

연속교반 생물반응기에서의 균체농도 디지털 제어 Part 2. 쌍일차 적응제어방식에 의한 균체농도 제어

황영보 · 이경범 · 장호남 · 이광순*

한국과학기술원 화학공학과

*서강대학교 화학공학과

(1989년 5월 11일 접수, 1989년 8월 10일 채택)

Digital Control of Cell Mass Concentration in Continuous Stirred Tank Bio-Reactor Part 2. Cell Mass Control Using Bilinear Adaptive Control Algorithms

Young Bo Hwang, Gyeongbeom Yi, Ho Nam Chang and Kwang Soon Lee*

Department of Chemical Engineering, Korea Advanced Institute of Science and Technology, P.O. Box 131,
Cheongryang, Seoul, Korea

*Department of Chemical Engineering, Sogang University, Seoul, Korea

(Received 11 May 1989; accepted 10 August 1989)

요 약

효모세포 연속배양공정 제어에 네 종류의 비선형 적응제어기가 개발되었다. 배양공정은 미지의 시변매개변수를 하나만 가지는 SISO 쌍일차 모델로 나타내었으며, 제어 알고리즘들은 대수적으로 데이터를 가중시키는 최소제곱 매개변수 추정법과 일반화된 한 단계 전 제어를 조합한 뒤, 설계변수들을 특정값으로 설정함으로써 설계되었으며, 각각 BAC(쌍일차 적응제어), WIBAC(입력이 가중된 쌍일차 적응제어), SBAC(단순 쌍일차 적응제어), 그리고 SDC(단순디지털 제어)라고 명명되었다. 실험실 규모의 연속교반 생물반응기에서의 실험은 비선형 적응제어기가 만족할 만한 동특성을 가진다는 것을 보여주었다. WIBAC의 대역적 수렴성에 대한 이론적 증명도 확립되었다.

Abstract—Four bilinear adaptive controllers were developed for control of a continuous yeast cell cultivation process. The process was described by a SISO-bilinear model having only one unknown time-varying parameter. Each control algorithm was designed by combining exponential data weighting least squares parameter estimator and generalized one-step ahead controller, and the design variables were set to specific values. Those algorithms were named BAC(Bilinear Adaptive Control), WIBAC (Weighted Input Bilinear Adaptive Control), SBAC(Simple Bilinear Adaptive Control), and SDC(Simple Digital Control). Experiments in a laboratory scale CSTBR demonstrated that the developed bilinear adaptive controllers had satisfactory dynamic properties. A theoretical proof of global convergence of WIBAC algorithm was established.

1. 서 론

최근에 유전공학기술이 급속도로 발전됨에 따라 생물공학의 적용범위는 재래의 발효, 식품 및 의약품 산업의 범위를 벗어나 화학공업, 에너지생산, 환경보존, 농업 등 거의 모든 분야로 확장되고 있으며, 이미 여러 분야에 생물공학기술이 도입됨으로써 보다 효율적인 공정이 개발되고 있다[1].

생물공학기술로 개발된 공정에서 가장 중요한 요소 중의 하나는 균체 또는 효소로서, 현재 이들은 대부분 회분 및 반회분방식으로 생산되고 있으나 보다 생산성을 증가시키고 장치를 효율적으로 사용하기 위해서는 대량 연속생산체계를 이루어야 하며, 이 때에 생물공정 제어는 기술적인 측면에서 매우 중요한 문제점으로 대두할 것이다.

특히, 미생물성장 및 생체내 반응구조는 매우 복잡하고 심한 비선형이며, 환경에 끊임없이 적응하는 수동적 속성과 배양환경을 변화시키려는 능동적 속성(예; 미생물과 환경 사이에서의 feedback 작용, 세포내의 linked feedback 조절작용 등)을 동시에 가지고 있을 뿐만 아니라 배양상의 임의성(예; wall growth, foaming 등[2]) 때문에, 미생물 연속배양공정의 상태변수들은 작은 외란에 의해서도 이전의 정상상태에서 새로운 상태로 전이하거나[3] limit cycle이나 synchrony 현상으로 설명되는 긴 진동현상이 발생하기도 한다[4-7]. 그리고 계단입력의 크기와 방향에 따라서 출력응답이 달라진다는 것도 또다른 동특성으로 알려져 있다[8, 9]. 따라서 균체성장 및 반응구조의 일반적인 모델식을 기초로 생물연속배양공정의 모든 조업조건을 사전에 결정하는 것은 매우 어렵고 비현실적인 일이라고 할 수 있다.

그리고 조업상태에 알맞게 제어제수들을 스스로 변경하지 못하는 PID 방식같은 수동식 제어방식은 배양기에서 갑자기 발생하는 동특성 변화에 대응할 수 없기 때문에 생물공정 제어에 사용되기에는 불충분한 것으로 인식되어 왔다. 이러한 사실은 Koppel[10]의 선형제어에서의 input-multiplicity 현상에 의한 안정된 limit cycle 형성에 관한 연구와 Chen과 Chang[11]의 CSTBR에서의 선형 feedback 제어에 관한 연구에서도 자세히 지적되고 있다. 따라서 생물공정의 동특성 시변성과 불확실성을 극복할 수 있는 보다 강건한 제어기를 개발하고자 하는 다각적인 연구가 오랫동안 실시되어 왔다[12-15]. 그러나 대부분의 연구는 주로 복잡

한 형태의 생물공정모델에 대한 수치모사 같은 이론적인 고찰에 그치고 있다.

본 연구에서는 생물연속배양공정의 수학적 모델로부터 제어 알고리즘을 설계한 뒤 여기에 포함된 미지의 시변매개변수를 연계매개변수 추정법으로 보완하였다. 이렇게 고안된 여러 가지 쌍일차 적응제어방식을 생물연속배양공정에 적용하여 각각의 제어방식들의 제어능력을 이론과 실험을 통하여 비교하였다. 제어목적으로는 회석률을 조절하여 생물연속배양기에서의 균체농도를 일정하게 유지시키는 것으로 설정하였다.

