

슬러리에 CO₂ 기체의 흡수(II) — 카올린과 백카본 슬러리의 층류막에 CO₂의 물질전달 —

박상욱·김성수*·한성범**

부산대학교 공과대학 화학공학과

*지산 간호보건전문대학

**동의대학교 공과대학 화학공학과

(1989년 11월 24일 접수, 1990년 3월 21일 채택)

Absorption of CO₂ into Slurries (II) — Mass Transfer of CO₂ Gas into Laminar Falling Films of Slurries of Kaolin and White Carbon —

Sang Wook Park, Sung Soo Kim* and Sung Bum Han**

Department of Chemical Engineering, College of Engineering, Pusan National University, Pusan 609-735, Korea

*Ji-San Junior College

**Dept. Chem. Eng., College of Eng., Dong Eui University

(Received 24 November 1989; accepted 21 March 1990)

요 약

Power-law 거동을 나타내는 비뉴톤 액체의 층류막에 기체 흡수실험을 행하였다. 층류막에 흡수된 기체용질에 대한 대류 - 확산방정식의 해를 변수분리형으로 얻었으며, 평균 Sherwood 수를 Graetz 수와 비뉴톤 액체의 power-law index의 함수로 나타내었다. CO₂ 기체의 흡수속도를 잰 벽탐을 사용하여 kaolin과 white carbon slurry의 층류막에서 측정하였으며, 이론치와 비교하였다. Beek-Bakker model을 사용하여 물질전달속도에 대한 근사해를 얻어 실험치와 비교하였다.

Abstract — Absorption of CO₂ gas into laminar falling films of kaolin and white carbon slurries by using a wetted-wall column was studied theoretically and experimentally at 25°C and 1 atm.

The convective-diffusion equation was solved by separation of variables and the analytical solution for the average Sherwood number was obtained as a function of the Graetz number and the power-law index of the slurries. An approximate solution for the rate of mass transfer could be also obtained by using the Beek-Bakker model. The experimental results were in good agreement with the theoretical predictions.

1. 서 론

비뉴톤 액체의 거동을 나타내는 슬러리의 층류막에 대한 기체의 흡수는 기-액 접촉계면을 통하여 물질이동이 이루어지며, 이 때의 흡수기구는 화학공정 단위조

작, 고분자 가공, 발효에 의한 미생물학적 공정, 슬러리의 화학반응 등 기체와 접촉하는 단위공정의 응용에 많이 사용되고 있으나 비뉴톤 액체의 층류막에서의 유체 역학적 거동에 대한 이론이 확립되지 않아 이에 대한 이론적 및 실험적 고찰에 대하여 해결해야 될 많은

문제가 산재되어 있다.

기체를 흡수하는 층류막으로 사용되는 비뉴톤 액체로서는 주로 준가성 액체(pseudo-plastic liquid)가 많이 사용되고 있다. Chavan과 Mashelkar[1]은 평판과 구형의 표면에서 형성되는 power-law 거동을 나타내는 비뉴톤 층류막에 기체가 흡수될 경우 용질기체의 대류-확산방정식으로부터 용질의 농도분포를 eigenfunction을 사용한 수치해로서 구하였고, Mashelkar 등[2], Yih와 Huang[3], Mashelkar과 Dutta[4] 및 Venkatsubramanian과 Mashelkar[5] 등은 기체 흡수기구를 침투설[6]을 사용한 용질의 대류-확산방정식으로부터 층류막에서의 기체 흡수속도를 수치해로서 구하였다.

Mashelkar와 Soylu[7, 8]는 젖은 벽탐과 double cone에서 형성되는 power-law 거동을 나타내는 고분자 용액에 흡수되는 CO₂ 기체의 흡수속도를 각각 측정하여 확산계수를 구하였고, Mashelkar[9]는 젖은 벽탐에서 형성되는 비뉴톤 액체의 난류액막에 흡수되는 기체의 흡수속도를 측정하여 층류막에서와 비교하였다. Hikita 등[10]은 젖은 벽탐을 사용하는 kaolin slurry의 층류막에서 흡수되는 He와 H₂ 기체의 흡수속도를 측정하여 층류막에서 용질의 농도에 대한 대류-확산방정식으로부터 계산된 흡수속도와 비교하였다. Lee와 Lee[11]는 고분자 용액의 층류막에서 O₂ 흡수속도를 측정하여 O₂의 확산계수값을 구하였다. Park 등[12]은 고분자 용액의 층류막에서 CO₂ 기체의 흡수속도를 측정하여 CO₂ 기체의 확산계수와 고분자의 분자량과의 상관관계식을 제시하였다.

