

기포탑의 축방향 및 반경방향 혼합특성

강 용·임완묵·김상돈*

충남대학교 공과대학 화학공학과

* 한국과학기술원 화학공학과

(1987년 3월 18일 접수, 1987년 7월 21일 채택)

Axial and Radial Mixing Characteristics in Bubble Columns

Yong Kang, Wan-Mook Lim and Sang Done Kim*

Department of Chemical Engineering, College of Engineering, Chungnam National University

* Department of Chemical Engineering, Korea Advanced Institute of Science and Technology

(Received 18 March 1987; accepted 21 July 1987)

요 약

직경 10.2 cm, 높이 3m인 연속 조작 기포탑에서 연속 액상의 축방향과 반경방향 혼합계수를 구하였으며, 분산상인 기포의 체류량 등 수력학적 특성을 고찰하였다.

기체 유속($1.0\text{-}10.0 \text{ cm/s}$)과 액체 유속($2.0\text{-}12.0 \text{ cm/s}$)이 기포탑의 수력학적 특성에 미치는 영향 등을 검토하였는데, 기포의 체류량, 액상의 축방향과 반경방향 혼합계수 및 기포탑내에서의 액상의 순환속도들은 기체 유속이 증가함에 따라 모두 증가하였으나, 액체 유속이 증가함에 따라서는 기포의 체류량은 감소하고, 액상의 반경방향 혼합계수는 증가하였으나, 액상의 축방향 혼합계수와 탑내에서의 순환속도는 큰 영향을 받지 않았다.

기포탑내에서 기포의 상승속도의 해석은 drift flux model을 적용하였으며, 액상의 축방향과 반경방향 혼합계수를 등방난류 모델을 적용하여 correlation하였다.

Abstract—Gas holdup and axial and radial dispersion coefficients of continuous liquid phase have been studied in a 10.2 cm-ID acryl column. The effects of gas flow rate ($1.0\text{-}10.0 \text{ cm/s}$) and liquid flow rate ($2.0\text{-}12.0 \text{ cm/s}$) on the hydrodynamic characteristics of a bubble column have been determined.

Gas holdup, axial and radial dispersion coefficients of liquid phase, and liquid circulation velocity in the column were increased with an increase in gas flow rate. However, increasing liquid flow rate the gas holdup was decreased and the radial dispersion coefficient of liquid phase was increased. The axial dispersion coefficient and the circulation velocity of liquid phase were little affected by the liquid flow rate.

Bubble rising velocity in the column was analyzed by employing the drift flux model, and the two dispersion coefficients of liquid phase were correlated by means of isotropic turbulence model.

1. 서 론

(gas-liquid) 반응 등에 효과적으로 응용될 수 있으며, 연속 조작이 용이하고 저렴한 원가소요 뿐만 아니라 조작변수가 적다는 장점을 가지고 있어 최근 석탄의 액화 공정, 폐수처리 공정, 탈황공정, 비료, 미생물 배양 공

연속상인 액상에 기포가 분산상으로 존재하는 기포탑은 기체와 액체의 접촉 효과가 좋기 때문에 기-액

정 등에 기포탑을 응용하려는 연구가 많이 진행되어 오고 있다.

그러나, 이들 연구들은 대부분 batch process이거나 연속상인 액상의 유속이 상당히 작은 범위에서의 연구 결과가 많으며, 액상이나 분산상인 기체의 축방향 혼합에 대한 문현들이 주종을 이루고 있다.

Nicklin[1]은 기포탑에서 기포의 흐름에 영향을 미치는 요소들에 대한 연구결과 기포의 흐름은 기포의 속도중 부력요소(buoyance component)와 매우 밀접한 관계가 있다고 하였으며, Hills[2]는 기포탑에서 기체의 체류량과 탑내의 반경방향속도 분포와의 상관성에 대해 고찰하였고, Nevers[3]는 기포탑내에서 기포에 의한 연속상인 액상의 순환(circulation)은 기포들의 불균일분포에 의한 column내의 밀도차에 의해 이루어 진다고 하였다.

기포탑에서 축방향 혼합은 비교적 많이 연구되어지고 있는데[4-7], 액상 물성의 변화가 기포탑의 수력학적 특성에 미치는 영향도 검토되어지고 있으며[4, 8], 최근 Clark와 Flemmer[9]는 Zuber와 Findley[10]의 drift flux model을 적용하여 기포탑에서 유속과 상체류량간의 인관성을 해석하였다.

그러나 기포탑에서 중요한 문제들인 기상과 액상의 접촉현상, 기포의 motion 및 bubbling 현상에 의한 연속 액상의 circulation, 기-액의 체류량과 이들이 물질 및 열전달 등에 미치는 영향 그리고 연속 액상의 반경방향 혼합특성들에 대한 연구는 아직 매우 부족한 형편이며, 이들 현상들에 대한 해석은 기포탑반응기(Bubble Column Reactor, BCR)의 설계에 매우 중요한 자료가 된다[11].