2. 이 론

2-1. 생물연속배양공정의 모델식

일반적으로 연속배양공정의 모델식은 보통 연속교반 생물반응기에서의 균체농도와 기질농도 그리고 생산물 농도 등의 물질 수지식과 각 상태변수들 간의 함수관계식으로 나타낼 수 있다. 그러나 기질 및 생산물 농도를 on-line으로 측정하는 것은 어렵고 불확실할 뿐만 아니라 상태변수들을 모두 고려하여 제어를 설계하는 것은 또다른 문제이므로, 여기서는 균체농도만을 상태변수로 설정한다. 공정모델을 구하기 위하여 연속배양기 내의 균체수지식을 구하면 다음과 같다.

$$\dot{X}_t = \mu_t \cdot X_t - D_t \cdot X_t \quad (1)$$

여기서 X_t 는 균체농도를 나타내고, D_t 는 입력변수로서 회석률을 나타낸다. μ_t 는 비증식속도로서 일반적으로 반응기 내의 여러 가지 환경인자(온도, pH, DOT, CO_2 , 기질 및 생산물농도 등)에 의하여 민감하게 영향 받는 매우 비선형이며 불확실한 함수이다. 비증식속도를 반응기내의 상태변수들간의 함수관계로 나타내려는 연구는 Monod, Blackman, Contois, Haldane 등에 의하여 이루어져 왔다[16]. 그러나 모델들은 구하기 힘든 계수들을 포함할 뿐만 아니라 미생물종류와 배양목적에 따라서 적용을 달리하는 경우가 대부분이기 때문에 생물공정제어의 모델로 직접 적용하기에는 많은 어려움이 있을 것으로 판단된다. 따라서 여기서는 μ_t 를 환경인자들의 함수형태로 나타내기 보다는 시변매개변수로 가정한다. 물론 온도, pH 및 DOT는 local bang-bang 방식으로 제어하여 미세한 변동에 의한 영향은 교란으로 처리한다. (1)식을 이산계(discrete-time system)에서 나타내면 다음과 같다.

$$Y_{k+1} = a_k \cdot X_k \quad (2)$$

$$\text{단, } Y_{k+1}=X_{k+1}+T \cdot D_k \cdot X_k, \quad a_k=1+T \cdot \mu_k$$

따라서 공정모델식은 sampling 시간마다 새롭게 추정되어야 하는 미지의 시변매개변수가 하나 포함된 SISO-선형 일차 차분방정식으로 나타낼 수 있게 된다.

2-2. 생물연속배양공정의 제어

2-2-1. 디지털 제어 알고리즘

연속배양공정식과 제어 목적함수에 의한 최적화방법으로 제어입력을 구하고자 한다. 목적함수를 현재의 상태와 원하는 목표치 X_s 와의 격차를 줄일 뿐만 아니라 과도한 입력변화가 요구되지 않도록 Clarke와 Gawthrop[17]에 의하여 제안된 generalized minimum one-step ahead prediction error 제어방식으로 설정하면 다음과 같다.

$$\min(J_k = \{P(q^{-1})(X_{k+1} - X_s)\}^2 + \{Q(q^{-1})D_k\}^2 Y_k) \quad (3)$$

with respect to D_k , under constraint of Eq.(2)

여기서 Y_k 는 k 시간에서 사용할 수 있는 데이터의 집합을 의미한다. $P(q^{-1})$ 와 $Q(q^{-1})$ 를 각각 $1/2$ 와 $\sqrt{\omega(1-q^{-1})/2}$ 으로 가정하면, ω 는 제어오차와 입력 변화 사이의 가중치(weighting factor)로서 설계변수(design parameter)가 된다. 결론적으로 제어식은 다음과 같이 귀착된다.

$$(\omega + T^2 \cdot X_k^2) \cdot D_k - \omega \cdot D_{k-1} = a_k \cdot T \cdot X_k^2 - T \cdot X_s \cdot X_k \quad (4)$$

목적함수 J_k 는 $(k-2)$ 이상의 데이터만 고려하기 때문에 (4)식에 의하여 산출된 입력은 매우 근시적인 단점이 있으며, 또한 정확히 알 수 없는 시변매개변수 a_k 를 포함하고 있다. (4)식이 제어에 올바르게 사용되기 위해서는 a_k 를 실시간에서 추정하는 새로운 수식이 부가되어야 한다.

2-2-2. 연속배양공정에서의 시변매개변수 추정

여기에서는 시변계 추정에서 널리 사용되는 exponential data forgetting least squares 방법을 도입하여 a_k 를 실시간에서 추정하였다. 과거 데이터 $\{Y_{N+1}, X_N; N=k-m, k-m+1, \dots, k-1\}$ 로부터 추정치 \hat{a}_k 를 구하는 것은 다음과 같은 최적화문제로 나타낼 수 있다 [18].

$$\min \left[S_k = \sum_{N=k-m}^{k-1} \lambda^{k-N} \cdot (Y_{N+1} - a_k \cdot X_N)^2 \right] \quad (5)$$

단, $0 < \lambda \leq 1$

with respect to a_k

이것을 풀면 \hat{a}_k 는 다음과 같다.

$$\hat{a}_k = \frac{\sum_{N=k-m}^{k-1} \lambda^{k-N} \cdot X_N \cdot Y_{N+1}}{\sum_{N=k-m}^{k-1} \lambda^{k-N} \cdot X_N^2} \quad (6)$$

여기서 λ 는 forgetting factor이다. \hat{a}_k 는 $k-m$ 부터 $k-1$ 까지 m 개의 데이터로부터 구해지므로 a 가 시변계수일 경우에도 추정할 수 있다. 그러나 (6)식은 계산량에 무리가 따르므로 실시간 추정에 사용하기에는 여러 가지 제한을 받는다. 따라서 다음과 같은 recursive exponential data forgetting least squares parameter estimation method을 사용한다[19].

$$\hat{a}_k = \hat{a}_{k-1} + \frac{P_{k-1} \cdot X_{k-1}}{\lambda + P_{k-1} \cdot X_{k-1}^2} (Y_k - \hat{a}_{k-1} \cdot X_{k-1}) \quad (7)$$

$$P_{k-1} = \frac{\lambda P_{k-2}}{\lambda + P_{k-2} \cdot X_{k-1}^2} \quad (8)$$

단, \hat{a}_0, P_{-1} = 임의의 양수

여기서 \hat{a}_0 와 P_{-1} 는 설계변수로서 이론적으로는 임의로 설정되어도 상관없으나 실제로는 제어초기에 많은 영향을 미치므로 주의해야 한다. \hat{a}_0 는 배양균의 비증식속도와와의 관계식, $\hat{a}_0=1+T\mu_0$ 에 의하여 임의성을 제거할 수 있다. 이렇게 실시간에서 추정되는 시변매개변수는 조업상태 판단에 대한 중요한 자료로서 이용될 수도 있지만, 앞에서 구한 제어입력계산식에 대입함으로써 조업상태의 변화를 스스로 파악해가며 입력을 산출하는 적응제어기를 형성할 수 있다.

