

일정 열속으로 하부면이 가열되는 수평 유체층에서 열적 불안정성 해석

이종대·최창균·신치범

서울대학교 공과대학 화학공학과
(1988년 4월 1일 접수, 1988년 6월 2일 채택)

The Analysis of Thermal Instability in a Horizontal Fluid Layer Heated from Below under Constant Heat Flux

Jong Dae Lee, Chang Kyun Choi and Chee Burm Shin

Department of Chemical Engineering, College of Engineering, Seoul National University,
Seoul 151-742, Korea

(Received 1 April 1988; accepted 2 June 1988)

요 약

초기에 정지되어 있는 수평 유체층의 하부면을 일정한 열속으로 가열할 때 자연대류의 유발시점을, 전파 이론을 근거로, 해석하였다. Deep-pool계에 대하여 기본온도분포를 적분방법에 의하여 모사하고 새로운 안정성 방정식을 유도하였다. Prandtl수가 매우 큰 경우, 임계조건들을 구하여 아래와 같은 상관식을 얻었다.

$$\tau_c = 4.57 Ra^{-\frac{1}{2}}$$

이는 기존실험치들과 $Ra > 10^4$ 인 범위에서 잘 일치함을 보여 주었다. 또한 발생하는 자연대류는 $4\tau_c$ 에 감지될 정도로 증폭되는 것으로 나타났다.

Abstract—When an initially quiescent, horizontal fluid layer is heated uniformly from below, the critical time of the onset of natural convection is analysed by employing the propagation theory. For deep-pool systems the basic temperature profile is approximated by using the integral method and a new stability equation is generated. The critical conditions are found to have following relation:

$$\tau_c = 4.57 Ra^{-\frac{1}{2}} \quad \text{for } Pr \rightarrow \infty$$

This relation agrees well with experimental data in the range of $Ra > 10^4$. Also, it is seen that the initiated convection is amplified to observable magnitude at the time $4\tau_c$.

1. 서 론

초기에 정지상태로 있는 유체층을 밑면을 가열하면, 밀도변화가 생기고 부력이 형성하게 된다. 부력의 크기

가 커지면, 자연대류가 유발되고 열전달은 전도에 부가하여 대류의 영향을 받게 된다. 이와같은 부력으로 인한 자연대류에 관한 연구는, 열전달 또한 물질전달이 수반되는 각종 공정의 설계, 대기의 유동, 지구내부의

대류 등을 이해하는데 많은 도움을 준다.

서서히 가열되어 기본온도분포가 전도에 의하여 선형 상태를 보여주는 경우는 이미 이론적 또한 실험적으로 자연대류의 유발조건이 잘 밝혀져 있다. 그러나 대부분의 실제문제는 급격한 가열조건하에 있으므로, 기본온도분포가 비선형상태에서 자연대류가 감지된다. 이러한 deep-pool제에 대한 연구는, 1957년 Morton[1]에 의하여 이론적으로 최초로 시도되었다. 그는 시간을 매개변수로 하는 동결시간 모델을 제시하였으나, 이는 기본온도분포가 선형에 가까울 경우에만 실험치에 근접함이 밝혀졌다. 따라서 Foster[2]는 가열순간부터 선형방정식들의 초기조건을 설정하고 이의 증폭을 조사하는 증폭이론을 제시하였고 Jhaveri와 Homsy[3]는 추계모델하에 Nusselt수가 1.01일 때 자연대류가 감지된다고 제시하였다. 그러나 이러한 모델들은 가열순간의 초기조건과 감지시간의 정의를 필요로 하므로 임의성이 내포되는 단점이 있다.

Choi, Kim과 Hwang[4]은, 온도 교란량들이 열경계층내에 국한된다는 bottling 효과를 고려한 동결시간 모델을 근거로, 균일하게 일정 열속으로 가열되는 유체층에서 자연대류가 유발되는 임계조건을 이론적으로 조사하였다. 그들의 이론적인 결과는 Nielsen과 Sabersky[5]의 실험결과에 근접하였다. 그러나 Prandtl수의 영향이 고려될 때는 이론적인 접근이 매우 어렵다는 단점이 있다. 따라서 본 연구에서는 Choi 등[6-8]에 의하여 최근 제외되고 있는 전파이론을 근거로 일정열속으로 가열되는 유체층의 열적 불안정성을 선형안정성 이론에 입각하여 재조명하고자 한다.

