

등온으로 가열되는 경사진 평판위를 흐르는 자연대류의 열적 불안정성

전영호 · 최창균

서울대학교 공과대학 화학공학과
(1991년 2월 7일 접수, 1991년 5월 15일 채택)

Thermal Instability of Natural Convection over Inclined Isothermally Heated Plates

Young Ho Chun and Chang Kyun Choi

Department of Chemical Engineering, College of Engineering,
Seoul National University, Seoul 151-742, Korea
(Received 7 February 1991; accepted 15 May 1991)

요 약

등온으로 가열되는 경사진 평판위의 층류 자연대류 유동에서 2차적인 정규 와동의 발생조건을 이론적으로 조사하였다. 본 연구를 위하여 선형 안정성 이론과 크기위수 해석을 근거로 교란량들의 주 흐름방향의 변화를 고려하는 전파이론이 적용되었다. Prandtl수가 매우 큰 극한 경우에 대하여 임계 조건을 구하여 본 결과, 그 임계 조건은 기존의 연구결과들보다 물에 대한 실험치에 보다 접근함을 보였다.

Abstract—A theoretical study for analyzing onset conditions of secondary flow in the form of vortex rolls in the primary natural convection over an inclined isothermally heated plate is carried out by employing the order-of-magnitude analysis under linear stability theory. For this purpose the propagation theory considering the variation of disturbances in the main flow direction is tested here. The present critical conditions for the infinite Prandtl number are found to approach the experimental data of water more closely than other theoretical results.

1. 서 론

경사진 평판위의 유체층을 밑면에서 일정한 온도로 가열하면 유체의 상하 밀도차이에 기인한 자연대류가 발생하게 된다. 이 자연대류는 온도 차이에 의한 불안정화 요인이 점도나 열전도도에 의한 안정화 요인을 극복할 수 있는 정도로 커지면 어느 지점에서 2차유동이 발생하게 된다. 이러한 경사진 평판위의 자연대류 유동의 불안정성에 관한 연구는 양 극한으로 Ostrach[1] 등에 의하여 잘 알려진 수직벽에서의 자연대류와 Bénard 문제를 포함하는 포괄적인 문제로 많은 연구가들

의 관심이 되어 왔다. Sparrow와 Husar[2]는 최초로 전기 화학적 유동 가시화방법의 체계적인 실험으로 정규 형태를 가지는 길이 방향의 와동의 존재와 특성을 관찰하여 와동은 폭 방향으로 주기적이라는 것을 밝혀냈다. Lloyd와 Sparrow[3]는 동일한 실험방법으로 수직으로부터의 경사각이 14° 보다 작을 때는 파동 형태(wave motion)의 2차유동이 먼저 나타나고 17° 보다 클 때에는 와동 형태(vortex roll)의 2차유동이 먼저 나타난다는 것을 밝혀냈다. 그 이후로 실험적인 정보를 체계화하기 위한 많은 이론적인 연구가 이루어졌다. Hwang과 Cheng[4]은 국지 안정성 이론으로 종전까지 채택되던

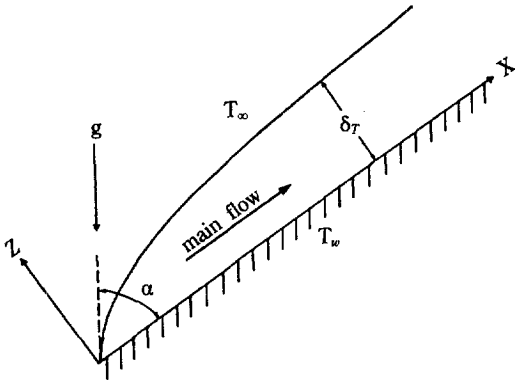


Fig. 1. Schematic diagram of an inclined isothermal flat plate.

평행 유동모형은 유효하지 않으며 연구결과로서 임계 Rayleigh수는 실험자료보다 2 크기위수 정도 낮으며 Prandtl수의 약한 함수라는 것을 발표하였다. Haaland와 Sparrow[5]는 교란 와도 및 온도는 각각의 경계층내에 한정된다는 "bottling 효과"를 제안하였다. 한편 Choi 등[6, 7]은 Prandtl수가 큰 경우, 예를 들면 물, 실리콘 유에 있어서 온도교란은 기본 상태의 열경계층내에 한정된다는 가정을 사용하여 평면 Couette 유동의 경우에 성공적으로 적용하였다. 본 연구진[8-11]은 최근 전파 이론을 이용하여 평면 Couette유동을 비롯한 가열계에 대하여 열적 불안정성을 해석하고 그 타당성을 보여왔다.