2-3. 여러 가지 쌍일차 적응제어 알고리즘 설계

2-3-1. BAC(Bilinear Adaptive Control)

(4)식에 a 대신 매개변수 추정식에서 구한 \hat{a}_k 를 대입하면 다음과 같다.

$$(\omega + T^2 \cdot X_k^2) \cdot D_k - \omega \cdot D_{k-1} = T \cdot \hat{a}_k \cdot X_k^2 - T \cdot X_s \cdot X_k \quad (9)$$

(6)식과 (9)식으로 제어식을 구성하여 BAC라고 정의하자. BAC는 수렴성이 입증되지 않고 설계변수 m, ω 를 정하기가 어려우며 계산량도 많기 때문에 용량이 큰 컴퓨터가 요구되는 등 실제로 사용하기가 곤란하지만 다른 제어방식을 유도하는 기본식이 된다.

2-3-2. WIBAC(Weighted Input Bilinear Adaptive Control)

WIBAC를 (4)식에 매개변수추정식으로 (7)식을 도입한 제어 알고리즘으로 정의하자. a_k 를 상수라고 가정하면 WIBAC에서의 제어오차와 매개변수 수렴성

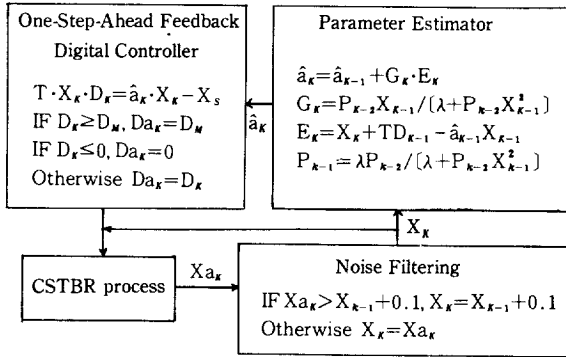


Fig. 1. Block diagram of SBAC (Simple Bilinear Adaptive Control) of cell mass concentration in CSTBR.

그리고 시스템의 BIBO(Boundary Input Boundary Output) 안정성에 대한 다음과 같은 중요한 사실을 수학적으로 증명할 수 있다(Appendix A 참조).

- 1) $\{X_k\}$, $\{D_k\}$ is bounded.
- 2) $\lim_{k \rightarrow \infty} \{X_{k+1} - X_{s_{k+1}}\} - \frac{\omega}{T} \cdot \frac{D_k - D_{k-1}}{X_k} = 0$ (10)
- 3) $\lim_{k \rightarrow \infty} (\hat{a}_k - a_k) = 0$ (11)

WIBAC는 여러 가지 상황을 고려하여 설계되어 우수한 성능이 예상되지만 설계변수가 많아서 여러 가지 기초실험이 요구된다. \hat{a}_0 는 미생물 비증식속도로부터 쉽게 설정될 수 있지만 P_{-1} 과 ω 는 기초실험과 경험에 의하여 조정되어야 한다. 계수추정속도가 느릴 경우에는 P_{-1} 을 크게 하여야 하지만 너무 크면 잡음의 영향을 많이 받는다. 제어오차를 줄이기 위해서는 ω 를 줄여서 입력에 제한을 없애야 하지만 그 결과로 입력이 심하게 요동하게 된다. ω 는 보통 0과 1 사이의 값을 취한다. Fig.1은 WIBAC을 도입한 closed-loop 제어 시스템의 블록선도를 나타낸 것이다.

2-3-3. SBAC(Simple Bilinear Adaptive Control)

설계계수 m 과 ω 를 특별하게 설정하면 다음과 같은 간단한 제어 알고리즘도 유도될 수 있다. $\omega=0$ 이면 (4)식은 one-step-ahead feedback control 방식과 동일한 다음과 같은 제어입력계산식으로 귀착된다[20].

$$T \cdot X_k \cdot D_k = \hat{a}_k \cdot X_k - X_s \quad (12)$$

SBAC는 (12)식과 (7)식을 조합한 제어식이라고 정의하자. (12)식은 제어 목적을 달성하는데 입력에 대한 아무런 제한도 없기 때문에 과도한 입력을 산출할 우려

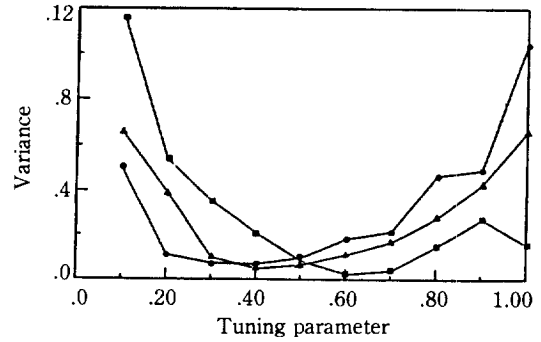


Fig. 2. SDC performance and manipulating effort as functions of the damping factor ζ for $0.1 \leq \zeta \leq 1$, simulation results.

(●; sampling rate = 2 min, ▲; sampling rate = 3 min, ■; sampling rate = 4 min).

가 있다.

