

비선형 Bilinear 공정의 적응예측제어

여영구 · 박원희 · 송형근

한국과학기술연구원
(1989년 3월 28일 접수, 1989년 7월 4일 채택)

Adaptive Predictive Control for Nonlinear Processes

Yeong-Koo Yeo, Won-Hee Park, and Hyung-Keun Song

Korea Institute of Science and Technology
(Received 28 March 1989; accepted 4 July 1989)

요 약

시간지연이 없고 안정한 inverse 를 가지는 단일변수 비선형 bilinear 공정에 대하여 종래의 반복모델인 식 알고리즘에 바탕을 둔 적응예측제어 방법을 유도하였다. 공정에 교란이 도입되지 않는 경우에는 제어오차와 인식오차는 모두 0으로 수렴하며 bound 된 교란이 도입되는 경우에는 제어오차는 bound 되고 인식된 파라미터들은 일정한 값에 수렴함이 확인되었다. 공정에 도입되는 교란이 일정한 크기를 지니는 경우에는 제어오차는 0으로 수렴하고 인식된 파라미터 역시 일정한 값에 수렴하였다.

Abstract—An adaptive predictive controller for SISO bilinear processes without time delay and with stable inverses is defined based upon a classical recursive identification algorithm. For the case with no disturbance both the control error and the identification error converge to zero. For the case with a bounded disturbance the control error is bounded and the identification converges. For the case with a constant disturbance the control error converges to zero and the identification converges.

1. 서 론

공정제어구조의 유도 및 해석에 있어서 bilinear 모델을 이용하는 데에는 여러 가지 요인이 있다. 우선 실제의 여러 공정들, 특히 열전달, 증류, 그리고 발열반응 공정 등은 그 자체가 본질적으로 bilinear 이다[1]. 또한 bilinear 가 아닌 비선형 공정의 경우에는 Volterra series 와 같은 일반적인 모델을 이용하는 것보다는 그 공정에 대한 bilinear 모델을 구하여 이용하는 것이 수학적으로 편리하다. Bilinear 모델은 선형화시킨 모델보다도 원래 공정의 특성을 더욱 정확하게 나타내어 줌은 물론이다.

비선형 bilinear 공정의 적응제어방법에 대해서는 지금까지 몇몇 연구결과가 발표되어 있다. Ionescu[2]는 augmented error 신호방법에 바탕을 둔 Model Reference 적응제어방법(MRAC)을 제안했는데 이 방법에서는 공정에 교란이 도입되는 경우는 고려되지 않고 있다. Svoronos 등[3]은 최소자승법을 이용한 파라미터 추정과 minimum variance 제어 알고리즘에 근거한 self-tuning 제어방법을 유도하였다. 이들의 방법에서는 선형화된 모델에 대한 국부적 stability 만이 증명되어 있다. 한편 Ohkawa 와 Yonezawa[4]는 deadbeat 제어 알고리즘을 적용한 MRAC 방법을 연구하였는데 이들도 공정에 교란이 도입되는 경우는 고

려하지 않고 있다.

여기에서 다루게 될 비선형의 제어되는 공정은 다음과 같은 형태의 모델로 나타낼 수 있다고 가정한다.

$$y(k) = \sum_{i=1}^n \{a_i y(k-i) + b_i y(k-i)u(k-\tau-i) + c_i u(k-\tau-i)\} + d(k) \quad (1)$$

시간지연 τ 는 이미 알고 있으며 공정에 도입되는 교란 $d(k)$ 는 미리 알려져 있는 상수 D 에 의해 bound 되어 있다고 가정한다(즉 $|d(k)| \leq D < \infty$). 식 (1)에 의해 나타내어 지는 공정의 제어 및 identification에 이용되는 모델은 다음과 같다.

$$\hat{y}(k) = \sum_{i=1}^n \{\hat{a}_i(k)y(k-i) + \hat{b}_i(k)y(k-i)u(k-\tau-i) + \hat{c}_i(k)u(k-\tau-i)\} \quad (2)$$

제어를 위해서는 우선 매 샘플링 시간마다 output을 측정하고 identification 알고리즘을 이용해서 모델 파라미터를 추정한 다음 제어 알고리즘에 의해 제어 input을 구하여야 한다.

