

다공성 막을 통한 점성유체흐름에 관한 연구

양 승 만

한국과학기술대학 화학공학과
(1988년 9월 29일 접수, 1988년 11월 28일 채택)

A Study on Viscous Flow through a Porous Membrane

Seung-Man Yang

Department of Chemical Engineering, KIT, Daejeon 302-338, Korea
(Received 29 September 1988; accepted 28 November 1988)

요 약

다공성 막을 투과하는 유체전달현상을 이론적으로 해석하였다. 평판형 막을 투과하는 기체의 경우 기공의 크기가 평균자유경로와 비슷하면 Knudsen 확산, slip 흐름 및 점성류 흐름이 동시에 일어나며 점성류 흐름은 Brinkman 운동방정식에 지배된다고 모델하였다. 계의 압력이 커짐에 따라 점성류 흐름이 전체 투과속도를 지배하며 투과율이 클 때에는 점성흐름이 Poiseuille 법칙에 따르는 것을 입증하였다. 또한 중공사 형태의 다공성 분리막을 통한 유체의 흐름에 대한 엄밀해(exact solution)로부터 계의 압력변화와 투과속도의 관계를 결정하였다.

Abstract—Analytical results are presented for flow through a porous membrane in the range of pore size which is of comparable magnitude as the mean free path of the fluid molecules. In the present work, we consider a transfer mechanism of combined Knudsen diffusion, slip flow, and viscous capillary flow through a porous flat membrane governed by Brinkman's equation. The theory shows that as the total pressure of the system increases the Knudsen diffusion and slip flow become negligibly small, and that the dominant viscous flow reduces to a Poiseuille flow in the limit of large permeability. In addition, as a model of counter-current (or cocurrent) separator module, flow behaviors through a porous hollow-fiber membrane are also analyzed to determine the relationship between the pressure variation and the permeation velocity through the porous membrane.

1. 서 론

막을 이용한 혼합물 분리의 실용화 가능성이 커짐에 따라 막의 소재 및 제법에 관한 연구가 활발히 진행중이며, 역삼투막을 이용한 해수의 담수화, 수소 및 산소를 선택적으로 분리하는 기체분리기술, 유전공학이나 정밀반도체 산업에 응용되는 한외여과(ultrafiltra-

tion), 증류를 대체하는 막분리 기술 등의 개발이 앞으로 그 유용성이 크게 기대되는 분야들이다. 막분리 공정에 대한 최근의 연구동향은 계면활성제나 고분자 전해질을 활용하여 분리 효율을 높이는 micellar enhanced ultrafiltration 연구[1-3]와 막의 표면에 형성되는 용질의 농도차 편극(concentration polarization)[4-6]을 최대한으로 억제할 수 있는 flow-pattern과 모

들의 개발 및 기존의 종류, 추출 등과 병용하여 원유의 전처리, 폐수처리, 생물공학제품 및 정밀화합물의 초순도분리에 활용할 수 있는 hybrid 분리공정[7]의 개발을 위한 기초연구에 많은 노력을 기울이고 있는 실정이다. 본 연구의 목적은 농도차 편극 현상을 억제하기 위하여 널리 쓰이고 있는 중공사(hollow fiber) 형태의 막을 투과하는 유체의 전달현상을 수력학적 방법으로 해석하여 막의 물성과 압력강하 및 투과속도의 관계를 예측하는데 있다.

