)에서 $\beta \ll \gamma S_0$ 인 경우이다. 고분자 matrix 내에서의 투과분자의 이동성은 계내에 존재하는 free volume의 양에 의존한다고 가정할 수 있다.

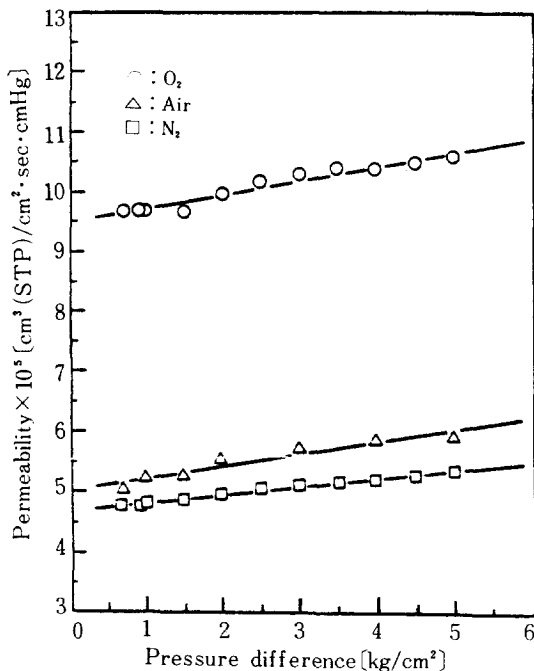


Fig. 8. Pressure difference dependence of the permeabilities of oxygen, air and nitrogen.

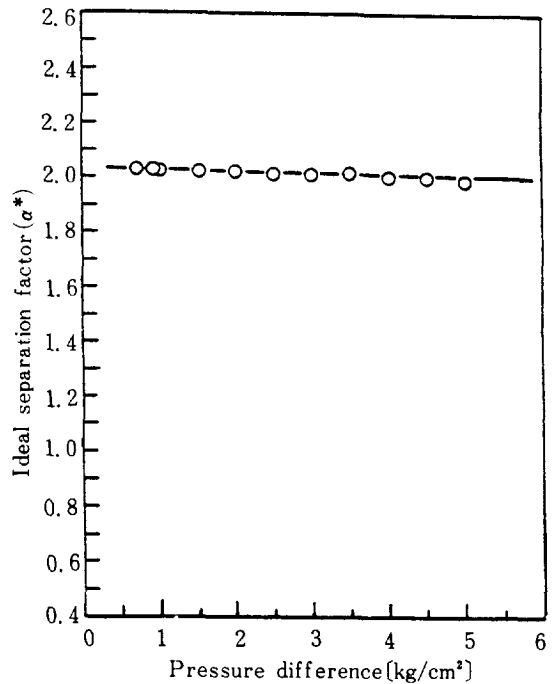


Fig. 9. Pressure difference dependence of the selectivity (O_2/N_2).

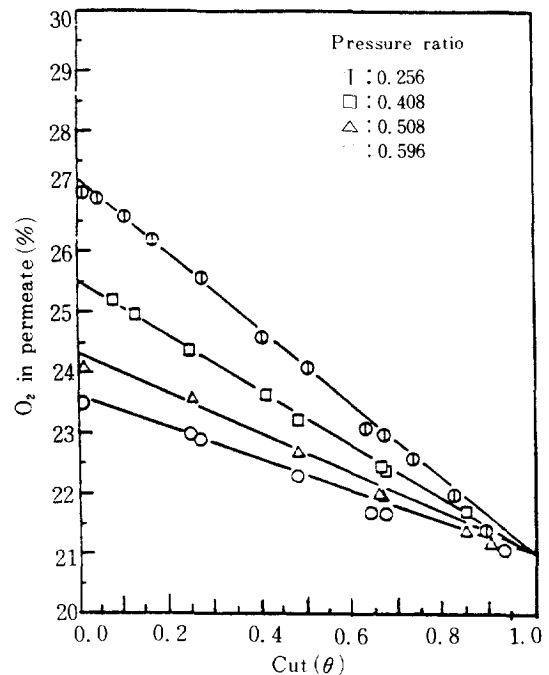


Fig. 10. Effect of cut (θ) on the oxygen enrichment of air in the permeate.