2. 제어 알고리즘

공정 (1)의 제어에는 bilinear 모델예측제어방법이 이용되는 데 이 방법에 대한 세부적인 사항은 [5]에 소개되어 있다. 선형 모델예측제어기법은 프랑스[6]와 미국[7]에서 각기 독자적으로 개발되었다. 그 대략적인 구조는 Fig. 1에 보인 바와 같다. Bilinear 모델예측제어방법은 기존의 선형 모델예측제어방법을 바탕으로 하고 있으며 공정의 모델로서 비선형 bilinear 모델을 쓰고 있다. 이에 의한 제어 알고리즘은 다음 관계에 의해 주어진다.

$$[s(k+\tau+1) - \hat{y}(k+\tau+1)] + [\hat{y}(k) - y(k)] = 0$$

이를 다시 쓰면

$$u(k) = [s(k+\tau+1) - \{y(k) - \hat{y}(k)\} - \hat{a}_1(k)y(k+\tau) - \sum_{i=2}^n \{\hat{a}_i y(k+\tau+1-i) + \hat{b}_i(k)y(k+\tau+1-i)u(k+1-i) + \hat{c}_i(k)u(k+1-i)\}]/\{\hat{b}_1(k)y(k+\tau) + \hat{c}_1(k)\} \quad (3)$$

제어 error를 다음과 같이 정의하기로 한다.

$$\epsilon(k) = s(k) - y(k) \quad (4)$$

정리 1

시간지연이 없는 공정에 일정하게 bound된 교란이

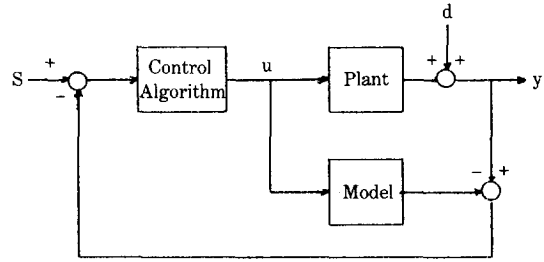


Fig. 1. Model predictive control structure.

도입될 경우 output이 어느 일정한 정상상태에 도달하면 식 (3)의 제어 알고리즘을 이용하는 경우 제어 error는 0으로 수렴한다.

증명: $\tau=0$ 인 경우 식 (4)의 제어 error는 다음과 같이 쓸 수 있음을 쉽게 알 수 있다.

$$\epsilon(k) = \{y(k-1) - y(k)\} - \{\hat{y}(k-1|k-1) - \hat{y}(k|k-1)\}$$

위에서 $\hat{y}(\cdot|k-1)$ 은 $k-1$ 에서 예측된 output 값을 의미한다. 교란이 일정한 상수에 의해 bound되어 있으며 일정한 정상상태 output 값을 가진다는 가정으로부터 다음 관계가 성립된다[5].

$$\lim_{k \rightarrow \infty} y(k-1) = \lim_{k \rightarrow \infty} y(k)$$

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \hat{y}(k-1|k-1) = \lim_{k \rightarrow \infty} \hat{y}(k|k-1)$$

따라서

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \epsilon(k) = 0$$

적응예측제어에서는 식 (3)의 파라미터들이 각 샘플링 시간에서 추정된 값들로 대체된다.

3. Identification 알고리즘

공정을 나타내는 식은 다음과 같이 다시 쓸 수 있다.

$$y(k) = P^T X(k-1) + d(k) \quad (5)$$

위에서 P 와 X 는 다음과 같이 정의된다.

$$P = [a_1, \dots, a_n, b_1, \dots, b_n, c_1, \dots, c_n]^T$$

$$X(k-1) = [y(k-1), \dots, y(k-n), y(k-1)u(k-\tau-1), \dots, y(k-n)u(k-\tau-n), u(k-\tau-1), \dots, u(k-\tau-n)]^T$$

모델을 나타내는 식도 위의 형태로 쓸 수 있다.

$$\hat{y}(k|k) = \hat{P}^T(k)X(k-1) \quad (6)$$

또는

$$\hat{y}(k|k-1) = \hat{P}^T(k-1)X(k-1) \quad (7)$$

위에서

$$\hat{P}(i) = [\hat{a}_1(i), \dots, \hat{a}_n(i), \hat{b}_1(i), \dots, \hat{b}_n(i), \hat{c}_1(i), \dots, \hat{c}_n(i)]^T$$

Identification에 있어서는 과거 data의 선택에 따라서 equation error 방법과 output error 방법으로 나누어 볼 수 있는데 여기에서는 equation error 방법이 이용되고 있다. Output error 방법의 특성에 대해서는 다른 문헌에서 다룬 바 있다[8]. Identification error와 제어 output error를 다음과 같이 정의하기로 한다.

$$\bar{P}(k) = \hat{P}(k) - P \quad (8)$$

$$e(k) = y(k) - \hat{y}(k|k) \quad (9)$$

$$e^*(k) = y(k) - \hat{y}(k|k-1) \quad (10)$$

Identification 알고리즘은 다음과 같다.

