

액상 유동층의 입자분산

강 용 · 나종복 · 민병철* · 이강일* · 김상돈**

충남대학교 화학공학과

*한국원자력연구소

**한국과학기술원 화학공학과

(1989년 8월 16일 접수, 1989년 12월 29일 채택)

Fluidizing Particle Dispersion in a Liquid Fluidized Bed

Y. Kang, J. B. Nah, B. T. Min*, K. I. Lee and S. D. Kim**

Department of Chemical Engineering, Chungnam National University, Daejeon 302-764, Korea

*Korea Atomic Energy Research Institute, P.O. Box 7, Daeduk Danji, Daejeon 302-343, Korea

**Department of Chemical Engineering, Korea Advanced Institute of

Science and Technology, Seoul 130-650, Korea

(Received 16 August 1989; accepted 29 December 1989)

요 약

액체 유동층(0.152 m-내경×2.5 m-높이)에서 정상상태에 도달하는 압력변화 과정과 유동입자의 분산 및 입자의 빈도수 등의 유동입자의 동특성을 relaxation 방법에 의하여 해석하였다. 유동입자의 크기(1.0-6.0 mm), 액상유속(30-140 mm/s)이 유동입자의 분산계수 및 입자의 빈도수에 미치는 영향을 결정하였다. 유동입자의 분산과 빈도수는 액체유속과 층 공극률의 증가에 따라 최대값을 나타내며 이 최대값을 나타내는 층 공극률은 유동입자 흐름형태가 변환되는 층 공극률과 거의 일치하였다.

Abstract—The dispersion and frequency of fluidizing particles and the histogram of pressure fluctuations have been analyzed in a liquid fluidized bed. The effects of particle size (1.0-6.0 mm) and liquid velocity (3-14 cm/s) on the dispersion coefficient and frequency of fluidizing particles have been determined in a 0.152 m-ID × 2.5 m high Plexiglas column. The dispersion coefficient and frequency of fluidizing particles exhibit their maximum values with an increase in liquid velocity and consequent increase in bed porosity. The maximum particle dispersion coefficient exhibits at the bed porosity where the flow transition of particles occurs in the bed.

1. 서 론

액체 유동층 반응기는 열전달 및 물질전달 그리고 고-액상의 접촉과 혼합효과가 좋아 촉매액상 반응기, 이온교환수지를 이용한 특정물질의 분리 및 회수, 흡착, 침강 및 폐수처리 등 공업적으로 널리 활용되고 있어

이에 대한 많은 연구가 진행되어 오고 있다[1-4].

액체 유동층에서 연속상인 액상은 연속적으로 유입 유출되나 분산상인 유동입자는 유동층내에 머물면서 각 유동조건에 따라 유동형태와 특성이 변화하므로 유동입자의 동특성은 액체 유동층 반응기 조업에 매우 큰 영향을 미치는 것으로 알려져 있다[5, 6].

유동입자의 분산특성에 관한 연구는 주로 분산 모델을 이용하여 추적입자를 주입하는 방법[7, 8]과 상관함수를 이용하여 해석하는 방법[9] 그리고 정상상태에서 stochastic model을 사용하여서 유동입자의 속도 분포함수로부터 입자의 거동을 해석하는 방법[4, 10] 등으로 나눌 수 있다. 이들 연구들은 대부분 유동입자의 크기가 매우 작은 범위에서 이루어졌으며 따라서 유속의 변화도 한정된 범위에서 조작되었다는 한계성을 내포하고 있다.

본 연구에서는 미소 압력 sensor를 이용하여서 유동층내의 유속의 변화에 따른 압력변화 특성을 측정하여 이 정보로부터 유동층이 새로운 정상상태에 도달되는 양상을 고찰하였으며 relaxation 방법에 따른 유동입자의 빈도수, 확산과 흐름형태의 특성을 검토하였다. 이 연구결과는 액체 유동층에서 입자의 거동해석과 입자의 동특성이 유동층의 수력학적 특성에 미치는 영향 등의 규명 및 해석에 중요한 정보가 되므로 액체 유동층 반응기 설계의 기초자료를 제공할 수 있다.