압력차에 따른 산소의 질소에 대한 선택성은 Fig. 9에 나타내었으며 선택성은 압력차에 의해서는 거의 영향을 받지 않음을 알 수 있다.

Fig. 10은 조업변수인 압력비를 변화시킬때 cut에 따른 공기의 분리능력을 알아본 것으로 cut이 0에 가까워질수록 permeate 상에서의 산소의 부화도는 증가한다.

Fig. 11-15는 cut을 변화시킬때 압력비에 따른 공기의 분리능력을 알아본 것이다. 압력비가 0에 가까워질수록 permeate 상에서의 산소의 부화도는 증가하며 (Fig. 11), reject 상에서의 산소의 농도는 감소한다 (질소부화, Fig. 12).

Overall separation factor α_o 는 식 (15)에서와 같이 압력비가 0에 가까워질수록 ideal separation factor α^* (이 경우는 2.03)에 접근함을 보인다 (Fig. 13). Fig. 14, 15에는 압력비에 따른 heads separation factor β_1 과 tails separation factor β_2 의 변화를 나타내었으며 식 (15)-(19)와 일치하는 결과를 보인다. 즉 Fig. 14에서 heads separation factor β_1 은 cut이 0에 접근함에 따라 식 (18)에 의해 overall separation factor α_o 와 같아지고, 압력비 P_r 이 0에

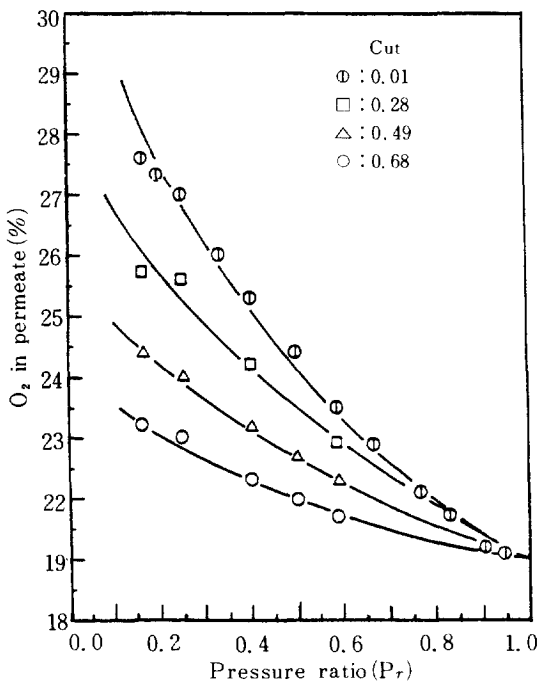


Fig. 11. Effect of pressure ratio(P_r) on the oxygen enrichment of air in the permeate.

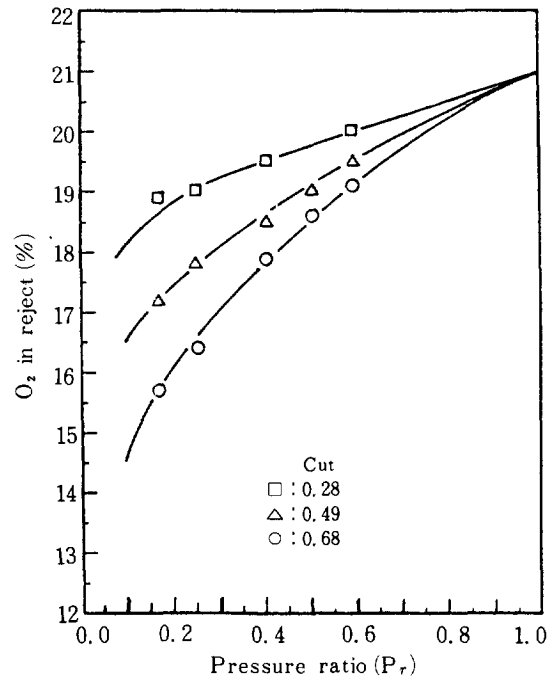


Fig. 12. Effect of pressure ratio(P_r) on the oxygen stripping of air in the reject.