다공성 매체를 투과하는 유체의 전달현상은 기공과 기공내 유체상의 분자가 갖는 평균자유경로(mean free path)의 상대적 크기에 영향을 받으며 기공의 크기가 분자의 평균자유경로보다 훨씬 클 때에는 연속유체의 흐름으로 해석할 수 있다. 그러나, 기체분리막과 같이 유체의 평균자유경로가 상대적으로 큰 경우에는 Knudsen 확산[8], slip 흐름[9] 및 점성류 흐름(viscous capillary flow)이 동시에 일어나는 것으로 알려져 있다. 다공성 매체를 통한 점성류는 기공의 구조와 분포의 복잡성으로 인하여 정확한 해를 구하기가 불가능하여 통계역학적인 개념을 이용하여 각종 전달변수를 적당히 정의된 평균치로 대체하여 해석하고 있다. Brinkman[10]과 Debye와 Bueche[11]는 구형입자의 충전층을 투과하는 Stokes 흐름을 통계역학적 방법으로 해석하여 다공성 매체를 투과하는 유체의 흐름이 Brinkman 운동방정식에 지배받는 것을 입증하였다. Brinkman 운동방정식은 계의 물성으로서 유체점도와 다공성 매체의 투과상수(permeability)를 포함하며, 다공성 입자의 연속유체상을 통한 운동해석[12-14], 거대분자의 유성학적 구조해석[15, 16] 및 고체응집체의 침강현상연구[17]에 응용되어 실험과 일치하는 결과를

얻었다.

본 연구에서는, 우선, 평판형 다공성 막을 투과하는 유체전달기구(transport mechanism)를 점성류흐름, Knudsen 확산 및 slip 흐름이 복합된 것으로 보아 해석하였으며 이중 점성류는 Brinkman 운동방정식에 지배된다고 가정하였다. 또한 중공사(hollow-fiber) 형태의 막을 통한 유체의 흐름을 수력학적으로 해석하여 막을 투과하는 유체속도, 중공사의 최대 허용 길이, 중공사 내벽과 외벽의 압력차 및 중공사 막의 물성의 상관관계를 규명하였다.

2. 평판형 다공성 매체를 통한 흐름

2-1. 압력차이에 의한 전달현상(pressure driven transport)

Fig. 1과 같은 다공성 매체의 기공을 원통형 관(cylindrical tube)으로 모델하여 관을 통한 유체의 흐름을 해석함으로써 다공성 막을 통한 유체의 투과속도를 막양단의 압력차이($\Delta P = P_{in} - P_{out}$)의 함수로 표현할 수 있다. 기공의 굴곡인자(tortuosity)를 고려하여 다공성 원통관을 지나는 유체의 운동방정식은 Brinkman 방정식[10]으로 표현될 수 있으며

$$\nabla P = \eta \nabla^2 \mathbf{u} - \frac{\eta}{\kappa} \mathbf{u} \quad (1a)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (1b)$$

여기서, 유체의 속도 \mathbf{u} 를 원통좌표계로 나타내면

$$\mathbf{u} = (0, 0, u) \quad (2)$$

와 같다. 따라서 연속방정식을 도입하여 식 (1)을 정리하면 다공성 매체내의 압력구배 ∇P 는 상수 벡터이며 다음과 같다.

$$\nabla P = - \frac{P_{in} - P_{out}}{l} \mathbf{e}_x = - \frac{\Delta P}{l} \mathbf{e}_x \quad (3)$$

식 (3)에서 l 은 막의 두께를 나타낸다. 식 (1)과 (3)으로부터 반경이 r_p 인 원통형 기공을 통과하는 유체의 평균투과 선속도는

$$\langle u \rangle = - \frac{\nabla P \kappa}{\eta} \left[1 - 2 \frac{\sqrt{x}}{r_p} \frac{I_1(\frac{r_p}{\sqrt{x}})}{I_0(\frac{r_p}{\sqrt{x}})} \right] \quad (4)$$

로 주어지며, I_n 은 Bessel 함수(modified Bessel function of order n of the first kind)이다.

식 (4)에 포함된 Bessel 함수의 점근특성(asymptotic property)을 고려하여 무차원 투과상수(dimensionless permeability: $\sigma = \kappa / r_p^2$)가 매우 큰

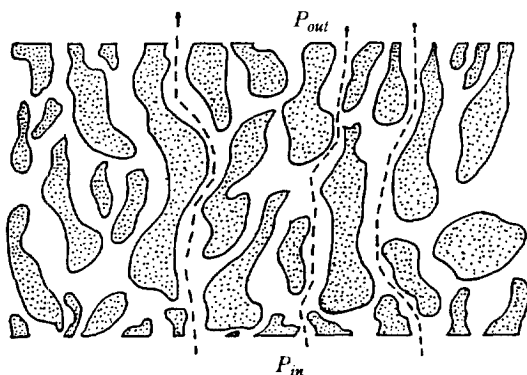


Fig. 1. Illustration of tortuous flow path through a porous membrane.