2. 이론적 해석

2-1. 기본계

최초에 온도 T_1 으로 유지되고 있으며 열전도도 k 가 일정한 뉴턴 유체가, Fig. 1에 보이는 바와 같이, 두개의 무한한 두 수평 평판사이에 위치하고 있을 때 하부면이 시간 $t=0$ 인 순간부터 일정한 열속 q_w 로 가열된다. 두 고정경계면 사이에 간격은 d 이고, 전도에 의한 기본온도분포는 그림에 보이는 바와 같이 시간이 경과함에 따라 비선형을 보이다가 상부면의 온도가 일정한 정상상태에 도달하면 선형이 될 것이다. 온도가 선형일 경우, 아래와 같이 정의된 Rayleigh수가 1296일 경우, 자연대류가 발생할 것이라는 것은 잘 알려져 있다 [9].

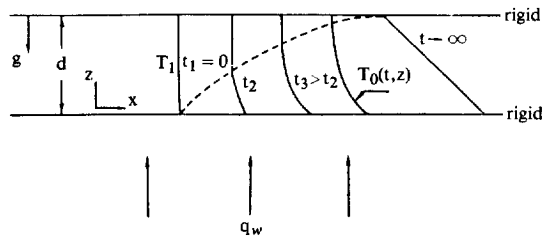


Fig. 1. Schematic diagram of system.

$$Ra = \frac{g\beta q_w d^4}{\alpha k \nu} \quad (1)$$

여기에서 g 는 중력가속도, β 는 열 팽창계수, α 는 열 확산계수, ν 는 동점도이다. 이와같이 정의된 Rayleigh수는 경우에 따라 무차원 열속이라고 호칭되기도 한다.

$Ra > 1296$ 인 경우, 자연대류는 전도에 의한 기본온도분포가 선형이 되기 전에 발생할 것이다. Rayleigh수가 증가함에 따라 자연대류는 더욱 조기에 발생하게 될 것이다. 따라서 자연대류의 발생시점은, 학문적인 면에서는 물론 실제문제의 해결에 주요한 관점이 됨을 짐작할 수 있다. 본 연구에서 주어지는 Rayleigh수에 따라 자연대류가 발생시점을 결정론적 방법에 의하여 예측하고자 한다.

2-2. 기본온도분포 및 교란식

열전달이 전도에 의하여 이루어질 때 기본온도분포 θ_0 는 다음의 전도방정식으로 주어진다.

$$\frac{\partial \theta_0}{\partial \tau} = \frac{\partial^2 \theta_0}{\partial z^2} \quad (2)$$

이는 $q_w d / k$, d^2 / α , d 를, 각각 온도, 시간, 거리의 단위로 하여, 무차원화시킨 식으로, 관련된 초기조건과 경계조건은 다음과 같다.

$$\theta_0 = 0 \quad \text{at} \quad \tau = 0 \quad (3)$$

$$\theta_0 = 0 \quad \text{at} \quad z = 1 \quad (4)$$

$$\frac{\partial \theta_0}{\partial z} = -1 \quad \text{at} \quad z = 0 \quad (5)$$

위의 엄밀해는 잘 알려져 있다[4]. 그러나 다음과 같은, 적분방법에 근거한 근사해가 안정성 해석에는 편리하다.

$$\theta_0 = \delta \left[\frac{3}{8} - \zeta + \frac{3}{4} \zeta^2 - \frac{1}{8} \zeta^4 \right] (1 - H_{\zeta-1}) \quad (6)$$

