

Eddy를 포함한 사각공동계 내에서의 물질체류

박중곤·홍헌철·천일근

경북대학교 공과대학 화학공학과
(1987년 7월 9일 접수, 1988년 1월 28일 채택)

The Residence of Materials in the Cavity Containing an Eddy

Joong Kon Park, Heon Cheol Hong and Il Kun Cheon

Department of Chemical Engineering, Kyungpook National University, Taegu 702-701, Korea
(Received 9 July 1987; accepted 28 January 1988)

요 약

Eddy가 존재하는 cavity를 내포한 계를 이용하여 평균 체류 시간을 실험을 통하여 조사하였다. 펄스 입력에 대한 자극 응답 곡선의 first moment로 부터 결정되는 system mean time과 계의 부피를 부피 유속으로 나누어 얻어지는 mean residence time의 관계를 집중적으로 조사하였다. 일종의 분리 영역인 eddy가 없는 경우 system mean time과 mean residence time은 크기가 같다. 그러나 eddy를 내포하는 cavity가 존재하는 경우 system mean time은 mean residence time 보다 크며 Reynold 수가 작을수록 cavity의 깊이가 깊을수록 그 차이는 더욱 커지는 경향을 보였다.

Abstract—The mean residence time of a material in the system containing an eddy was calculated with the experimental results. The relation between the system mean time which was obtained by the first moment of the stimulus-response curve and the mean residence time which was the ratio of the system volume to the fluid flow rate was investigated. If there was no eddy in the system, the system mean time equaled to the mean residence time. For the system containing an eddy, the system mean time was greater than the mean residence time. And the numerical value of the discrepancy between them increased with the aspect ratio, AR and inversely with the Reynolds number.

1. 서 론

인공 신장기나 실관 반응기의 module cap 내에는 eddy가 형성되며[1, 2] 또한 충전탑의 입자뒤에는 wake가 형성되므로 물질이 eddy 내에서 장기 체류할 수 있다. Eddy와 같은 분리 영역이 존재하는 계의 추적자의 거동과 체류시간의 체계적인 연구는 반응기 내의 유체 흐름을 연구함에 있어 매우 중요하다. 반응기 내의 유체 흐름 현상에 관한 정보를 얻기 위해서는 용기내의 각 유체 분자들이 얼마나 오랫동안 머무는가,

즉 각 유체 요소의 체류 시간 분포(RTD)를 알면 된다[3]. 체류 시간 이론의 결과로 널리 알려진 평균 체류 시간 \bar{t} 는 계의 부피를 부피 유속으로 나눈 것과 같다는 것을 Dankwerts(1953)[4]가 처음으로 제안하여 유입되는 물질과 출구에서의 응답을 측정하여 실험적으로 체류 시간 분포를 얻는 방법을 제시한 후 체류 시간 분포에 의한 유체 흐름 현상에 관한 연구가 많이 진행되고 있다. Saxena와 Nigam(1984)[5]은 체류 시간 분포의 개념을 도입하여 나선형 코일 튜브에서 원심력을 이용하여 흐름전환(flow inversion)에 관한 보다 효율

적인 방안을 제시하였다. 이들은 molecular diffusion을 고려한 system과 molecular diffusion을 무시할 수 있는 경우에 대하여 각각 전이 응답(transient response) 실험을 한 결과 두 경우 모두 이론적인 체류 시간 분포와 실험으로 부터 얻어진 체류 시간 분포가 매우 잘 일치함을 보였다.