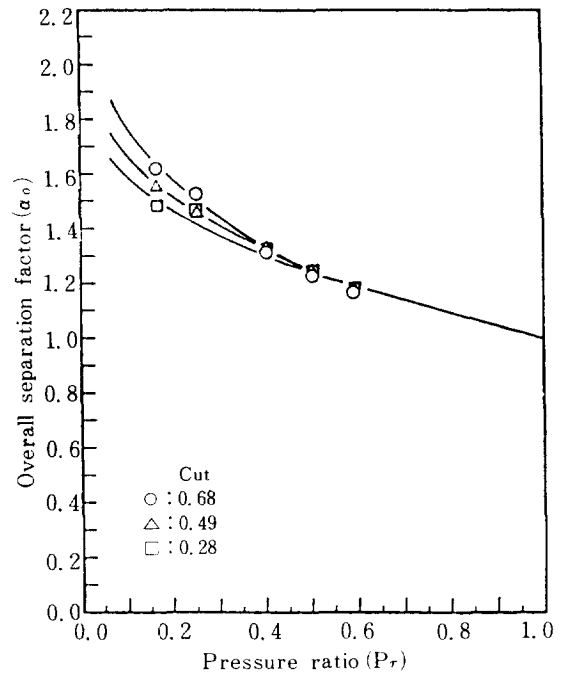


Fig. 13. Effect of pressure ratio(P_r) on the overall separation factor(α_o) for air separation.

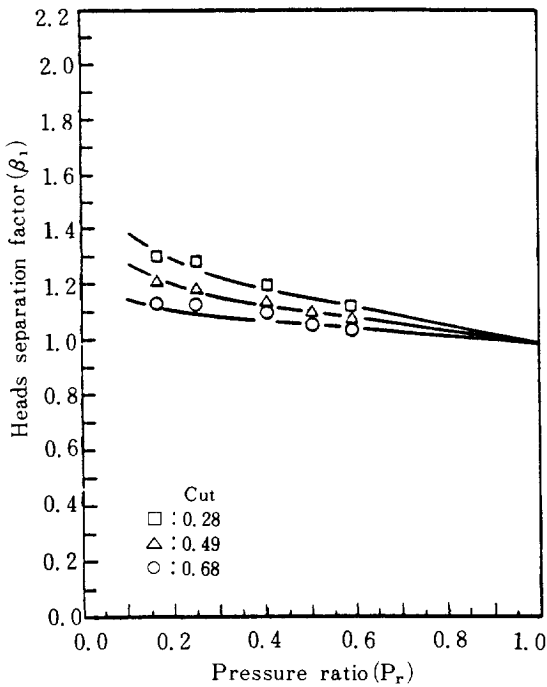


Fig. 14. Effect of pressure ratio (P_r) on the heads separation factor (β_1) for air separation.