본 연구는 젖은 벽탐에서 형성되는 kaolin과 white carbon 슬러리의 층류막에 CO₂ 기체가 흡수될 경우 흡수된 CO₂ 기체의 농도를 대류-확산방정식의 변수분리형으로 구하고 이로부터 계산된 흡수속도값과 실험치와 비교 검토하고자 한다.

2. 이론

원주형 막대(rod) 주위로 흘러내리는 층류경막의 슬러리에 기체가 흡수될 경우 기체의 용해도가 적고 슬러리가 power-law 거동을 나타내는 비뉴톤 액체이고 정상상태에서 액막의 흐름이 완전발달흐름(fully developed flow)이고 액막의 두께가 rod의 크기에 비해 매우 적어 액막의 굴곡이 무시되며, Peclet 수가 100보다 적어 축방향 흐름이 무시된다[13]고 가정하면, 용질기체의 물질전달은 Fig. 1에서 나타낸 바와 같이 액막

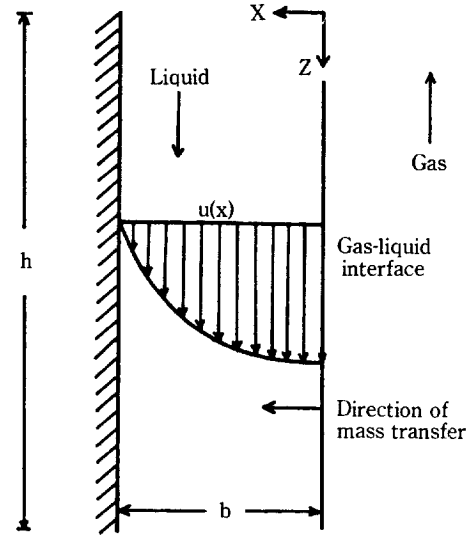


Fig. 1. Flow model and coordinate system in physical absorption.

의 흐름 방향에서의 대류와 기-액 계면의 수직방향의 분자확산에 의해 이루어지며, 용해되는 기체의 질량법칙과 Fick의 제 1법칙으로부터 다음과 같이 용질기체, A의 대류-확산방정식이 얻어진다.

$$u_z \frac{\partial C_A}{\partial z} = D_A \frac{\partial^2 C_A}{\partial x^2} \quad (1)$$

식 (1)에서의 경계조건은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} z=0, \quad 0 < x < b; \quad C_A &= C_{A1} \\ z > 0, \quad x=0; \quad C_A &= C_{A0} \\ z > 0, \quad x=b; \quad D_A \frac{\partial C_A}{\partial x} &= 0 \end{aligned} \quad (2)$$

식 (1)에서의 u_z 는 층류막 내에서 액체의 속도이며, u_z 의 속도분포식은 다음과 같다[12].

$$u_z = \frac{2n+1}{n+1} u_m \left[1 - \left(\frac{x}{b} \right)^{n/n+1} \right] \quad (3)$$

여기서 u_m 은 평균속도, b 는 액막의 두께이며, 각각 식 (4), (5)로 주어지며 n 은 power-law 거동을 나타내는 power-law index로서, power-law 거동을 나타내는 비뉴톤 액체는 식 (6)으로 정의된다[14].

$$u_m = \left[\frac{n}{2n+1} \left(\frac{\rho g}{k} \right)^{1/n} \left(\frac{\Gamma}{\rho} \right)^{n+1/n} \right]^{n/2n+1} \quad (4)$$

$$b = \left[\frac{2n+1}{n} \left(\frac{k}{\rho g} \right)^{1/n} \frac{\Gamma}{\rho} \right]^{n/2n+1} \quad (5)$$

$$\tau_{xz} = k \left| - \frac{du_z}{dx} \right|^{n-1} \left(\frac{du_z}{dx} \right) \quad (6)$$