Awasthi와 Vasudeva(1983)[6]는 평균 체류 시간에 대하여 두 가지 이름을 명명하였다. 펄스 입력에 대한 자극 응답 곡선의 first moment로 부터 결정되는, 즉 $\int_0^\infty t \text{Edt}$ 로 계산되는 평균 체류 시간을 system mean time이라고 명명하였다. 또한 계의 부피를 부피 유속으로 나누어 얻어지는 평균 체류 시간, 즉 (V/Q) 를 mean residence time이라고 명명하였다. 또한 two section system을 사용하여 자극 응답 실험으로 부터 얻어진 system mean time은 부피 유속에 대한 계의 부피의 비(mean residence time)와 같지 않다는 것을 실험적으로 입증하였다. 따라서 closed system에서 일반적으로 알려져 오던 mean residence time은 system mean time과 같다는 통념에 반대되는 이론을 제시하였다. 이들은 두 영역으로 구성된 계에 대한 system mean time은 test section의 구조와 흐름 형태에 의존한다는 것을 제안하였다. 반면에 Levenspiel(1962)[7]은 가설적인 혼합모델을 고려하여 dead zone과 bypassing 등으로 구성된 계에 대한 이론적인 체류 시간 분포를 얻었으며 dead zone 등으로 구성된 계의 경우에는 system mean time이 부피 유속에 대한 부피의 비 (V/Q) 보다 작음을 보였다. 또한 Awasthi와 Vasudeva(1983)[6]의 결과가 기적적이라고 까지 언급하였다(1985)[8]. 이에 대하여 Awasthi와 Vasudeva(1985)[9]는 이와같은 현상은 유체 흐름계 내에서 추적자의 확산 및 체류에 기인한다고 밝힌 바 있다.

유체 흐름계 내에서의 물질의 체류는 매우 중요하므로 일종의 dead zone으로 간주되는 eddy가 존재하는 잘 규정된 계에서의 물질 체류를 체계적으로 연구하는 것은 매우 의미있는 일이다. 본 연구에서는 계의 구조와 흐름 형태에 따른 system mean time과 mean residence time의 관계를 조사하기 위하여 eddy의 크기를 잘 규정할 수 있는 cavity를 내포하는 rectangular duct를 선정하였다. System 내로 유체가 흐르게 되면 cavity 내에는 eddy가 형성되며 세기와 회전속도 등은 유속과 cavity의 폭에 대한 cavity 깊이의 비, 즉 aspect ratio(AR) 등에 좌우될 것이므로 유속과

AR을 변수로 하였다. 또한 결과의 정성적인 분석을 위하여 computer simulation도 병행하였다.

2. 실험

추적자의 체류 시간 분포를 측정하기 위한 실험 장치의 모식도와 reactor를 각각 Fig. 1과 2에 나타내었다. 반응기는 투명한 아크릴판으로 제작하였으며 channel 부분의 유체흐름이 2차원 흐름이 되도록 channel의 폭을 10 cm, 높이를 1 cm 되도록 하였으며 cavity의 폭을 2 cm로 하였고 cavity의 깊이는 자유롭게 조절할 수 있도록 하였다. 실험 유체는 물로 하였으며 추적자로는 KCl 용액을 사용하여 전기 전도도로 출구에서의 농도를 측정하였다. 전기 전도도의 연속적인 측정을 위해 Khang와 Fitzgerald(1975)[10]의 제안에 따라 비교적 큰 농도까지 농도와 전기 전도도가 선형이며 감도가 좋은 탐침을 0.5 mm 직경의 백금선으로 만들어 사용하였다. 본 system의 회로와 탐침에서 측정된 전기 전도도 측정 장치의 출력 전압과 KCl 농도의 관계는 Fig. 3과 같이 용액의 농도 0.001 M까지 선형을 이루고 있다.

실험 순서는 먼저 반응기 내에 일정한 유속으로 KCl 용액을 흘린 다음 three way valve를 조절하여 반응

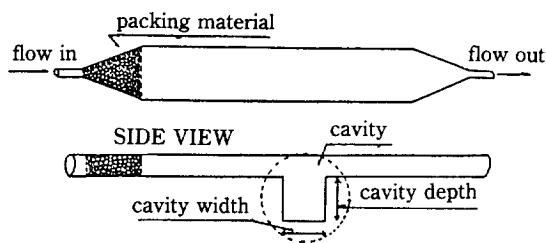


Fig. 1. Schematic diagram of the reactor.