경우(즉, $\sigma \rightarrow \infty$)와 작은 경우($\sigma \rightarrow 0$)에 대하여 이상기체의 몰 투과속도(molar flux)의 점근 특성을 구하면 다음과 같다.

$$j_{PD} = - \frac{\varepsilon \bar{P}(\nabla P) x}{RT\eta} \quad \text{as } \sigma \rightarrow 0 \quad (5a)$$

$$j_{PD} = - \frac{\varepsilon \bar{P}(\nabla P) r_p^2}{8RT\eta} \quad \text{as } \sigma \rightarrow \infty \quad (5b)$$

즉, 투과상수가 매우 작은 경우에 투과속도식은 Darcy의 법칙과 같아지며 투과상수가 큰 경우에는 기체의 기공내 흐름은 Poiseuille 흐름이 됨을 알 수 있다.

2-2. Slip 흐름

다공성 매체를 통한 기체와 액체 흐름의 차이는, 액체의 경우 기공벽에서의 유속이 속도의 연속성(즉 "no-slip" 조건)을 만족하나, 기체의 경우에는 벽에서 slip 속도가 존재하는 것이다. 벽에서 기체분자의 slip 현상은 기체의 평균자유경로(mean free path)가 기공의 크기, r_p , 보다 매우 큰 경우 더욱 두드러지게 일어난다. 앞에서 언급한 바와 같이 다공성 막을 이용한 기체 분리공정에서는 일반적으로 조업 압력이 낮고 기공이 작으므로 기체의 평균자유경로가 기공의 크기보다 상대적으로 매우 크며, 이로 인한 slip 흐름 현상이 매우 중요한 인자로 작용한다. Scott과 Dullien[9]은 기체 분자의 운동론으로부터 slip 흐름으로 인한 투과속도를 계산하였다.

$$j_{sl} = - \frac{4 r_p P \nabla P}{3 \sum_{i=1}^n M_i \bar{v}_i P_i} \quad (6)$$

여기서 기체분자의 평균속도 \bar{v}_i 는

$$\bar{v}_i = \sqrt{\frac{8RT}{\pi M_i}} \quad (7)$$

로 정의된다. 식 (6)으로부터 slip 흐름에 의한 투과속도는 기체의 분자량이 작을수록 증가됨을 알 수 있으며 소위 "Kirkendall 효과"를 설명할 수 있다. 즉, 초기 압력과 온도가 같은 두 개의 용기에 분자량이 다른 기체혼합물을 채운 다음 기공성 막을 사이에 두고 분리시켜 두면 slip 흐름으로 인한 투과속도의 차이에 따라 기체혼합물이 분리 이동하므로 두 용기 사이에 압력의 차가 형성된다. 그러나 이러한 slip 흐름 효과는 계의 압력이 증가함에 따라 상대적인 중요성이 급격히 감소하는 것으로 알려져 있다.

Slip 흐름 효과의 상대적인 중요성을 관찰하기 위하여 단일성분 기체분자의 투과현상을 Knudsen 확산과

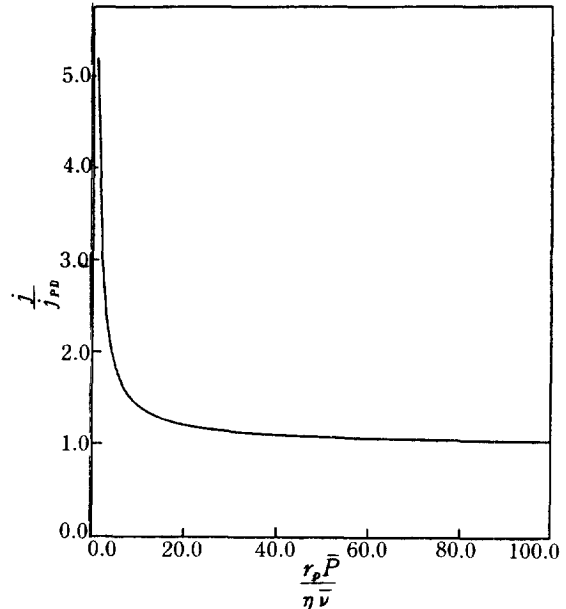


Fig. 2. Ratio of the true flow to the Poiseuille flow as a function of the average pressure.