식 (1)과 (2)를 식 (7)과 같은 무차원군으로 변수 변환하면 다음과 같은 식 (8), (9)를 얻는다.

$$\phi = \frac{C_{A0} - C_A}{C_{A0} - C_{A1}}, \quad Z = \frac{D_A z}{u_s b^2}, \quad X = \frac{x}{b} \quad (7)$$

$$[1 - X^{n+1/n}] \frac{\partial \phi}{\partial Z} = \frac{\partial^2 \phi}{\partial X^2} \quad (8)$$

$$Z=0; \phi=1$$

$$X=0; \phi=0 \quad (9)$$

$$X=1; D_A \frac{\partial \phi}{\partial X} = 0 \quad (9)$$

식 (8)의 ϕ 를 식 (10)과 같이 변수 분리하여 식 (8)에 대입하면 두 개의 독립변수 R과 F는 다음과 같은 식 (11), (12)로 나타낼 수 있다.

$$\phi = R(Z) F(X) \quad (10)$$

$$\frac{dR_i}{dZ} = \lambda_i^2 F_i = 0 \quad (11)$$

$$\frac{d^2 F_i}{dX^2} + \lambda_i^2 [1 - (1 - Y)^\alpha] F_i = 0 \quad (12)$$

여기서 α 는 $(n+1)/n$ 이고 $Y=1-X$ 이다.

식 (11)의 해는 식 (13)과 같으며, 식 (12)의 해는 경계조건, $Y=0; \frac{dF_i}{dY}=0, Y=1; F_i=0$ 을 사용하여 다음과 같은 식 (14)를 얻는다.

$$R_i = \exp(-\lambda_i^2 Z) \quad (13)$$

$$F_i = \sum_{j=1}^{\infty} B_j (1-X)^{j-1} \quad (14)$$

식 (14) 중의 $(1-X)^{j-1}$ 을 2항 전개하여 상기의 경계조건을 사용하여 식 (14)의 B를 구하면 다음과 같다 [14].

$$B_1=1, B_2=0, B_3=0$$

$$B_j = \frac{\lambda_1^2}{(j-1)(j-2)} \sum_{k=1}^{j-3} \frac{(-1)^k \alpha(\alpha-1) \cdots (\alpha-k+1)}{k!}$$

$$B_{j-k-2}; j \geq 4 \quad (15)$$

상기 경계조건 $Y=1; F_i=0$ 을 사용하여 식 (14)로부터 다음과 같은 식을

$$\sum_{j=1}^{\infty} B_j = 0 \quad (16)$$

얻을 수 있으며, 여기서 식 (12)의 eigenvalue, λ_i 를 구할 수 있다.

식 (14)와 (15), (16)에 의해 다음과 같은 M_i 를 구하고 [14],

Table 1. Values of λ_i, M_i and G_i for various values of n

n	i	λ_i	M_i	G_i
0	1	1.570796	1.273240	0.810569
	2	4.712389	-0.424413	0.090063
	3	7.853982	0.254648	0.032422
	4	10.995570	-0.181891	0.016542
	5	14.131670	0.141471	0.010007
	6	17.278760	-0.115749	0.006699
0.2	1	1.689270	1.293133	0.807527
	2	4.970054	-0.468679	0.089920
	3	8.186662	0.302597	0.032923
	4	11.391940	-0.227491	0.016969
	5	14.592870	0.183980	0.010332
	6	17.791590	-0.155347	0.006947
0.5	1	1.779313	1.318145	0.799210
	2	5.071982	-0.511959	0.093030
	3	8.319530	0.335124	0.034441
	4	11.560140	-0.253484	0.017817
	5	14.798180	0.205725	0.010867
	6	18.034980	-0.174113	0.007314
1.0	1	1.847822	1.338187	0.789703
	2	5.142038	-0.545516	0.097255
	3	8.416225	0.358898	0.036094
	4	11.686340	-0.272076	0.018686
	5	14.954890	0.221109	0.011402
	6	18.222640	-0.187303	0.007676
2.0	1	1.901387	1.353787	0.780697
	2	5.199542	-0.571953	0.101148
	3	8.494544	0.377983	0.037693
	4	11.788380	-0.287010	0.019533
	5	15.081660	0.233443	0.011922
	6	18.374620	-0.197857	0.008027
∞	1	1.979564	1.375992	0.765565
	2	5.290417	-0.610391	0.107187
	3	8.617085	0.406818	0.040402
	4	11.946760	-0.309931	0.021019
	5	15.277510	0.252527	0.012853
	6	18.608760	-0.214261	0.008663