따라서, 본 연구에서는 기포탑에서 연속상인 액상의 축방향 및 반경방향의 혼합특성을 고찰하였으며, 기포의 bubbling 현상 및 연속 액상의 흐름 특성에 의한 액상의 circulation이 액상의 혼합에 미치는 영향을 검토하였고, 이들을 drift flux 모델 및 등방외류 모델에 의해 correlation하였다.

이와같은 연구결과는 기포탑반응기(BCR)의 공업적 응용에 필수적인 기초자료가 될 것으로 사료된다.

2. 실험

본 연구에 사용된 실험장치는 Fig. 1에서 보는 바와 같이 내경이 10.2 cm이고, 높이가 3m인 아크릴판을 사용하였다.

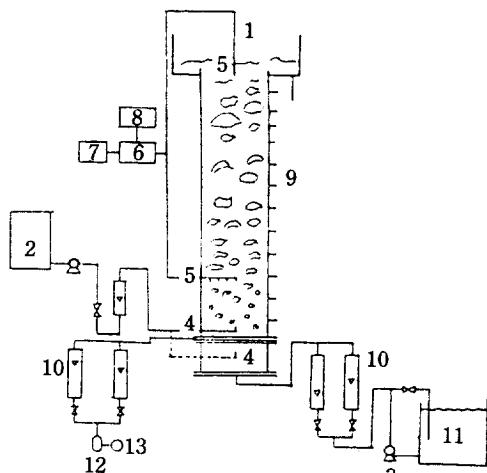


Fig. 1. Experimental apparatus.

- | | |
|-----------------------|------------------------|
| 1. Main Column | 2. Tracer Tank |
| 3. Pump | 4. Tracer Inlet |
| 5. Conductivity Probe | 6. Conductivity Bridge |
| 7. Recorder | 8. D.C. Power Supplier |
| 9. Pressure Tap | 10. Rotameter |
| 11. Liquid Tank | 12. Regulator |
| 13. Compressor | |

기포탑에서 일정 높이의 액체 높이를 유지하기 위하여 기포탑위에 액체 Weir를 설치하였다. 액체 분산판은 다공판형태로 직경이 3mm인 구멍이 107개 균일하게 분포되어 있으며, 기포탑과 분산판박스의 사이에 설치하였다.

분산판박스(Distributor Box)는 직경 10.2 cm, 높이 50 cm의 스테인레스 강판으로 제작했다. 기체상의 액체 분산판과 같은 높이에서 4개의 6.4 mm의 동판에 직경 1mm인 구멍이 88개 있는 다공파이프를 액체 분산판에 수평으로 용접하여 만든 기체 분산판을 통하여 기포탑에 투입되도록 하였다. 액상의 혼합계수 측정에 사용된 추적자로는 1.0 N KCl용액을 사용하였고, 기포탑내의 상체류량은 기포탑의 일정높이(12.5 cm)에 따라 설치된 액체 마노미터(liquid manometer)를 이용하여 정압 압력강하방법(static pressure drop method)[11-13]에 의하여 구하였다. 실험 범위는 액체(물)의 유속이 2.0-12.0 cm/s였으며 기체(공기)의 유속은 1.0-10.0 cm/s이었다.

2-1. 축방향 혼합

액상의 축방향 혼합계수를 측정하기 위해서는 주어진 실험조건에서 정상상태에 도달된 다음 추적자를 면주입

(plane source) 시켰는데, 추적자가 주어진 면에 균일하게 분포되도록 추적자를 액체 분산판 바로 밑에서 주입하였으며, 전기전도도 탐침을 사용하여 기포탑의 출구에서 추적자의 농도변화를 시간에 따라 측정하였다. 액상의 축방향 혼합계수를 구하기 위해서 식(1)과 같은 축방향 분산 모델(axial dispersion model)을 적용하였는데,

$$\frac{\partial c^*}{\partial \theta} + \frac{\partial c^*}{\partial x} - \frac{1}{Pe} \frac{\partial^2 c^*}{\partial x^2} = 0 \quad (1)$$

여기서, c^* , θ 및 x 는 각각 무차원농도, 시간 및 축방향거리를 나타내며, Pe 는 식(2)와 같이 정의되는 무차원군 Peclet Number를 나타낸다.

$$Pe = \frac{U_t H}{\epsilon_i D_z} \quad (2)$$

축방향 혼합실험에선 추적자를 step function으로 면 주입시켰으므로 식(3)과 같은 식(1)을 풀기 위한 초기 조건의 타당성이 있으며, 본 실험의 조건상 식(4), (5)와 같은 두개의 경계조건이 적용될 수 있으며[14, 15],

$$C^* = \text{const. at } \theta = 0, \quad 0 < x < 1 \quad (3)$$

$$1 = C - \frac{1}{Pe} \frac{\partial c^*}{\partial x} \quad \text{at } x = 0, \quad \theta > 0 \quad (4)$$

$$\frac{\partial c^*}{\partial x} = 0 \quad \text{at } x = 1, \quad \theta > 0 \quad (5)$$