2. 해 석

2-1. 층 팽창과 입자의 빈도수(Frequency)[4, 11]

실험 장치(Fig.1)의 시험영역(test section)에 존재하는 유입입자의 수는 식 (1)과 같이 평균값으로 나타낼 수 있고, 시험영역을 벗어나는 유입입자의 분율은 식 (2)로 표시할 수 있다.

$$\bar{n}(t) = n_o + (n_R - n_o) \exp(-Ft) \quad (1)$$

시험영역을 벗어나는 유동입자가 시험영역에서

$$E(t) = 1 - \frac{\bar{n}(t)}{n_o} \quad (2)$$

머무는 평균 체류시간은 식 (3)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\gamma = \frac{\int_0^\infty t \dot{E}(t) dt}{\int_0^\infty \dot{E}(t) dt} \quad (3)$$

식 (3)에서 $\dot{E}(t)$ 는 $E(t)$ 의 시간에 대한 도함수를 나타내며, 식 (1), (2)로부터 $\dot{E}(t)$ 는 식 (4)와 같이 표시할 수 있다.

$$\dot{E}(t) = \left(1 - \frac{n_o}{n_R}\right) F \exp(-Ft) \quad (4)$$

따라서, 식 (4)를 식 (3)에 대입하면, 시험영역을 벗어나는 유동입자의 평균 체류시간을 식 (5)와 같이 얻을 수 있다.

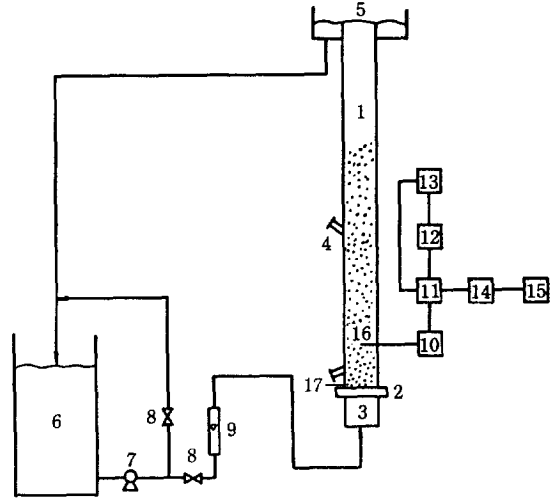


Fig. 1. Experimental apparatus.

- | | |
|---------------------|------------------------|
| 1. main column | 9. pressure transducer |
| 2. distributor | 10. amplifier |
| 3. calming section | 11. recorder |
| 4. loading port | 12. stabilizer |
| 5. weir | 13. A/D converter |
| 6. liquid reservoir | 14. personal computer |
| 7. pump | 15. pressure sensor |
| 8. valve | 16. liquid manometer |

$$\gamma = \frac{1}{F} \quad (5)$$

식 (5)에서 F 는 시험영역을 벗어나는 유동입자의 단위시간당의 입자 빈도수로 해석할 수 있다.

한편 식 (1)에서 유동입자의 수를 시험영역에서의 입자의 분율, 즉 체류량(holdup)으로 나타내면 식 (6)과 같으므로 이들 액체의 체류량, 즉 액상 유동층의 층 공극률(void fraction)로 나타내면 식 (7)을 얻을 수 있다.

$$\epsilon_s(t) = \epsilon_{s0} + (\epsilon_{sR} - \epsilon_{s0}) \exp(-Ft) \quad (6)$$

$$\frac{\epsilon_i(t) - \epsilon_{i0}}{\epsilon_{iR} - \epsilon_{i0}} = \exp(-Ft) \quad (7)$$

식 (7)에서 ϵ_{i0} 는 새로운 정상상태에서 층 공극률, ϵ_{iR} 은 relaxation point에서의 층 공극률, 그리고 $\epsilon_i(t)$ 는 액체 유동층이 relaxation point를 지나 새로운 정상상태에 도달될 때까지의 시간, t 의 변화에 따른 층 공극률을 나타낸다. 따라서, 액체 유동층의 시험영역에서 층 팽창에 따른 공극률과 유동입자의 빈도수를 식 (7)과 같은 관계식으로 나타낼 수 있다.