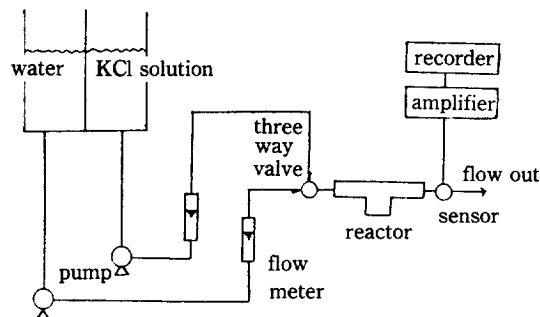


Fig. 2. Flow sheet for RTD measurement.

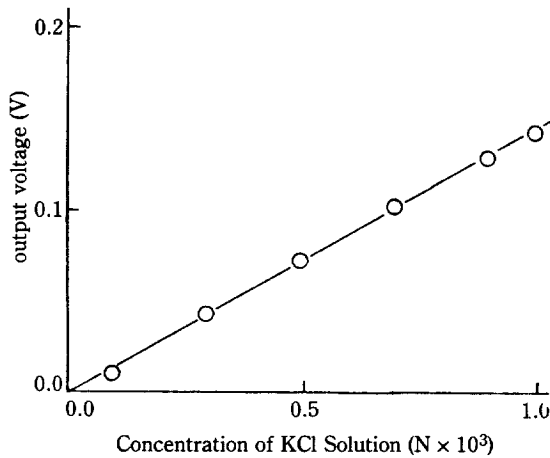


Fig. 3. Conductivity meter calibration used in determining KCl concentration.

기 내로 KCl 용액 대신에 동일한 유속으로 물을 흐르게 한다. 이 순간부터 sensor를 통한 추적자의 농도를 recorder에 기록한다. 농도를 기록한 지 약 5분에서 10분이 지나면 농도의 변화가 거의 없게 되므로 농도의 변화가 거의 없어지는 무렵 부터는 약 10분내지 20분 간격으로 농도를 측정하였다.

3. 결과 및 고찰

3-1. 농도 곡선 및 RTD 곡선

출구에서 측정된 무차원 농도 곡선은 추적자 KCl 용액이 채워진 후 물이 흐르기 시작할 때 부터의 농도 곡선이므로 (1-F)곡선에 해당한다. C curve는 $-\frac{d(1-F)}{dt}$ 로 부터 구하여 지며 E curve는 $\frac{C}{\int_0^\infty C dt}$ 로 부터 구하여 진다. Reynolds수(RE) 100, AR이 1인 경우의 농도 곡선 및 체류 시간 분포 곡선은 Fig. 4와 같다. 농도를 기록한 지 약 5분내지 10분이 지나면 농도 곡선의 변화가 거의 없게 되어 recorder 용지에 연속적으로 기록하는 것은 거의 의미가 없으므로 꼬리 부근에서는 약 10-20분 간격으로 농도를 측정하였다. Fig. 5는 농도 곡선의 꼬리부근의 농도를 10내지 20분 간격으로 측정한 결과이다.

Reynolds 수 100, AR=1인 경우의 계의 mean residence time은 44초이며 반응기 출구에서는 약 400초 이후 부터는 농도 차이가 거의 생기지 않으므로 400초까지만 실험으로 측정하여 E curve의 꼬리가 없

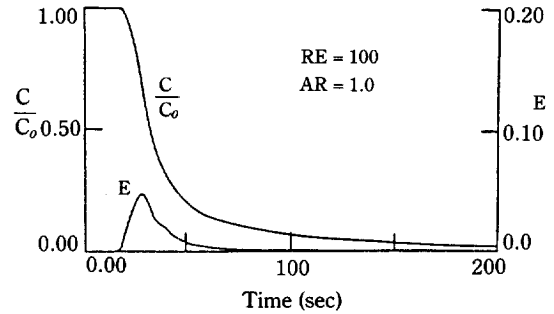


Fig. 4. Experimental normalized residence time distribution.

는 부분에 대한 system mean time의 값이 45.2초이며 농도 차이가 매우 작은 부분을 10-20분 간격으로 측정하여 미세한 변화를 읽음으로써 E curve의 꼬리 부분까지 포함하게 되면 97.37초 이다.