$$\hat{P}(k) = \hat{P}(k-1) + \xi(k-1)X(k-1)e^*(k) \quad (11)$$

$$\xi(k-1) = \begin{cases} \frac{2\lambda(k)\{\xi(k-1)-1\}}{\xi(k)\|X(k-1)\|^2 + \theta(k)} & ; \xi(k) > 1 \\ 0 & ; \xi(k) \leq 1 \end{cases} \quad (12)$$

$$\xi(k) = \frac{|e^*(k)|}{qD} \quad (13)$$

$$0 < \lambda(k) \leq 1 \quad (14)$$

$$0 < \theta(k) < R_1 < \infty \quad (15)$$

$$1 \leq q < R_2 < \infty \quad (16)$$

위에서 q 는 (16)을 만족하는 임의의 상수이고 $\lambda(k)$ 와 $\theta(k)$ 는 시간 k 에 따른 파라미터로서 각각 1과 R_1 에 의해 bound되며 R_1 과 R_2 는 임의의 상수들이다.

발표된 기존의 몇몇 알고리즘은 식 (11)-(16)으로 표시되는 알고리즘의 특수한 경우에 해당됨을 알 수 있다. 식 (12)를

$$\xi(k-1) = \frac{2\lambda(k)[1-1/\xi(k)]}{\|X(k-1)\|^2 + \theta(k)/\xi(k)}$$

와 같이 고쳐쓰고 η 와 μ 를

$$\eta(k) = 2\lambda(k)[1-1/\xi(k)]$$

$$\mu(k) = \theta(k)/\xi(k)$$

와 같이 정의하면 Samson[9]의 알고리즘이 얻어진다. 이 경우 q 는 2로 하고 $\eta(k)$ 는 1보다 작게 잡아준다. 한편 $\lambda(k)$ 와 $\theta(k)$ 를

$$\lambda(k) = \frac{1}{2[1-1/\xi(k)]}$$

$$\theta(k) = f\xi(k)$$

로 하면 식 (11)-(16)의 알고리즘은 Goodwin과 Sin[10]의 알고리즘이 된다. f 는 [10]에서 정의되는 상수이다. 아울러 $\lambda(k)$ 와 $\theta(k)$ 를

$$\lambda(k) = \frac{\xi(k)}{2[\xi(k)-1]}$$

$$\theta(k) = \xi(k)/\phi(k-1) \quad (17)$$

로 잡아주면 Martin-Sanchez 등[11]의 알고리즘이 얻어진다. $\phi(k-1)$ 는 [11]에서 정의된 파라미터이다. 위의 두 경우에 q 는 2로 한다.

정리 2

식 (11)-(16)의 identification 알고리즘을 적용함에 있어서 $\|X(k-1)\|^2 < R_3 < \infty$ (R_3 는 임의의 상수)의 조건이 만족된다면 identification error는 일정한 값으로 수렴하고 output error는 D 에 의해 bound된다.

증명: 식 (11)의 양변에서 P 를 빼고 (8)을 이용하면

$$\bar{P}(k) = \bar{P}(k-1) + \xi(k-1)X(k-1)e^*(k)$$

따라서

$$\begin{aligned} \|\bar{P}(k)\|^2 &= \|\bar{P}(k-1)\|^2 + 2\xi(k-1)\bar{P}^T(k-1) \\ &\quad X(k-1)e^*(k) + \xi^2(k-1)[e^*(k)]^2 \\ &\quad \|X(k-1)\|^2 \end{aligned}$$

식 (5)와 (7)을 (10)에 대입하고 정리하면 다음 결과를 얻는다.

$$\bar{P}^T(k-1)X(k-1)e^*(k) = d(k)e^*(k) - [e^*(k)]^2 \quad (18)$$

위의 두 식으로부터

$$\begin{aligned} \|\bar{P}(k)\|^2 - \|\bar{P}(k-1)\|^2 &= \xi(k-1)\{\xi(k-1) \\ &\quad \|X(k-1)\|^2[e^*(k)]^2 + 2d(k)e^*(k) \\ &\quad - 2[e^*(k)]^2\} \end{aligned} \quad (19)$$

그런데 $d(k)$ 는 D 로 bound되어 있으므로

$$\begin{aligned} \|\bar{P}(k)\|^2 - \|\bar{P}(k-1)\|^2 &\leq \xi(k-1)\{\xi(k-1) \\ &\quad \|X(k-1)\|^2[e^*(k)]^2 + 2D|e^*(k)| - 2[e^*(k)]^2\} \end{aligned} \quad (20)$$

