

분리공정의 모사를 위한 차수감소모델

최호석 · 조영상

한국과학기술연구원 화학공정연구실
(1990년 3월 3일 접수, 1990년 4월 17일 채택)

Reduced Order Models for Separation Process Simulation

Ho-Suk Choi and Young-Sang Cho

Chemical Process Laboratory, KIST, Seoul 136-791, Korea
(Received 3 March 1990; accepted 17 April 1990)

요 약

분리탑에 대한 정상상태에서의 차수감소모델(reduced order model)을 개발하였다. 차수감소모델의 정확도를 확인하기 위해서 차수감소모델의 결과를 정밀모사결과(rigorous tray-by-tray model)와 비교해 보았으며, 그 결과 차수감소모델의 정확도를 확인할 수 있었고, 또한 상당한 계산시간의 감소를 확인할 수 있었다.

Abstract—Reduced order steady state models for separation columns are developed. The accuracy and efficiency of the reduced order models are also demonstrated by comparing the simulation results obtained by using the reduced order models with rigorous tray by tray calculations.

1. 서 론

정상상태 및 비정상상태에서의 다단분리탑 해석을 위해서 여러 가지 모델들이 알려져 있다. 대부분의 모델들은 다단분리탑의 모델링을 각 단에서의 모델(tray-by-tray model)로 풀이하고 있는데, 이 모델에 의한 분리탑 해석은 탑의 단수가 증가할수록 문제의 차원이 커지므로, 여러 개의 탑(column)을 최적화하는 경우에는 계산시간이 너무 많이 소요되는 단점을 가지고 있다. 이러한 경우에는 차수감소모델(reduced-order model)이 매우 효율적이다.

Cho와 Joseph[1, 2]은 역류식 다단분리계(counter-current staged separation systems)에 관한 차수감소모델 방법을 개발하였다. 이 연구에서는 차수감소모델을 사용하여 얻어진 모사결과와 정밀한 각 단에서의 계산결과와의 비교를 통해서 차수감소모델의 정확성과 효

율성을 증명하였다. 그러나 이 연구의 주된 목적은 분리탑에 대한 비정상상태의 차수감소모델의 개발이었고, 차수감소모델을 사용하여 정상상태에서의 해를 얻기 위해서는 분리탑의 동특성을 나타내는 상미분 방정식들을 적당한 초기 조건들로부터 풀어야 했다. 정상상태에서의 해를 구하기 위한 이와 같은 방법은 적분하는데 시간이 많이 걸리므로 바람직한 방법은 아니다.

본 연구에서는 분리계에 관한 정상상태 차수감소모델을 개발하였다. 모델의 차수를 줄이기 위해서 축 방향을 따라서 모든 변수들이 연속이라는 가정을 도입하였다. 비록 모델이 간단한 대수식들만으로 구성되어 있지만, 문제의 비선형성으로 인하여 흡수계 및 중간단에서 열교환이 있는 문제를 풀 경우에는 식들을 적절히 재배합하여야 함은 물론 특수한 solution technique을 개발할 필요가 있다. 식들의 재배합 및 자세한 풀이 절차는 뒤에서 보여 줄 것이다.

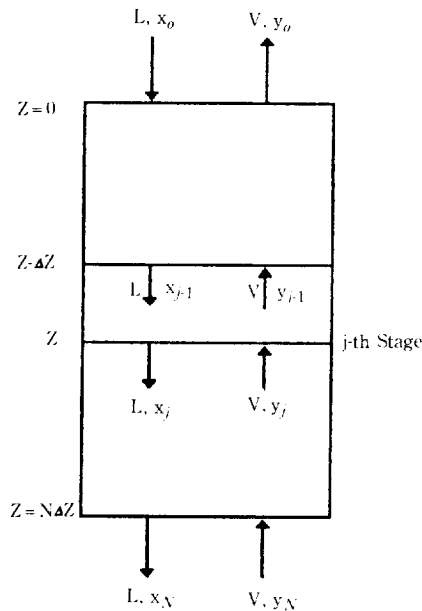


Fig. 1. Simple absorber.