식(1)을 식(3), (4), (5)의 조건들을 적용하여 풀면 Pe 값이 큰 경우 식(6)과 같은 F-curve 형태의 해를 얻을 수 있다[16].

$$F(\theta) = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left(\frac{1-\theta}{2\theta/Pe} \right) + \exp(Pe) \left[\operatorname{erfc} \left(\frac{1+\theta}{2\theta/Pe} \right) \right] \quad (6)$$

따라서, 본 연구에선 실험적으로 F-curve를 구하여, 식(6)의 F-curve 수식이 실험치와 가장 잘 맞는 Pe 를 최소 자승법에 의하여 구하여서 액상의 축방향 혼합계수를 구하였다.

2-2. 반경방향 혼합

반경방향 혼합계수의 측정 및 해석방법은, 관내의 추적자의 주입은 주어진 실험조건에서 정상상태(steady state)에 도달된 다음 액체 분산판(liquid distributor)으로부터 5cm 떨어진 위치의 판 중앙에서 직경 3mm의 스테인레스 강관(stainless steel tube)을 사용하여 점주입(point source) 시켰다.

추적자의 유속은 미소유량 측정펌프를 사용하여 측정하였고, 관내에서 추적자의 반경방향 농도분포를 측정하기 위하여 4개의 전기전도도 탐침(electroconductivity probe)을 tracer의 주입위치로부터 10cm 떨어진 곳에 설치하였는데, 이들의 반경방향 위치는 판의 중앙으로부터 각 1.53cm의 거리를 두고 설치하였다. 전기전도도 탐침은 직경 5mm의 스테인레스 강관에 0.5mm 직경의 백금 wire를 삽입하여 만들어졌다.

추적자주입후 정상상태에서 측정된 추적자의 반경방향 농도분포로 부터 액상의 반경방향 확산계수(liquid radial dispersion coefficient)를 Klinkenberg 등[28]이 유도한 무한공간 모델(infinite space model)을 사용하여 구할 수 있는데, 이 모델은 본 연구와 같은 유동층에 적용하는데 적합한 것으로 알려져 있다[28].

이 무한공간 모델(infinite space model)의 해는 식(7)과 같이 무차원 축방향 좌표, ξ 와 변형된 Pecllet Group, ϕ 및 무차원 반경방향 좌표 X의 함수로 나타낼 수 있다.

$$C/C_o = \frac{\phi}{2\xi} \exp(-\phi/2\xi \cdot X^2) \quad (7)$$

여기서

$$\phi = \frac{U_t / \epsilon_i \cdot R}{2D_z^{1/2} D_r^{1/2}} \quad (8)$$

$$\xi = \frac{D_r^{1/2} \cdot Z}{D_z^{1/2} \cdot R} \quad (9)$$

$$X = \frac{r}{R} \quad (10)$$

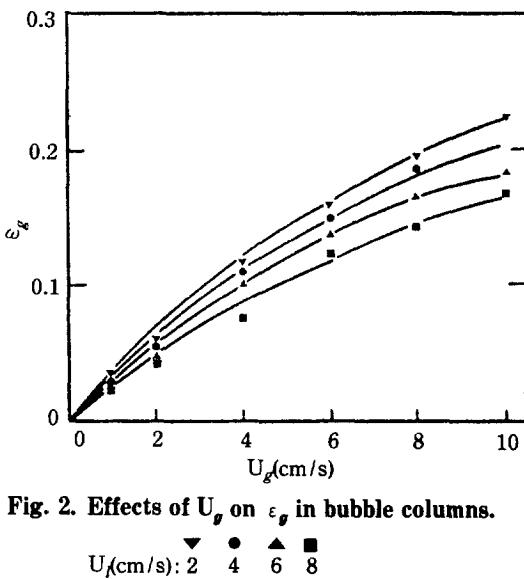
이며, D_z 와 D_r 은 각각 액상의 축방향과 반경방향 확산계수이고, Z 와 R 은 각각 전기전도도 탐침이 있는 높이와 유동층의 반경을 나타낸다. 따라서 실험적으로 측정된 반경방향 무차원 좌표 X의 변화에 따른 추적자의 농도분포로 부터 식(7)에 의하여 액상의 반경방향 확산계수를 구하였다.

3. 결과 및 고찰

3-1. 기포의 체류량 및 상승속도

Fig. 2에서 보는 바와 같이 기체 유속이 증가함에 따라 기포의 체류량은 증가하였으나, 액상 유속의 증가에 따라서는 약간 감소하는 경향을 나타내었는데, 이러한 경향은 문헌[17-19]의 결과와도 일치하였다.