2-3-4. SDC(Simple Digital Control)

또한 $m=1$ 인 경우에는 (6)식은 더욱 간단하게 정리된다. 이것은 recursive projection 알고리즘에 의한 매개변수 추정법과 일치한다[19].

$$\hat{a}_k = \frac{Y_k}{X_{k-1}} \quad (13)$$

(13)식을 (12)식에 대입하면 매우 간단한 제어입력 계산식이 유도되는데 이것을 SDC라고 정의하자.

$$T \cdot X_k \cdot X_{k-1} \cdot D_k = T \cdot X_k \cdot X_{k-1} \cdot D_{k-1} + X_k^2 - X_{s_{k+1}} \cdot X_{k-1} \quad (14)$$

(14)식은 매개변수추정식이 입력계산식에 흡수된 형태로서 PID 방식만큼 간단하다. SDC는 수식이 간단해지고 설계변수가 sampling 시간만으로 줄어들기 때문에 사용하기가 간편하지만 그만큼 다른 적응제어방식과 동일한 성능을 보장할 수 없어서 (12)식처럼 과도한 입력이 계산될 우려가 있을 뿐만 아니라 잡음의 영향에 따른 입력의 요동이 심할 것으로 예상된다. 이것을 극복하기 위하여 감쇄인자(damping factor) ζ 를 새로운 설계계수로 첨가한다.

$$T \cdot X_k \cdot X_{k-1} \cdot D_k = T \cdot X_k \cdot X_{k-1} \cdot D_{k-1} + \zeta \cdot (X_k^2 - X_{s_{k+1}} \cdot X_{k-1}) \quad (15)$$

지금까지 소개한 CSTBR에 대한 적응제어방법들을 요약하면 Table 1과 같다. Table 1을 살펴보면 앞의 것일수록 여러 가지 상황을 고려하여 설계되었기 때문에 성능이 우수한 반면 복잡하고 계산량이 많으며, 설계변수가 많아서 많은 기초실험을 요구한다. 뒤의 것일수록 간단하고 계산량도 적고 설계변수가 적어서 적용

Table 1. Brief comparisons of the four bilinear adaptive control algorithms

	BAC	WIBAC	SBAC	SDC
Input calculation	Eq. (4)	Eq. (4)	Eq. (12)	Eq. (15)
Parameter estimation	Eq. (6)	Eq. (7)	Eq. (7)	Eq. (13)
Design variable	T, m, ω D_0, \dots, D_M	\hat{a}_0, P_{-1} T, ω, D_0	\hat{a}_0, P_{-1} T, D_0	T, D_0
Locality of algorithm	general case	$m = k + 1$ of BAC	$\omega = 0$ of WIBAC	$m = 1,$ $\omega = 0$ of BAC

BAC; Bilinear Adaptive Control

WIBAC; Weighted Input Bilinear Adaptive Control

SBAC; Simple Bilinear Adaptive Control

SDC; Simple Digital Control

이 간편하지만 성능면에서 본질적인 단점을 안고 있다. 구조상으로 위의 방법은 아래 방법을 설계변수의 특별한 한 경우로 포함된다.

3. 실험장치 및 실험조건

실험장치 및 조건은 Part 1 과 동일하므로 여기서는 Table 2 에서 간단하게 요약하였다.

4. 결과와 고찰

이론에서는 여러 가지 쌍일차 적응제어방식에 의한 연속배양공정에서의 균체농도 제어에 대하여 이론적으로 고찰하였다. 여기에서는 생물연속배양공정구조를 반영하여 설계한 쌍일차 적응제어방식인 SDC 와 SBAC 그리고 WIBAC 에 의한 실험결과를 나타내었다.

4-1. SDC 의 제어효과

Fig.3 은 SDC 식에 포함된 ξ 의 영향을 추계적 시스템수치해석법으로 알아본 결과로서 ξ 가 1에서 0.1로 줄어들며 따라 입력변수의 요동은 감소하나 반대로 overshoot 나 출력변수의 진동이 증가하였다. 최적치는 0.3과 0.6 사이에 존재하였고 측정잡음의 증가와 sampling 시간의 감소에 따라 점점 작아지는 것으로 나타났다.

Fig.4 는 SDC 를 적용한 결과로서 ξ 를 0.5로 하였다. 제어방식의 단순함에도 불구하고 좋은 제어효과를 보여주고 있으며, 제어목적치가 급격히 바뀌는 경우에도 무난히 작동하였다. 그러나 ξ 를 0.5로 줄였음에

Table 2. Experimental conditions

A. Culture conditions	
Reactor volume	2l
Temperature	30 °C
pH (1N HCl, NaOH)	5
B. Equipments	
APPLE-IIe	
Spectrophotometer	
Peristaltic pump	
C. Medium compositions	
Glucose	20 g/l
Yeast extract	3 g/l
Bacto peptone	5 g/l
Malt extract	3 g/l
D. Micro-organism	
<i>S. cerevisiae</i> (ATCC 24858)	

도 여전히 잡음에 대해 민감한 반응을 보이고 있다. 이것은 SDC 의 제어능력의 한계라고 생각된다. 추적된 매개변수의 추정치는 잡음에 의하여 매우 심하게 요동함을 보여주고 있다. 따라서 이 방식으로는 조업상태를 정확하게 알아내기는 어려울 것으로 판단된다.

4-2. SBAC 의 제어효과

Fig.5 와 6 은 SBAC 에서 P_{-1} 값이 다르게 설정되었을 때의 결과를 나타내고 있다. 모델계수의 초기설정은 둘 다 참값보다 훨씬 큰 $6h^{-1}$ 로 하였으며, P_{-1} 는 각각 10,000 과 100,000 으로 정하였다. Fig.6 에서는 제어초기에 offset 이 생겼는데 이것은 모델계수의 추적이 느렸기 때문이라고 생각된다. Fig.5 에서 나타난 것처럼 모델계수가 수렴함에 따라 offset 이 줄어들었음을 알 수 있었다. Fig.7 의 경우에는 P_{-1} 가 충분히 컸기 때문에 Fig.6 에서 볼 수 있는 것처럼 매개변수의 초기 추적이 비교적 빨리 되었으며 Fig.6 에 비해 매우 향상된 결과를 보이고 있다. 목표치가 급격히 바뀌는 상황에서도 PID 제어기로는 기대하기 어려운 계단모양의 제어결과를 보여주고 있다. Fig.8 은 P_{-1} 를 적절히 택하면 \hat{a}_0 가 참값에서 크게 벗어나더라도 제어에 큰 영향이 없음을 나타내고 있다. SDC 와 비교해 볼 때 SBAC 는 매개변수를 추적할 때 과거의 자료를 충분히 이용하기 때문에 잡음에 대하여 robust 하였다. SBAC 의 경우에는 수렴한 모델계수의 값이 효모의 비증식속도로부터 산출한 값에 가까우며, Fig.6 에서 나타난 것처럼 조업상태의 변화를 표시해주고 있다. 따라서 SBAC 나 WIBAC 는 생체농도의 제어 뿐만 아니라 조업상태를 감시하는 기능까지 보유하고 있다고 할