$$M_i = \frac{-2}{\lambda_i \left(\frac{\partial F_i}{\partial \lambda_i} \right)_{\gamma=1}} \quad (17)$$

식 (10)의 R(Z)와 F(X)에 식 (11)과 (12)를 대입하여 식 (8)의 농도분포를 구하면 다음과 같다.

$$\frac{C_{A0} - C_A}{C_{A0} - C_{A1}} = \sum_{i=1}^{\infty} M_i F_i \exp\left(\frac{-\lambda_i^2 D_A z}{u_s b^2}\right) \quad (18)$$

출구의 평균농도 C_{A2} 를 다음과 같이 정의하면

Table 2. Physical properties, solubility and diffusivity of CO₂ in slurries at 1 atm and 20°C

Material	Conc. (wt %)	n	$k \times 10^2$ (dyne.s ² /cm ²)	Density (g/cm ³)	$C_{A0} \times 10^5$ (gmol/cm ³)	$D_A \times 10^5$ (cm ² /s)
Water	0	1.0	1.00	0.998	3.829(±0.002)	1.610(±0.005)
Kaolin	3	0.96	1.49	1.017	3.788(±0.003)	1.582(±0.004)
	5	0.94	1.96	1.035	3.763(±0.004)	1.571(±0.003)
	7	0.90	2.60	1.051	3.736(±0.002)	1.565(±0.003)
	10	0.87	3.87	1.071	3.695(±0.005)	1.542(±0.005)
	15	0.81	7.93	1.115	3.631(±0.002)	1.519(±0.007)
White carbon	3	0.96	1.68	1.102	4.021(±0.004)	1.587(±0.006)
	5	0.94	2.55	1.027	4.167(±0.003)	1.558(±0.005)
	7	0.91	3.95	1.034	4.268(±0.003)	1.546(±0.003)
	10	0.88	7.50	1.053	4.511(±0.005)	1.532(±0.004)
	12	0.86	11.24	1.059	4.622(±0.002)	1.515(±0.005)

$$C_{A2} = \frac{\int_0^b u_z C_A dx}{\int_0^b u_z dx} \quad (19)$$

식 (18)로부터 출구농도는 다음과 같이 나타낼 수 있다 [14].

$$\frac{C_{A2} - C_{A1}}{C_{A1} - C_{A1}} = \sum_{i=1}^{\infty} G_i \exp\left(-\frac{\lambda_i^2}{Gz}\right) \quad (20)$$

여기서

$$G_i = \frac{2n+1}{n+1} \frac{M_i}{\lambda_i^2} \left(\frac{dF_i}{dx} \right)_{x=0} \quad (21)$$

$$Gz = \frac{u_m b^2}{D_A h} \quad (22)$$

식 (16), (17) 및 (21)로부터 power-law index, n 을 parameter 로 하여 λ_i , M_i , G_i 를 계산하여 Table 1 에 나타내었다.

한편 젖은 벽탐의 rod 의 전체길이, h 에 대한 평균 액상 물질전달계수, k_L 은 식 (23)으로 정의된다.

$$k_L = \frac{\Gamma(C_{A2} - C_{A1})}{\rho h (\Delta C_A)_{lm}} = \frac{N_A}{(\Delta C_A)_{lm}} \quad (23)$$

여기서

$$(\Delta C_A)_{lm} = \frac{C_{A2} - C_{A1}}{\ln \frac{C_{A0} - C_{A1}}{C_{A0} - C_{A2}}} \quad (24)$$

따라서 액상 평균 Sherwood 수, Sh 는 식 (25)로 표현된다.

$$Sh = \frac{k_L b}{D_A} = Gz \cdot \frac{C_{A2} - C_{A1}}{(\Delta C_A)_{lm}} \quad (25)$$

식 (20)과 (23)을 식 (25)에 대입하면

$$Sh = -Gz \ln \left(\sum_{i=1}^{\infty} G_i \exp\left(-\frac{\lambda_i^2}{Gz}\right) \right) \quad (26)$$

로 된다.