기체 유속의 증가에 따른 기포 체류량의 증가는 기체 유속이 증가함에 따라 기포탑내의 기포의 swarm의 형



성이 많아지며, 이들 기포의 swarm들은 상호 접촉에 의한 방해 효과 때문에 상승속도를 감소시키기 때문에 설명할 수 있으며, 이런 현상은 기포탑에서 쉽게 관찰될 수 있다.

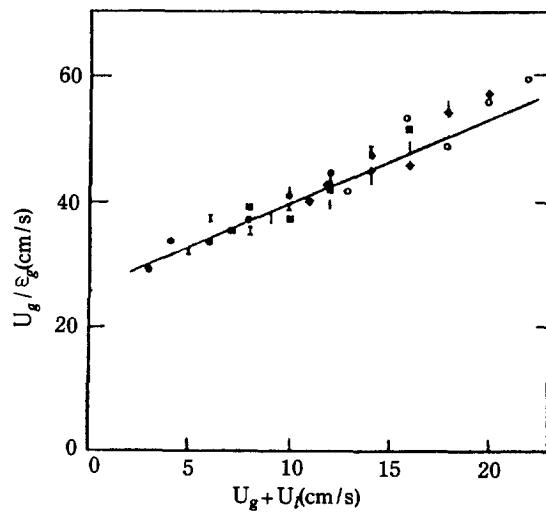
액체의 유속이 증가함에 따라 기포탑내의 난류(turbulence)현상이 증가하여 기포를 깨어주는 작용을 하나, 한편으로는 기포에 대한 Drag를 증가시켜 기포의 상승속도를 증가시켜 주는 결과를 가져오므로 이 두 상반되는 영향 때문에 액체의 유속이 기포의 체류량에 미치는 영향은 기포탑의 구조, column의 크기, 분산판(distributor)의 형태 등에 연관되어 나타나는데 본 연구의 결과는 액체의 유속증가가 기포의 분쇄 효과보다는 기포의 상승속도를 증가시키는 효과가 더 커서 기포의 체류량의 감소를 가져왔다고 볼 수 있다[20].

Zuber와 Findley[10]은 기포탑에서 기포의 체류량과 액체속도의 반경방향 불균일도를 예측할 수 있는 drift flux model을 churn turbulent 흐름영역에 적용하였는데 이를 식(11)과 같이 쓸 수 있다.

$$\frac{U_g}{\epsilon_g} = C(U_g + U_l) + U_o \quad (11)$$

여기서 U_o 는 기포탑에서 기포 한개의 상승속도를 나타내며, 상수 C 가 기포와 액체 유속의 반경방향 불균일도를 나타낸다.

본 연구의 실험결과는 Fig. 3에서 보듯이 C 값이 1.33이었는데, 이는 bubble의 interaction과 waking이 강한 영역의 실험조건들에서 문헌에 제시되어 있는 값



과 유사함을 알 수 있다[9, 21, 22].

기포탑에서 기포 한개의 상승속도는 기체와 액체의 물성들로 일반적으로 식(12)과 같이 표시할 수 있는데 [9, 23, 24]

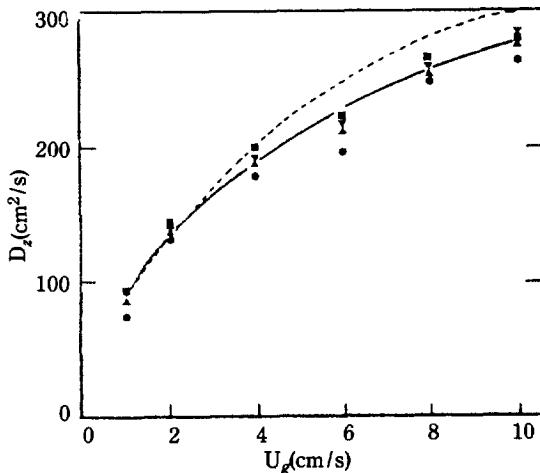
$$U_o = 1.53 (\sigma g/p)^{0.25} \quad (12)$$

본 실험과 같이 기체로는 공기를, 액체로는 물을 사용한 경우는 상온에서 U_o 를 25 cm/s로 얻을 수 있다.

본 연구의 실험결과는 Fig. 3에서 보는 바와 같이 U_o 값을 25.8 cm/s 정도로 얻을 수 있는데 이는 매우 타당성 있는 값이라 할 수 있다.