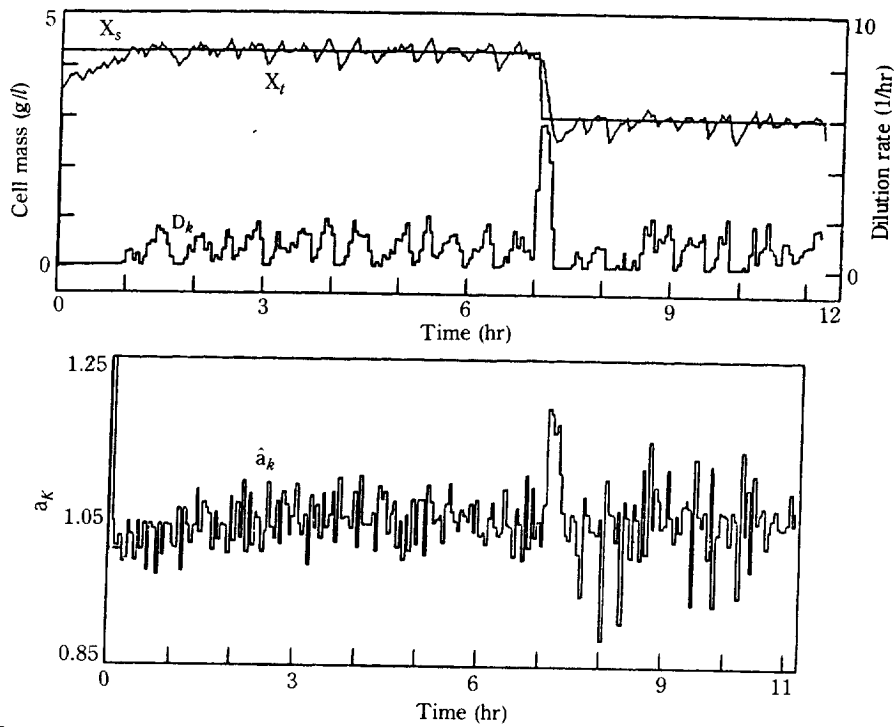


Fig. 3. Cell mass concentration control with bilinear model adaptive controller(a) and estimated parameter trajectories of \hat{a}_k (b) (SDC; $\zeta=0.5$).

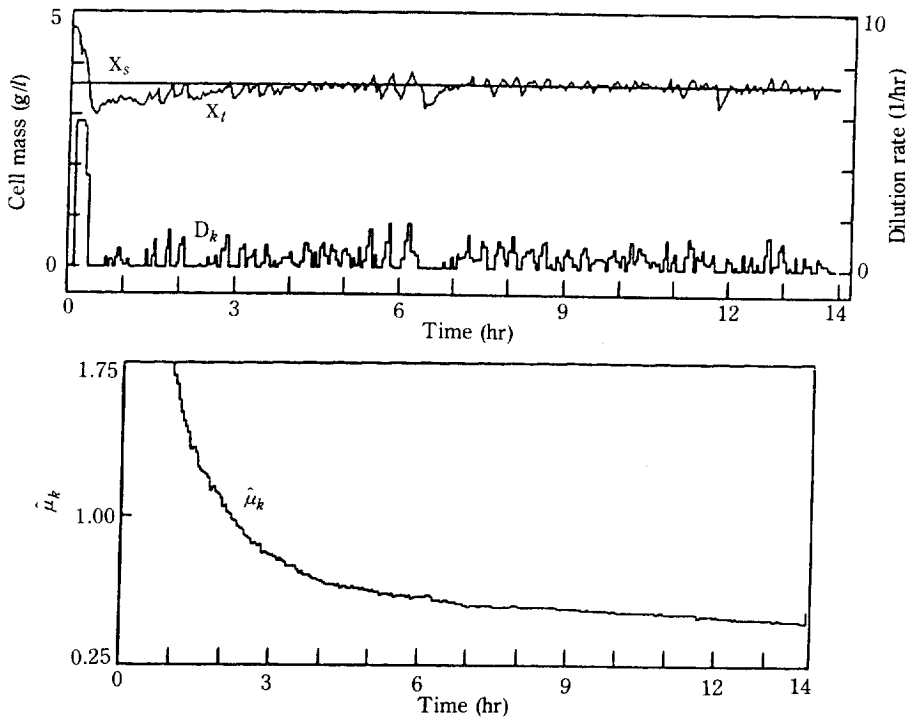


Fig. 4. Cell mass concentration control with bilinear model adaptive controller(a) and estimated parameter trajectories of $\hat{\mu}_k$ (b) (SBAC; $\lambda=0.99$, $\hat{a}_0=6$, $P_{-1}=10,000$).

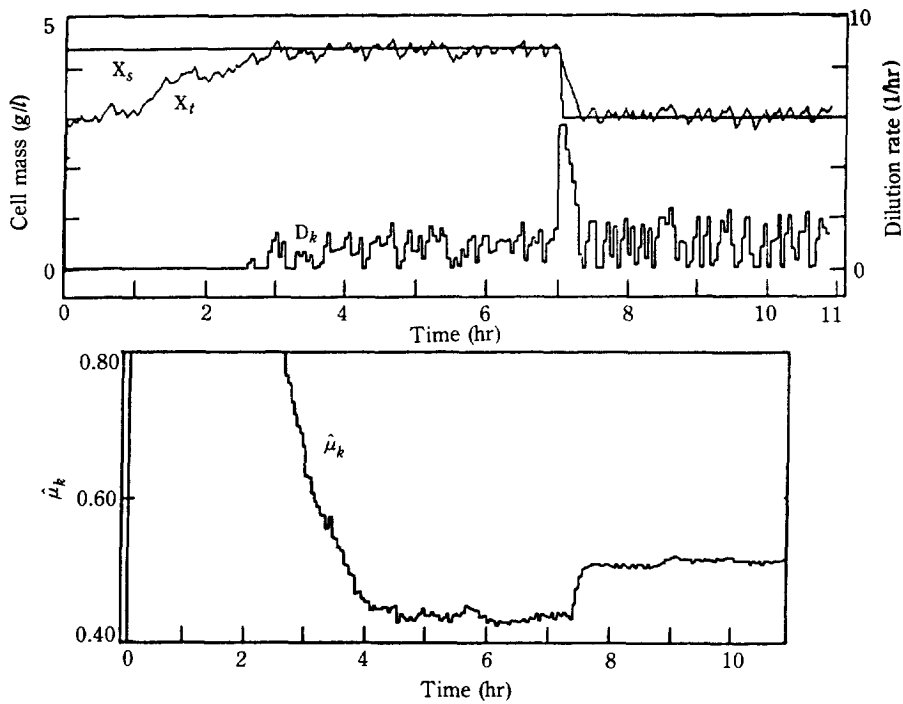


Fig. 5. Cell mass concentration control with bilinear model adaptive controller(a) and estimated parameter trajectories of $\hat{\mu}_k$ (b) (SBAC; $\lambda=0.99$, $\hat{a}_0=6$, $P_{-1}=100,000$).