실험결과와 더불어 eddy를 포함하는 유체 흐름계의 물질거동을 조사하기 위하여 cavity 주변에서 computer simulation을 행하였다. 정상 상태의 vorticity와 stream function 및 비정상 상태의 농도 지배 방정식들은 다음과 같다.

$$u \frac{\partial \omega}{\partial x} + v \frac{\partial \omega}{\partial y} = \frac{1}{RE} \left(\frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2} \right) \quad (1)$$

$$\omega = \left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} \right) \quad (2)$$

$$\frac{\partial C}{\partial \theta} = -u \frac{\partial C}{\partial x} - v \frac{\partial C}{\partial y} + \frac{1}{PE} \left(\frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} \right) \quad (3)$$

위의 지배방정식을 유한차분법으로 풀고 수치모사로 이

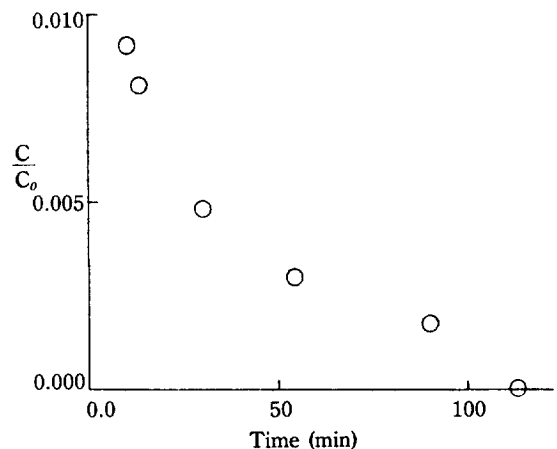


Fig. 5. Concentration profile in the tail region of the C curve.

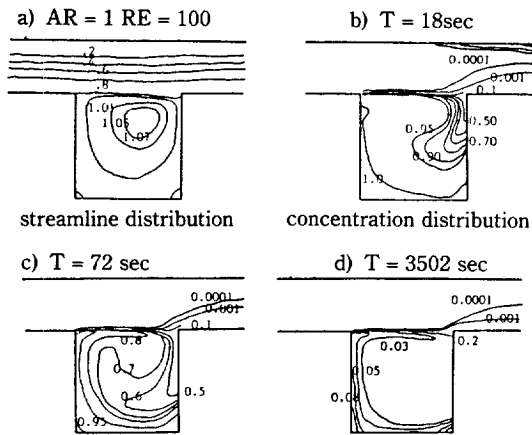


Fig. 6. Streamline and concentration distribution in the cavity system (AR = 1, RE = 100).

- a) Streamline distribution
- b) Concentration distribution at T = 18 sec.
- c) Concentration distribution at T = 72 sec.
- d) Concentration distribution at T = 3502 sec.

를 해석하기 위하여 높은 Reynolds수에서도 stable한 upwind differencing scheme을 이용하였으며 또한 유동의 변화가 심한 곳에서는 격자점의 배치를 세밀하게 하기 위하여 variable grid size method[11]를 사용하였다. Reynolds 수 100, AR=1인 경우의 cavity 내의 유동 및 cavity 주변에서의 시간에 따른 cavity 내의 농도 분포를 computer simulation 한 결과는 Fig. 6과 같다. Channel 내의 유체 흐름은 cavity의 중심으로 부터 cavity의 폭만큼 전후로 벗어난 영역에서는 거의 fully developed flow를 이루고 있다. Cavity 내에서는 중심이 우측 상단에 존재하는 eddy가 있다. Eddy의 중심부에서 channel과의 경계까지의 영역의 유속은 channel 내의 평균유속의 1/2 정도이다. 시간에 따른 channel과 cavity 내의 농도 분포를 보면 channel 내에서는 KCl 용액 대신 물이 지나가기만 하면 곧 channel 내의 KCl 농도는 0으로 떨어지고 있다. 그러나 cavity 내에서는 cavity와 channel이 접하는 부분에서 물질이동으로 농도가 묻어 진 용액이 eddy의 회전에 의하여 섞이고 있음을 알 수 있다. Channel 내로 흐르는 유체가 KCl 용액에서 물로 바뀐 후 72초 후의 cavity 내의 평균 농도는 computer simulation 결과 약 $0.7C_0$ 이다. 그러나 cavity로 부터 main channel으로의 물질 이동 속도가 매우 낮아 channel의 하류부분의 농도는 $(1.0 \times 10^{-3})C_0$ 에 불과하다. Computer simulation 결과 cavity

Table 1. Comparison between system mean time and mean residence time in the presence of tail region of C curve.