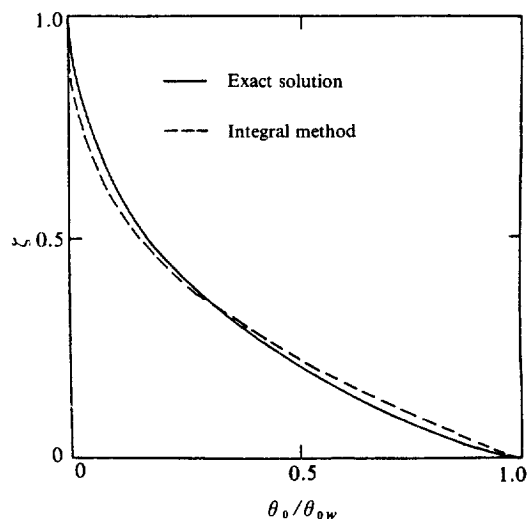


Fig. 2. Base temperature profiles for $\tau \leq 0.01$

여기에서 $\delta = \sqrt{10\tau}$, $\zeta = z/\delta$ 로 주어진다. δ 는 d 를 길이단위로 무차원화된 열침투 깊이이고 $H_{\zeta-1}$ 는 $0 \leq \zeta \leq 1$ 일 때 0, $1 \leq \zeta$ 일 때 1의 값을 갖는 계단함수이다. 위의 근사해는, Fig. 2에 보이는 바와 같이 $\tau \leq 0.01$ 일 때 벽면 온도 θ_{ow} 로 온도를 규격화시키면 엄밀해를 일관성 있게 잘 대변하고 있다. 물론 엄밀해를 사용할 수도 있으나 이는 수학적 어려움을 증대하게 된다. 이러한 근사해가 사용되었을 경우, 거의 정확한 임계조건들을 구할 수 있음은 Yoo 등[10]에 의하여 입증된 바 있다.

자연대류 발생시점에서 속도, 온도, 압력 등의 교란량들은 매우 미소하다. 따라서 선형안정성 이론하에서 Boussinesq 가정을 도입하고 교란속도의 단위를 α/d , 교란온도의 단위를 $\alpha\nu/g\beta$ 로 속도와 온도와 관련된 교란량들을 무차원화하면, 수직속도성분 w_1 , 온도 θ_1 의 상관식들을 다음과 같이 얻게 된다[4].

$$\frac{1}{Pr} \frac{\partial}{\partial \tau} \nabla^2 w_1 = \nabla^2 \nabla^2 w_1 + \nabla_1^2 \theta_1 \quad (7)$$

$$\frac{\partial \theta_1}{\partial \tau} + Ra w_1 \frac{\partial \theta_0}{\partial z} = \nabla^2 \theta_1 \quad (8)$$

여기에서 Pr 은 Prandtl수를 나타내며 $\nabla_1^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$ 이다. 자연대류가 일어나는 순간에, 교란량들이 X-Y 평면상의 2차원적 주기형태로 규칙적인 cell의 형상을 보인다는 가정하에, 수평면상의 파수 'a'를 도입한다. 수직방향 속도성분의 진폭함수 w_1^* 를 $w^*(= \delta^2$

w_1^*)로 대체하면, Yoo와 Choi[7]에서 상술된 절차에 의거, 다음과 같은 새로운 안정성 판별식들이 식 (7)과 (8)로부터 얻어진다.

$$(D^2 - a^{*2}) \{ (D^2 - a^{*2}) + \frac{A^2}{2Pr} (\zeta D - 2) \} w^* = a^{*2} \theta^* \quad (9)$$

$$(D^2 + \frac{A^2}{2} \zeta D - a^{*2}) \theta^* = -Ra^*(1 - 1.5\zeta + 0.5\zeta^3) (1 - H_{\zeta-1}) w^* \quad (10)$$

위의 식들에서 $Ra^* = Ra\delta^4$, $a^* = a\delta$, $A = 10^{\frac{1}{2}}$ 이다. 이는 경계층 문제에서 상사변환을 사용하여 편미방을 상미방으로 변환시키는 방법과 유사하다. Ra^* 와 a^* 가 상수로 주어진다면, 위의 식들은 합당하다고 말할 수 있다. 실험적인 증거들은, 실제 deep-pool계에서, 이러한 가정이 합리적임을 보이고 있다[3, 4, 7, 8]. 이상의 절차가 전파이론의 핵심이 된다.