본 연구의 목적은 교란량들이 발생점에서 주 흐름방향으로 변화한다는 전파이론을 근거로 유체의 열적 불안정성을 해석하여 와동 형태의 2차적인 유동의 발생조건을 예측하고 이러한 극한 경우의 예측결과를 Lloyd와 Sparrow[3]의 $Pr=7$ 인 물에 대한 실험결과와 비교하는 것이다. 경사판위를 흐르는 유체의 경우 기본식이 매우 복잡하므로 여기서는 Prandtl수가 매우 큰 유체에 대하여 기본 자연대류 유동에서 또 다른 자연대류 유동의 발생조건을 중점적으로 해석하겠다. 일반적으로 물보다 Prandtl수가 큰 유체층에서 열적 불안정성에 대한 Prandtl수의 영향은 크지 않다고 알려져 있다. 따라서 본 연구는 자연대류가 발생되는 전기도금계, 열교환장치, 화학증착 반응기 등의 설계시에 매우 유용한 정보를 제공하게 될 것이다.

2. 안정성 이론

경사판위로 기본적인 층류 형태의 자연대류 유동을 보이고 있는 뉴턴 유체층에서 경계층 흐름을 생각하자.

수직으로부터의 경사각이 α 이고 유체의 온도가 t_∞ 인 유체가 Fig. 1에 보인 바와 같이 놓여 있을 때 평판을 일정한 온도 $T_w (T_w > T_\infty)$ 로 가열하면 어느 시간 경과 후 평판을 따라서 정상상태의 자연대류 유동이 형성된다는 것은 잘 알려져 있다. 그러나 이 자연대류는 온도차가 클 때 평판에 수직으로 작용하는 부력성분에 의해서 불안정하게 되어 하류구역의 어느 지점에서 정규 와동(vortex roll) 형태의 2차 자연대류가 발생하여 열 전달량이 증가된다.

이 때 2차유동 발생이전의 기본유동은 고전적인 다음과 같은 경계층 방정식으로 나타낼 수 있다[1].

(연속 방정식)

$$\frac{\partial u_o}{\partial x} + \frac{\partial w_o}{\partial z} = 0 \quad (1)$$

(운동 방정식)

$$u_o \frac{\partial u_o}{\partial x} + w_o \frac{\partial u_o}{\partial z} = \nu \frac{\partial^2 u_o}{\partial z^2} + \beta g \cos \alpha (T_o - T_\infty) \quad (2)$$

(에너지 방정식)

$$u_o \frac{\partial T_o}{\partial x} + w_o \frac{\partial T_o}{\partial z} = \kappa \frac{\partial^2 T_o}{\partial z^2} \quad (3)$$

여기서 주 흐름방향을 x좌표로, 폭방향을 y좌표로, 횡류방향을 z좌표로 설정하였으며 u, v, w 는 x, y, z방향의 속도를 나타내고 β 는 열팽창계수, ν 는 동점도, κ 는 열확산계수이며, 하첨자 "o"는 기본량들을 나타낸다. 자연대류에서는 속도장은 온도장에 의해서 형성되므로 Ruckenstein[12]에 의하여 제안된 바와 같이 열경계층 두께를 속도장과 온도장에 대한 공동 길이척도로 취한다. 이 때 주요한 무차원수는 Prandtl수, Rayleigh수로서 각각 일반적으로 Pr, Ra 로 표기되며 그 정의는 Nomenclature에 주어져 있다. Pr 값이 아주 큰 경우에는 열경계층내에서 점성과 부력이 평형을 이루게 되고, 열경계층밖에서는 점성과 관성이 평형을 이루게 되어 이로부터 열침투깊이의 크기차원을 갖는 δ_* 및 주 흐름방향의 속도 u_o 의 크기위수를 다음과 같이 추정할 수 있다.

$$\delta_* = L(Ra_L \cos \alpha)^{-1/4} \quad (4)$$

$$u_o = \frac{\kappa}{L} (Ra_L \cos \alpha)^{1/2} \quad (5)$$

이를 이용하여 이 기본유동에 대하여 Ostrach[1]가 수직벽에서 적용한 해석과 같은 방법으로, 길이척도로 δ_* 를 사용한 상사변수 $\eta = z/\delta_*$, 흐름함수 $[\Psi = \kappa(Ra_L$