2. 단순흡수계에 대한 차수감소모델의 적용

차수감소 절차는 단의 한 부분의 정확한 수치식들을 고려함으로써 시작된다. 차수감소의 절차를 개략적으로 설명하기 위해서 간단한 기체흡수계 (Fig. 1)를 선택하였다. 이 계에서는 비교하기에 유용한 결과들을 유도해 내기가 쉽다. 복잡한 비선형계로의 확장은 이 논문의 뒷부분에 정리하였다. 기체 및 액체 중 용질의 양이 매우 적다는 가정으로부터 기체와 액체의 흐름량은 일정하다고 볼 수 있고, 열의 영향을 무시한 이상적인 단들을 가진 등온 조작으로 가정하였다. 이 가정들을 가지고 정상상태에서 각 성분들의 수치식은 다음과 같이 쓰여질 수 있다.

$$(Lx_{j-1} - Vy_{j-1}) - (Lx_j - Vy_j) = 0 \quad (1)$$

여기에서 새로운 변수

$$u_j = Lx_j - Vy_j$$

를 고려하자.

그러면 식 (1)은

$$u_{j-1} = u_j = u = \text{상수} \quad (2a)$$

가 된다.

이 식은 평형 관계식

$$y_{j-1} = Kx_j \quad (2b)$$

과 함께 풀려져야 한다.

식 (2a)와 식 (2b)를 조합하면,

$$y_{j-1} = (KV/L)y_j + Ku/L \quad (3a)$$

또는

$$x_{j-1} = (KV/L)x_j + u/L \quad (3b)$$

이 된다.

여기서, 경계조건은

$$x(j=0) = x_0, y(j=N) = y_N \quad (3c)$$

이다.

여기서, 두 가지 형태의 모델들이 가능함을 알 수 있다. 모델 1은 식 (3a)와 식 (3c)로 이루어지고, 모델 2는 식 (3b)와 식 (3c)를 사용하여 만들어진다. 두 모델들은 각 단계에서의 정밀한 모델들을 나타낸다. 비록 모델 1과 2의 해가 같다고 해도 계산결과의 정확성면에서 모델 1로의 근사해가 모델 2로의 근사해와는 다음을 뒤에서 보여줄 것이다.

개별적인 각 단계에서의 모델들로의 근사는 x 와 y, u 같은 변수들이 모두 탑의 축 방향을 따라서 연속인 변수들이라는 가정에 의해서 얻어질 수 있다. 만일 x 와 y, u 가 위치 변수 z 에 대해서 연속인 변수라고 한다면 x 와 y, u 를 근사하기 위해서 다항식을 사용할 수 있다. 편리한 한 방법이 Lagrange 다항식 $1_k(z)$ 을 사용하는 것이다. y 에 관하여 $n+1$ 차수의 다항함수는 Lagrange 다항식의 항으로 다음과 같이 표시할 수 있다.

$$y(z) = \sum_{k=1}^{n+2} 1_k(z) y_k \quad (4)$$

여기서, $k=1$ 일 때, $y_k = y_0$

$2 < k < n+1$ 일 때, $y_k =$ 내삽점 z_k 에서 y 값

$k = n+2$ 일 때, $y_k = y_N$

이 개념을 가지고, 식 (3a)는 다음 근사식으로 근사될 수 있다.

$$\sum_{k=1}^{n+2} 1_k(z - \delta z) y_k = (KV/L)y(z) + Ku/L \quad (5a)$$

여기서, δz 는 탑의 길이를 1로 가정하였을 때 $1/N$ 으로 계산되는 한 단의 균일화된 높이이다. 이 경우에 경계조건 (3c)는 다음과 같다.