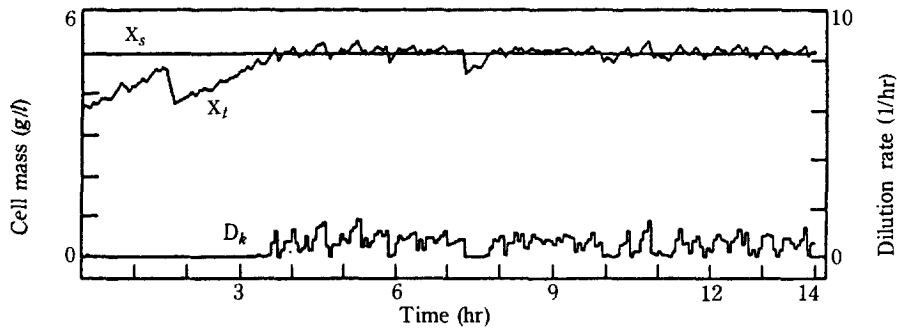


Fig. 6. Cell mass concentration control with bilinear adaptive controller with setpoint 5 g/l (SBAC; $\lambda=0.99$, $\hat{a}_0=10$, $P_{-1}=100,000$).

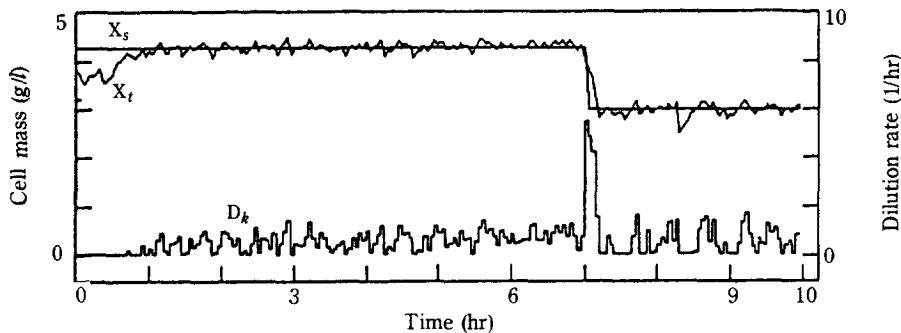


Fig. 7. Cell mass concentration control with bilinear adaptive controller (WIBAC; $\lambda=0.99$, $\hat{a}_0=0.1$, $P_{-1}=10,000$, $\omega=10^{-3}$).

Table 3. Initial choice and converged value of parameters for three experiments using ELS-STR

Set Point (g/l) Deviation		2.5		3.5
		Step-up	Step-down	Step-down
Initial choice	P_{-1}	100	100	1000
	μ_0	0.09	0.1	0.1
	λ	0.99	0.99	0.99
Converged values	μ	8.1×10^{-3}	5.1×10^{-3}	7.12×10^{-4}
	P	90	500	400

수 있다.

Fig. 7은 제어목표치를 5g/l로 제어한 결과이다. 이것은 회분배양에서의 최종 효모농도인 5.5-6g/l에 비슷한 값이다. 여기서 μ_0 는 앞의 경우보다 5배 크게 6으로 정하였다. 1,2시간 경과할 때 심한 내적 교란이 발생하였음에도 불구하고 제어효과는 매우 좋았다. 시스템 인식이 200번 실시된 뒤에도 μ 의 추정치는 앞 실험결과의 1/8 정도인 0.0427 h^{-1} 근처에서 비교적 일정하게 유지되었는데 이것은 효모배양이 정상기(stationary phase)에서 이루어지고 있음을 나타내고 있다. 설계과정에서 예측했던 대로 입력은 심하게 요동하였다. SDC는 ξ 을 더 작게 함으로서 압력의 요동을 줄일 수 있으나 SBAC는 불가능하다.

4-3. WIBAC의 제어효과

WIBAC를 사용하기 위해서는 우선 P_{-1} 과 ω 를 설정하여야 한다. P_{-1} 은 SBAC에서 구한 100,000이 적절하다고 판단되며, ω 는 새로이 설정해야 할 설계변수이다. ω 가 제어에 미치는 영향을 추계 시스템 수치해석법으로 조사한 결과 ω 가 10^{-3} 이하일 때 비로소 그 효과가 나타나게 됨을 알아내었다. 따라서 ω 는 10^{-3} 으로 설정하여 실험하였다. Fig. 7은 이러한 실험결과를 나타낸 것으로 매우 우수한 제어효과를 나타내고 있는 것을 알 수 있다.

이러한 비선형모델 적응제어방식, SDC, SBAC, WIBAC의 제어성능에 대한 간단한 비교는 Table 4에서 나타내었다. 여러 가지 상황을 고리한 경우(=WIBAC)일수록 보다 우수한 제어성능을 보유하고 있음을 알 수 있다. 이러한 비선형 적응제어의 적용예는 다음과 같다. Goodwin 등[13]은 연속 폐수처리공정에서의 pH 제어에서, 그리고 Dochain과 Bastin[14]는 폐수처리공정에서의 기질 및 생산속도 제어에 각각 SBAC와 유사한 비선형모델 적응제어방식을 고안하였

Table 4. Brief comparisons of the three control performances

Controller conditions	SDC	SBAC	WIBAC	
	$\xi = 0.5$	$P_k = 100,000$	$P_k = 100,000$	$\omega = 10^{-3}$
Control results	Fig. 4	Fig. 5	Fig. 6	Fig. 7
Output variance	0.0154	0.0117	0.0154	0.0072
Input variance	0.259	0.222	0.131	0.121

으며, Ko 등[21]도 마찬가지로 연속 폐수처리공정에서의 DOT 제어에 공정구조를 고려한 비선형 적응제어를 제안하였다. 그러나 이러한 연구들은 모두 수치해석에 한정되고 있다.