RE	(sec)	RE = 100	RE = 75	RE = 50	RE = 25
AR = 0	sys. mean time	38.54	63.47	84.81	197.34
	mean res. time	40.00	53.30	80.00	160.00
AR = 1	sys. mean time	97.37	112.19	140.00	287.77
	mean res. time	44.00	58.70	84.20	176.00
AR = 1.75	sys. mean time	183.94			
	mean res. time	47.00			
AR = 2.25	sys. mean time	202.19			
	mean res. time	49.00			
AR = 3.25	sys. mean time	132.76			
	mean res. time	53.00			

내의 농도는 약 3500초의 시간이 경과한 후 거의 0에 도달하고 있다. 따라서 농도 곡선의 꼬리 부분의 농도 측정은 10-20분 간격으로 측정하는 것이 미세한 변화를 탐지할 수 있는 한 방법이다.

3-2. System mean time과 mean residence time

실험치 체류 시간 분포 곡선으로 부터 계산된 system mean time ($= \int_0^\infty t E dt$)과 mean residence time (V/Q)은 Table 1과 같다. Table 2는 농도 곡선의 변화가 거의 없을 때, 즉 5-10분이 경과한 후 농도 곡선의 꼬리 끝부분의 농도를 측정하지 않고 계산된 값들이다. 농도 곡선의 꼬리 부분을 끊을 때는 꼬리 근처에서 약 2분 동안의 농도 곡선의 변화량이 초기 농도의 약 0.1% 이하로 떨어져 수평 직선으로 나타날 때를 기준으로 하였다. System 내에 cavity가 없고 channel만이 존재하는 경우 (AR=0)에는 system mean time과 mean residence time은 거의 일치하고 있다. 꼬리 부분을 측정한 결과 (Table 1)와 꼬리 부분

Table 2. Comparison between system mean time and mean residence time in the absence of tail region of C curve.

AR	RE	(sec)	RE = 100	RE = 50	RE = 25
AR = 0	sys. mean time		39.80	82.42	166.70
	mean res. time		40.00	80.00	160.00
AR = 1	sys. mean time		45.20	75.62	
	mean res. time		44.00	84.20	
AR = 3.25	sys. mean time		44.43		
	mean res. time		53.00		

을 측정하지 못한 경우의 차이도 $RE=100$ 인 경우는 1% 미만이며 차이가 가장 큰 $RE=25$ 인 경우도 15% 이내에 불과하다. 또한 cavity가 존재하지 않는 경우, 즉 분리된 eddy 영역이 없는 경우는 Reynolds 수 100에서 25까지의 변화에 따른 system mean time과 mean residence time이 오차 3-23%의 차이로 비교적 일치하고 있다. 농도 곡선의 꼬리 영역까지 측정된 경우의 증가치와 system mean time이 mean residence time 보다 큰 값이 거의 일치하는 것은 유체 흐름을 균일하게 하기 위하여 반응기 전반부에 설치한 distributor 내의 packing material들의 후반부에 형성되는 일종의 separated region의 영향인 것으로 간주된다. 그러나 AR이 0이 아닌 경우에는 system mean time이 mean residence time 보다 1.5배에서 4배 이상 크게 나타남을 볼 수 있다. 이것은 Awasthi와 Vasudeva(1983)의 결과와 같이 system mean time이 mean residence time과 꼭 같지는 않음을 입증해 주고 있다. System mean time이 mean residence time 보다 크게 나타난 것은 정성적으로 약 5-10분이 경과하면 channel 내의 KCl은 모두 빠져나가고 cavity 내의 eddy에 의해 체류된 추적자가 매우 느린 유속으로 main flow로 빠져 나가게 되므로 출구의 농도가 매우 낮으며 비교적 장시간 동안 미세한 양의 추적자를 탐지한 농도 곡선의 꼬리 부분의 영향인 것으로 판단된다. 농도 곡선의 꼬리 부분을 측정하지