이제 문제는 주어진 Prandtl수에 대하여 아래와 같은 경계조건들을 만족하는 고유치값 Ra^* 와 a^* 를 구하는 것이 문제가 된다.

$$w^* = Dw^* = D\theta^* = 0 \quad \text{at} \quad \zeta = 0 \quad (11)$$

$$w^* = \theta^* = Dw^* = 0 \quad \text{for} \quad \zeta \rightarrow \infty \quad (12)$$

위의 경계조건들은, deep-pool계에서 no-slip 조건과 일정한 열속조건이 하부경계면에 적용되고 상부경계면에는 no-slip 조건과 일정한 온도가 유지된다는 것을 뜻한다.

2-3. $Pr \rightarrow \infty$ 인 경우의 안정성 해석

앞에서 유도된 식 (9)와 (10)은 여전히 수리적인 어려움을 내포하므로 본 연구에서는 Prandtl수가 매우 큰 경우에 국한하여 그 해를 구하여 보겠다.

(9)식과 (10)식으로부터 θ^* 를 소거하고 Prandtl수가 매우 큰 경우에 대하여 식을 정리하면 다음과 같다.

$$\left[(D^2 + \frac{A^2}{2} \zeta D - a^{*2}) (D^2 - a^{*2})^2 + a^{*2} Ra^* (1 - \frac{3}{2} \zeta + \frac{1}{2} \zeta^3) \right] w_a^* = 0 \quad \text{for} \quad 0 \leq \zeta \leq 1 \quad (13)$$

$$(D^2 + \frac{A^2}{2} \zeta D - a^{*2}) (D^2 - a^{*2})^2 w_b^* = 0 \quad \text{for} \quad \zeta \geq 1 \quad (14)$$

여기서 하첨자 a는 $\zeta \leq 1$ 인 범위에서 변수, b는 $\zeta \geq 1$ 인 범위에서 변수를 나타낸다.

w_a^* 는 다음과 같은 급격히 수렴하는 멱급수 형태를 이용하여 구할 수 있다.

$$w_a^* = \sum_{i=0}^5 H_i f^i(\zeta) \quad (15)$$

$$f^i(\zeta) = \sum_{n=0}^{\infty} b_n^{(i)} \zeta^n \quad (16)$$

여기에서 $b_n^{(i)}$ 는 다음과 같은 관계를 만족시킨다.

$$b_n^{(i)} = 0, \quad \text{for } n < 0 \quad (17)$$

$$b_n^{(i)} = \delta_{ni}, \quad \text{for } n = 0, 1, 2, 3, 4, 5 \quad (18)$$

$$\begin{aligned} b_n^{(i)} = & \frac{1}{n!} \{ 3a^{*2} - (n-6) \frac{A^2}{2} \} (n-2)! b_{n-2}^{(i)} \\ & + \{ (n-6) A^2 a^{*2} - 3a^{*4} \} (n-4)! b_{n-4}^{(i)} + \{ a^{*6} \\ & - Ra^* a^{*2} - \frac{A^2}{2} a^{*4} \} (n-6)! b_{n-6}^{(i)} \\ & + Ra^* a^{*2} \left(\frac{3}{2} b_{n-7}^{(i)} - \frac{1}{2} b_{n-9}^{(i)} \right) (n-6)! \}, \\ & \text{for } n \geq 6 \end{aligned} \quad (19)$$

이 때 상수 H_i 는 경계조건 (11)과 (12)식을 만족하도록 결정되어 진다. 경계조건은 (11)로부터 $\zeta=0$ 에서 다음의 관계식을 얻는다.

$$H_0 = H_1 = H_5 - \frac{a^{*2}}{10} H_3 = 0 \quad (20)$$

열 경계층밖의 해는 다음과 같이 두 단계로 나누어 생각하는 것이 편리하다.