Gz 수가 매우 클 경우 식 (26)의 $\exp(-\lambda_i^2/Gz)$ 는 1에 접근하게 되어 액막에서의 용질기체 농도분포가 계면 가까운 영역에서 이루어짐에 따라 Higbie 의 침투설[10]에 적용한 $N_A = 2C_A (D_A/\pi t)^{1/2}$ 과 식 (23)와 (25)를 식 (26)에 대입하여 Sh 를 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$Sh = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{2n+1}{n+1} Gz \right)^{1/2} \quad (27)$$

한편 Gz 가 매우 작은 경우 식 (20)의 우변에서 첫 번째 항 이외의 항들은 매우 적어져 무시할 수 있기 때문에 Sh 는 다음과 같이 주어질 수 있다.

$$Sh = \lambda_1^2 \quad (28)$$

3. 실험방법

기체가 흡수되는 슬러리는 kaolin(Hayashi Chem. Co., Japan)와 white carbon(삼양화학)으로 제조하였으며, 기체는 CO₂ 기체(대원가스주식회사, 순도 99.9%)를 사용하였으며, 슬러리 제조방법은 전보[15]와 동일하였다.

Kaolin 과 white carbon slurry 의 power-law index, n 과 consistency index k 는 모세관 점도법 [14]에 의해 측정하였으며, CO₂ 기체의 slurry 에 대한 용해도는 중량법[14]에 의해 측정하였다. 또한 CO₂ 기체의 slurry 에서의 확산계수는 전보[12]에서와 동일한 젖은 벽탐을 사용하여 구하였다. 20°C, 1atm

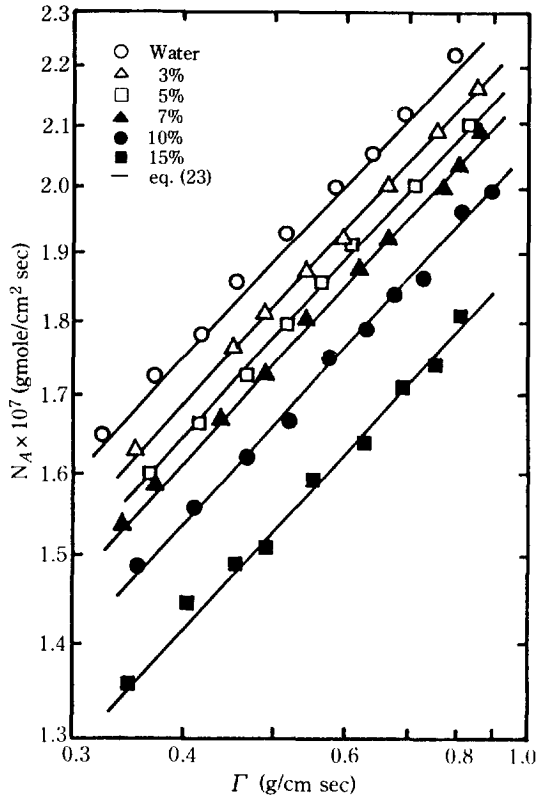


Fig. 2. Average absorption rate of CO₂ into water and aqueous kaolin slurries at 20°C.

에서 slurry의 농도별로 구한 ρ , n , k , C_{A0} 및 D_A 는 Table 2에 나타내었다.

4. 결과 및 고찰

전보[12]에서 사용한 동일한 젖은 벽탑에서 slurry의 유량을 80에서 250 cm³/min 까지 변화시키면서 젖은 벽탑의 rod 주위에서 형성되는 층류막과 CO₂ 기체를 향류로 접촉시켜 rod의 입구와 출구에서의 slurry 내의 CO₂ 농도를 측정하였다.