$\xi(k) < 1$ 이면 $\xi(k-1) = 0$ 이므로 식 (11) 및 (19)로부터

$$\|\bar{P}(k)\|^2 - \|\bar{P}(k-1)\|^2 = 0 \quad (21)$$

$\xi(k) > 1$ 인 경우에는 식 (12), (14) 및 (15)로부터

$$\xi(k-1) < \frac{2[\xi(k)-1]}{\xi(k)\|X(k-1)\|^2} \quad (22)$$

식 (13)과 (16) 및 (22)를 (20)에 대입하면 다음 결과를 얻는다.

$$\begin{aligned} & \| \bar{P}(k) \|^2 - \| \bar{P}(k-1) \|^2 < \xi(k-1) \{ 2 |e^*(k)| \\ & - qD |e^*(k)| + 2D |e^*(k)| - 2 [e^*(k)]^2 \} \\ & = 2D \xi(k-1) |e^*(k)| (1-q) \leq 0 \end{aligned} \quad (23)$$

식 (21) 및 (23)은 곧 identification error 가 bound 되어 있음을 의미한다.

다음에 control error 가 bound 된다는 사실을 증명하기 위하여 $\xi(k'-1) \neq 0$ 의 조건을 만족하는 infinite sequence k' 을 생각해 보기로 한다. 이 sequence에 대하여 식 (23)의 관계가 성립되므로

$$\lim_{k' \rightarrow \infty} \| \bar{P}(k') \|^2 = 0 \quad (24)$$

식 (5), (7), (8) 및 (24)를 (10)에 대입하면 다음 관계를 얻는다.

$$\lim_{k' \rightarrow \infty} |e^*(k')| = |d(k)| < D \quad (25)$$

식 (12)와 (25)로부터

$$\lim_{k' \rightarrow \infty} \xi(k'-1) = 0$$

임을 알 수 있는데 이 결과는 $\xi(k'-1) \neq 0$ 이라는 가정에서 어긋난다. 따라서 k' 과 같은 sequence는 존재하지 않는다. 결국

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \xi(k-1) = 0 \quad (26)$$

의 관계는 어떠한 sequence에 대해서도 성립함을 알 수 있다. 식 (26) 및 식 (12)와 (13)으로부터

$$\lim_{k \rightarrow \infty} |e^*(k)| \leq qD \quad (27)$$

의 관계를 얻을 수 있다. 식 (10)에서 (9)를 빼 다음 식 (6), (7) 및 (11)을 대입하면

$$e(k) = [1 - \xi(k-1) \|X(k-1)\|^2] e^*(k) \quad (28)$$

$\|X(k-1)\|^2 < R_3$ 인 가정으로부터 식 (12)에 $\|X(k-1)\|^2$ 를 곱하고 (15)를 대입하면

$$\xi(k-1) \|X(k-1)\|^2 \leq 2 \quad (29)$$

식 (27), (28) 및 (29)로부터

$$\lim_{k \rightarrow \infty} |e(k)| \leq qD$$

의 결과를 얻는다. 이는 곧 output error 가 bound 됨을 의미한다.

$\lim_{k \rightarrow \infty} \xi(k-1) = 0$ 이라는 사실이 $|e^*(k)| < qD$ 임을 의미하여 주기 위해서는 $\|X(k-1)\|^2$ 가 bound 되어야 한다는 제약이 필요하다. 그러나 $\|X(k-1)\|^2$ 이 bound 되어 있지 않더라도 identification error는 bound 되는 데 이는 식 (21)과 (23)의 유도에서 $\|X(k-1)\|^2$ 에 대한 제약조건이 요구되지 않았기 때문이다.

정리 3

식 (11)-(16)의 identification 알고리즘을 사용함에 있어서 $\lambda(k)$ 와 q 를 각각

$$\lambda(k) = \frac{1}{2(1 - 1/\xi(k))} \quad (30)$$

$$q = 2 \quad (31)$$

로 정하였을 때 만일 $\lim_{k \rightarrow \infty} \|X(k-1)\|^2 = \infty$ 이면 $\lim_{k \rightarrow \infty} |e(k)| = 0$ 이다.