3-2. 액상의 축방향 혼합

각 실험조건에서 식(6)으로부터 얻은 액상의 축방향 혼합계수는 Fig. 4에서 볼 수 있듯이 기체의 유속이 증가함에 따라 증가하였으나, 액상의 유속에 따라서는 거의 영향을 받지 않음을 알 수 있다. 이는 기체의 유속이 증가함에 따라 기포의 체류량이 증가하고 이에 따라 기포들의 상호작용 등에 의해 기포탑내에 난류현상이 증가하여 액상의 축방향 혼합이 증가한다고 볼 수 있다. 그러나 액체 유속의 증가는 액체 자체의 난류현상을 증가시키지만 기포의 상승속도를 증가시켜 기포의 체류량을 감소시킴으로 인해 상대적인 난류현상의 감소를 가져와 액체의 흐름에서 증가된 난류현상과 상쇄되기 때문에 액상의 축방향 혼합에는 큰 영향을 미치지

Fig. 4. Effects of U_g on D_z in bubble columns.

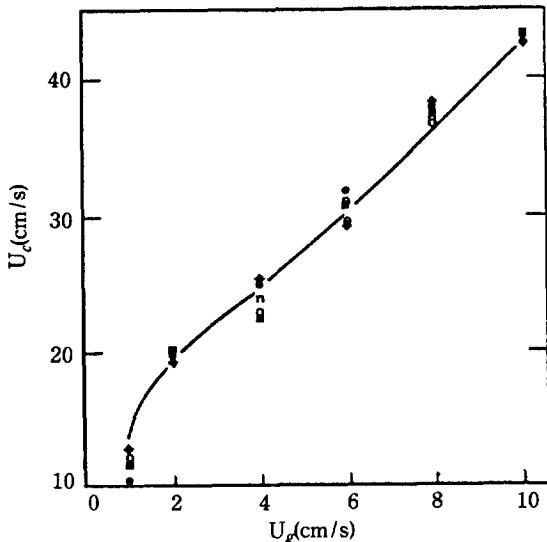
U_f (cm/s): 2 4 8 12 Kelkar and Shah [7]

못한다고 해석할 수 있다.

이는 기포탑내에서 연속 액상의 순환속도에 미치는 영향에서도 찾아볼 수 있다. Joshi[25]는 기포탑내에서 연속 액상의 순환속도(Circulation velocity)를 식(13)과 같이 제시하였는데,

$$U_c = 1.311gD \left(U_g - \frac{\epsilon_g}{\epsilon_i} U_t - \epsilon_g U_o \right)^{1/3} \quad (13)$$

본 연구의 실험조건에서 연속 액상의 순환속도는 Fig. 5에서 보는 바와 같이 기체 유속이 증가함에 따라

Fig. 5. Effects of U_g on U_c in bubble columns.

U_f (cm/s): 2 4 6 8 10

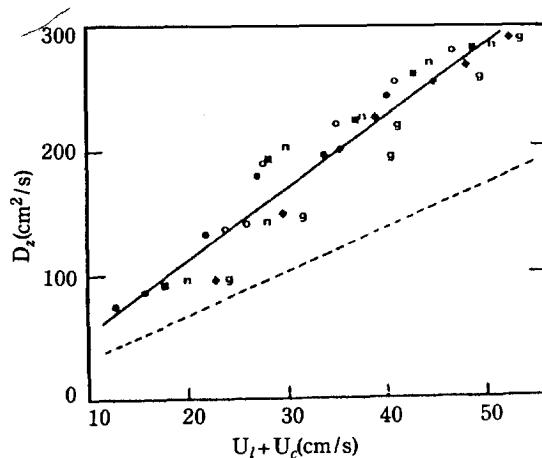
증가하였으나 액체 유속의 증가에 따라서는 큰 영향을 받지 않는 것을 알 수 있다.

따라서, 기포탑에서 기체 유속의 증가는 연속 액상의 순환속도를 증가시키며, 액상의 축방향 혼합계수를 증가시킨다고 할 수 있다. Fig. 4에서 최근에 지름이 15.4 cm의 기포탑에서 액상의 축방향 혼합계수를 측정한 Kelkar와 Shah[7]의 실험결과는 기체 유속이 큰 범위에서 본 실험의 결과보다 축방향 혼합계수가 약간 큰 값을 나타내었는데 이는 기포탑의 재질, 분산판의 형태, 기포탑의 직경 및 해석방법들의 차이에서 기인된 것이라 볼 수 있다[25]. Kim과 Kim[26]은 삼상유동층에서 연속 액상의 축방향 혼합계수를 등방난류 모델(isotropic turbulence model)에 의해 correlation하였는데, 기포탑에도 등방난류 모델을 적용시킬 수 있으며[27] 이 모델에 의하면 연속 액상의 축방향 혼합계수는 기포탑의 지름이 증가하면 증가하는 경향을 나타내기 때문이다.

기포탑에서 연속 액상의 축방향 혼합이 연속 액상의 공탑속도와 순환속도의 합에 의해 받는 영향을 Fig. 6에 나타내었는데 액상의 공탑속도와 순환속도의 증가에 따라 축방향 혼합계수는 선형적(linear)으로 증가하였으며, 이를 correlation하여 식(14)를 얻었고, correlation 계수는 0.92를 얻었다.

$$D_z = 0.51D(U_t + U_c) \quad (14)$$

식(14)의 계수 0.51은 Joshi[25]의 연구결과인 0.33보다 다소 큰 값을 나타내나 이는 Joshi의 식은 액상의 순환속도인 U_c 와 액상의 공탑속도인 U_t 의 차가 크지

Fig. 6. Effects of $(U_t + U_c)$ on D_z in bubble columns.