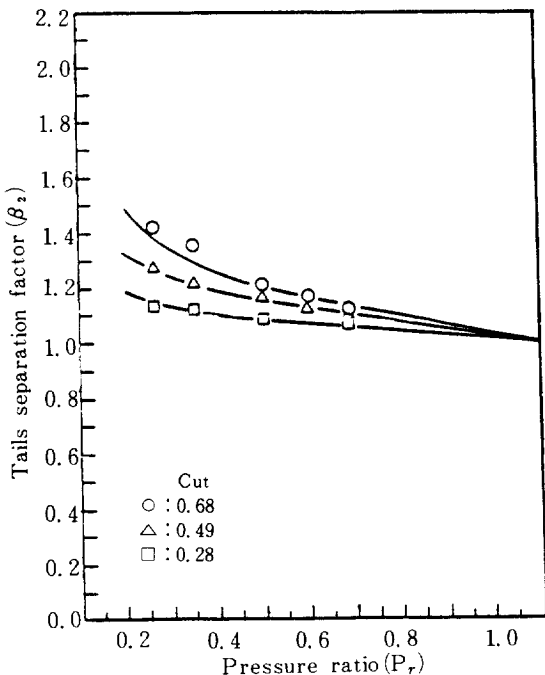


Fig. 15. Effect of pressure ratio (P_r) on the tails separation factor (β_2) for air separation.

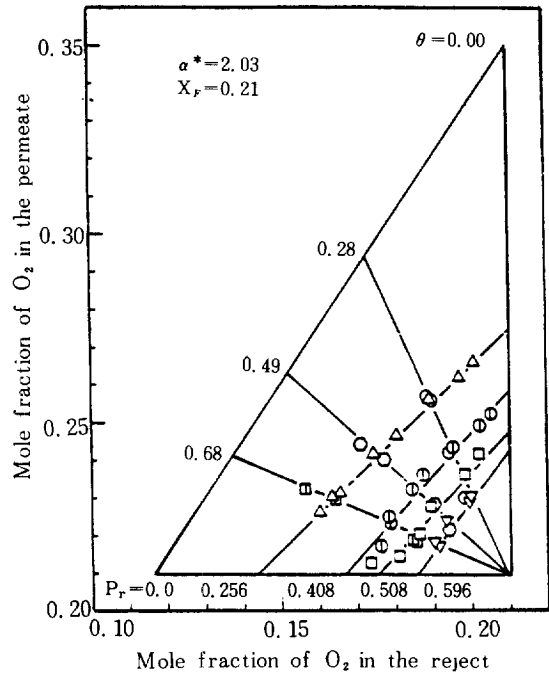


Fig. 16. Effects of pressure ratio (P_r) and cut (θ) on air separation.

접근함에 따라 식 (15)에 의해 ideal separation factor α^* (이 경우는 2.03)이 접근하게 된다. 또한 Fig. 15에서 tails separation factor β_2 는 식 (15)와 식 (16)에서와 같이 cut의 값이 1에 가까워지고 압력비가 0에 접근함에 따라 ideal separation factor α^* 에 접근함을 보인다.

Fig. 16에 조업조건인 cut과 압력비가 공기분리에 미치는 영향을 종합적으로 나타내었다. 이 그림에서 알 수 있듯이 ideal separation factor α^* 의 값이 2.03이고, feed gas가 산소의 농도 21%인 공기일 때, 이상적인 상태로 cut이 0에 접근하고 압력비 또한 0에 접근하면 막을 투과한 기체의 산소농도는 약 35% 정도까지 부화될 수 있다. 한편 압력비가 0에 접근하고 cut이 1에 접근하는 경우, reject 상에서는 질소의 농도가 88% 정도까지 증가된 공기(산소 12%)를 얻을 수 있다. 이때 cut $\theta=0.00$ 압력비 $P_r=0.0$ 인 점은 식 (12), (15), (18)에서 $\alpha^*=2.03$ 으로 놓고 계산한 값이며, 마찬가지로 cut $\theta=1$ 압력비 $P_r=0.0$ 인 점은 식 (13), (15), (16)으로부터 얻은 이상상태에서의 계산값이다. 또 압력비 $P_r=1.0$ 일 때의 점은 feed gas인 공기의 산소농도 0.21이며 이