$$(D^2 + \frac{A^2}{2} \zeta D - a^{*2}) Y = 0 \quad (21)$$

$$(D^2 - a^{*2})^2 w_b^* = Y \quad (22)$$

WKB법을 사용하여 $\zeta \rightarrow \infty$ 일 때 $Y=0$ 라는 조건을 만족시키는 (21)식의 해를 구하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} Y = & \frac{H_6}{(\frac{A^4}{16} \zeta^2 + \frac{A^2}{4} + a^{*2})^{\frac{1}{4}}} \exp \left[-\frac{A^2}{4} \int_1^{\zeta} \zeta (1 \right. \\ & \left. + \frac{4}{A^2 \zeta^2} + \frac{16}{A^4} \frac{a^{*2}}{\zeta^2})^{\frac{1}{2}} d\zeta \right] \exp \left(-\frac{A^2}{8} \zeta^2 \right) \end{aligned} \quad (23)$$

그러나 WKB법으로 구한 Y 의 형태가 매우 복잡하므로 미분 방정식 (22)의 특이해를 쉽게 구하기 위하여 $t=\zeta-1$ 이라 놓고 (21)식을 t 에 관한 미분 방정식으로 변형한 후 $\zeta=1$ 에서의 Y 와 Y' 값을 초기치로 하여 (21)식의 해를 멱급수의 형태로 구한다. 그러면 "inverse operator"법에 의해 (22)식의 해는 다음과 같이 구해진다.

$$\begin{aligned} w_b^* = & H_7 e^{-a^{*2} t} + H_8 t e^{-a^{*2} t} + \frac{1}{4a^{*2}} \{ e^{a^{*2} t} g(t) \\ & + e^{-a^{*2} t} h(t) \} \end{aligned} \quad (24)$$

여기서

$$g(t) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{g_n}{(n+1)(n+2)} t^{n+2} - \frac{1}{a^*} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{g_n}{n+1} t^{n+1}$$

$$\begin{aligned} g_n = & \frac{1}{(n+3)(n+4)} \{ (\frac{A^2}{2} + 2a^*) (n+3) g_{n+3} \\ & + \frac{A^2}{2} (n+2+a^*) g_{n+2} + \frac{A^2}{2} a^* g_{n+1} \} \end{aligned}$$

$$g_0 = Y|_{t=1}, \quad g_1 = Y'|_{t=1} - a^* Y|_{t=1}$$

$$h(t) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{h_n}{(n+1)(n+2)} t^{n+2} + \frac{1}{a^*} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{h_n}{n+1} t^{n+1}$$

$$\begin{aligned} h_n = & \frac{1}{(n+3)(n+4)} \{ (2a^* - \frac{A^2}{2}) (n+3) b_{n+3} \\ & + \frac{A^2}{2} (a^* - n - 2) b_{n+2} + \frac{A^2}{2} a^* b_{n+1} \} \end{aligned}$$

$$h_0 = Y|_{t=1}, \quad h_1 = Y'|_{t=1} + a^* Y|_{t=1}$$

이 된다.

이렇게 하여 얻은 열 경계층 안의 해와 밖의 해를 $\zeta=1$ 에서의 경계조건을 적용하면 $H_1, H_2, H_3, H_4, H_5, H_6$ 6개의 미지수를 갖는 산술 연립방정식이 얻어진다. 이 식들이 "non-trivial"해가 존재하기 위해서는 이들 미지수의 계수에 관한 행렬식의 값이 0이 되어야 한다. 이 때 주어진 a^* 에 대하여 주어진 관계를 만족하는 Ra^* 의 값을 구할 수 있다. 이렇게 얻어진 Ra^* 와 a^* 의 값중에서 최소의 Ra^* 와 a^* 가 각각의 임계값이 된다.