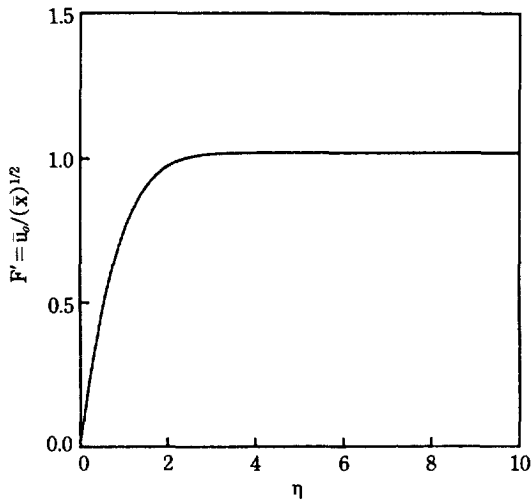


Fig. 2. Dimensionless basic velocity profile.

$\cos \alpha)^{1/4} F(\eta, Pr)]$ 및 무차원 온도 $[\theta_0 = (T_0 - T_\infty)/(T_w - T_\infty)]$ 를 도입하고, Le Fevre[13]의 Pr 값이 아주 큰 경우의 해석을 적용하여 정리하면 아래와 같은 식이 된다.

$$F''' + \theta_0 = 0 \quad (6)$$

$$-\frac{3}{4}F\theta'_0 = \theta''_0 \quad (7)$$

$$F(0) = F'(0) = \theta_0(0) - 1 = F''(\infty) = \theta_0(\infty) = 0$$

$Pr \rightarrow \infty$ 의 유체에 대한 무차원 기본속도 성분 및 온도 분포를 구하면 Fig. 2 및 Fig. 3에 보인 바와 같이 경계층 흐름층 및 경계층 온도층을 보이게 된다.

밀면의 온도가 높아 2차 자연대류가 발생되면, 이는 기본유동에 상당한 영향을 미치게 된다. 따라서 선형 안정성 이론에 의거 2차 자연대류 발생지점에서 기본 유동에 무한소의 교란량이 중첩된 섭동된 유동을 고려하면 각 변수들은 다음과 같이 표시할 수 있다.

$$\begin{aligned} u &= u_0(x, z) + u_1(x, y, z) \\ v &= v_1(x, y, z) \\ w &= w_0(x, z) + w_1(x, y, z) \\ T &= T_0(x, z) + T_1(x, y, z) \\ p &= p_0(x, z) + p_1(x, y, z) \end{aligned} \quad (8)$$

여기서 하첨자 "1"은 무한소의 교란량을 나타낸다. 섭동된 유동에 대한 방정식들로부터 기본유동에 의하여 만족된 부분을 제한 후 교란량들에 대한 2차 능승 이

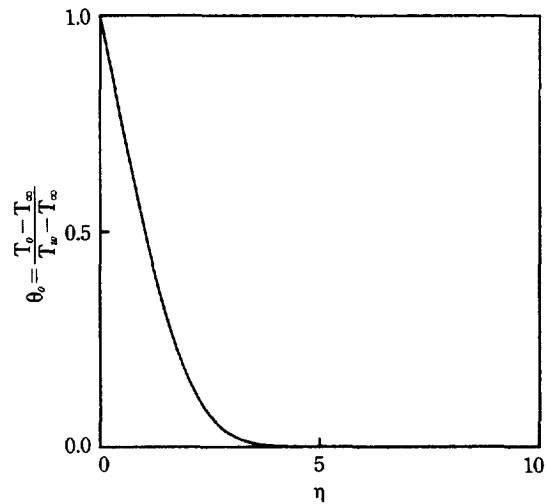


Fig. 3. Dimensionless basic temperature profile.