증명 : 식 (12)와 (30)으로부터 $\xi(k) > 1$ 인 경우

$$\xi(k-1) = \frac{1}{\|X(k-1)\|^2 + \bar{\theta}(k)} \quad (32)$$

이다. 위에서

$$\bar{\theta}(k) = \theta(k) / \xi(k)$$

로 정의된다. 식 (32)를 (28)에 대입하면

$$e^*(k) = [\bar{\theta}(k) + \|X(k-1)\|^2] e(k) / \bar{\theta}(k) \quad (33)$$

의 관계식을 얻는다. 식 (32)와 (33)을 식 (20)에 대입하면

$$\begin{aligned} & \| \bar{P}(k) \|^2 - \| \bar{P}(k-1) \|^2 \leq \|X(k-1)\|^2 e^2(k) / \\ & \bar{\theta}^2(k) + 2D |e(k)| / \bar{\theta}(k) - 2 [\bar{\theta}(k) + \|X(k-1)\|^2] \\ & e^2(k) / \bar{\theta}^2(k) \end{aligned} \quad (34)$$

식 (21)과 (23)으로부터

$$\| \bar{P}(k-1) \|^2 - \| \bar{P}(k) \|^2 \leq \| \bar{P}(0) \|^2 \quad (35)$$

식 (34)와 (35)의 결과로부터 다음 관계를 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} & \{ 2 \bar{\theta}(k) |e(k)| + \|X(k-1)\|^2 |e(k)| - 2D \bar{\theta}(k) \} \\ & |e(k)| / \bar{\theta}^2(k) < \| \bar{P}(0) \|^2 \end{aligned}$$

위의 식에서 우변은 유한한 값을 가지므로 $\lim_{k \rightarrow \infty} \|X(k-1)\|^2 = \infty$ 이면 $\lim_{k \rightarrow \infty} |e(k)| = 0$ 임을 알 수 있다.

4. 제어 시스템

$\tau=0$ 인 경우 모델 (2)와 제어 input (3)으로부터 다음 관계를 얻을 수 있다.

$$s(k) = \hat{y}(k|k-1) + [\hat{y}(k-1) - \hat{y}(k-1|k-1)]$$

여기에 식 (9)와 (10)을 대입하면 제어 error는 다음과 같이 나타내어 진다.

$$\epsilon(k) = e(k-1) - e^*(k) \quad (36)$$

Set point $s(k)$ 는

$$s(k) < R_4 \quad (37)$$

로서 bound 되어 있다고 하자. 아울러 unbound 된

$\|X(k)\|$ 는

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \|X(k-1)\| = \infty \quad (38)$$

임을 의미하며 다음 관계가 성립된다고 가정한다.

$$|y(k)| > R_s \|X(k-1)\| - R_s \quad (39)$$

$$0 < R_s < \infty, 0 \leq R_s < \infty \quad (40)$$

이하에서 시간지연 τ 는 0으로 가정한다.

정리 4

조건 (38)-(40)을 만족하는 공정에 대해서 식 (3)의 제어 알고리즘과 식 (11)-(15) 및 (30)-(31)로 이루어지는 제어 시스템은 안정하며 (즉 output 이 bound 되며) 제어 error는 4D로 bound 되고 identification error는 일정한 값에 수렴한다.

증명: 식 (8), (9) 및 (10)으로부터

$$e^*(k) = [\bar{P}(k) - \bar{P}(k-1)]^T X(k-1) + e(k) \quad (41)$$

식 (41)을 (36)에 대입하면

$$\epsilon(k) = [\bar{P}(k-1) - \bar{P}(k)]^T X(k-1) - e(k) + e(k-1)$$

Schwarz inequality 및 triangle inequality로부터

$$|\epsilon(k)| < \|\bar{P}(k-1) - \bar{P}(k)\| \cdot \|X(k-1)\| + |e(k)| + |e(k-1)| \quad (42)$$

만일 $\|X(k)\|$ 가 bound 되어 있지 않다면 식 (4)와 (37)로부터

$$|\epsilon(k)| = |s(k) - y(k)| \geq |y(k)| - R_s$$

위의 관계와 식 (39)로부터

$$|\epsilon(k)| > R_s \|X(k-1)\| - R_s - R_s$$

위의 결과와 식 (42)를 이용하면 다음 관계가 성립됨을 알 수 있다.

$$R_s \|X(k-1)\| < \|\bar{P}(k-1) - \bar{P}(k)\| \cdot$$

$$\|X(k-1)\| + |e(k)| + |e(k-1)| + R_s + R_s \quad (43)$$

식 (8)과 (11)로부터

$$\bar{P}(k) - \bar{P}(k-1) = \xi(k-1)X(k-1)e^*(k)$$

따라서

$$\|P(k) - P(k-1)\|^2 = \xi^2(k-1) \|X(k-1)\|^2$$

$$[e^*(k)]^2 + |e(k)| + |e(k-1)| + R_s + R_s$$

이 결과와 식 (12)로부터

$$\|\bar{P}(k) - \bar{P}(k-1)\|^2 < \frac{4[\xi(k-1)]^2}{\xi^2(k-1) \|X(k-1)\|^2} [e^*(k)]^2$$