3. 결과 및 검토

본 연구에서 Prandtl수가 매우 큰 극한경우에 대하여, 앞의 상술된 전파이론을 근거로, 결정론적 방법에 의거 자연대류가 유발되는 무차원 임계시간 τ_c 과 무차원 파수 a_c 를 구하면 다음과 같다.

$$\tau_c = 4.57 Ra^{-\frac{1}{2}} \quad (25)$$

$$a_c = 0.267 Ra^{\frac{1}{4}} \quad (26)$$

즉, 주어진 Rayleigh수에 대하여 자연대류는, 식 (25)에 의하여 계산되는 시간에서 식 (26)으로부터의 파수로 규칙적인 cell 형태를 보이면서 발생될 것이다.

동일한 계에 대하여, Nielsen과 Sabersky[5]는 $45 < Pr < 4,770$ 인 실리콘 오일을 가지고 실험을 하였다. 자연대류가 Shadowgraph에 의하여 점(dot)형태로 감지되는 시간 τ_o 가, Fig. 3에 보이는 바와 같이, 아래의 식으로 주어진다고 보고하였다.

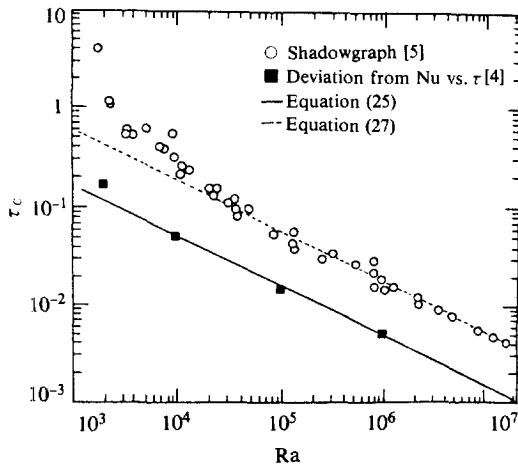


Fig. 3. Time of onset of convection vs. critical Rayleigh number.

$$\tau_c = 19 Ra^{-\frac{1}{2}} \quad \text{for } Ra > 10^4 \quad (27)$$

이를 식 (25)와 비교하면 $\tau_c = 4\tau_c$ 의 관계를 보이고 있음을 알 수 있다. 이와같은 관계는 정온 가열계에서도 대동소이하[8]. 이는 일단 유발된 자연대류가 감지될 때까지는 증폭되어야 한다는 것을 의미한다고 말할 수 있다.

본 계에 대하여, Jhaveri와 Homsy[3]의 무작위 요동을 활용하는 추계모델에 근거하여, Kim과 Kim[11]은 시간에 따른 Nusselt수가 증가하기 시작하는 시간을 구하여 식 (27)과 대동소이한 결과를 얻었다. 이는 $t=0$ 에서의 초기조건을 필요로 하며, 이는 임의성을 어느정도 내포하게 된다. 예를 들어, 무작위 forcing 강도가 증가함에 따라 t_0 는 감소하게 된다. 그들은 일정한 강도를 가지고 수치해석을 하였으므로 식 (27)에 근접할 수 있었다. 물론 가장 빨리 Nusselt수의 증가를 가져오는 파수를 선택하였으므로 이러한 견해에서는 전파이론이 내포하는 의미와 부합된다. 그러나 Kim과 Kim은 Nielsen과 Sabersky[5]의 실험결과를 왜곡한 실수를 범하였다. 즉, 실제 실험에서는 Nusselt수가 시간이 경과함에 따라 증가하고 있지 않으며, 다만 식 (2)에 의한 Nusselt수보다 일정한 시간부터 커지기 시작하고 있을 뿐이다. 이에 대하여는 Choi, Kim, Hwang[4]에 의하여 이미 밝힌 바 있다. 라서 전도에 의한 Nusselt수보다 증가하기 시작하는 시간을, 임계시간 τ_c 로 잡으면, Fig. 3에 보이는 바와 같이, 오히려 식 (25)에 근접하게 된다. 그림에서 ■으로 나타낸 것이 전도식으로부터 벗어나는 시간을 나타내고 있다. 이러한 상황을 검토하여 보면, 전파이론에 입각한 본