상의 항들을 무시하는 선형 안정성 이론을 적용하면 다음과 같은 섭동 방정식들이 얻어진다.

$$\frac{\partial u_1}{\partial x} + \frac{\partial v_1}{\partial y} + \frac{\partial w_1}{\partial z} = 0 \quad (9)$$

$$\begin{aligned} u_0 \frac{\partial u_1}{\partial x} + u_1 \frac{\partial u_0}{\partial x} + w_0 \frac{\partial u_1}{\partial z} + w_1 \frac{\partial u_0}{\partial z} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p_1}{\partial x} \\ &+ \nu \nabla^2 u_1 + \beta g \cos \alpha T_1 \end{aligned} \quad (10)$$

$$u_0 \frac{\partial v_1}{\partial x} + w_0 \frac{\partial v_1}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p_1}{\partial x} + \nu \nabla^2 v_1 \quad (11)$$

$$\begin{aligned} u_0 \frac{\partial w_1}{\partial x} + u_1 \frac{\partial w_0}{\partial x} + w_0 \frac{\partial w_1}{\partial z} + w_1 \frac{\partial w_0}{\partial z} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p_1}{\partial x} \\ &+ \nu \nabla^2 w_1 + \beta g \sin \alpha T_1 \end{aligned} \quad (12)$$

$$u_0 \frac{\partial T_1}{\partial x} + u_1 \frac{\partial T_0}{\partial x} + w_0 \frac{\partial T_1}{\partial z} + w_1 \frac{\partial T_0}{\partial z} = \kappa \nabla^2 T_1 \quad (13)$$

윗 식들을 열경계층 두께의 크기차원을 갖는 δ_* 를 특성길이로 하는 상사변수 η 에 관한 무차원 형태로 나타내기 위해서, 주 흐름방향으로는 길이 L , 수직방향으로는 L 에서의 열경계층 깊이의 차원을 갖도록 하기 위하여 다음과 같은 무차원 변수들을 도입한다.

$$(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}) = \frac{1}{L} (x, \bar{Ra}_L^{1/4} y, \bar{Ra}_L^{1/4} z)$$

$$(\bar{u}_0, \bar{w}_0) = \frac{L}{\kappa \bar{Ra}_L^{1/2}} (u_0, \bar{Ra}_L^{1/4} w_0)$$

$$(\bar{u}_1, \bar{v}_1, \bar{w}_1) = \frac{L}{\kappa Ra_L^{1/2}} (u_1, \bar{Ra}_L^{1/4} v_1, \bar{Ra}_L^{1/4} w_1)$$

$$\theta_1 = \frac{T_1}{\Delta T} \bar{Ra}_L^{1/4} \tan \alpha$$

$$a = \frac{2\pi}{\lambda}, \quad \bar{Ra}_L = \frac{\beta g \cos \alpha \Delta T L^3}{\kappa \nu} \quad (14)$$

여기서 a 는 2π 를 정규 와동의 파장 λ 로 나눈 파수(wave number)이고 Ra_L 은 주 흐름방향 길이 L 을 기준으로 한 Rayleigh수인데 계를 불안정하게 하는 부력에 관계되는 인자와 안정화 인자 사이의 균형을 나타내는 매개변수로, Ra 와 Pr , 이 두 매개변수는 안정성 해석에 매우 중요한 역할을 한다. 본 연구에서는 다른 연구에서와는 달리 $\Delta T/(\bar{Ra}_L^{1/4} \tan \alpha)$ 를 온도교란을 무차원시키는 척도 인자로 삼았다. 식 (14)를 이용하여 식 (6), (7)을 풀면 무차원 기본속도는 다음과 같이 표시된다.

$$\bar{u}_0 = (\bar{x})^{1/2} F' \quad (15)$$

$$\bar{w}_0 = -\frac{(\bar{x})^{-1/4}}{4} (3F - \eta F') \quad (16)$$

식 (14)에 정의된 무차원 변수를 사용하여 식 (9)-(13)을 무차원화하고 수식의 간략화를 위해 변수위의 기호-를 생략하고 재정리하면, 다음과 같다.

$$\frac{\partial u_1}{\partial x} + \frac{\partial v_1}{\partial y} + \frac{\partial w_1}{\partial z} = 0 \quad (17)$$

$$\frac{1}{Pr} \left[u_0 \frac{\partial u_1}{\partial x} + u_1 \frac{\partial u_0}{\partial x} + w_0 \frac{\partial u_1}{\partial z} + w_1 \frac{\partial u_0}{\partial z} \right]$$

$$= \frac{\partial^2 u_1}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u_1}{\partial z^2} + \frac{\theta_1}{\bar{Ra}_L^{1/4} \tan \alpha} \quad (18)$$