$$y(1) = y_N, Lx_0 - Vy(0) = u \quad (5b)$$

식 (5a)에는 y_1, \dots, y_{n+2}, u 의 $n+3$ 개의 미지수들이

Table 1. Comparison of various models

Z	Liquid Compositions at Collocation points				
	Rigor	ROM1	ROM2	ROM3	ROM4
0	0.15	0.15	0.15	0.15	0.15
0.5	0.70235	0.962055	0.65175	0.915788	0.64713
1	0.88687	0.871822	0.88942	0.875488	0.88932

있다. 그러므로, $y(z)$ 에 관해서 풀기 위해서는 식 (5a)로부터 $n+1$ 개의 독립된 식들을 만들어 내야 한다. 독립된 식들을 만들어 내는 collocation 방법들 가운데 orthogonal collocation 방법이 가장 효과적임이 증명되었다. 여기서 사용된 collocation 점들은 아래와 같이 정의된 orthogonal Jacobi 다항식, $P_n^{(\alpha, \beta)}(z)$ 의 해들로서 선택된다.

$$\int_0^1 z^\beta (1-z)^\alpha z^j P_n^{(\alpha, \beta)}(z) dz = 0 \quad (6)$$

여기서, $j=1, 2, 3, \dots, n-1$ 이다.

경계 조건이 주어진 점을 제외한 각 collocation 점들에서 식 (5a)를 고려함으로써 아래의 독립된 식들이 얻어진다.

$$\sum_{k=1}^{n+2} \mathbf{1}_k(z_j - \delta z) y_k = (KV/L) y_j + Ku/L \quad (7a)$$

$$j=1, 2, \dots, n+1$$

여기에서 collocation 점들은 식 (7a)에서의 내삽점들과 동일하게 잡는 것이 문제를 단순화한다. 또한 이때의 경계 조건들은 다음과 같다.

$$y_{n+2} = y_N, Lx_0 - Vy_1 = u \quad (7b)$$

식 (7a)와 식 (7b)를 보다 간단한 matrix 형태로 변형하면 다음과 같이 나타내진다.

$$\begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} & \cdots & A_{1,n+1} \\ A_{21} + S & A_{22} - S & & A_{2,n+1} \\ \vdots & & & \\ A_{n+1,1} + S & \cdots & A_{n+1,n+1} - S \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_{n+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Kx_0 - A_{1,n+2}y_N \\ Kx_0 - A_{1,n+2}y_N \\ \vdots \\ Kx_0 - A_{1,n+2}y_N \end{pmatrix} \quad (8)$$

여기서, $A_{jk} = \mathbf{1}_k(z_j - \delta z)$ 이고, $S = KV/L$ 이다. 편이상 식 (8)을 차수감소모델 1(ROM 1)이라 한다.

ROM 1은 상수인 계수들만을 갖고 있는 간단한 대수식들만으로 구성되어 있음을 알 수 있다. y_j 에 대한 ROM 1을 풀기 위해서 가우스 소거법이 사용될 수 있다. 만일 $n+1$ 이 N 보다 더 작게 선택된다면 위 식으로부터 차수에서의 감소가 가능함을 알 수 있다. 여기서 차수감소비는 $N/(n+1)$ 로 주어진다.

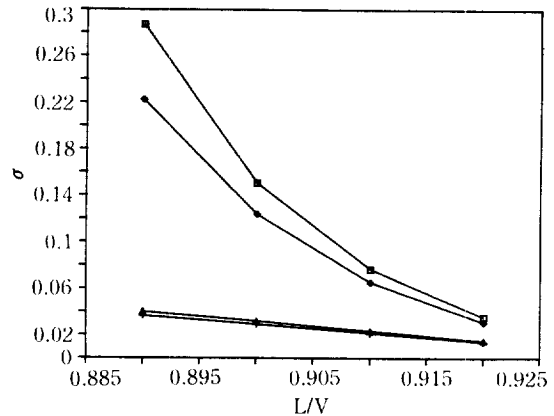


Fig. 2. Comparison of various models.