U_f (cm/s): 2 4 6 8 10 12 Joshi [25]

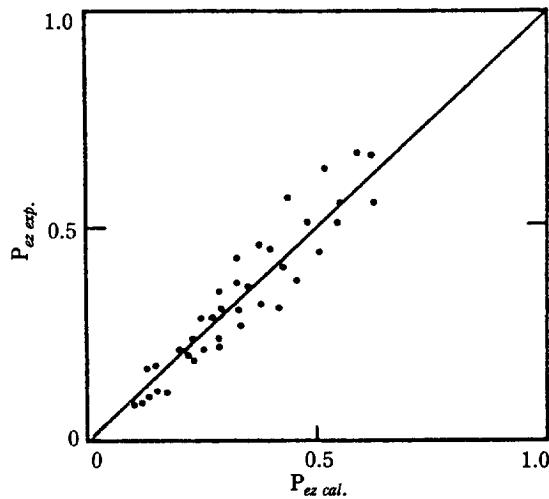


Fig. 7. Comparison between the experimental and the calculated values of P_{ez} .

않은 경우에 추천된 식이며, 본 실험의 조건은 U_c 와 U_t 의 차가 큰 경우이기 때문에 판단된다. 액상의 축방향 혼합계수를 등방난류 모델을 적용하여 Peclet Number로 correlation하여 식 (15)를 얻었는데

$$P_{ez} = \frac{U_t D}{D_z} = 0.750 \left(\frac{U_t}{U_g + U_t} \right)^{1.33} \quad (15)$$

이 식은 Fig. 7에서 보는 바와 같이 correlation 계수が 0.882로 실험결과와 잘 일치하였다.

3-3. 액상의 반경방향 혼합

기포탑에서 기체 유속의 증가는 Fig. 8에서 보는 바

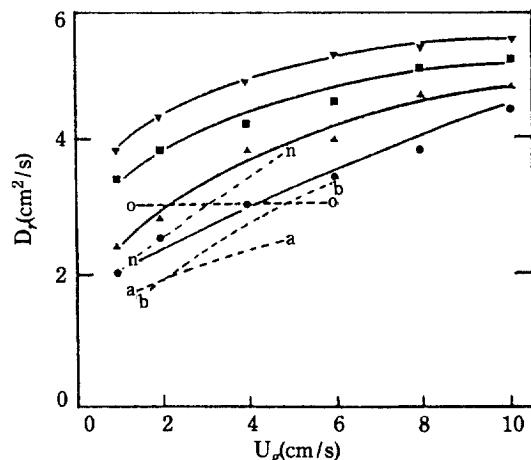


Fig. 8. Effects of U_g on D_r in bubble columns.

$U_g(\text{cm/s})$: 2 4 8 12 2.18 5 8.3 11.5
El-Temtamy et al. [5]

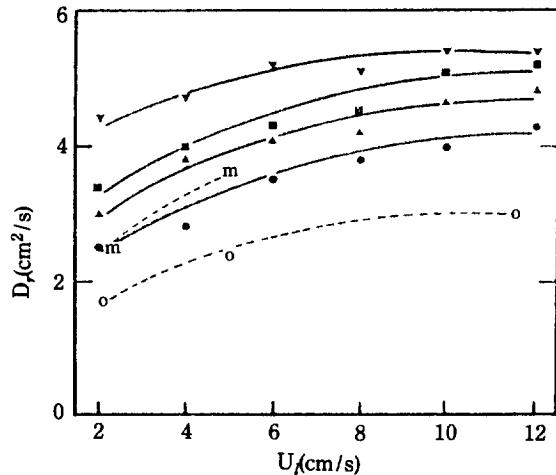


Fig. 9. Effects of U_t on D_r in bubble columns.

$U_t(\text{cm/s})$: 2 4 6 10 1.3 5.0

El-Temtamy et al. [5]

와 같이 액상의 반경방향 혼합계수, D_r 을 증가시켰는데 이는 기체 유속이 증가함에 따라 기포의 체류량이 증가하고 기포탑내의 액상의 순환속도가 증가(Fig. 5)하기 때문이라고 할 수 있다.