본 연구에서는 비선형모델 적응제어방식에 의한 균체농도 제어를 실제로 실시하여 설계변수들의 영향을 조사하였으며, 여러 가지 제어방식의 특징을 살펴보았다. 보다 효과적으로 제어성능을 향상시키기 위해서는 공정동특성을 더욱 자세히 고려하는 MIMO 계에서의 시스템 설계, 보다 강건한 매개변수추정방법적용, 보다 많은 상태변수를 제어에 고려하기 위한 측정장치 도입 등이 이루어져야 한다.

5. 결 론

지금까지 CSTBR에서의 균체농도 제어에 이용될 수 있는 여러 가지 쌍일차 적응제어기설계와 그에 대한 실험결과를 소개하였다. 본 논문의 결과를 요약하면 다음과 같다. 첫째, CSTBR에 SBAC와 SDC를 적용한 결과 좋은 제어성능을 보였으며, 이론 전개과정에서 예측되었던 제어기의 여러 가지 특성이 나타났다. SDC는 SBAC보다 모델계수에 대한 잡음의 영향이 심했으며, 두 제어기 모두 격렬한 입력변수의 요동을 보였다. 둘째, 실험에 의하여 SBAC의 설계인자인 \hat{a}_0 와 P_{-1} 에 대한 지침이 마련되었다. \hat{a}_0 는 효모의 비성장속도에 대한 사전지식으로부터 쉽게 결정될 수 있었으며, P_{-1} 은 100,000 정도의 매우 큰 값을 요구하였다. \hat{a}_0 가 비록 참값과 크게 다른 값으로 설정되더라도 P_{-1} 을 적절히 크게 하면 빨리 수렴됨을 알 수 있었다. 마지막으로 WIBAC에 대한 수렴성이 수학적으로 증명되었다. 이러한 제어방식들은 CSTBR에서의 생체농도 뿐만 아니라 기질이나 생성물농도 제어에도 적용

될 수 있으며, CSTR에서 일어나는 모든 1차 유사반응에도 직접 적용될 수 있다.

APPENDIX A. WIBAC의 대역적 수렴성(global convergence)의 증명

생물연속배양기에서의 미생물배양에 관한 discrete-time 모델은 본문에서 보았듯이 다음과 같이 표현된다.

$$X_{k+1} = a \cdot X_k - T \cdot X_k \cdot D_k \quad (A1)$$

이것은 결정형 SISO-쌍일차 차분방정식 형태이다. 여기서 만일 제어입력이 generalized minimum one-step-ahead prediction error control 방식을 이용하는 디지털 제어 알고리즘으로 계산된다면 다음식이 성립된다.

$$X_{s_{k+1}} + \frac{\omega}{T} \cdot \frac{(D_k - D_{k-1})}{X_k} = \hat{a}_k \cdot X_k - T \cdot X_k \cdot D_k \quad (A2)$$

E_k 와 \hat{a}_k 를 다음과 같이 정의하면

$$E_k = X_{k+1} - X_{s_{k+1}} - \frac{\omega}{T} \cdot \frac{(D_k - D_{k-1})}{X_k} \quad (A3)$$

$$\hat{a}_k = \hat{a}_k - a \quad (A4)$$

제어오차식은 (A1)식에서 (A2)식을 빼고 (A3)식과 (A4)식을 대입함으로써 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$E_k = -\hat{a}_k \cdot X_k \quad (A5)$$

매개변수 추정식인 (7)식과 (A1)식의 차에 \hat{a}_k 를 대입하여 정리하면 추정되어 가는 매개변수와 참값 사이의 오차를 다음과 같은 시간에 관한 관계식으로 얻을 수 있다.

$$\hat{a}_k = \frac{\lambda \cdot \hat{a}_{k-1}}{\lambda + P_{k-2} \cdot X_{k-1}^2} \quad (A6)$$

모델에서의 covariance 식인 (8)식을 (A6)식에 대입하면 (A6)식은 다음과 같이 간단하게 나타낼 수 있다.

$$\hat{a}_k = \frac{P_{k-1}}{P_{k-2}} \cdot \hat{a}_{k-1} \quad (A7)$$

여기서 V_k 를 다음과 같이 정의하여 사용하자.

$$V_k = \frac{1}{P_{k-1}} \cdot \hat{a}_k^2 \quad (A8)$$

그러면,

$$V_k - V_{k-1} = -\frac{X_{k-1}^2 \cdot \hat{a}_{k-1}^2}{\lambda + P_{k-2} \cdot X_{k-1}^2} \leq 0 \quad (A9)$$

따라서 V_k 는 k 가 증가함에 따라 그 크기가 증가하지 않을 뿐만 아니라 항상 0보다는 작지 않은 함수임을 알 수 있다. (A9)식을 좀 더 정리하고 (A4)식을 대입하면 아래와 같은 결과를 얻을 수 있다.

$$V_k = V_0 - \sum_{i=1}^k \frac{E_i^2}{\lambda + P_{i-2} \cdot X_{i-1}^2} \quad (A10)$$

V_k 는 0보다 작지 않고 감소하는 함수이므로 다음과 같이 V_k 의 극한치는 반드시 어떤 일정한 값을 갖는다고 할 수 있다.

$$\lim_{k \rightarrow \infty} V_k = \alpha \leq \infty \quad (A11)$$

따라서 아래와 같은 결과를 쉽게 얻을 수 있다.