2-2. 유동입자의 분산[4, 12]

유동층 내에서 입자의 거동을 나타내는 속도상관함수 $C_v(t)$ 와 비정상상태의 transient 상태에서 relaxation 함수 $R(t)$ 와의 관계는 유동층 내에서 유동입자들이 random 운동을 하기 때문에 Langevin 함수를 적용할 수 있다고 가정하면 식 (8)과 같이 표시할 수 있다.

$$R(t) = \frac{1}{m} \int_0^t C_v(t) dt \quad (8)$$

식 (8)에서 m 은 입자 1개의 질량을 나타내고, 속도상관함수 $C_v(t)$ 는 식 (9)와 같이 쓸 수 있는데, 식 (9)에서 $V(t)$ 는 임의의 시간 t 에서 유동입자의 속도를

$$C_v(t) = \frac{\overline{V(t)V(0)}}{\overline{V(0)}^2} \quad (9)$$

나타내고 $V(0)$ 는 시간이 0일 때의 입자의 초기속도를 나타내며, $\overline{V(t)V(0)}$ 와 $\overline{V(0)}^2$ 는 각각 시간이 t 일 때와 0일 때의 유동입자들의 속도의 곱을 평균한 값과, 시간이 0일 때의 유동입자의 속도의 제곱을 평균한 값을 나타낸다.

한편, 입자의 random motion에서 입자의 분산계수는 식 (10)과 같이 나타낼 수 있는데[13], 식 (10)에서 F 는 입자의 빈도수, L_i 는 유동입자의 임의의 위치

$$D_p = \frac{F}{2} \sum_{i=1}^k (\Delta L_i)^2 f(L_i) = \frac{F}{2} \sigma^2(L_i) \quad (10)$$

$\sigma^2(L_i)$ 는 분산(variance), 그리고 $f(L_i)$ 는 L_i 에서의 확률 밀도함수(probability density function)를 나타낸다.

또한 액체 유동층에서 $\sigma^2(L_i)$ 는 식 (11)과 같이 나타낼 수 있고, 새로운 정상상태에서의 분산 $\sigma^2(0)$ 는 식 (12)와 같이 나타낼 수 있으므로, 식 (10)-(12)로부터

$$\sigma^2(L_i) = \frac{l^2}{n_R} \sigma^2(0) \quad (11)$$

$$\sigma^2(0) = n_o \left(1 - \frac{n_o}{n_R}\right) \quad (12)$$

액체 유동층의 시험영역에서의 유동입자의 분산 D_p 는 식 (13)과 같이 표현할 수 있으므로 이를 유동입자의 분율로 나타내면 식 (14)를 얻을 수 있다.

$$D_p = \frac{F}{2} l^2 \frac{n_o}{n_R} \left(1 - \frac{n_o}{n_R}\right) \quad (13)$$

$$D_p = \frac{F}{2} l^2 \frac{\epsilon_{so}}{\epsilon_{sr}} \left(1 - \frac{\epsilon_{so}}{\epsilon_{sr}}\right) \quad (14)$$

Table 1. Comparison among bed porosity values at which the maximum continuity wave velocity, maximum energy dissipation rate and maximum particle dispersion coefficient attained

$d_p(\text{mm})$	$u_t(\text{m/s})$	n	$(\epsilon_l)_{U_{w, \max}}$	$(\epsilon_l)_{E_{D, \max}}$	$(\epsilon_l)_{D_{p, \max}}$
1.0	0.156	2.97	0.663	0.663	0.691
3.0	0.370	2.59	0.614	0.614	0.607
6.0	0.523	2.43	0.588	0.588	0.593

3. 실험

실험장치는 Fig.1에서 보는 바와 같이 직경 0.152 m, 높이 2.5m인 아크릴관을 사용하였으며, 연속상인 액체는 물을, 그리고 분산상인 유동입자로는 밀도가 2500 kg/m³인 유리구슬을 사용하였는데, 크기는 직경 (d_p)이 1.0, 3.0, 6.0 mm 등 세 종류를 사용하였으며, 그 유동특성은 Table 1에 제시하였다. 액상의 유속은 밸브로 조절하여 flowmeter로 측정하였는데, 액체유속의 범위는 공탐속도로 30-120 mm/s 범위이고, 유동층에서의 전체 정 압력강하(static pressure drop)는 유동층 벽면에 부착된 manometer를 이용하여 측정하였다. 일정크기의 유리구슬이 장입된 탑에서 일정유속의 액체를 주입한 후 정상상태에 도달된 다음 액상 유속을 단계함수(stepwise function)로 변화시킨 다음 압력 sensor가 있는 구간의 압력변동(pressure fluctuation)을 amplifier와 A/D converter를 통하여 연속적으로 기록계(recorder)와 전산기로 그 결과를 받아 저장하였다. 압력 sensor는 분산판으로부터 1.0 cm 떨어진 곳에 설치하였는데, semiconductor형의 압력 transducer로 일본의 Copal Electronics사 제품을 사용하였다. 유동층내의 압력 fluctuation 정보와 압력변화 histogram으로부터 새로운 정상상태에 도달되는 경로를 추적하였으며, 액상유속 변화에 따른 단계함수의 상수를 변화시켜 가면서 실험을 반복하였다. 정상상태와 relaxation point 및 시간의 변화에 따른 층공극률 및 유동입자의 체류량은 시험영역(test section)에서의 압력강하 P data로부터 식 (15)에 의하여 구하였다. 액체 유동층 장치의 자세한 부분은 이미 발표된 문헌에 상세히 설명되어 있다[13].