만일 $\|X(k-1)\|$ 이 unbound 이 되어 있다면 $k \rightarrow \infty$ 일 때 위 식의 우변은 0에 접근한다. 따라서

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \|\bar{P}(k-1) - \bar{P}(k)\| = 0$$

이는 정리 3과 함께 식 (43)의 결과에 위배된다. 그러므로 $\|X(k)\|$ 는 unbound 될 수는 없으며 따라서 시스템은 안정하다. 한편 식 (36)으로부터

$$|\epsilon(k)| < |e^*(k)| + |e(k-1)|$$

그런데 $\|X(k-1)\|$ 은 bound 되어 있으므로 정리 2 ($q=2$)가 적용된다.

$$\lim_{k \rightarrow \infty} |\epsilon(k)| \leq 2D + 2D = 4D \quad (44)$$

시스템이 bound 되어 있기 때문에 정리 2가 적용되며 따라서 identification error는 일정한 값에 수렴한다.

정리 5

조건 (38)-(40)을 만족하는 공정에 그 크기가 일정한 교란이 도입되는 경우 제어 알고리즘 (3)과 identification 알고리즘 (11)-(13), (15) 및 (30), (31)로 이루어지는 시스템은 안정하며 (즉 output 이 bound 되며) 제어 error는 4D에 의해 bound 되고 identification error는 수렴한다. 만일 output 이 일정한 값으로 수렴하면 제어 error는 0으로 수렴한다.

증명: 위 정리의 첫번째 부분은 정리 4와 같다. 정리 2로부터 identification error는 수렴함을 알 수 있으며 정리 1로부터 output 이 어느 일정한 값으로 수렴하면 제어 error는 0에 수렴함을 알 수 있다.

정리 1에서는 output 이 일정하여야 함을 요구하고 있기 때문에 제어 error가 언제나 0에 수렴하는 것은 아니다. 정리 4에서는 단지 bound 된 output 만을 보장하고 있다.

정리 6

조건 (38)-(40)을 만족하는 교란이 도입되지 않는 공정에 있어서 제어 알고리즘 (3)과 identification 알고리즘 (11)-(13), (15) 및 (30), (31)로 이루어지는 제어 시스템은 안정하며 (즉 output 은 bound 되며) 제어 error는 0에 수렴하고 identification error는 일정한 값에 수렴한다.

증명: 위의 정리는 앞의 정리들에서 $D=0$ 인 경우에 해당된다. 안정성과 identification error의 수렴성은 교란에는 무관하다. 식 (44)로부터 제어 error는 0에 수렴하여야 함을 알 수 있다.

위의 결과들은 $b_i=0$ 으로 두면 선형의 공정에도 적용된다. 위의 제어 시스템을 Martin-Sanchez 등[11]의 결과와 비교하여 보면 공정에 교란이 도입되지 않는 경

우에는 Martin-Sanchez의 알고리즘은 보다 작은 제어 error bound를 갖는다. 즉 이 알고리즘의 제어 error bound는 2D로서 앞에서 우리가 얻은 4D와 비교된다. 실제 모사에 있어서 교란이 없을 때에는 그 성능에서 두 알고리즘에 차이가 없었으나 공정에 일정한 교란이 도입되는 경우에는 output이 일정한 값에 수렴할 때 앞에서의 제어 시스템이 Martin-Sanchez의 경우보다 우수한 결과를 보였다. 대체적으로 공정에 도입되는 교란은 그 크기가 작지만 시간에 따라 급히 변하는 것과 크기가 크지만 시간에 따른 변화가 작은 것으로 나누어 볼 수 있는데 제어 시스템의 settling time에 걸쳐서 크기가 큰 교란이 실질적으로 일정하게 유지된다면 앞에서 우리가 얻은 제어 시스템을 이용하여 보다 나은 효과를 볼 수 있다.

앞에서 우리는 $\theta(k)$ 를 정하여 주지 않았는데 $\theta(k)$ 의 선택에 따라 어떤 새로운 성질들이 추가로 밝혀질 수 있을 것이다. 예를 들어 $\theta(k)$ 를 (17)과 같이 정하면 Martin-Sanchez 등[11]에서와 동일한 identification 알고리즘을 얻게 되는 데 이 경우 제어 error와 identification error는 어느 제한된 샘플링 시간 내에서 수렴함을 알 수 있다.

5. Examples

몇 가지 공정의 경우에 대하여 앞에서 다룬 제어 시스템의 전산모사를 행하여 보기로 한다. 각 경우에 있어서 공정 초기에는 input과 output, 그리고 도입되는 교란이 모두 0인 것으로 가정하고 $k=0$ 일 때 교란이 도입되며 identification에 있어서 모든 모델 파라미터들의 초기값은 0.15로 하였다. Set point는 0으로 유지되다가 시간 $k=90$ 에서 1로 step change하였다.