기포탑에서 액체 유속이 증가함에 따라서 액상의 순환속도(Circulation velocity)는 큰 영향을 받지 않았으나(Fig. 5), 액상의 반경방향 혼합계수는 완만한 증가 경향을 나타내었는데(Fig. 9), 이는 액체 유속이 증가함에 따라 액상의 체류량이 증가하며, 액상의 기포탑내에서의 체류시간이 감소하므로 축방향으로의 흐름은 증가하나 순환 흐름에는 큰 영향을 미치지 못하며, 액상의 흐름이 빠르므로 기포탑내의 난류현상의 증가를 가져올 뿐만 아니라 분산상인 기포의 상승속도를 빠르게 하여 기포의 반경방향의 분포를 더욱 불균일하게 만들기 때문에[2] 이들 기포의 불균일 분포에서 유발되는 액상의 반경방향 혼합을 증가시켜 준다고 하겠다.

그러나, 기포탑에서 액체 유속의 증가는 기포의 체류량의 감소를 가져오기 때문에(Fig. 2) 분산상인 기포의 반경방향 불균일 분포가 액상의 반경방향 혼합에 미치는 영향이 크지 않으며, 따라서 액체 유속의 증가에 따라서 액상의 반경방향 혼합계수의 증가 추세가 완만한 것을 알 수 있다.

이와같은 경향은 지름이 5cm인 기포탑에서 실험한 El-Temtamy 등[28]의 연구결과에서도 찾아볼 수 있는데, 기포탑에서 연속 액상의 반경방향 혼합계수에 대한 연구 문헌은 매우 부족하며, 그나마 액체 유속이 매

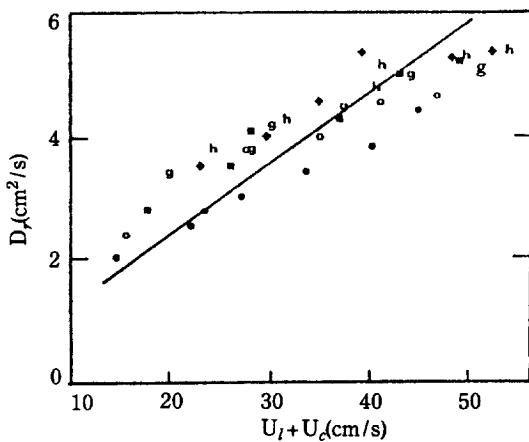


Fig. 10. Effects of $(U_l + U_c)$ on D_r in bubble columns.

● ○ ■ g ♦ h
 $U_f(\text{cm/s})$: 2 4 6 8 10 12

우 작은 범위에서 얻어진 결과들이기 때문에 본 연구의 결과와 비교, 검토하기에는 매우 어렵다고 하겠다.

액상의 반경방향 혼합계수는 축방향 혼합계수와 유사하게 액상의 공塔속도와 기포탑내에서의 순환속도의 합이 증가함에 따라 선형적으로 증가하였으며 (Fig. 10) 식 (16)과 같은 correlation식을 correlation 계수가 0.908이 되는 범위에서 얻었다.

$$D_r = 1.13 \times 10^{-2} D (U_l + U_c) \quad (16)$$

액상의 축방향 혼합에서와 같이 반경방향 혼합계수를

등방난류 모델을 적용하여 Peclet Number로 식 (17)과 같이 correlation하였는데 이는 correlation 계수가 0.875 정도로 Fig. 11에서 보는 바와 같이 실험적 결과와 잘 맞는 것을 알 수 있다.

$$P_{er} = \frac{U_l D}{D_r} = 34.81 \left(\frac{U_l}{U_l + U_g} \right)^{1.33} \quad (17)$$

4. 결 론

본 연구의 실험결과 다음의 몇가지 결론을 얻을 수 있었다.

1. 연속 조작 기포탑에서 기체 유속의 증가는 분산상인 기포의 체류량을 증가시킨 반면 액체 유속의 증가는 기포의 체류량을 약간 감소시켰으며, 기포탑에서 기포의 상승속도는 Zuber와 Findley의 drift flux 모델에 잘 맞았다.

2. 기포탑에서 연속 액상의 축방향 혼합계수와 탑내에서의 순환속도는 기체 유속이 증가함에 따라 증가하였으나 액체 유속의 증가에 따라서는 큰 영향을 받지 않았다.

3. 기포탑에서 연속 액상의 반경방향 혼합계수는 기체 유속과 액체 유속이 증가함에 따라 증가하였으며, 기체 유속의 영향이 더 크게 나타났다.

4. 연속 액상의 축방향 혼합계수와 반경방향 혼합계수는 각각 등방난류 모델에 의해 correlation이 잘 되었다.

감 사

본 연구는 한국과학재단의 연구비로 수행되었으며, 귀 재단에 감사드립니다.