$$P = (\epsilon_l \rho_l + \epsilon_s \rho_s) g L \quad (15)$$

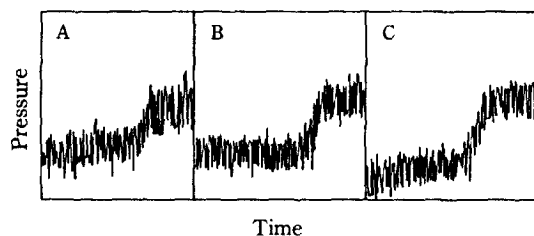


Fig. 2. Typical pressure fluctuation signals.

	A	B	C
d_p (mm):	6.0	6.0	6.0
Initial U_l (cm/s):	10.0	9.0	8.0
Final U_l (cm/s):	12.0	12.0	12.0

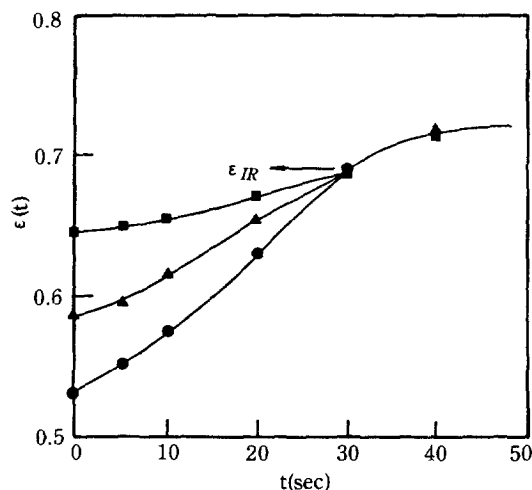


Fig. 3. Variation of bed porosity with time in liquid-fluidized beds.

	●	▲	■
d_p (mm):	1.0	1.0	1.0
Initial U_l (cm/s):	2.0	3.0	4.0
Final U_l (cm/s):	6.0	6.0	6.0

4. 결과 및 고찰

액체 유동층에서 시험영역의 층 공극률 및 유동입자 체류량은 시험영역에서 시간의 변화에 따른 압력강하 정보로부터 식 (15)에 의하여 구하였는데, 액체 분산 판으로부터 일정거리 떨어진 지점에 설치된 압력 sensor에 의해 측정된 압력강하의 변화 양상을 Fig. 2에 나타내었다. Fig. 2는 유동입자의 크기가 6.0mm인 경우에 액체유속을 각각 10에서 12 cm/s(A), 9에서 12 cm/s(B) 그리고 8에서 12 cm/s(C)로 계단함수로 변화시킨 경우의 시간에 따른 압력 sensor 위치에서의 압력강하를 나타낸 것이다. 일정 조업조건에서 정

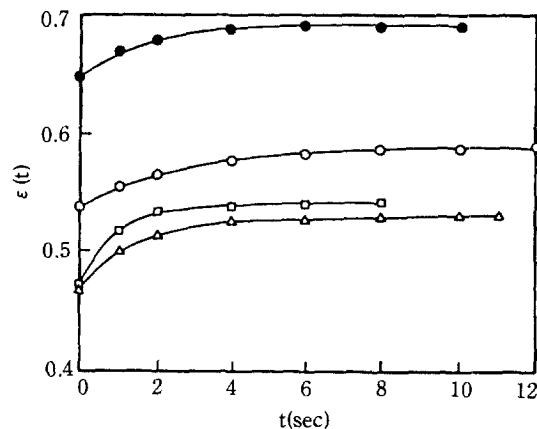


Fig. 4. Variation of bed porosity with time after relaxation point in the bed.