$$\frac{1}{Pr} \left[u_0 \frac{\partial v_1}{\partial x} + w_0 \frac{\partial v_1}{\partial z} \right] = -\frac{\partial p_1}{\partial y} + \frac{\partial^2 v_1}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v_1}{\partial z^2} \quad (19)$$

$$\frac{1}{Pr} \left[u_0 \frac{\partial w_1}{\partial x} + u_1 \frac{\partial w_0}{\partial x} + w_0 \frac{\partial w_1}{\partial z} + w_1 \frac{\partial w_0}{\partial z} \right]$$

$$= -\frac{\partial p_1}{\partial z} + \frac{\partial^2 w_1}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w_1}{\partial z^2} + \theta_1 \quad (20)$$

$$u_0 \frac{\partial \theta_1}{\partial x} + w_0 \frac{\partial \theta_1}{\partial z} + \bar{Ra}_L^{1/4} \tan \alpha \left[u_1 \frac{\partial \theta_0}{\partial x} + w_1 \frac{\partial \theta_0}{\partial z} \right]$$

$$= \frac{\partial^2 \theta_1}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \theta_1}{\partial z^2} \quad (21)$$

위의 식들은 Rayleigh수(\bar{Ra}_L)값이 상당히 큰 경우에 크기위수를 고려하여 $\partial p_1/\partial x$ 및 주 흐름방향의 2차 미분항들을 무시하여 유도된 것이다. 이와 유사한 크기위수 해석 방법이 적용되면, Pr 값이 큰 경우에 관성항들도 무시될 수 있음은 주목할 만하다. 이는 본 연구에서 도입된 무차원화 과정 및 크기위수 해석 방법의 타당성을 어느 정도 입증하여 주는 것으로 판단된다. 교란량들은 불안정성 발생지점에서 y 방향으로 주기적인 구조를 가지게 됨을 Sparrow와 Husar[2]가 실험적으로 밝혀냈으므로 무차원 열경계층 깊이 δ_T ($\propto x^{1/4}$)를 사용한 새로운 무차원 변수들을 도입하여 다음과 같은 정규 형식으로 표시한다.

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ w_1 \\ p_1 \\ \theta_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{\delta}_T^5 & u_1^*(\eta) \\ \bar{\delta}_T/a & v_1^*(\eta) \\ \bar{\delta}_T^2 & w_1^*(\eta) \\ \bar{\delta}_T & p_1^*(\eta) \\ \theta_1^*(\eta) \end{bmatrix} \exp(iay) \quad (22)$$

여기서 상첨자 *는 각 교란량의 변환된 진폭함수를 나타낸다. 식 (22)를 식 (18)-(21)에 대입하고 v_1^* , p_1^* 를 소거하면 다음과 같은 무차원 상미분 방정식들이 얻어진다.

$$(D^2 - a^{*2}) u_1^* + \frac{\theta_1^*}{\bar{Ra}^* \tan \alpha} = 0 \quad (23)$$

$$(D^2 - a^{*2})^2 w_1^* = \left(\frac{\eta}{4} D^4 - \frac{1}{2} D^3 - \frac{\eta}{4} a^{*2} D^2 + a^{*2} D \right) u_1^* + a^{*2} \theta_1^* \quad (24)$$

$$-\frac{3}{4} F D \theta_1^* + \bar{Ra}^* \tan \alpha \left[-\frac{\eta}{4} u_1^* + w_1^* \right] D \theta_0 = D^2 \theta_1^* - a^{*2} \theta_1^* \quad (25)$$

이와 같은 과정이 전파이론의 핵심이라고 말할 수 있다. 위의 식들에서 \bar{Ra}^* 와 a^* 는 열경계층 두께를 기준으로 한 Rayleigh수와 파수이다. 경계조건들은 $\eta=0$ 에서 no-slip 조건과 연속 방정식으로부터 구해지며 $\eta \rightarrow \infty$ 에서도 같은 형태를 취한다[14].

$$u_1^* = w_1^* = D w_1^* = \theta_1^* = 0 \text{ at } \eta=0 \text{ and } \eta \rightarrow \infty \quad (26)$$

식 (23)-(25)와 경계조건 (26)식은 a^* 와 $\bar{Ra}^* \tan \alpha$ 에 대한 고유치 문제가 되는데 이 식들은 서로 coupling되어 있으므로 해석적으로 푸는 것은 매우 어렵다. 따라서 본 연구에서는 수치해석적 방법으로 해를 구한다.