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \frac{E_k^2}{\lambda + P_{k-2} \cdot X_{k-1}^2} = 0 \quad (A12)$$

모델에서의 covariance 식을 다시 나타내면 다음과 같이 나타낼 수 있으며 결과적으로 (A14)의 결과를 얻게 된다.

$$\frac{1}{P_{k-1}} = \frac{1}{P_{k-2}} + \frac{1}{\lambda} \cdot X_{k-1}^2 \quad (A13)$$

$$P_{k-1} < P_{k-2} < P_{k-3} < \dots < P_{-1} \quad (A14)$$

(A14)의 부등식 관계를 (A12)식에 대입하면

$$0 < \lim_{k \rightarrow \infty} \frac{E_k^2}{\lambda + P_{k-1} \cdot X_{k-1}^2} < \lim_{k \rightarrow \infty} \frac{E_k^2}{\lambda + P_{k-1} \cdot X_{k-1}^2} = 0 \quad (A15)$$

따라서

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \frac{E_k^2}{\lambda + P_{k-1} \cdot X_{k-1}^2} = 0 \quad (A16)$$

그리고 P, Q 를 다음과 같이 정의하자.

$$0 < \frac{\omega}{\omega + T^2 \cdot X_k^2} \leq P < 1 \quad (A17)$$

$$\left| \frac{T \cdot X_k \cdot (\hat{a}_k \cdot X_k - X_{s_{k+1}})}{\omega + T^2 \cdot X_k^2} \right| \leq Q \quad (A18)$$

그러면 다음과 같은 D_k 의 upper bound sequence, $\{Db_k\}$ 를 얻을 수 있다.

$$Db_k = P \cdot Db_{k-1} + Q \quad (\text{단, } D_k \leq Db_k \text{ for all } k) \quad (A19)$$

(A19)식을 풀면 다음과 같은 부등식을 얻을 수 있다.

$$Db_k = P^k \cdot Db_0 + \frac{1 - P^k}{1 - P} \cdot Q < Db_0 + Q \quad (A20)$$

따라서 D_k 는 모든 k 에 대하여 bound 되어 있다고

할 수 있으며 이것은 곧 $|D_k - D_{k-1}|$ 도 bound 되어 있음을 의미한다. 결과적으로 $X_k \geq D > 0$ 을 만족시키는 한도 내에서는 다음과 같은 결론을 내릴 수 있다.

$$\left| \frac{D_k - D_{k-1}}{X_k} \right| \leq R < \infty \quad (\text{단, } R \text{ 은 임의 양수}) \quad (\text{A21})$$

또한 $X_{s_k} \leq M < \infty$ (단, M 은 임의 양수)의 조건과 (A3)식으로부터 아래와 같은 부등식 관계를 얻을 수 있다.

$$|X_k| = |E_k + X_{s_k} + \frac{\omega}{T} \cdot \frac{D_k - D_{k-1}}{X_k}| \leq \max_{0 < t < T} |E_t| + \frac{\omega}{T} \cdot R + M \quad (\text{A22})$$

(A16)식과 (A22)식이 성립됨으로 “The Key Technical Lemma”[19]로부터 다음과 같은 결과를 얻을 수 있다.

$$1) \lim_{k \rightarrow \infty} \{ (X_{k+1} - X_{s_{k+1}}) - \frac{\omega}{T} \cdot \frac{D_k - D_{k-1}}{X_k} \} = 0 \quad (\text{A23})$$

$$2) \{ |X_k| \} \text{ is bounded} \quad (\text{A24})$$

뿐만 아니라 (A16)식에 (A4)식을 대입하고 (A22)식을 고려하면 다음과 같은 결과도 얻을 수 있다.

$$3) \lim_{k \rightarrow \infty} \hat{a}_k = 0 \quad (\text{A25})$$

NOMENCLATURE

a : unknown parameter, scalar
 \hat{a}_k : estimated parameter of a_k
 \hat{a}_k : reconstruction error of a_k
 Db_k : upper bound of control signal
 D_k : dilution rate [hr^{-1}]
 E_k : general error function
 J_k : control objective function
 k : discrete-time instance
 P_k : covariance of data, scalar
 q^{-1} : shift operator
 S_k : loss function of parameter estimation
 t : time index [hr]
 T : sampling time [hr]
 Xa_k : arithmetic averaged signal
 X_k : cell mass concentration [kg m^{-3}]
 Xs_k : set point of X_k [kg m^{-3}]

Greek Letters

ζ : damping factor
 λ : forgetting factor
 μ : specific growth rate [hr^{-1}]
 ω : weighting factor

REFERENCES

1. Kenneth, A.K.: *Bioprocessing Technology*, **9**(12), 1 (1987).
2. Harrison, D.E.F. and Topiwala, H.H.: *Adv. Biochemical Engineering*, **3**, 167, Springer-Verlag, New York, (1974).
3. DiBiasio, D., Lim, H.C. and Weigand, W.A.: *AIChE J.*, **30**, 520 (1984).
4. Harrison, D.E.F.: “Biological and Biochemical Oscillators”, Academic Press, New York (1973).
5. Furuhashi, K. and Heinzle, E.: *Biotech. Bioeng.*, **25**, 2293 (1983).
6. Agrawal, P., Lee, C., Lim, H.C. and Ramkrishna, D.: *Chem. Eng. Sci.*, **37**, 453 (1982).
7. Parulekar, S.J., Semones, G.B., Rolf, M.J., Lievenese, J.C. and Lim, H.C.: *Biotech. Bioeng.*, **28**, 700 (1986).
8. Mateles, R.I., Ryu, D.Y. and Yasuda, T.: *Nature*, Oct., **208**, 263 (1965).
9. Karim, M.N., Linden, J. and Lee, G.K.F.: *AIChE Diamond Jubilee Meeting Washington D.C.*, Oct., **30**, 4 (1984).
10. Koppel, L.B.: *AIChE J.*, **28**, 881 (1982).
11. Chen, L.H. and Chang, H.C.: *Chem. Eng. Commun.*, **27**, 231 (1984).
12. DiBiasio, D., Lim, H.C., Weigand, W.A. and Tsao, G.T.: *AIChE J.*, **24**, 686 (1978).
13. Karim, M.N., Morura, A.R. and Grogan, A.: *IEEE American Control Conference*, WA 5-9, 45 (1982).
14. Dochain, D. and Bastin, G.: *Automatica*, **20**, 5, 621 (1984).
15. Goodwin, G.C., McInnis, B. and Long, R.S.: *Opt. Control. Appl. Meth.*, **3**, 443 (1982).
16. Ramkrishna, D.: *Adv. Biochemical Engineering*, **11**, Springer-Verlag, Berlin, 1 (1979).

17. Clarke, D.W. and Gawthrop, P.J.: *Proc. IEEE*, **126**, 633 (1979).
18. Goodwin, G.C. and Payne, R.L.: "Dynamic System Identification", Academic Press, New York, London (1977).
19. Goodwin, G.C. and Sin, K.S.: "Adaptive Filtering Prediction and Control", Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ (1983).
20. Åström, K.J. and Wittenmark, B.: "Adaptive Control", Addison-Wesley, New York (1989).
21. Ko, K.Y., McInnis, B. C. and Goodwin, G.C.: *Automatica*, **18**, 727 (1982).