Slurry의 각 농도마다 slurry의 perimeter당 유량, Γ 와 측정된 CO₂ 기체의 흡수속도, N_A 를 plot하여 Fig. 2와 3에 나타내었다. 이 그림에서 실선은 식 (20)과 (23)으로부터 계산된 값이며, kaolin과 white carbon slurry에서 실험치는 각각 8.7과 6.5%의 평균편차 범위내에서 계산치와 잘 일치하였다. 따라서 이를 그림에서 알 수 있는 바와 같이 실험치와 계산치가 작은 편차로서 잘 일치하기 때문에 젖은 벽탑의 기-액 접촉길이의 변화에 대한 농도변화를 대류-확산방정식

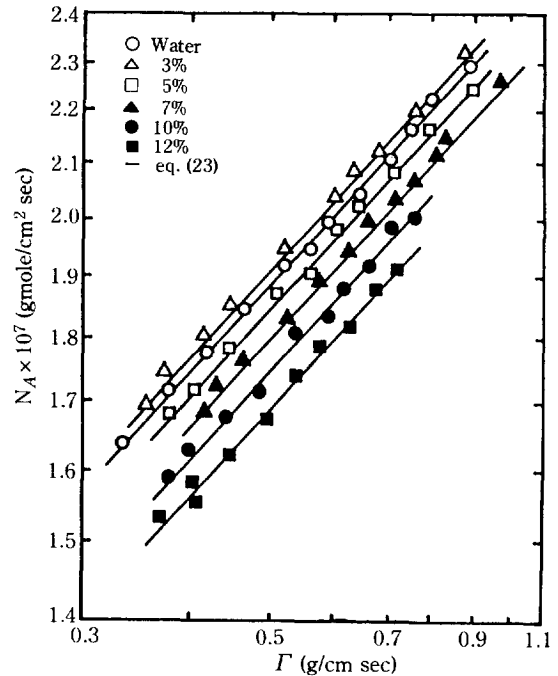


Fig. 3. Average absorption rate of CO₂ into water and aqueous white carbon slurries at 20°C.

으로부터 구할 수 있음을 알 수 있다. Fig. 3에서 3 wt%의 white carbon slurry에 CO₂ 기체의 흡수속도가 물보다 증가하는 현상은 전보[15]에서 제시한 바와 같이 흡수속도는 slurry의 물성치인 n , k , C_{A0} 및 D_A 의 복합적인 현상으로 생각된다.

주어진 Gz 에 대하여 측정치 N_A 로부터 구한 Sh 를 plot하여 Fig. 4에 나타내었으며, 실선은 power-law index, $n=1$ 과 0.8에 대하여 대표적으로 식 (26)을 사용하여 Gz 와 Sh 와의 계산값을 나타내었다. Fig. 4에서 알 수 있는 바와 같이 slurry의 각 농도별, n 에 대한 실험치와 계산값은 평균편차 9.2% 이내에서 잘 일치하고 있으며, 실험치, $\log(Sh)$ 와 $\log(Gz)$ 와의 관계식으로부터 기울기 0.46인 직선식을 얻을 수 있었으며, 이는 식 (27)에서 나타난 바와 같이 Gz 수가 큰 경우 두 변수의 관계계수값 0.5에 접근하였다. 따라서 본 실험조건에서 slurry의 층류막에 CO₂ 기체가 흡수될 경우 흡수기구는 Higbie의 침투설에 의하여 해석할 수 있음을 알 수 있다.

Beek와 Bakker[17], Byers와 King[18], Hatanaka[19] 및 Asai 등[20]은 독립변수의 극한 범위내에서 주어진 종속변수와와의 관계로부터 독립변수의 전범위에서 적용할 수 있는 종속변수와 독립변수와와의 관계

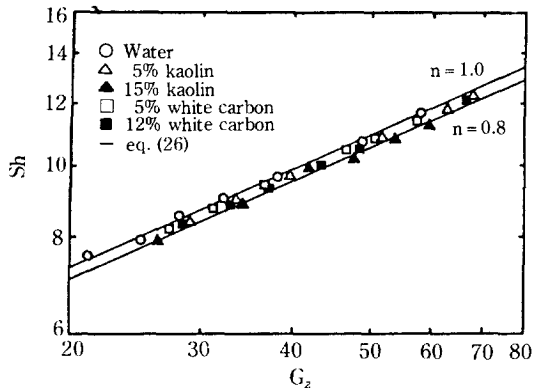


Fig. 4. Comparison of Sherwood numbers calculated from the experimental data shown in Fig. 2 and 3 with theoretical predictions in slurries.