Poiseuille 흐름 및 slip 흐름이 복합된 것으로 보아 전체 투과속도를 다음과 같이 구하였다.

$$j = - \left\{ \left(1 - P_c \left(\frac{D_p}{\lambda} \right) \right) \left(\frac{4 r_p}{3 M \bar{v}} + \frac{r_p^2 \bar{P}}{8 \eta R T} \right) + P_c \left(\frac{D_p}{\lambda} \right) \frac{16 r_p}{3 \pi M \bar{v}} \right\} \nabla P \quad (8)$$

여기서 분포함수 $P_c \left(\frac{D_p}{\lambda} \right)$ 는 벽과의 충돌 사이에 다른 분자끼리의 충돌을 하지 않는 기체분자의 상대 비(fraction)이며 기체 운동론으로부터

$$P_c \left(\frac{D_p}{\lambda} \right) = e^{(-\sinh^{-1} \left\{ \frac{D_p}{\lambda} \right\})} \quad (9)$$

로 주어진다. Fig. 2에는 300°K에서 기공의 반경이 50°A인 기공을 투과하는 수소가스의 Poiseuille 흐름에 대한 전체 투과속도의 비를 계의 압력의 함수로 도시하였으며 계의 압력이 증가함에 따라 slip 흐름과 Knudsen 확산에 의한 투과효과가 급격히 감소하고, 상대적으로 Poiseuille 흐름이 전체 투과속도를 지배함을 보여주고 있다.

3. 다공성 중공사 막을 통한 흐름

고분자 분리막을 써서 기체 혹은 액체 혼합물을 분리하는 경우에 사용하는 module은 주로 중공사 막을 사

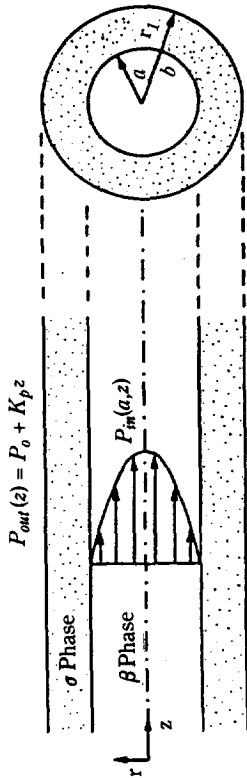


Fig. 3. Capillary tube (hollow-fiber) model of porous medium.

용하는 열 교환기 형태(shell and tube heat exchanger)의 것과 평판형 막을 감아서 만든 spiral-wound 형의 것이 주로 쓰이고 있다. 본 절에서는 Fig. 3에 도시한 바와 같은 단일 다공성 중공사 막을 통한 점성흐름(viscous flow)현상을 이론적으로 해석하여 막양단에 작용하는 압력차와 투과속도의 관계를 규명하고자 한다.

계의 대칭성을 고려하여 원통형 좌표계(r, θ, z)를 설정하였으며 중공사 막 내부의 속도는 축대칭이므로 다음과 같다.

$$\mathbf{u} = (u, 0, w) \quad (10)$$

다공성 중공사 막 내부에서 유체의 운동방정식은 정상 상태에서 Navier-Stokes 식과 연속방정식이며

$$\begin{aligned} \rho \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} &= -\nabla P + \eta \nabla^2 \mathbf{u} \\ \nabla \cdot \mathbf{u} &= 0 \end{aligned} \quad (11)$$