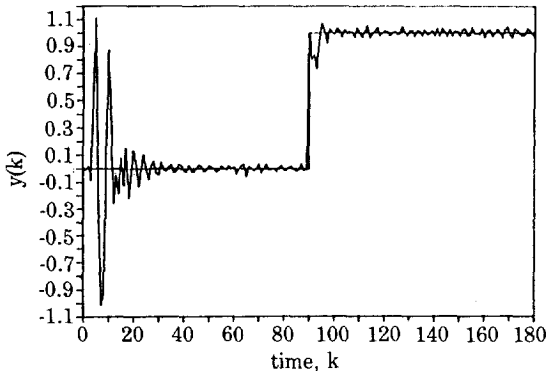


Fig. 2. Plant output for Example 1.

Identification 알고리즘은 (11)-(13), (15) 및 (30), (31)이 이용되었으며 $\theta(k)$ 는 0.01로 하였다. 제어되는 공정은 다음과 같다.

$$y(k) = 1.2y(k-1) - 0.8y(k-2) + 0.2y(k-3) \\ u(k-1) + u(k-1) + 0.6u(k-2) + d(k)$$

Example 1

공정에 도입되는 교란이 다음과 같다.

$$d(k) = 0.05r(k)$$

$r(k)$ 는 zero-mean white noise로서

$$-1.0 < r(k) < 1.0$$

로 주어진다. Fig. 2는 output, 그리고 Fig. 3은 제어 error를 보인 것이다. 제어 error는 예상되는 bound (=4D) 내에 존재함을 알 수 있다.

Example 2

교란이 다음과 같이 일정하게 유지되고 있다.

$$d(k) = 0.2$$

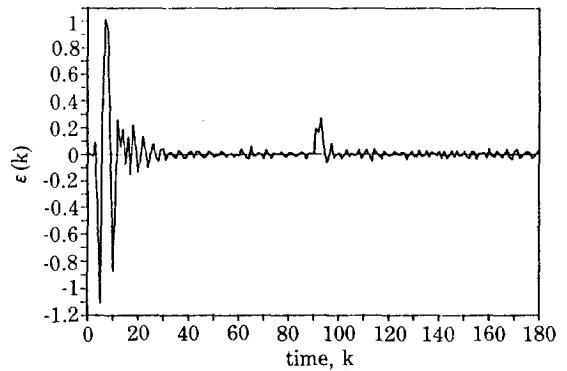


Fig. 3. Control error for Example 1.

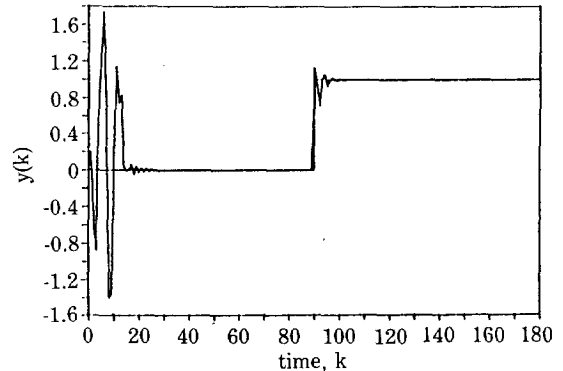


Fig. 4. Plant output for Example 2.

Output 은 Fig.4에, 제어 error는 Fig.5에 각각 도시되어 있다. Output이 일정한 값에 수렴하므로 정리 5의 bound가 성립되며 제어 error는 0에 수렴한다.

Example 3

공정에 다음과 같이 두 부분으로 이루어진 교란이 도입되고 있다.

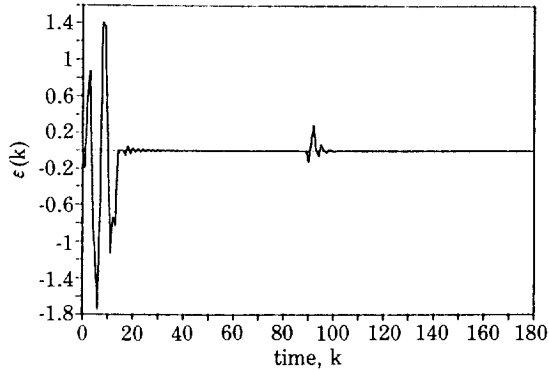


Fig. 5. Control error for Example 2.