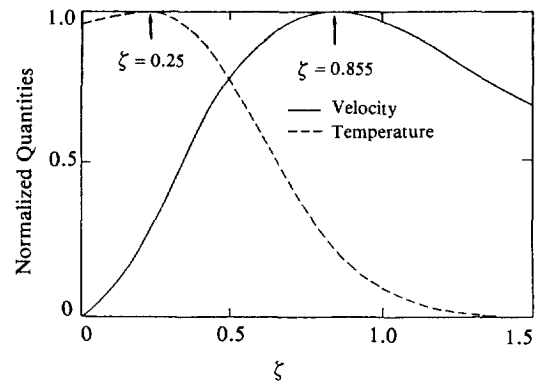


Fig. 4. Distributions of amplitude functions for infinite Prandtl number.

연구결과가 보다 타당성이 있음을 짐작할 수 있을 것이다.

본 연구에 의한 진폭함수를 임계점에서 도시하여 보면 Fig. 4와 같다. 교란량들은 온도, 속도, 각각 최대 절대값으로 규격화한 것이다. 속도교란량은 $\zeta=0.25$ 에서, 온도교란량은 $\zeta=0.855$ 에서 최대값을 보인 후 감소하기 시작한다. 속도교란은 완만하게 감소하나 온도교란은 급격하게 감소하여 $\zeta=1$, 즉 열침투깊이 근처에서는 거의 무시할 정도가 됨을 알 수 있다. 이는 Prandtl수가 현재 매우 크기 때문에 이를 반영한 것으로 생각된다. 따라서 Choi, Kim, Hwang[4]에 의한 수정된 동결온도 모델을 사용하였을 때, 본 연구결과에 근접한 결과를 보이게 된다. 이 수정된 모델을 근거로, 근사해 (6)을 사용하여 임계점을 구하면, $\tau_c = 3.69 Ra^{-\frac{1}{2}}$ 이 된다. 이는 Choi, Kim, Hwang[4]의 결과인 $\tau_c = 3.76 Ra^{-\frac{1}{2}}$ 와 거의 같은 결과이다. 따라서 근사해 (6)에 의한 임계조건들이 합리적임을 짐작할 수 있다. 또한 기본온도의 변화가 크지 않을 경우, 근사해들을 사용하여도 무방함을 알 수 있다. 이러한 동결온도 모델들의 결과와 전파이론에 의한 결과인 식 (25)를 비교하여 볼 때 상호 큰 차이가 없음을 알 수 있다. 이는 앞에 언급한 바와 같이 온도교란량들이 열침투깊이 이내에 주로 존재하기 때문인 것으로 판단된다. 또한 $\partial[\cdot]/\partial t$ 으로 나타나는 교란량들의 시간변화량들이 계를 안정한 방향으로 유도함을 알 수 있다. 전파이론은 식 (9)와 (10)에 보인 바와 같이 Prandtl수의 영향을 명백하게 보여주고 있다. 따라서 앞으로 Prandtl수의 영향을 조사할 계기를 본 연구가 마련하여 주었다고 말할 수 있다. 현재 관련된 연구가 본 연구실에서 진행 중에 있다.

4. 결 론

두 수평 고정 경계면들 사이에 위치한, 초기에 정지 상태로 있는 유체층의 밑면을 일정한 열속으로 가열할 때 시간에 따른 교란량들의 변화율을 고려한 전파이론을 적용하여, 자연대류 발생요인을 해석하였다. 새로운 안정성 판별식을 유도하고 Prandtl수가 매우 큰 경우에 대하여 수치해석을 한 결과 $Ra > 10^4$ 인 범위에서, $\tau_c = 4.57 Ra^{-1/2}$, $a_c = 0.267 Ra^{1/4}$ 인 것으로 나타났다. 이러한 이론적 결과는 기존의 실험결과와 매우 잘 일치함을 알 수 있었다. 또한 실험적으로 감지되는 시간은 $4\tau_c$ 근처인 것으로 보여지며 이는 발생된 교란량들이 증폭되어 감지될 때까지 증폭시간이 필요함을 반영하고 있는 것으로 보인다.