	○	●	△	□
d_p (mm):	1.0	1.0	3.0	6.0
Final U_l (cm/s):	3.0	5.0	7.0	10.0

상상태에 있는 액체 유동층의 유속을 계단함수로 변화시켜주면 새로운 유속의 유동조건에서 새로운 정상상태에 도달하게 되는데, 액체 유동층이 일정 정상상태에서 새로운 정상상태로 바뀌는 과정의 histogram을 추적함으로써 relaxation point를 구할 수 있다. Fig. 3은 액체 유동층의 정상상태 변화과정으로부터 relaxation point를 구하는 것을 나타낸 것인데, 유동입자의 크기가 1.0mm인 경우에 초기유속이 각각 2, 3, 4 cm/s에서 6 cm/s로 변화시켰을 때의 시간의 변화에 따른 층 공극률의 변화가 새로운 정상상태에 접근해 가면서 거의 유사한 값을 나타냄을 알 수 있다. 이와 같은 relaxation point를 지나면 유동층의 층 공극률은 새로운 정상상태의 값으로 수렴해 가는데 이를 각 유동조건에 따라 Fig. 4에 나타내었으며, 본 연구의 실험에 사용한 각 유동입자의 경우 액체유속과 relaxation point에서의 층 공극률의 관계를 Fig. 5에 나타내었다. 이와 같은 방법으로 층 공극률 정보로부터 식 (7)에 의하여 시험영역에서의 유동입자의 빈도수 (frequency)를 구할 수 있는데, 이를 액체유속에 따라 Fig. 6에 나타내었다. Fig. 6에서 볼 수 있듯이 유동입자의 빈도수는 모든 유동입자의 경우 액체유속의 증가에 따라 최대값을 나타내었으며, 입자의 크기가 증가할수록 빈도수가 큰 값을 나타냄을 알 수 있다. 따라서 이와 같은 각 유동조건에서의 유동입자의 빈도수와 층 공극률 정보로부터 식 (14)에 의하여 유동입자의 분산 계수 (dispersion coefficient)를 구할 수 있으며, 이를 Fig. 7에 액체유속에 따라 나타내었으며, Fig. 8에 층

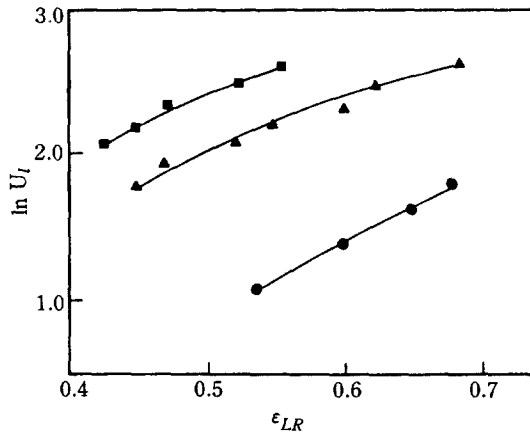


Fig. 5. Plots of $\ln U_l$ vs. E_D in liquid-fluidized beds.

d_p (mm): \circ 1.0 \triangle 3.0 \square 6.0

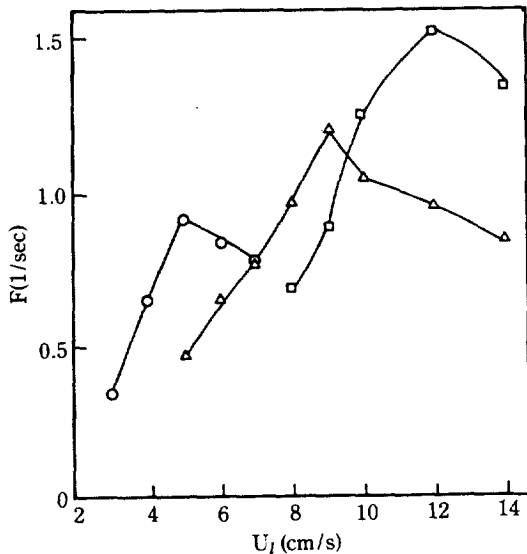


Fig. 6. Effect of liquid velocity on F in liquid-fluidized beds.

d_p (mm): \circ 1.0 \triangle 3.0 \square 6.0

공극률에 따라 나타내었다. Fig. 7, 8에서 보는 바와 같이 액체 유동층에서 유동입자의 분산계수는 액체유속이 증가함에 따라 최대값을 나타내었으며, 유동입자의 크기가 증가할수록 분산계수의 값이 크게 나타남을 알 수 있다.