□ ROM1, + ROM2, ◇ ROM3, △ ROM4

같은 절차가 차수감소모델 2(ROM 2)를 유도하기 위해서 식 (3b)와 식 (3c)에 적용될 수 있다.

식 (3a)와 식 (3b) 대신에 아래의 두 식을 사용하면,

$$y_j = (KV/L) y_{j+1} + Ku/L \quad (9a)$$

$$x_j = (KV/L) x_{j+1} + u/L \quad (9b)$$

모델 3(ROM 3)과 모델 4(ROM 4)를 유도할 수 있다.

이 4가지 모델들을 사용하여 간단한 흡수제를 1 point collocation으로 근사한 결과를 정밀한 각 단계에서의 모사결과와 비교하여 Table 1에 도시하였다. 또한 한편 각 모델의 정확도를 비교하기 위해서 각 모델을 여러 가지 L/V 값에 따라 표준편차를 다음식과 같이 계산하여 Fig. 2에 도시하였다.

$$\sigma = [1/(n+2) \sum_{i=1}^{n+2} (x_i - x_m)^2]^{1/2} \quad (10)$$

Table 1과 Fig. 2에서 보는 바와 같이 4가지 모델 중 모델 2(ROM 2)가 가장 정확함을 알 수 있다. 따라서 다성분계 차수감소모델의 개발에는 모델 2(ROM 2)를 사용하는 것이 바람직하다고 할 수 있다.

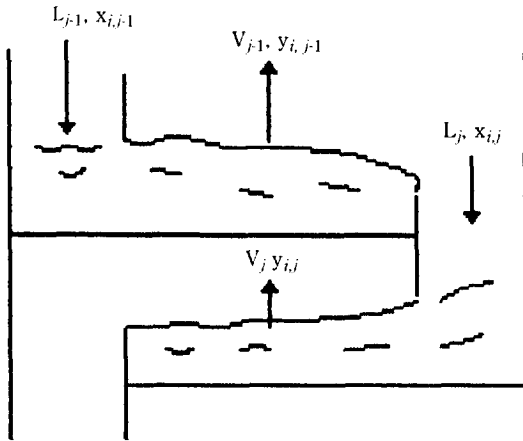


Fig. 3. Multicomponent absorber.

3. 다성분 흡수계에 차수감소모델의 적용

차수감소모델을 다성분 흡수계 (Fig. 3)에 적용하여 보았다. Orthogonal collocation 방법을 각 단에서 성분들의 수지식과 기-액 평형 관계식을 적용하면, 아래와 같은 관계식들을 세울 수 있다.

전체 물질 수지식은

$$L_j - V_j = \text{상수} \quad (j=1, \dots, n+2) \quad (11)$$

이고, 각 성분의 물질 수지식은

$$L_j x_{i,j} - V_j y_{i,j} = u_i \quad (j=1, \dots, n+2) \quad (12)$$

이고, 에너지 수지식은

$$L_j h_j - V_j H_j = U \quad (j=1, \dots, n+2) \quad (13)$$

이며, 기-액 평형 관계식은 다음과 같다.

$$y_{i,j-1} = \sum_{k=1}^{n+2} 1_k (z_j - \delta z) y_{ik} = K_{ij} x_{i,j} \quad (j=2, \dots, n+2) \quad (14)$$

식 (12)를 $y_{i,j}$ 에 관해서 정리하면,

$$y_{i,j} = (1/V_j) (L_j x_{i,j} - u_i) \quad (j=1, \dots, n+2) \quad (15)$$

이다.

여기서, 경계조건은

$$x_{i,j} \quad (j=0) = x_{i0}, L_{n+2} x_{i,n+2} - V_n y_{i,n} = u_i \quad (16)$$

이다.

식 (15)와 식 (16)으로부터

$$y_{i,j} = (1/V_j) (L_j x_{i,j} - L_{n+2} x_{i,n+2} + V_n y_{i,n}) \quad (17)$$

식 (17)을 식 (14)에 대입하여 정리하면,

$$\sum_{k=1}^{n+2} 1_k (z_j - \delta z) \{ (L_k/V_k) x_{ik} - (L_{n+2}/V_k) x_{i,n+2} + (V_n/V_k) y_{i,n} \} = K_{ij} x_{i,j} \quad (18)$$

이 된다.