Prandtl수가 매우 큰 경우 온도교란량들은 대부분 열침투깊이 이내에 존재하고 있는 것으로 나타났다. 따라서 온도교란량들을 열침투깊이 내에 한정시키고 있는 재래적인 모델들이 타당성 있는 결과들을 보이고 있는 것으로 판단된다. 또한 시간에 따른 교란량들의 변화는 계를 안정시키는 역할을 하고 있음을 알 수 있었다.

감 사

본 연구를 지원해 준 주식회사 유공에 심심한 감사를 드립니다. 또한 본 연구는 부분적으로 한국과학재단의 연구지원에 의하여 이루어졌음을 밝혀 둡니다.

NOMENCLATURE

| | |
|----------------|--|
| A | : constant ($10^{1/2}$) |
| a | : dimensionless wave number |
| a* | : modified wave number ($a\delta$) |
| d | : fluid layer thickness, m |
| g | : gravitational acceleration, m/sec ² |
| H _i | : arbitrary constant |
| k | : thermal conductivity, Kcal/sec/°K/m |
| Nu | : Nusselt number, hd/k |
| Pr | : Prandtl number, ν/α |
| q _w | : wall heat flux, J/m ² -sec |
| Ra | : Rayleigh number, $g\beta q_w d^4/\alpha k \nu$ |
| Ra* | : modified Rayleigh number, $Ra \delta^4$ |
| W | : vertical velocity, m/sec |
| w | : dimensionless vertical velocity, $\alpha W/d$ |
| Z | : vertical distance, m |
| z | : dimensionless cartesian coordinate, Z/d |

Greek Letters

| | |
|---------------|--|
| α | : thermal diffusivity, m ² /sec |
| δ | : effective thermal depth |
| δ_{ij} | : Kronecker delta |
| ξ | : vertical distance, z/δ |
| η | : similarity variable, $z/\sqrt{4\tau}$ |
| θ | : dimensionless temperature |
| λ_n | : eigenvalues |
| ν | : kinematic viscosity, m ² /sec |
| τ | : dimensionless time, $t\alpha/d^2$ |

Subscripts

| | |
|---|--|
| a | : refers to the disturbance within the thermal boundary layer |
| b | : refers to the disturbance outside the thermal boundary layer |
| c | : refers to the critical state |
| 0 | : refers to the unperturbed state |
| 1 | : refers to the perturbed state |

Superscript

| | |
|---|--|
| * | : refers to t-and z-dependent perturbations for θ and w |
|---|--|

REFERENCES

1. Morton, B.R.: *J. Mech. Appl. Math.*, **10**, 433 (1957).
2. Foster, T.D.: *Phys. Fluid*, **8**, 1249 (1965).
3. Jhaveri, S.B. and Homsy, M.G.: *J. Fluid Mech.*, **114**, 251 (1982).
4. Choi, C.K., Kim, J.J. and Hwang, S.T.: *Korean J. Chem. Eng.*, **2**, 17 (1985).
5. Nielsen, R.C. and Sabersky, R.H.: *Int. J. Heat Mass Transfer*, **16**, 2407 (1973).
6. Choi, C.K., Shin, C.B. and Hwang, S.T.: Proc. 8th Int. Heat Transfer Conf., pp. 1389-1394, San Francisco (Aug. 17-22, 1986).
7. Yoo, J.S. and Choi, C.K.: *Korean J. of Chem. Eng.*, **4**(2), 128 (1987).
8. Choi, C.K., Lee, J.D., Hwang, S.T. and Yoo, J.S.: Int. Conf. Fluid Mech., pp. 1193-1198, Beijing (July 1987).
9. Sparrow, E.M., Goldstein, R.J. and Jonsson, V.K.: *J. Fluid Mech.*, **18**, 513 (1964).
10. Yoo, J.Y., Park, P., Choi, C.K. and Ro, S.T.: *Int. J. Heat Mass Transfer*, **30**, 927 (1987).
11. Kim, K.H. and Kim, M.U.: *Int. J. Heat Mass Transfer*, **29**, 193 (1986).