않았을 때 Reynolds 수 100, $AR=1$ 인 경우에는 system mean time이 mean residence time과 거의 같았지만 $AR=3, 25$, Reynolds 수 100인 경우와 $AR=1$, Reynolds 수 50인 경우에는 mean residence time 보다 20-10%씩 작게 나타났다. 이것은 일정한 시간이 지나게 되면 computer simulation 결과와 같이 cavity 내에서는 KCl 농도는 매우 높지만 channel과 cavity의 경계면에서의 물질 이동 속도가 매우 낮으므로 sensor에서는 추적자의 농도를 확인하기가 매우 어려워 반응기 출구에서의 농도가 0으로 간주되기 때문이다.

농도 곡선의 꼬리 부분을 측정하였을 때 Reynolds수가 100일 때 222%, Reynolds 수가 25일 때 163.5%로써 Reynolds수가 작을수록 mean residence time에 대한 system mean time의 증가비가 줄어들고 있으나 실제의 증가시간은 Reynolds 수의 감소에 따라 늘어나고 있다. 그 이유는 Reynolds 수가 감소할수록 eddy의 회전속도가 느려지고 따라서 channel과 cavity의 경계에서의 물질 이동 속도가 느려지기 때문에 증가 시간은 늘어나는 것으로 사료된다. Cavity의 깊이에 따른 영향을 살펴보면 AR이 커짐에 따라 system mean time과 mean residence time의 비가 커지게 됨을 알 수 있으며 실제의 증가시간도 커지고 있다. 이는 cavity가 깊을수록 Fig. 7과 같이 eddy가 여러개 생기며 각 eddy간의 회전속도비는 10^{-3} 으로 깊

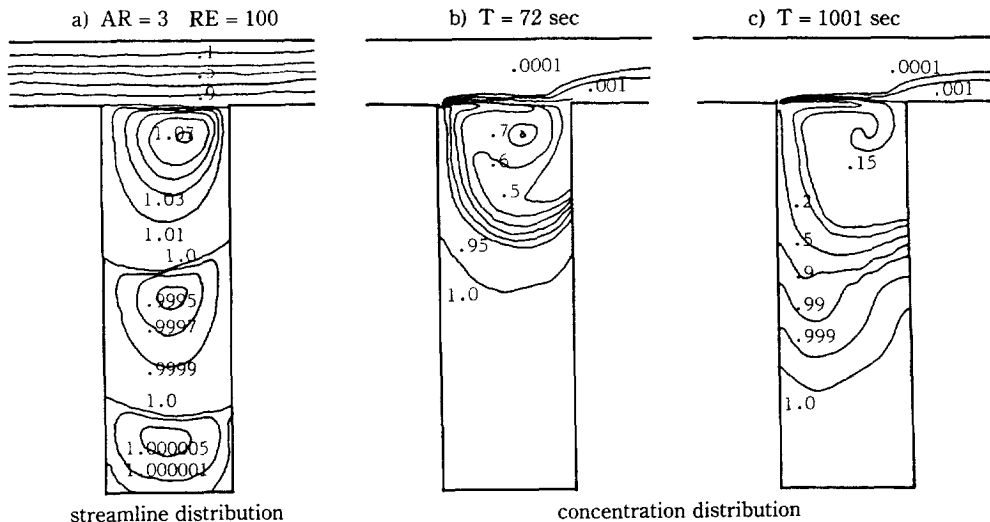


Fig. 7. Streamline and concentration distribution in the cavity system($AR = 3$, $RE = 100$).

- a) Streamline distribution
- b) Concentration distribution at $T = 72$ sec.
- c) Concentration distribution at $T = 1001$ sec.