액체 유동층에서 액체유속이 증가함에 따라 유동입자의 축방향 분산계수가 증가하다가 감소하는 경향은 유동입자로 직경이 0.42-0.77 mm 크기 범위의 유리구슬

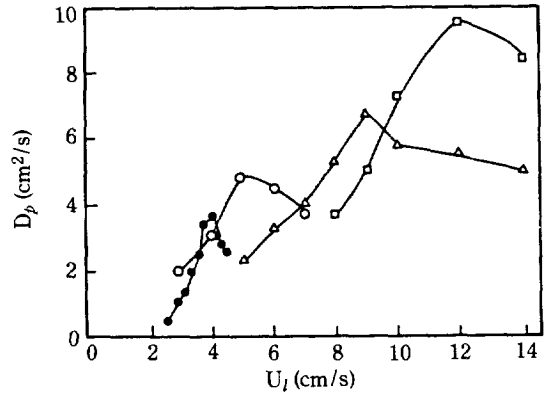


Fig. 7. Effect of liquid velocity on D_p in liquid-fluidized beds.

d_p (mm): \circ 1.0 \triangle 3.0 \square 6.0 \bullet 0.772
this study Yutani et al. [4]

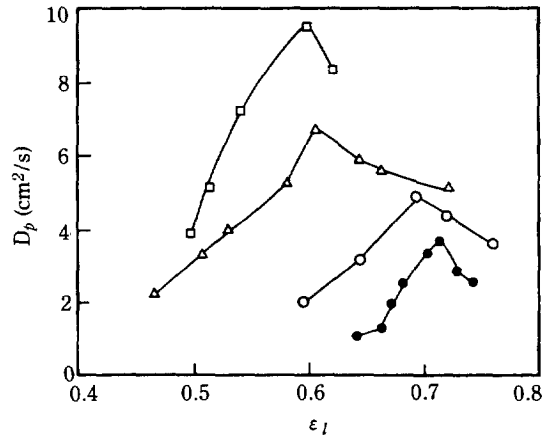


Fig. 8. Effect of E_l on D_p in liquid-fluidized beds.

d_p (mm): \circ 1.0 \triangle 3.0 \square 6.0 \bullet 0.772
this study Yutani et al. [4]

을 사용한 Yutani 등[4]의 실험결과에서 찾아볼 수 있으며 (Fig. 7), fire brick 과 석회석을 사용한 Michi 등[7]의 연구결과와도 유사하였다. Handley 등[9]은 액체 유동층에서 추적유동입자를 사용하여 유동입자의 거동을 연구하였는데, 그들은 추적유동입자의 운동과 유동층 내의 동 압력분포 (dynamic pressure distribution)에 대한 연구결과 액체 유동층 내에서 난류입자 속도성분 (turbulent particle velocity component)과 입자의 유효속도 (resultant velocity of particle)가 액체 유동층의 층 공극률의 증가에 따라 각각 최대값을 나타낸다고 보고하였으며, 이를 난류입자-속도성분과

입자의 유효속도가 최대값을 나타내는 때의 유동조건이 유사함을 알아냈다. 따라서 그들은 난류입자-속도성분과 입자의 유효속도가 최대값을 나타내는 유동조건에 총 공극률의 범위에서 운동량 전달이 최대가 된다고 보고하였다.

또한 Handley 등[9]은 액체 유동층에서 난류입자-속도성분이 난류 유체-속도성분(turbulent fluid-velocity component)보다 유동층의 동특성에 미치는 영향이 크며, 따라서 유동층에서 유동입자의 수직운동이 단순한 유체의 난류현상에 의해서만 그 특성이 결정되는 것이 아니라고 주장함으로써 유동입자 자체의 유동특성이 있음을 암시하였다.