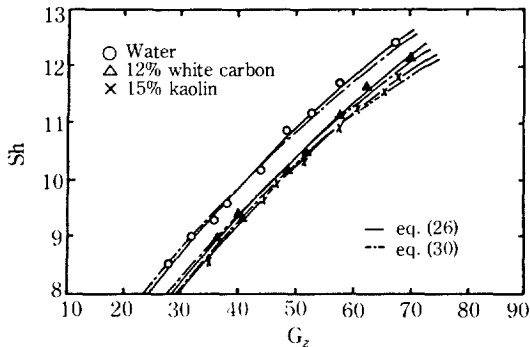


Fig. 5. Comparison of Sh from the experimental data with the analytical solution, eq. (26) and the approximated eq. (30).

식을 다음과 같은 근사식으로 나타내었다.

$$\bar{Y}^m = \bar{Y}_0^m + \bar{Y}_\infty^m \quad (29)$$

Gz 가 매우 큰 경우와 적은 경우의 Sh 는 식 (27)과 (28)로 나타낼 수 있기 때문에 Beek-Bakker model 식 (29)에 식 (27)과 (28)을 적용하여 Sh 와 Gz 의 근사식을 다음과 같이 나타낸다.

$$Sh^m = (\lambda_i^2)^m + \left[\frac{2}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{2n+1}{n+1} Gz \right)^{1/2} \right]^m \quad (30)$$

주어진 Gz 에 대하여 대류-확산방정식의 해로부터 구한 식 (26)에서 얻어진 Sh 와 식 (30)에서의 Sh 값의 차이가 본 실험에서 사용한 slurry의 전 농도에 대하여 최소가 될 때의 m 값은 1.6이었다.

Beek와 Bakker[17], Byers와 King[18] 및 Asai 등[20]은 뉴턴 액체의 액-액 계면을 통한 물질전달계

수로부터 얻어진 Sh 와 Gz 의 식 (29)로 해석할 경우 m 값은 2.5에서 3.0까지의 범위에서 실험치와 잘 일치함을 제시하였다.

Fig. 5에 식 (26)과 식 (30)을 사용하여 Sh 와 Gz 와의 관계를 나타내었으며, 이 그림에서 알 수 있는 바와 같이 본 실험에서 사용한 slurry 비뉴턴 액체의 기-액 계면을 통한 물질전달에서는 $m=1.6$ 의 경우 실험치와 평균편차 10.1% 이내에서 식 (30)은 잘 일치하였다.

5. 결 론

20°C, 1atm에서 젖은 벽탐을 사용하여 power-law 거동을 나타내는 kaolin과 white carbon slurry의 층류막에 흡수되는 CO_2 기체의 흡수속도를 측정하였다.

층류막내에 흡수된 기체의 농도분포를 대류-확산방정식의 변수분리형에 의해 구하였으며, 이로부터 얻어진 평균 Sherwood 수와 실험치를 비교하였으며, 평균 편차 9.2% 이내에서 실험치는 이론치에 잘 일치하였다.

Beek-Bakker model을 사용하여 물질전달속도에 대한 근사해를 구하여 실험치와 비교하였으며, 기-액 물질전달기구에 Beek-Bakker model을 사용할 수 있는 가능성을 제시하였다.

감 사

본 연구는 1986년도 한국과학재단 연구비 지원(과제 번호: 862-1002-017-2)으로 수행한 연구결과의 일부입니다.