다성분 흡수계의 계산절차는 다음과 같다.

i) $V_j = V_n$, $L_k = L_0$ 로 가정한다.

여기서, $j=1, \dots, n+1$ $k=2, \dots, n+2$ 이다.

ii) x_{i0} 를 사용하여 K_{i0} 를 계산하고, $K_{ij} = K_{i0}$ 로 가정한다.

여기서, $j=2, \dots, n+2$

iii) $x_{i,j}$ 를 계산한다.

iv) $|1 - \sum_{i=1}^c x_{i,j}| < \text{TOL}$ 이면, vii)으로 간다.

v) $x_{i,j}$ 를 균일화(normalization)한다.

vi) Bubble point relationship을 사용하여 $K_{i,j}$ 값을 다시 계산한다.

iii)으로 간다.

vii) h_{n+2} 를 계산한다.

viii) $L_{n+2} = L_0$ 라고 가정한다.

ix) V_1, y_{i1} 과 H_1 을 다음 식들로부터 계산한다.

$$V_1 = L_0 + V_n - L_{n+2}$$

$$f(L_{n+2}) = V_1 H_1 + L_{n+2} h_{n+2} - L_0 h_0 - V_n H_n$$

$$f' = -H_1 + h_{n+2} + dH_1/dL_{n+2} (L_0 + V_n - L_{n+2})$$

$$= -H_1 + h_{n+2} - dH_1/dV_1 V_1$$

x) V_j, L_j 과 h_j 을 다음 식들로부터 계산한다.

$$f(L_j) = V_j H_j + L_{n+2} h_{n+2} - L_j h_j - V_n H_n$$

$$f' = H_j - h_j + V_j (dH_j/dL_j)$$

4. 다성분 흡수계의 풀이

세 가지 예제를 풀어서 차수감소모델의 정확도를 시험하였다. 각 문제들의 조작 조건들은 Table 2에 나타내었다.

계산에 사용된 물성치는 다음과 같다.

$$H_j = \sum_{i=1}^c y_{i,j} H_{i,j} \quad (19)$$

$$h_j = \sum_{i=1}^c x_{i,j} h_{i,j} \quad (20)$$

$$H_{i,j} = A + BT + CT^2 \quad (21)$$

$$h_{i,j} = a + bT + cT^2 \quad (22)$$

$$K_{i,j} = \alpha + \beta T + \tau T^2 + \delta T^3 \quad (23)$$

Table 2. Operating conditions of example 1

No. of Stages	25	
No. of Components	5	
Pressure (1 bar/in ²)	250	
Mole Fractions	Liquid	Vapor
Comp. 1(C ₁)	0.049	0.0284
Comp. 2(C ₂)	0.895	0.4003
Comp. 3(C ₃)	0.066	0.4586
Comp. 4(C ₄)	none	0.1061
Comp. 5(C ₅)	none	0.0066
Flow Rate (kmol/hr)	1000	1800
Feed Temperature (°F)	122.07	215.43

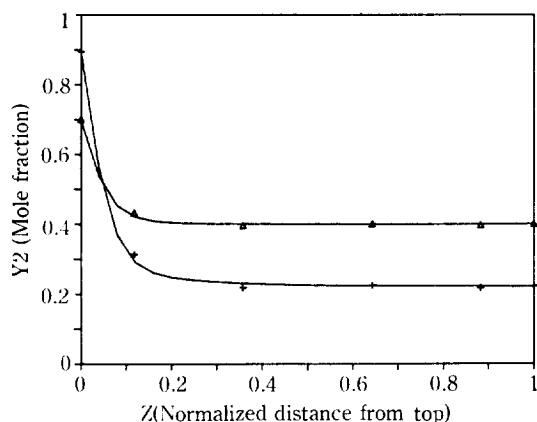


Fig. 4. Steady-state profiles of gas and liquid compositions for example 1.