Kang과 Kim[14]은 액체 유동층에서 유동입자는 액체유속의 증가에 따라 그 유동입자의 순환(circulation flow)형태에서 난류 무질서 운동(turbulent random motion)형태로 바뀌며, 이 유동입자의 흐름형태가 바뀌는 유동조건에서 유동층 내의 에너지 소멸속도, 난류강도(turbulent intensity), 연속파동속도(continuity wave velocity) 등도 각각 최대값을 나타낸다고 보고한 바 있다. 또한 Kang과 Kim은 액체 유동층에서 유동입자의 흐름형태가 바뀌는 때의 총 공극률값과 액체의 반경방향 혼합계수가 최대값을 나타내는 때의 총 공극률값이 유사하게 나타남을 보고한 바 있으며[5], 유동층 내부의 열원과 유동층간의 열전달(immersed heater-to-bed heat transfer) 연구로부터 열전달 계수가 최대값을 나타내는 때의 총 공극률값과도 유동입자의 흐름 형태가 변환하는 때의 총 공극률값과 일치한다고 보고하였다[13, 15]. 따라서 액체 유동층에서 유속과 총 공극률의 증가에 따라 유동입자의 운동이 순환흐름 형태에서 난류 무질서 운동의 형태로의 변화가 유동입자의 분산에도 크게 영향을 미칠 것으로 판단된다. 즉, 유속이 낮은 범위에서 유동입자의 순환흐름 형태를 가지는 영역에서는 유속의 증가에 따라 유동입자의 운동속도가 빨라지며, 총 팽창에 따라 총 공극률이 증가함으로써 유동입자의 운동영역이 넓어짐으로 유동입자간의 충돌 등 상호작용 효과보다는 결과적으로 유동입자의 운동속도의 증가에 영향을 미치므로 시험영역에서 유동입자의 빈도수와 분산이 유속의 증가에 따라 증가하게 된다. 그러나 유속이 높은 범위에서는 유동입자가 완전히 난류 무질서 운동의 형태가 되므로 시험영역(test section)에서 유속의 증가에 따라 유동입자의 선속도 자체는 증가하나 지나친 총 팽창으로 유동층 단위 체적당 유동입자의 체류량의 감소를 가져와 시험영역에서의 유동입자의 빈도수와 분산이 다같이 유

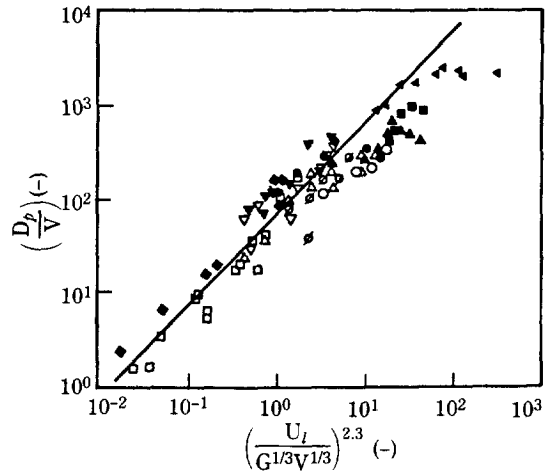


Fig. 9. Comparison between the particle dispersion coefficients from the correlation and experimental values of the present and previous studies.

ρ_p (kg/m ³):	1200 and 1400	1375	2710-2360	2500	2300
d_p (mm):	0.666-0.736	0.519-	0.551-	0.42-	1.83-
	Martin et al.[3]	van der Meer et al.[16]	Muchi et al.[7]	Yutani et al.[4]	Al-Dibouni and Garside[1]
ρ_p (kg/m ³):	○	○	●	▲	■
d_p (mm):	2490	2500	2500	2500	2500
	8.89	1.09-1.54	1.0	3.0	6.0
	Calros and Richardson [17]	Handley et al. [9]			present study

속 증가에 따라 감소하는 경향을 나타낸다고 할 수 있다. 따라서, 액체 유동층에서 유속의 증가에 따라 이들로 상반되는 두 가지 효과 때문에 입자의 분산계수는 최대값을 나타내며, 입자의 분산계수가 최대값을 나타내는 유동조건에서 유동입자의 흐름형태가 총류 순환흐름 형태에서 난류 무질서 흐름 형태로 변환되는 것을 알 수 있다.

액체 유동층의 본 실험영역에서 에너지 소멸속도와 유동입자의 연속 파동속도[14]가 최대값이 되는 유동조건에 총 공극률과 유동입자의 분산계수가 최대값을 갖는 때의 총 공극률을 비교하여 Table 1에 나타내었는데, 이들 값들이 매우 유사한 값을 나타냄을 알 수 있다. 액체 유동층에서 입자의 분산계수에 대한 상관식은 Van Der Meer 등[16]이 차원해석을 하여 제시한 식(16)이 지금까지 제시된 식 중에서 가장 잘 맞는 것으로

$$\frac{D_p}{V} = K \left(\frac{U_i}{g^{1/3} V^{1/3}} \right)^{2.3} \quad (16)$$

판단되며, 본 연구의 결과를 다른 연구자들의 실험결과와 함께 Fig. 9에 나타내었다. Fig. 9에서 식 (16)의 상수 K 값은 Van Der Meer 등이 제시한 70이 본 연구의 결과에서도 가장 적당한 것으로 판단되었다.