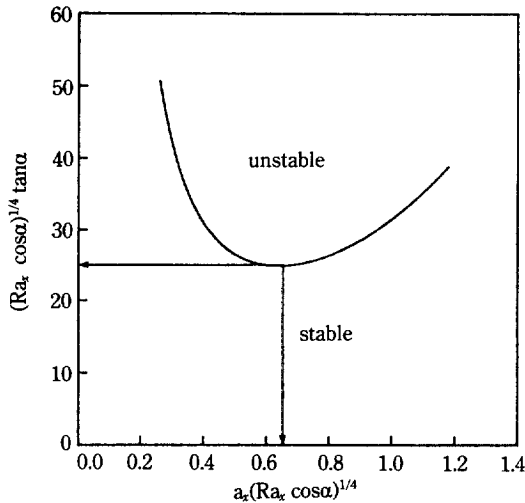


Fig. 4. Neutral stability curve for infinite Prandtl number.

3. 수치해석 방법

식 (23)-(26)을 풀기 위하여 Chen과 Chen[15]에 의해서 그 타당성이 입증된 "outward shooting" 방법을 사용하였다. 지배방정식의 해법을 간단히 설명하면 다음과 같다. 교란방정식을 풀기 위해서는 경계조건들이 초기조건으로 바뀌어야 하므로, 주어진 a^* 값에 대하여 고유치 $\overline{Ra}^* \tan \alpha$ 와 세개의 초기조건 Du^* , $D^3 w^*$, $D\theta^*$ 를 가정한다. 지배방정식과 경계조건이 균일(homogeneous)하므로 $D^2 w^*$ 를 임의로 지정할 수 있으며 위의 과정을 거치면 경계치 문제가 초기치 문제로 변환된다. 가정된 $\overline{Ra}^* \tan \alpha$, Du^* , $D^3 w^*$, $D\theta^*$ 의 값으로부터 4차의 Runge-Kutta법으로 식 (23)-(25)를 $\eta=0$ 에서 $\eta \rightarrow \infty$ 쪽으로 적분하여 간다. 적분결과 $\eta \rightarrow \infty$ 영역에서 경계조건이 만족되지 않으면 $\overline{Ra}^* \tan \alpha$ 와 $\eta=0$ 에서의 Du^* , $D^3 w^*$, $D\theta^*$ 의 값을 Newton-Raphson법으로 수정하여 다시 적분을 시도한다. 이와 같은 방법으로 상대오차 10^{-12} 이내로 수렴하였을 때 적분을 중단한다. a^* 값에 대하여 최저치의 $\overline{Ra}^* \tan \alpha$ 값이 와동의 발생을 나타내는 임계치이다.

4. 결과 및 검토

Prandtl수가 매우 큰 유체에 대하여 비평행 유동모형과 교란량들의 주 흐름방향의 미분항들을 고려한 전파이론으로 안정성 해석을 수행하여 정규 와동에 대하여 본 연구에서 수치해석 방법으로 구한 안정성 기준을 요약하면 다음과 같다.

Table 1. Critical conditions for $Pr \rightarrow \infty$ with various models

Theoretical results	$(Ra_{x,c} \cos \alpha)^{1/4} \tan \alpha$	$a_{x,c} (Ra_{x,c} \cos \alpha)^{1/4}$
(1) Propagation theory	24.89	0.64
(2) Hwang & Cheng[4]	17.021	0.541
(3) Choi, Yoo & Lee[14]	19.5	0.83
(4) Haaland & Sparrow[5]	3.5	0.2

(열경계층 두께 δ_T 기준)

$$\overline{Ra}^* \sin \alpha = 1013, a^* = 2.2$$

(주 흐름방향 거리 x 기준)

$$(Ra_{x,c} \cos \alpha)^{1/4} \tan \alpha = 24.89, a_{x,c} (Ra_{x,c} \cos \alpha)^{1/4} = 0.64$$

중립 안정성 곡선을 $(Ra_x \cos \alpha)^{1/4} \tan \alpha$ 대 $a_x (Ra_x \cos \alpha)^{1/4}$ 의 관계로 도시하면 Fig. 4와 같으며 그림에서 $(Ra_x \cos \alpha)^{1/4} \tan \alpha$ 의 최소치가 정규 와동이 최초로 나타나는 임계치이다. 이를 기존결과들과 상호 비교하면 Table 1과 같다.