NOMENCLATURE

b	: liquid film thickness [cm]
B_i	: expansion coefficient of equation (14)
C_A	: concentration of solute gas, in laminar falling film [gmol/cm ³]
C_{A0}	: saturated solubility of solute gas in power-law liquid [gmol/cm ³]
C_{A1}, C_{A2}	: average inlet and outlet concentrations of solute gas in slurries [gmol/cm ³]
D_A	: liquid-phase diffusivity of solute gas in continuous phase [cm ² /s]
$F(X)$: separated variable defined by equation

	(10)
F_i	: eigenfunctions defined by equation (14)
g	: gravitational acceleration [cm/sec ²]
G_i	: average expansion coefficients in equation (21)
Gz	: Graetz number defined by equation (22)
h	: length of rod in the wetted-wall column [cm]
k	: consistency index of power-law liquid [dyne sec ^{<i>n</i>} /cm ²]
k_L	: liquid-side mass transfer coefficient [cm/sec]
m	: numerical constant defined by equation (29)
M_i	: expansion coefficients in equation (18)
n	: power-law index of power-law liquid
$R(Z)$: separated variable defined by equation (10)
Sh	: average Sherwood number defined by equation (25)
t	: contact time between gas and liquid [sec]
N_A	: average rate of absorption over contact time [gmol/cm ² s]
u_z	: velocity of liquid [cm/sec]
u_m	: average velocity of liquid [cm/sec]
u_s	: velocity of liquid at gas-liquid interface [cm]
x	: distance perpendicular to the wall surface [cm]
X	: dimensionless distance defined by equation (7)
Y	: dimensionless distance [1-X]
$\bar{Y}, \bar{Y}_0, \bar{Y}_\infty$: variables defined by equation (29)
z	: distance in the flow direction of liquid [cm]
Z	: dimensionless distance defined by equation (7)

Greek Letters

α	: parameter [$n + 1/n$]
Γ	: mass flow rate of liquid per unit wetted perimeter [g/cm·sec]
λ_i	: eigenvalues
ρ	: density of liquid [g/cm ³]
τ_{xz}	: shearing stress [g/cm·sec ²]

ϕ : dimensionless concentration defined by equation (7)

REFERENCES

- Chavan, V.V. and Mashelkar, R.A.: *Chem. Eng. J.*, **4**, 223 (1972).
- Mashelkar, R.A., Chavan, V.V. and Karanth, N.G.: *Chem. Eng. J.*, **6**, 75 (1973).
- Yih, S.M. and Huang, P.G.: *Chem. Eng. Sci.*, **36**, 387 (1981).
- Mashelkar, R.A. and Dutta, A.: *Chem. Eng. Sci.*, **37**, 969 (1982).
- Venkatsubramanian, C. and Mashelkar, R.A.: *Ind. Eng. Chem. Process, Des. Dev.*, **22**, 509 (1983).
- Danckwerts, P.V.: *Ind. Eng. Chem.*, **43**, 1450 (1951).
- Mashelkar, R.A. and Soylu, M.A.: *Chem. Eng. Sci.*, **29**, 1089 (1974).
- Mashelkar, R.A. and Soylu, M.A.: *J. Appl. Poly. Sci.*, **27**, 698 (1982).
- Mashelkar, R.A.: *AIChE J.*, **30**, 353 (1984).
- Hikita, H., Ishimi, K., Hara, M. and Matsunami, T.: *Can. J. Chem. Eng.*, **62**, 352 (1984).
- Lee, S. J. and Lee, W. K.: *Korean J. Chem. Eng.*, **1**, 51 (1984).
- Park, S.W., Han, S.B., Kim, S.S. and Park, T.Y.: *HWAHAK KONGHAK*, **26**, 280 (1988).
- Roten, Z. and Neilson, J.E.: *Can. J. Chem. Eng.*, **47**, 341 (1969).
- Kim, S.S.: Ph.D. Dissertation, Pusan National University (1989).
- Park, S.W., Kim, S.S. and Kim, J.H.: *HWAHAK KONGHAK*, **28**(1), 52 (1990).
- Higbie, R.: *AIChE J.*, **31**, 365 (1935).
- Beek, W.J. and Bakker, C.A.P.: *Appl. Sci. Res.*, **A10**, 241 (1961).
- Byers, C.H. and King, C.J.: *AIChE J.*, **13**, 628 (1967).
- Hatanaka, J.: *Chem. Eng. J.*, **28**, 127 (1989).
- Asai, S., Hatanaka, J., Kimura, T. and Yoshizawa, H.: *Ind. Eng. Chem. Res.*, **26**, 483 (1987).