이는 다음의 r 방향 경계조건과

$$u=0, \frac{\partial w}{\partial r}=0 \text{ at } r=a$$

$$u=V, w=0 \text{ at } r=b \quad (12)$$

중공사 입구와 출구의 경계조건을 만족하여야 한다. 여기서 V 는 중공사의 기공벽을 투과하는 유체의 속도를 나타낸다. Taylor는 다공성 매체를 통한 유체흐름을 기공의 크기분포를 매개변수로 해석하여, 다공성 분리막과 같이 기공이 매우 미세하고 매우 균일하게 분포된 경우 다공성 매체 양단의 압력강하는 투과속도에 비례한다는 사실을 입증하였다. 따라서 다공성 분리막을 투과하는 유체속도는 일반적으로 Brinkman 운동방정식으로 결정되며 분리막의 투과계수가 클 때에는 Poiseuille 법칙을, 투과계수가 작을 때는 Darcy의 법칙을 따른다[식 (4), (5) 참조]. 중공사 막과 같은 원통형 관 기하구조에서 Brinkman 방정식을 이용하여 막 양단의 압력차($\Delta P = P_{in} - P_{out}$)와 투과속도의 관계를 구해보면 다음과 같다.

$$V = \frac{\Delta P}{\eta a \left[\frac{1}{2} \left(\frac{1}{b^2} - \frac{1}{a^2} \right) + \frac{1}{\kappa} \ln \frac{b}{a} \right]} \quad (13)$$

중공사 막 내부의 유체속도를 비회전흐름(irrotational flow)과 회전흐름(rotational flow)에 의한 것으로 분리하면,

$$\mathbf{u} = f(r) \mathbf{e}_z + \nabla \phi \quad (14)$$

로 쓸 수 있으며, 연속방정식으로부터 함수 ϕ 는 조화함수(harmonic function)임을 알 수 있다:

$$\nabla^2 \phi = 0 \quad (15)$$

식 (14)를 Navier-Stokes 운동방정식(11)에 대입하고 식 (15)의 조건을 이용하여 $f(r)$ 에 관한 미분방정식을 구한 후 경계조건(12)를 적용하면 $f(r)$ 은 다음과 같이 주어진다.

$$f(r) = \Lambda (a^2 - r^2) \quad (16)$$

여기서 상수 Λ 는 중공사 입구에서의 유체 유입속도로부터 결정된다. 즉, 다공성 중공사의 입구($z=0$)에서는 투과량이 전혀 없으므로 유체의 주입량은 r -방향의 속도분포로 계산된다. 따라서

$$\Lambda = \frac{2Q}{\pi a^2} \quad (17)$$

이며, 여기서 Q 는 유체의 부피주입속도이며 a 는 중공사의 내부반지름(즉 $a = D_i/2$)이다. 또한 조화함수 ϕ 는 원통 좌표계에서의 변수분리에 의한 고유함수(eigenfunction) 전개법을 쓰면

$$\phi(r, t) = \sum_{n=1}^{\infty} [A_n \cosh \lambda_n z + B_n \sinh \lambda_n z] J_0(\lambda_n r) \quad (18)$$

와 같은 해를 가지며, 상수 A_n, B_n 은 Λ 와 같이 중공

사 출구와 입구에서의 경계조건에 따라 결정되며, λ_n 은 고유값(eigenvalue)을 나타내며 $J_0(\lambda_n a) = 0$ 으로부터 결정된다.

지금까지 결정한 함수 $f(r)$ 과 $\phi(r, z)$ 로부터 다공성 중공사 막 내부의 유체속도를 계산할 수 있으며 중공사 막의 기공을 통한 투과속도는

$$V(z) = - \sum_{n=1}^{\infty} [A_n \cosh \lambda_n z + B_n \sinh \lambda_n z] \lambda_n J_1(\lambda_n a) \quad (19)$$

과 같다. 그러나, 투과속도 V 는 상수 A_n , B_n 을 구하지 않고 유체의 운동방정식으로부터 직접 계의 압력분포로 표시할 수 있다. 특히 다공성 중공사 막 내벽면에서의 속도는 축방향 속도성분이 "no-slip"조건으로 인하여 소멸되고 투과속도와 같으므로

$$P_{in}(a, z) + \rho \left[\frac{1}{2} V^2 - 2\Lambda a \int_0^z V dz \right] + 4\Lambda \eta z = P_{in}(a, 0) + \frac{\rho}{2} V_o^2 \quad (20)$$

과 같은 결과를 얻을 수 있다.