5. 결 론

본 연구의 실험결과 다음의 결론을 얻을 수 있었다.

1. 액체 유동층이 주어진 일정 유동조건하에서 정상 상태에 도달되었는지의 여부와 유동입자의 분산계수 및 빈도수 등 유동입자의 동특성에 대한 정보를 relaxation 방법에 의하여 해석하였다.

2. 액체 유동층에서 유동입자의 빈도수와 분산계수는 액체유속과 층 공극률의 증가에 따라 각각 최대값을 나타내었으며, 유동입자의 크기가 증가할수록 유동입자의 빈도수와 분산계수는 큰 값을 나타내었다.

3. 액체 유동층에서 유동입자의 빈도수와 분산계수는 유동입자의 흐름형태가 순환흐름에서 난류 무질서 흐름으로 변환되는 층 공극률의 영역에서 각각 최대값을 나타내었다.

NOMENCLATURE

$C_d(t)$: velocity correlation function, [m/s]
d_p	: particle diameter, [m]
D_p	: particle dispersion coefficient, [m ² /s]
$E(t)$: entrained particle fraction
$\dot{E}(t)$: derivative of $E(t)$
F	: frequency of fluidizing particles, [1/s]
$f(L_i)$: probability density function at L_i
g	: gravitational acceleration, [m/s ²]
K	: constant
L	: expanded bed height, [m]
l	: location of pressure sensor, [m]
L_i	: arbitrary location of fluidizing particle, [m]
m	: mass of individual fluidizing particle, [kg]
n	: number of particles
ΔP	: pressure drop, [N/m ²]
t	: time, [s]
u	: liquid velocity, [m/s]
ν	: liquid dynamic viscosity, [m ² /s]
$v(t)$: fluidizing particle velocity, [m/s]

Greek Letters

ρ	: density, [kg/m ³]
--------	---------------------------------

ϵ	: holdup
σ^2	: variance
τ	: mean residence time of fluidizing particles, [s]

Subscripts

o	: steady state
R	: relaxation state
l	: liquid
s	: solid

REFERENCES

1. Al-Dibouni, M.R. and Garside, J.: *Trans. IChem. E.*, **57**, 94 (1979).
2. Ganguly, U.P.: *Can. J. Chem. Eng.*, **60**, 470 (1982).
3. Martin, B.L.A., Kolar, Z. and Wesselingh, J.A.: *Trans. IChem. E.*, **59**, 100 (1981).
4. Yutani, N., Otake, N., Too, J.R. and Fan, L.T.: *Chem. Eng. Sci.*, **37**, 1079 (1982).
5. Kang, Y. and Kim, S.D.: *Ind. Eng. Chem. Process Des. Dev.*, **25**, 717 (1986).
6. Muroyama, K. and Fan, L.S.: *AIChE J.*, **31**, 1 (1985).
7. Mudhi, I., Mukaie, S., Kamo, S. and Okamoto, M.: *Kagaku Kogaku*, **25**, 757 (1961).
8. Kennedy, D. and Brettan, R.H.: *AIChE J.*, **12**, 24 (1966).
9. Handley, D., Doraisamy, A., Butcher, K.L. and Franklin, N.L.: *Trans. Inst. Chem. Engrs.*, **44**, T260 (1966).
10. Yutanui, N. and Fan, L.T.: *Powder Technol.*, **42**, 145 (1985).
11. Chiang, C.L.: "An Introduction to Stochastic Processes and Their Applications", Krieger, New York (1980).
12. Hori, J.: "Langevin Equation", Iwanami, Tokyo (1977).
13. Kang, Y., Suh, I.S. and Kim, S.D.: *Chem. Eng. Commun.*, **34**, 1 (1985).
14. Kang, Y. and Kim, S.D.: *Particulate Sci. Technol.*, **6**, 133 (1988).
15. Kim, S.D., Kang, Y. and Kwon, H.K.: *AIChE J.*, **32**, 1397 (1986).
16. van der Meer, A.P., Blanchard, C.M.J.P. and Wesselingh, J.A.: *Chem. Eng. Res. Des.*, **62**, 214 (1984).
17. Carlos, C.R. and Richardson, J.F.: *Chem. Eng. Sci.*, **23**, 825 (1968).