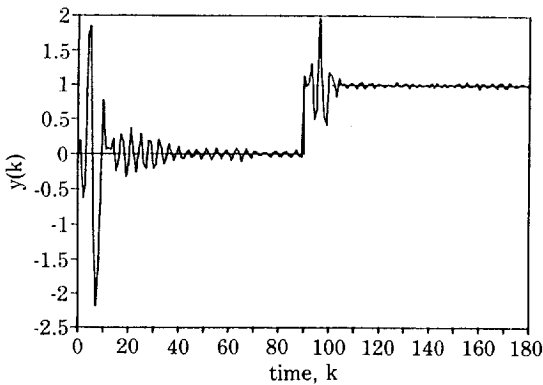


Fig. 6. Plant output for Example 3.

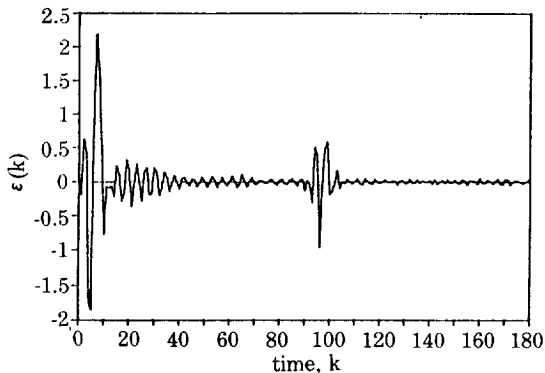


Fig. 7. Control error for Example 3.

$$d(k) = 0.2 + 0.05r(k)$$

제어모사의 결과는 Fig. 6(output)과 Fig. 7(제어 error)에 나타나 있다. 정리 4로부터 우리가 기대하는 제어 error bound는 $4D=0.8$ 이나 모사로부터 제어 error bound는 대략 0.2임을 알 수 있다. 이 값은 교란이 단지 white noise 부분만으로 이루어져 있을 때 기대되는 값이다.

6. 결 론

비선형 bilinear 공정에 대한 적응예측제어 구조를 유도하였다. Identification 알고리즘으로는 종래의 least squares 알고리즘을 변형시킨 형태를 사용하였는데 이 알고리즘은 기존의 여러 identification 알고리즘을 실질적으로 내포하고 있다. 제어 알고리즘은 bilinear 모델예측제어방법을 이용하였다. 시간지연이 0인 제어되는 공정에 bound된 교란이 도입될 경우와 교란이 없는 경우에 대하여 파라미터 추정치의 수렴성 및 boundedness와 제어 error의 boundedness가 입증되었다. 교란이 없을 경우 및 교란이 일정하며 output이 일정한 값에 수렴할 경우에는 제어 error는 0에 수렴하였다.

NOMENCLATURE

a_i, b_i, c_i	: process parameters
$\hat{a}_i, \hat{b}_i, \hat{c}_i$: model parameters
d	: disturbance
D	: disturbance bound
e, e^*	: control output error
f	: constant
k	: time
\hat{P}	: process parameter vector
P	: model parameter vector
P	: identification error
q	: identification parameter
R_i	: constants ($i=1, \dots, 6$)
s	: set point
u	: process input
X	: process data vector
y	: process output
\hat{y}	: model output

Greek Letters

ε	: control error
ζ	: normalized control output error
ξ	: identification gain defined by eqn. (12)
λ	: parameter defined by (14)

- θ : parameter defined by (15)
 τ : time delay

REFERENCES

1. Mohler, R.R.: "Bilinear Control Processes", Academic Press, New York, 1973.
2. Ionescu, T.V.: Proc. IEEE Conf. Decision and Control, 1062 (1977).
3. Svoronos, S., Stephanopoulos, G., and Aris, R.: *Int. J. Control*, **34**, 651 (1981).
4. Ohkawa, F. and Yonezawa, Y.: *Int. J. Control*, **37**, 1095 (1983).
5. Yeo, Y.K. and Williams, D.C.: *I&EC Res.*, **26**, 2267 (1987).
6. Richalet, J.A., Rault, A., Testud, J.D., and Papon, J.: *Automatica*, **14**, 413 (1978).
7. Cutler, C.R. and Ramaker, B.L.: JACC, San Francisco, WP5-B (1980).
8. Yeo, Y.K. and Williams, D.C.: *IEEE Trans. Automat. Control*, **AC-31**, 1071 (1986).
9. Samson, C.: *Automatica*, **19**, 81 (1983).
10. Goodwin, G.C. and Sin, K.S.: "Adaptive Filtering Prediction and Control", Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1984.
11. Martin-Sanchez, J.M., Shah, S.L., and Fisher, D.G.: *Int. J. Control*, **39**, 215 (1984).