중공사 막 외벽면의 압력은 일반적인 점성류흐름을 가정할 경우 축방향 길이와 선형비례적인 관계가 있다.

$$P_{out}(z) = P_o + K_p z \quad (21)$$

여기서 비례상수 K_p 가 양수인 경우에는 역류(counter-current)흐름이며 K_p 가 음수인 경우에는 병류(cocurrent)흐름이다. 분리막의 내벽과 외벽면의 압력차이는 투과속도와 식 (13)과 같은 관계를 가지므로 식 (20)과 (21)로부터 다음과 같은 엄밀해(exact solution)를 얻을 수 있다.

$$P_o + 4\Lambda \left(\eta + \frac{K_p}{4\Lambda} \right) z + \rho \left[\frac{1}{2} V^2 + K_{pd} V - 2\Lambda a \int_0^z V dz \right] = P_{in}(a, 0) + \frac{\rho}{2} V_o^2 \quad (22)$$

여기서 주목할 것은 외벽면 압력의 위치에 따른 변화효과(즉 $K_p z$ 항)는 기공내 유체의 점도가 $K_p/4\Lambda$ 만큼 증가한 효과와 같고 전혀 문제의 복잡성을 더하지 않는다는 사실이다. 식 (22)에서 막을 통한 투과상수 K_{pd} 는 식 (13)으로부터 쉽게 결정되며 다공성 매체의 물리적 특성의 함수이다.

$$K_{pd} = \frac{\eta a}{\rho} \left[\frac{1}{2} \left(\frac{1}{b^2} - \frac{1}{a^2} \right) + \frac{1}{x} \ln \frac{b}{a} \right] \quad (23)$$

식 (22)를 만족하는 특수해를 구하면

$$V = \frac{2\eta_{eff}}{\rho a} \quad (24)$$

이며 여기서, 외벽의 압력변화를 고려한 유효점도계수는

$$\eta_{eff} = \eta + \frac{K_p}{4\Lambda} \quad (25)$$

과 같이 정의된다. 즉 분리막을 투과하는 유체흐름에 대한 Reynolds 수, Re_p ,가 다공성 중공사 막의 입구에서 2의 값을 가질 때에는, 즉

$$Re_p = \frac{a V_p}{\eta_{eff}} = 2 \quad (26)$$

의 경우에는, 분리막을 통한 유체의 투과속도가 축방향의 위치 z 에 관계없이 식 (24)와 같은 일정한 값을 가지며, 이 값은 기공의 특성과는 무관하다. 이와같이 투과속도가 일정한 경우에는 투과로 인한 중공사 막 내부의 유체량이 흐름의 진행방향으로 갈수록 감소되며 축방향 위치가

$$L = \frac{a^4 \Lambda \rho}{8 \eta_{eff}} \quad (27)$$

일 때 관내의 잔류 유체량이 없게 되어 투과속도가 0이 된다. 따라서, 중공사의 길이가 너무 큰 경우(즉 $L \approx \frac{a^4 \Lambda \rho}{8 \eta_{eff}}$)에는 주입된 유체가 모두 투과하게 되어 분리효율이 낮아진다. 높은 분리효율을 기대하기 위하여는 중공사의 길이를 너무 길지 않도록 하는 것이 바람직하다(즉, $L < \frac{a^4 \Lambda \rho}{8 \eta_{eff}}$). 그러나 L 이 너무 짧은 경우에는 전체 투과량이 작아 분리 처리량이 감소하므로, 적절한 값으로 최적화할 필요가 있다.