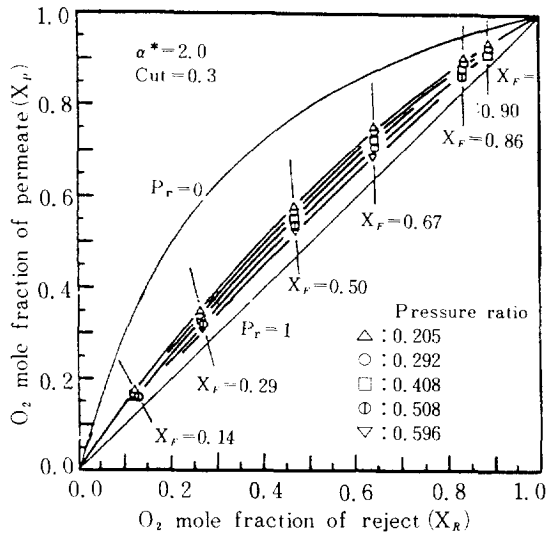


Fig. 17. Effect of pressure ratio (P_r) on the separation of oxygen-nitrogen mixture (X_p vs. X_r).

세 점을 연결하여 실선을 얻었다.

Fig. 17에는 feed stream으로 산소와 질소의 혼합 기체를 사용했을 때, 조업변수에 의한 영향을 나타 내었다. 이 그림에서의 사선은 feed stream의 산소 농도를 표시한다.

5. 결 론

1. 다공성 지지체인 polysulfone막에 poly(dimethylsiloxane)을 코팅해서 제조한 고분자 복합박막(thin film composite membrane)의 공기 및 산소와 질소에 대한 투과도는 $10^{-5} - 10^{-4} [\text{cm}^3 (\text{STP}) / \text{cm}^2 \cdot \text{sec} \cdot \text{cmHg}]$ 정도였으며 산소의 질소에 대한 ideal separation factor α^* 의 값은 2.0 정도였다.

2. 공기 및 산소와 질소의 투과도는 압력차(pressure difference)가 증가함에 따라 다소 증가했으며 산소의 질소에 대한 선택성은 압력차에 큰 영향을 받지 않았다.

3. 조업변수인 압력비가 0에 접근하고 cut의 값이 0에 가까워질수록 permeate 상에서의 산소부화도는 증가하였다.

4. 압력비가 0.171이고 cut의 값이 0.01인 조건으로 ideal separation factor α^* 의 값이 2.03인 복합박막에 산소의 농도가 21%인 공기를 투과시켰을

때, 산소의 농도가 28% 정도로 부화된 공기를 얻을 수 있었으며 이때 고압부분의 압력은 5 kg/cm² (gauge)였다.

NOMENCLATURE

- A : Membrane area, (cm²)
- L : Flow rate, [cm³(STP)/sec]
- P : Pressure, (kg/cm²)
- \bar{P} : Mean permeability coefficient, [cm³(STP)·cm/cm²·sec·cmHg]
- P_d : Pressure difference, ($P_d = P_H - P_L$)
- P_H : High pressure, (kg/cm²)
- P_L : Low pressure, (kg/cm²)
- P_r : Pressure ratio, ($P_r = P_L / P_H$)
- P_o : Permeability coefficient, [cm³(STP)·cm/cm²·sec·cmHg]
- P_o/δ : Permeability, [cm³(STP)/cm²·sec·cmHg]
- R : Universal gas constant, 1.987×10^{-3} [kcal/(gmole)(°K)]
- S_o : Solubility coefficient, [cm³(STP)/cm³·cmHg]
- T : Absolute temperature, (°K)
- T_c : Critical temperature, (°K)
- v_f^* : Free volume fraction of the pure polymer
- X : Mole fraction of the more permeable component

Greek letters

- α_o : Overall separation factor
- α^* : Ideal separation factor
- β : Isothermal compressibility
- β_1 : Heads separation factor
- β_2 : Tails separation factor
- γ : Concentration coefficient
- δ : Membrane thickness, (cm)
- θ : Stage cut

Subscripts

- F : Feed stream
- P : Permeate stream
- R : Reject stream