은쪽의 eddy는 그만큼 회전속도가 낮으므로 깊은쪽에 존재하는 eddy에서의 물질 전달 속도가 상대적으로 작기 때문이다. 그러나 실험결과에서 AR이 3, 25로 커지면 system mean time의 mean residence time에 대한 비가 259%로 AR이 2, 25일 때 보다 줄어들게 된다. 이는 AR이 2, 25인 경우 cavity 내에 eddy가 둘이 생기며 AR이 3, 25인 경우 eddy가 3개 형성되며 Fig. 7에서 보는 바와 같이 제일 깊은 곳에 있는 eddy의 회전속도가 지극히 미미하므로 cavity 내의 제일 안쪽 eddy 내의 물질이 거의 빠져나오지 못하므로 제일 안쪽 eddy로 부터의 물질전달에 의한 출구 유체의 농도 변화를 sensor로 측정이 불가능하기 때문인 것으로 사료된다. 따라서 초기의 높은 농도도 측정 가능하고 아주 미세한 농도도 측정 가능한 sensor를 개발한다면 AR이 매우 큰 경우 그 바는 더욱 커질 것으로 사료된다.

4. 결 론

본 연구에서 얻어진 결론은 다음과 같다.

1. Eddy가 존재하는 cavity system에서 체류 시간 분포 실험결과 system mean time이 mean residence time 보다 1.5배에서 4배 이상 크게 나타났다. 이는 cavity 내의 eddy가 일종의 separated region이며 eddy 내의 물질이 매우 느린 속도로 cavity와 channel의 경계면을 빠져나가기 때문이다.

2. Reynolds 수의 감소에 따라 cavity 내의 eddy의 회전속도가 감소하여 cavity로 부터 channel로의 물질 전달 속도가 감소하므로 Reynolds 수의 감소에 따라 system mean time의 증가시간이 커진다.

3. AR이 증가함에 따라 cavity 내에 eddy가 여러 개 생기며 각 eddy간의 회전 속도비는 10^{-3} 으로 깊은 쪽의 eddy의 회전 속도가 느려서 물질 이동 속도가 느리므로 AR의 증가에 따라 mean residence time에 대한 system mean time의 증가치가 커진다.

감 사

본 연구가 한국과학재단의 신진연구비의 일부로 이루어진 데 대하여 감사드립니다.

NOMENCLATURE

AR : Aspect ratio of the cavity(H/D)

C : Concentration
 C_o : Initial concentration of the tracer
 D : Width of the cavity
 De : Diffusivity
 E : Distribution function for residence time t
 H : Depth of the cavity
 h : Height of the channel
 PE : Peclet number ($U_o h / De$)
 Q : Volumetric flow rate
 RE : Reynolds number ($h U_o / \nu$)
 T : Time
 T_o : Characteristic time (h / U_o)
 \bar{t} : Mean residence time
 U_o : Average velocity in the channel
 u : x-directional dimensionless velocity (u' / U_o)
 V : System volume
 v : y-directional dimensionless velocity (v' / U_o)
 x : Dimensionless x coordinate (x' / h)
 y : Dimensionless y coordinate (y' / h)

Greek Letters

θ : Dimensionless time (T / T_o)
 ν : Kinematic viscosity
 ψ : Stream function
 ω : Vorticity

Superscript

' : Dimensional quantity of given variable

REFERENCES

1. Park, J.K.: Ph. D. Diss., KAIST (1985).
2. Park, J.K. and Chang, H.N.: *AIChE J.*, **32**, 1937 (1986).
3. Levenspiel, O.: "Chemical Reaction Engineering", 2nd ed., John Wiley & Sons, New York (1972).
4. Dankwerts, P.V.: *Chem. Eng. Sci.*, **2**, 1 (1953).
5. Saxena, A.K. and Nigam, K.D.: *AIChE J.*, **30**, 363 (1984).
6. Awasthi, R.C. and Vasudeva, K.: *Chem. Eng. Sci.*, **38**, 313 (1983).
7. Levenspiel, O.: *Chem. Eng. Sci.*, **40**, 135 (1962).
8. Levenspiel, O.: *Chem. Eng. Sci.*, **40**, 1614 (1985).
9. Vasudeva, K.: *Chem. Eng. Sci.*, **40**, 1615 (1985).
10. Khang, S.J. and Fitzgerald, T.J.: *Ind. Chem. Fund.*, **14**, 208 (1975).
11. Gosman, A.D., Pun, W.M., Runchal, D.B. and Wolfshtein, M.: Academic Press, London (1973).