투과속도에 관한 식 (22)로부터 길이에 따른 투과속도의 변화를 구해보면 다음과 같으며

$$\frac{dV}{dz} = \frac{2\Lambda (aV - \frac{2\eta_{eff}}{\rho})}{K_{pd} + V} \quad (28)$$

투과 Reynolds수가 2일 때 투과속도는 항상 일정함을 보여주고 있다. 이로부터, 투과 Reynolds수가 2가 아닐 때 투과속도와 축방향 위치 z 와의 관계를 구할 수 있다:

$$\begin{aligned} \frac{a\rho}{\eta_{eff}} (V - V_o) + \left[2 + \frac{aK_{pd}\rho}{\eta_{eff}} \right] \ln \left[\frac{aV\rho/\eta_{eff} - 2}{aV_o\rho/\eta_{eff} - 2} \right] \\ = \frac{2\Lambda a^2 \rho z}{\eta_{eff}} \end{aligned} \quad (29)$$

여기서 V_o 는 중공사 입구에서의 투과속도이다. 따라서 중공사 입구에서의 투과 Reynolds수(Re_p)가 2보다 조금 큰 경우에는(즉 $V_o > 2\eta_{eff}/a\rho$ 이면) 투과속도는 z 방향으로 증가하며 입구의 Reynolds수가 2보다 작을

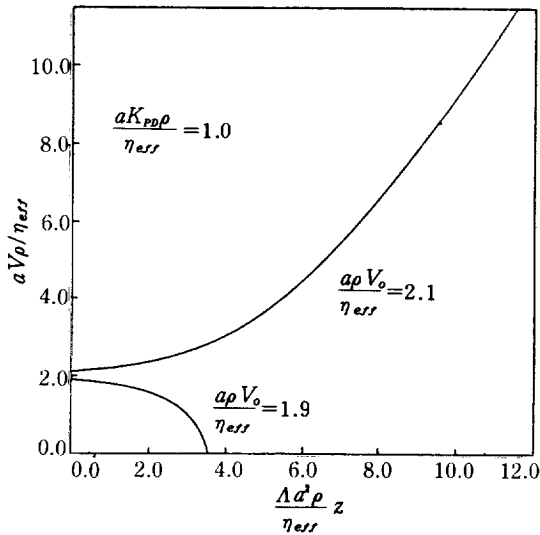


Fig. 4. Penetration velocity as a function of z ; (parameter: $\rho V_o a / \eta_{eff}$).

때는 투과속도는 감소하여

$$L_{cr} = \frac{1}{2a\Lambda} \left[\left(\frac{2\eta_{eff}}{a\rho} + K_{pd} \right) \ln \left(\frac{2\eta_{eff}}{2\eta_{eff} - aV_o\rho} \right) - V_o \right] \quad (30)$$

일 때에는 투과속도가 0이 된다. 이보다 z 값이 더 큰 구간에서는 중공사 외벽에서 내벽쪽으로 역 투과가 일어나므로 분리효율이 떨어지게 된다. Fig. 4에는 무차원 투과상수 $aK_{pd}\rho/\eta_{eff}$ 가 1인 경우 축방향 위치에 따른 투과속도의 변화를 중공사 입구에서의 투과속도를 매개변수로 도시하였다. 분리효율만을 고려해 볼 때 압력강하에 의한 투과는 분리효율을 낮추는 방향으로 작용하므로[18] 초기 투과속도가 작고, 역 투과가 일어나지 않는 조건, 즉

$$L < L_{cr} \quad (31a)$$

$$V_o < \frac{2\eta_{eff}}{a\rho} \quad (31b)$$

을 만족하는 범위에서 혼합물을 분리하는 것이 유리하다. 또한 역류흐름(counter-current)의 경우에는 혼합물의 점도가 $K_p/4\Lambda$ 만큼 증가한 효과와 같으므로 압력강하에 의한 투과속도는 병류흐름의 경우보다 작으며, 따라서 분리효율면에서 볼 때 역류흐름을 선택하는 것이 바람직하다.

4. 결 론

다공성 평판형 및 중공사형 막을 투과하는 유체의 전

달현상을 수력학적으로 해석하였다. 기체의 경우 기공의 크기가 기체분자의 평균자유경로보다 매우 작으면 ($\lambda \gg r_p$) Knudsen 확산, slip 흐름 및 점성류흐름이 동시에 일어나며 계의 압력이 커짐에 따라 점성류흐름이 전체 투과속도를 지배하는 것으로 나타났다. 다공성 막의 기공을 지나는 점성류흐름을 Brinkman 운동방정식으로 모델하였으며 투과율이 클 때에는 Poiseuille 법칙을, 작은 경우에는 Darcy의 법칙에 따르는 것을 입증하였다.