+ liquid, Δ vapor, — Rigorous model

여기서, 각 물성치들의 계수값들은 Amundson 과 Pontinen[3] 등이 사용한 자료들을 사용하였다. 정밀한 각 단계에서의 모델로 예측된 정상상태의 결과를 차수감소모델의 결과와 비교함으로써 본 모델의 정확성을 확인하였다. 차수감소모델의 정확성을 비교 조사하기 위해서 Thomas algorithm을 사용한 각 단계에서 정밀한 모델이 사용되었다.

Example 1의 정상상태 모사결과를 Fig. 4-6에 비교하여 도시하였다. 여섯 개의 collocation 점들을 사용하였을 때, 정밀한 각 단계에서의 모사결과에 큰 오차 없이 잘 근사되고 있음을 알 수 있다. Fig. 4는 정상상태에서 혼합물의 주성분인 에탄의 액상 및 기상 조성의 축 방향변화를 도시한 것이다. 중간에 collocation 점들에서 다소의 오차가 보이지만 탑 하단과 탑 상단에서의 결과는 잘 일치함을 알 수 있다. Fig. 5는 액상 및 기상 유속의 축 방향 변화를 도시한 것으로 잘 근사하

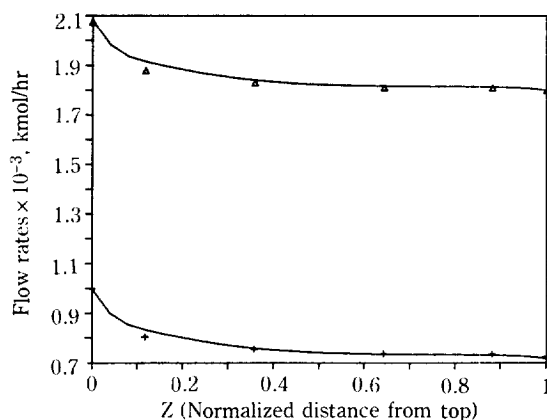


Fig. 5. Steady-state profiles of gas and liquid flow rates for example 1.

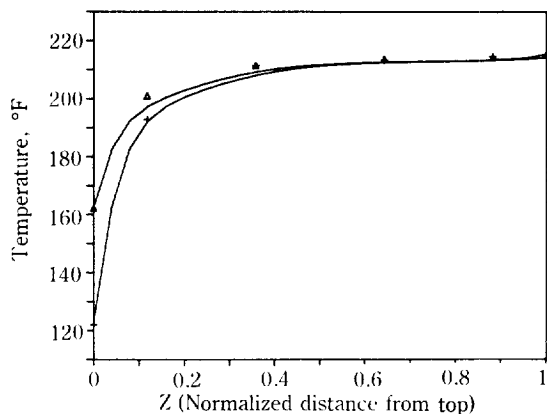
+ liquid, Δ vapor, — Rigorous model

Fig. 1. Steady-state profiles of gas and liquid temperature for example 1.

+ liquid, Δ vapor, — Rigorous model

고 있다. Fig. 6은 액상, 기상온도의 축방향 변화를 도시한 것이다.

Table 3은 또 다른 예제들의 조업조건들을 나타내고 있다. Table 3의 예제에서는 각 성분을 이상용액으로 보고, Antoine 식으로부터 K 값을 계산하여 사용하였다. Example 2에서는 흡수탑의 단수를 변화시키면서 계산에 소요되는 시간을 측정하였다. 두 모델간에 소요되는 계산 시간을 비교하여 Fig. 7에 도시하였다. 계산은 IBM/PC-AT (8 MHz)를 사용하였다. Fig. 7에서 보는 바와 같이 차수감소모델의 경우 4개의 collocation 점들만을 사용하여 거의 비슷한 정확도를 유지하면서 계산에 소요되는 시간은 단수가 증가할수록 더욱 크게 줄일 수 있음을 알 수 있다. 차수감소모델의