본 연구결과와 Hwang과 Cheng[4]의 결과와 비교하여 보면 교란량들의 주 흐름방향에 대한 변화를 고려하면 유동방향 x 를 따라서 열의 방출 효과로 계가 안정화되어 더 높은 안정성 기준을 나타낼 수 있다. Choi, Yoo와 Lee[14]의 해석은 안정성 해석에 중요한 역할을 하는 기본 유동장에 대한 정보를 경계층 적분 방법으로 구한 후 Ostrach[1]의 엄밀해를 통하여 보정된 열경계층 두께 δ_T 로 안정성 기준으로 예측하였으나, 기본 유동장의 정보는 엄밀해를 사용한 본 연구와 비교하면 상당히 부정확하였다. 더욱이 규격화 과정이 본 연구와 전혀 다름을 지적하고 싶다. Haaland and Sparrow[5]의 해석은 기본 유동장에 대하여 평행 유동모형을 적용한 것으로 기본유동의 횡류 속도 성분을 고려하지 않아 매우 낮은 임계조건을 보이는 것으로 판단된다. 따라서 본 연구결과를 기존결과와 비교하면 가장 높은 안정성 기준을 예측하였고 실험결과와도 잘 접근하는 우수한 결과라 할 수 있겠다. Fig. 5에는 본 연구결과가 Lloyd와 Sparrow[3]의 물($Pr=7$)에 대한 실험결과와 비교되어 있는데 약 1-2 크기위수 정도의 차이가 생겼다. 이것은 이론은 무한소의 교란량들을 가정하였으나 실험은 감지될 수 있는 유한한 크기로의 증폭을 필요로 하기 때문으로 사료된다.

한편 경사각이 감소함에 따라 이론결과는 임계 Rayleigh수가 무한대로 증가하게 되므로 와동 형태보다는 Lloyd와 Sparrow의 실험에서 관찰된 바와 같이 경사각이 14° 보다 작을 때의 파동 형태에 의한 불안정성이 먼저 나타남을 알 수 있다. Fig. 6에는 불안정성의 발

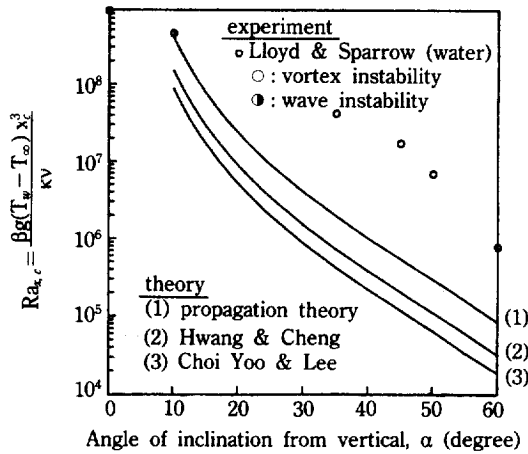


Fig. 5. Comparison of present theoretical predictions for infinite Prandtl number with available experimental data.

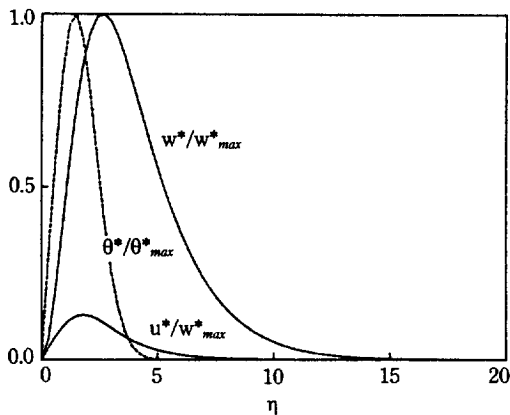


Fig. 6. Distribution of normalized disturbances for infinite Prandtl number.

생점에서 교란량들을 w_{max}^* 와 θ_{max}^* 로 정규화시킨 분포가 나타나 있다. 교란량들의 크기는 $\theta^* > w^* > u^*$ 의 순서이며 교란량들의 최대치가 나타나는 지점도 θ^* , w^* , u^* 의 순서로 벽면에서 점점 멀어지고 열경계층밖으로 더 멀리 교란량들이 퍼져 나감을 알 수 있다. 또한 재래적인 열경계층 두께 δ_T 는 $\eta \approx 3.44$ 인데 온도교란에 대하여 "bottling 효과"의 가정을 적용하지 않았는데도 대체로 열경계층내에 한정된다는 것을 알 수 있었다.