중공사 형태의 다공성 분리막을 통한 유체의 흐름에 대한 엄밀해(exact solution)로부터 계의 압력변화와 투과속도의 관계를 결정하였다. 중공사 분리막을 통한 혼합물 분리의 효율을 상승시키기 위하여는 점성류흐름(viscous capillary flow)을 억제하고 역 투과를 방지하여야 하므로

1) $Re_p < 2$

2) $L < L_{cr}$ [식(30) 참조]의 조건을 만족하여야 하며, 분리효율면에서 볼 때 역류흐름이 효과적이다.

감 사

본 연구를 지원한 한국과학재단에 감사드립니다.

NOMENCLATURE

a	: inner radius of hollow fiber
b	: outer radius of hollow fiber
D_p	: mean pore diameter ($= 2r_p$)
I_n	: modified Bessel function
j	: total flux
j_{PD}	: flux by capillary flow
K_p	: proportionality constant of pressure variation
K_{PD}	: proportionality constant of penetration velocity
l	: pore length
L	: length of hollow fiber
L_{cr}	: maximum allowable length of hollow fiber
M	: Molecular weight
ΔP	: pressure drop ($P_{in} - P_{out}$)
P_o	: pressure at $z = 0$ outside of hollow-fiber
∇P	: pressure gradient
\bar{P}	: mean pressure
$P_\lambda^{(D)}$: probability distribution of wall-molecular collision
Q	: volume flow rate at the entrance of hollow fiber
R	: gas constant
r_p	: mean pore radius

T	: temperature
u	: velocity of fluid
V	: permeation velocity
u	: radial component of velocity u
\bar{v}, \bar{v}_i	: average molecule velocities
w	: axial component of velocity u

Greek Letters

ε	: porosity
η	: viscosity
η_{eff}	: effective viscosity
κ	: permeability
λ	: mean free path

REFERENCES

1. Dune, R.O., Scaemhorn, J.F., and Christian, S.D.: *Sep. Sci. Technol.*, **20**, 257 (1985).
2. Bhat, S.N., Smith, G.A., Tucker, E.E., Christian, S.D., and Scaemhorn, J.F.: *I & EC Res.*, **26**, 1217 (1987).
3. Gibbs, L.L., Scaemhorn, J.F., and Christian, S.D.: *J. Membrane Sci.*, **30**, 67 (1987).
4. Kozinski, A.A. and Lightfoot, E.N.: *AIChE J.*, **17**, 81 (1971).
5. Kozinski, A.A. and Lightfoot, E.N.: *AIChE J.*, **18**, 1030 (1972).
6. Chatterjee, S.G. and Belfort, G.: *J. Membrane Sci.*, **28**, 191 (1986).
7. D'Elia, N.A., Dahuron, L., and Cussler, E.L.: *J. Membrane Sci.*, **29**, 309 (1986).
8. Bird, R.B., Stewart, W.E., and Lightfoot, E.N.: *Transport Phenomena*, Wiley, New York (1960).
9. Scott, D.S. and Dullien, F.A.L.: *AIChE J.*, **8**, 293 (1962).
10. Brinkman, H.C.: *Appl. Sci. Res.*, **A1**, 27 (1947).
11. Debye, P. and Bueche, A.M.: *J. Chem. Phys.*, **16**, 573 (1948).
12. Felderhof, B.U.: *Physica*, **80A**, 63 (1975).
13. Adler, P.M. and Mills, P.M.: *J. Rheol.*, **23**, 25 (1979).
14. Yang, S.-M. and Hong, W.H.: *Korean J. Ch. E.*, **5**, 23 (1988).
15. Sonntag, R.C. and Russel, W.B.: *J. Colloid Interface Sci.*, **113**, 399 (1986).
16. Sonntag, R.C. and Russel, W.B.: *J. Colloid Interface Sci.*, **115**, 378 (1987).
17. Yang, S.-M. and Leal, L.G.: *J. Fluid Mech.* submitted for publication.
18. Yang, S.-M. and Kim, W.Y.: *Hwahak Konghak*, **27**, (1989) in press.