Table 3. Operating conditions of example 2-3

	Example 2	Example 3
No. of Stages	25	25
No. of Components	3	3
Pressure (mmHg)	1000	1000
Mole Fractions in Liquid Feed		
Comp. 1	0.61875	0.61875
Comp. 2	0.29914	0.29914
Comp. 3	0.08211	0.08211
Liquid Feed Flow Rate (mol/min)	1.008×10^7	1.008×10^7
Liquid Feed Temperature (°C)	110	110
Mole Fractions in Vapor Feed		
Comp. 1	0.2832	0.2832
Comp. 2	0.18473	0.18473
Comp. 3	0.53207	0.53207
Vapor Feed Flow Rate (mol/min)	0.73929×10^7	0.73929×10^7
Vapor Feed Temperature (°C)	117	117
Heat Flow Rate	none	10^9
No. of Side Feed Streams	none	2
Positions of Side Feed Stream	none	5, 15

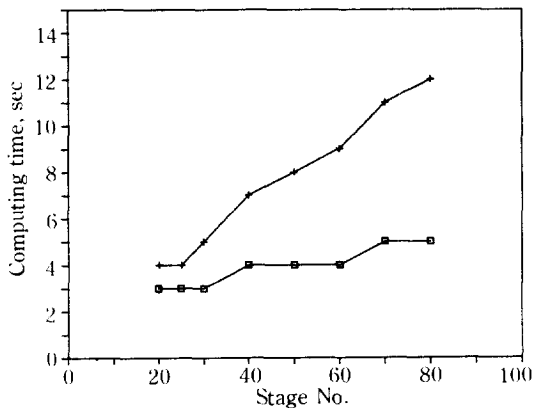


Fig. 7. Comparison of computing times of two models (example 2).

□ ROM, + Rigorous model

경우, 단수가 증가하여도 계산에 소요되는 시간이 거의 변화가 없는 반면에 각 단계에서의 모델식을 풀 경우, 단수가 증가할수록 계산 소요시간이 크게 증가함을 알 수

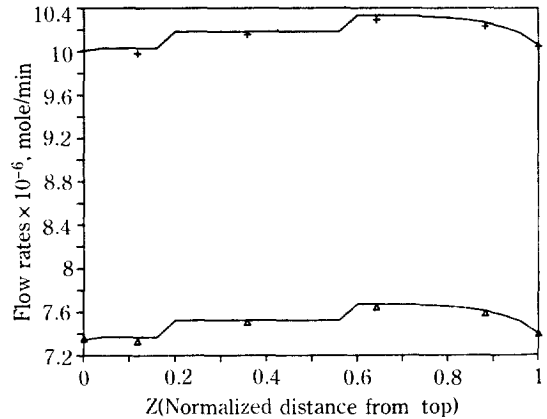


Fig. 8. Steady-state profiles of gas and liquid flow rates for example 3.

+ liquid, Δ vapor, — Rigorous model

있다. 따라서 단수가 매우 큰 장치의 모사에 차수감소 모델을 적용하는 것이 매우 바람직함을 알 수 있다.

Example 3는 Example 2와 같은 성분들의 흡수계에서 중간에 열 이동이 있는 문제이다. 실제 흡수탑에서는 탑 중간부분에서 열교환을 해주는 경우가 많이 있다. 그런 경우에 차수감소모델을 적용하여 그 모사결과를 Fig.8에 도시하였다. Fig.8에서 보는 바와 같이 중간 단에서 profile에 불연속 점이 있지만, 차수감소 모델로써 매우 잘 근사되고 있음을 알 수 있다.