NOMENCLATURE

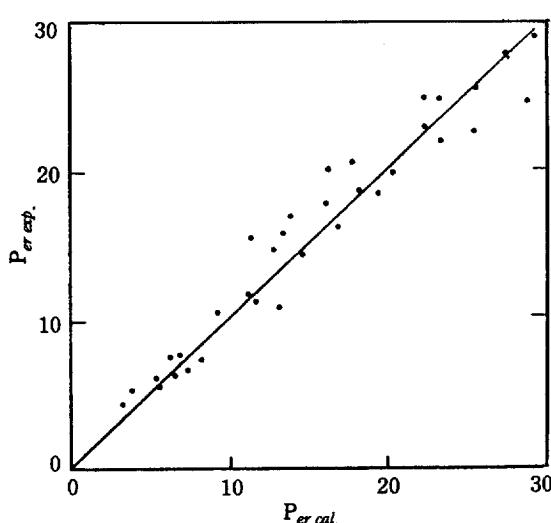


Fig. 11. Comparison between the experimental and the calculated values of P_{er} .

- C : constant in Eq(7)
- C^* : dimensionless concentration
- D : column diameter cm
- D_r : radial dispersion coefficient of liquid phase cm^2/sec
- D_z : axial dispersion coefficient of liquid phase cm^2/sec
- g : gravitational acceleration cm/sec^2
- H : height of column cm
- Pe : Peclet Number defined as Eq(2)
- P_{er} : Peclet Number based on radial dispersion coefficient

P_{ex} : Peclet Number based on axial dispersion coefficient
 U_c : circulation velocity of liquid phase cm/s
 U_g : superficial gas velocity cm/s
 U_l : superficial liquid velocity cm/s
 U_o : single bubble rising velocity cm/s
 X : dimensionless axial coordinate

Greek Letters

σ : surface tension dyne/cm
 ρ : density g/cm³
 ϵ_g : gas holdup
 ϵ_l : liquid holdup
 θ : dimensionless time

REFERENCES

- Nicklin, D.J.: *Chem. Eng. Sci.*, **17**, 693 (1962).
- Hills, J.H.: *Trans. Instn. Chem. Engrs.*, **52**, 1 (1974).
- Nevers, N.D.: *AIChE J.*, **14**(2), 222 (1968).
- Kim, S.D., Baker, C.G.J. and Bergougnou, M.A.: *Can. J. Chem. Eng.*, **50**, 695 (1972).
- El-Temtamy, S.A., El-Sharnoubi, Y.O. and El-Halwagi, M.M.: *Chem. Eng. J.*, **18**, 151 (1979).
- Baird, M.H. and Rice, R.G.: *Chem. Eng. J.*, **9**, 171 (1975).
- Kelkar, B.G. and Shah, Y.T.: *AIChE J.*, **31**(4), 700 (1985).
- Kang, Y., Nah, J.B., Yim, H.B. and Kim, S.D.: Proc. KICHE Conference, Autumn (1981).
- Clark, N.N. and Flemmer, R.L.: *AIChE J.*, **31**(3), 500 (1985).
- Zuber, M. and Findley, J.A.: *Trans. ASME. J. Heat Transfer*, **87**, 453 (1965).
- Chang, S.K., Kang, Y. and Kim, S.D.: *J. Chem. Eng. Japan*, **19**(6), 524 (1986).
- Kang, Y. and Kim, S.D.: *Ind. Eng. Chem. Process Des. Dev.*, **25**, 717 (1986).
- Kang, Y. and Kim, S.D.: *Hwahak Konghak*, **24**(4), 277 (1986).
- Danckwerts, P.V.: *Chem. Eng. Sci.*, **2**(1), 1 (1953).
- Wehner, J.F. and Wilhelm, R.H.: *Chem. Eng. Sci.*, **6**, 89 (1956).
- Magiera, J.: *Chem. Eng. Commun.*, **30**, 119 (1984).
- Bhatia, V.K.: *AIChE J.*, **15**, 466 (1969).
- Eissa, S.H. and Schugerl, K.: *Chem. Eng. Sci.*, **30**, 1251 (1975).
- Otake, T., Tone, S. and Shinohara, K.: *J. Chem. Eng. Japan*, **14**, 338 (1981).
- Taitel, Y.D., Borneam, D. and Dukler, A.E.: *AIChE J.*, **26**, 345 (1980).
- Wallis, G.B.: *One Dimensional Two Phase Flow*, McGraw-Hill, N.Y. (1969).
- Nassos, G.P. and Bankoff, S.G.: *Chem. Eng. Sci.*, **22**, 661 (1967).
- Harmathy, T.Z.: *AIChE J.*, **6**, 281 (1960).
- Clark, N.N. and Flemmer, R.L.: *Chem. Eng. Sci.*, **39**, 170 (1984).
- Joshi, J.B.: *Trans. I Chem E.*, **58**, 155 (1980).
- Kim, S.D. and Kim, C.H.: *J. Chem. Eng. Japan*, **16**, 172 (1983).
- Deckwer, W.D.: *Chem. Eng. Sci.*, **35**, 1341 (1980).
- El-Temtamy, S.A., El-Sharnoubi, Y.O. and El-Halwagi: *Chem. Eng. J.*, **18**, 161 (1979).