5. 결 론

밀면이 일정온도로 가열되는 경사진 평판위의 자연 대류 유동의 열적 불안정성의 문제를 $Pr \rightarrow \infty$ 의 극한

경우에 대하여 불안정성의 발생점에서 교란량들의 주 흐름방향의 변화를 고려하는 전파이론을 적용하여 해석하였다. 전파이론을 이용한 안정성 조건은 실험치보다는 약 1-2 크기위수 정도 작았으나 기존결과보다는 실험결과에 가장 잘 접근하였다. 본 연구에 의하면 온도교란에 대한 "bottling 효과"는 매우 타당한 것으로 여겨진다. 현재 임계 Rayleigh수에 대한 prandtl수의 영향을 조사하기 위한 연구를 수행하고 있다.

감 사

본 연구를 지원하여 준 한국과학재단과 주식회사 유공에 감사드립니다.

NOMENCLATURE

a	: wave number
a^*	: dimensionless wave number, $a\delta_T$
D	: differential operator with respect to η
g	: gravitational acceleration [m/sec ²]
L	: length of inclined plate
p	: pressure [N/m ²]
Pr	: Prandtl number, ν/κ
Ra_L	: Rayleigh number, $g\beta\Delta TL^3/\nu\kappa$
\overline{Ra}_L	: modified Rayleigh number, $g\beta\Delta T\cos\alpha L^3/\nu\kappa$
\overline{Ra}_L^*	: modified Rayleigh number having length scale δ_T , $g\beta\Delta T\cos\alpha \delta_T^3/\nu\kappa$
T	: temperature [K]
u, v, w	: velocity [m/sec]
u_1^*, v_1^*, w_1^*	: perturbed amplitude of u_1, v_1, w_1
x, y, z	: Cartesian coordinates

Greek Letters

α	: inclination angle from vertical plate
β	: coefficient of thermal expansion [1/K]
δ_*	: length scale defined by Eq.(4)
δ_T	: thermal boundary layer thickness of basic flow
η	: similarity variable
θ	: dimensionless temperature
κ	: thermal diffusivity [m ² /sec]
ν	: kinematic viscosity [m ² /sec]
ρ	: density [kg/m ³]
Ψ	: stream function

Subscripts

0	: basic state
1	: perturbed state
∞	: upper free stream
c	: critical state
w	: surface wall
x	: local quantity

Superscripts

-	: dimensionless quantity
*	: amplitude function for disturbances

REFERENCES

- Ostrach, S.: NACA Report 1111 (1953).
- Sparrow, E. M. and Husar, R. B.: *J. Fluid Mech.*, **37**, 251(1969).
- Lloyd, J. R. and Sparrow, E. M.: *J. Fluid Mech.*, **42**, 465(1970).
- Hwang, G. J. and Cheng, K. C.: *Can. J. Chem. Eng.*, **51**, 659(1973).
- Haaland, S. E. and Sparrow E. M.: *Int. J. Heat Mass Transfer*, **16**, 2355(1973).
- Choi, C. K.: Ph. D. Thesis, Clarkson Univ., Potsdam, N. Y. (1976).
- Davis, E. J. and Choi, C. K.: *J. Fluid Mech.*, **81**, 565 (1977).
- Choi, C. K. and Kim, M. C.: Proc. 9th Int. Heat Transfer Conf., Jerusalem, vol. 2, p. 519(1990).
- Kim, M. C., Choi, C. K. and Davis, E. J.: *Int. J. Eng. Fluid Mech.*, **3**, 71(1990).
- Yoon, D. Y. and Choi, C. K.: Proc. 2nd KSME-JSME Fluids Eng. Conf., Seoul, vol. 1, p. 12(1990).
- Lee, J. D., Choi, C. K. and Shin, C. B.: *Int. Chem. Eng.*, **30**, 761(1990).
- Ruckenstein, E.: *AIChE J.*, **26**, 850(1980).
- Le Fevre, E. J.: Proc. Int. Cong. Applied Mech., **4**, 168(1957).
- Choi, C. K., Yoo, J. Y. and Lee, H. I.: *Trans. Korean Soc. Mech. Eng.*, **8**, 141(1984).
- Chen, K. and Chen, M. M.: *J. Heat Transfer*, **106**, 284(1984).