5. 결론 및 토론

여기서 개발된 정상상태에서의 차수감소모델은 앞에서의 여러 예제를 통한 시험결과 그 정확성과 효율성이 입증되었다. 단순 흡수탑의 풀이 결과로부터 ROM 2의 정확성을 확인할 수 있었고, 다성분 흡수계에 관한 비선형식들을 풀기 위해서 특수한 solution technique을 사용하였다. 특히 본 모델을 다성분계의 해석이나, 단수가 매우 많은 분리탑의 해석에 이용할 경우, 문제의 차원을 크게 증가시키지 않아도 결과의 정확성을 보장할 수 있었다. 그러므로 본 모델은 정상상태 혹은 비정상상태의 최적화, 프로세스의 체계적 분석, 제어계의 합성 및 평가 등과 같이 모사해야 할 문제의 수가 많은 종합적인 상황에 잘 이용될 수 있다[4]. 대부분의 예제에서 알 수 있듯이 4개의 collocation 점들을 사용하여 훌륭한 근사 결과를 얻을 수 있었다. 또한 흡수탑의 중간단에서 불연속적인 냉각, 가열 또는 side draw나 side feed가 있을 경우에도, 본 모델의 예측은 특히 탑

상과 탑저에서 매우 정확함을 알 수 있었으며[5], 이러한 특성은 분리탑의 설계나 최적화에 매우 중요한 것이다.

본 모델을 예제에 적용하면서 collocation 점의 선택이 상당히 중요함을 알 수 있었다. 가장 바람직한 형태의 차수감소모델은 가능한 한 적은 collocation 점들을 사용하여 원하는 정확도를 보증해 주어야 한다. 이를 위해서는 본 모델을 두 가지 방향에서 개선할 수 있을을 Srivastava와 Joseph[6] 등이 제시하고 있다. 한 가지는 문제의 특성에 적합한 근사 다항식의 선택이다. 본 예제에서는 Jacobi 다항식을 사용하였는데, Hahns의 다항식도 사용될 수 있다. 또 한 방법은 기 선택된 다항식으로부터 가산인자인 α, β 를 잘 선택하여 collocation 점들의 바람직한 위치를 정하는 것이다. 이 경우에는 일반적으로 보다 비선형성이 강한 부분에 collocation 점들이 많이 위치하도록 α, β 를 선택하는 방법이 제안되고 있다[6].

NOMENCLATURE

A_{jk}	: numerical value of $1_k(z_j - \delta z)$
h_j	: liquid enthalpy on j-th plate
H_j	: vapor enthalpy on j-th plate
K	: vapor-liquid equilibrium constant
1_k	: Lagrange polynomial for collocation point z_k
L	: liquid flowrate
L_j	: liquid flowrate on j-th plate
n	: number of collocation points
N	: total number of stages
P_n	: Jacobi polynomial
ROM	: reduced order model

V	: vapor flowrate
V_j	: vapor flowrate on j-th plate
x_i	: liquid mole fraction calculated by ROM
x_j	: liquid mole fraction of first component on j-th plate
x_{ij}	: liquid mole fraction of i-th component on j-th plate
x_m	: liquid mole fraction calculated by rigorous model
y_j	: vapor mole fraction of first component on j-th plate
y_{ij}	: vapor mole fraction of i-th component on j-th plate
Z	: normalized distance from top

Greek Letters

α	: weighting factor of Jacobi polynomial
β	: weighting factor of jacobi polynomial
σ	: standard deviation

REFERENCES

1. Cho, Y.S. and Joseph, B.: *AIChE J.*, **29**(2), 261 (1983).
2. Cho, Y.S. and Joseph, B.: *AIChE J.*, **29**(2), 270 (1983).
3. Amundson, N.R. and Pontinen, A.J.: *I&EC*, **50**(5), 730 (1958).
4. Drozdowicz, B. and Martinez, E.: *Comput. and Chem. Engng.*, **12**(6), 547 (1988).
5. Cho, Y.S. and Joseph, B.: *Comput and Chem. Engng.*, **8**(2), 81 (1984).
6. Srivastava, R.K. and Joseph, B.: *Comput. and Chem. Engng.*, **9**(6), 601 (1985).