

한외여과에서 막 표면 농도 예측과 Sherwood 수 상관관계식 보정

조현수 · 오준택 · 이호원 · 김우식

연세대학교 공과대학 화학공학과
(1991년 2월 18일 접수, 1991년 9월 24일 채택)

Estimation of Solute Concentration at Membrane Surface and Sherwood Number Correlation Modification in Ultrafiltration

Hyun Su Cho, Joon Taek Oh, Ho Won Lee and Woo Sik Kim

Dept. of Chem. Eng., College of Eng., Yonsei University, Seoul 120-749, Korea
(Received 18 February 1991; accepted 24 September 1991)

요 약

평판형 한외여과 cell에서 dextran 500 T 용액의 한외여과 실험을 행하여 조작 조건의 변화에 따른 막 표면 농도를 예측하고, 농도분극층 내의 밀도, 점도 및 확산계수 등의 물리적 성질 변화를 고려한 Sherwood 수 상관관계식을 제시하여 이의 타당성을 검토하였는 바, 농도분극 현상이 큰 경우 기존의 상관관계식에서 나타난 오차를 줄일 수 있었으며 이 때의 관계식은 다음과 같이 나타낼 수 있었다.

$$N_{Sh} = 0.073 \cdot N_{Re}^{0.061} \cdot N_{Sc}^{0.33} \cdot \left[\frac{N_{Sc}}{N_{Scm}} \right]^{-0.25} \quad (\text{삼투압 모델})$$

$$N_{Sh} = 0.045 \cdot N_{Re}^{0.067} \cdot N_{Sc}^{0.33} \cdot \left[\frac{N_{Sc}}{N_{Scm}} \right]^{-0.20} \quad (\text{경계층 저항 모델})$$

Abstract—Concentrations at membrane surface were predicted from ultrafiltration experiments of dextran 500 T solution in a flat plate. From this results, considering the change of physical properties in boundary layer, modified Sherwood number correlation was introduced. This correlation reduced the errors for operation pressure difference variation. The modified Sherwood number correlation equations are as follows:

$$N_{Sh} = 0.073 \cdot N_{Re}^{0.061} \cdot N_{Sc}^{0.33} \cdot \left[\frac{N_{Sc}}{N_{Scm}} \right]^{-0.25} \quad (\text{osmotic pressure model})$$

$$N_{Sh} = 0.045 \cdot N_{Re}^{0.067} \cdot N_{Sc}^{0.33} \cdot \left[\frac{N_{Sc}}{N_{Scm}} \right]^{-0.20} \quad (\text{boundary layer resistance model})$$

1. 서 론

한외여과는 10 Å-200 Å 정도의 세공크기를 갖는 다공성막을 사용하여 분자량 300-300,000 정도의 중분자

및 고분자 용질을 분리하는 방법으로서, 그 원리는 1936년 Ferry[1]에 의해 제안되었으나 Loeb와 Sourirajan[2]이 선택성과 투과속도를 증가시킬 수 있는 비대칭형 막의 제조 방법을 발표한 후 각종의 막재료 및 막면적을

크게 할 수 있는 모듈이 개발되면서 실제 공정에서의 사용이 실용화되었다.

특히 한외여과법은 상온 및 무균상태 조작이 가능하며 열조작이 불필요하여 용질의 구조 및 특성 등의 파괴나 손상이 물질들을 분리할 수 있는 장점이 있어 단백질의 농축, 폐수 중의 oil 회수, 효소의 분리정제 및 물의 정제 등의 다양한 분야에 적용되고 있다[3].

한외여과에서의 농도분극에 대한 해석은 Blatt[4]가 제시한 겔층 모델(gel layer model)이 최초이며, 그후 역삼투압의 용매투과 이론적인 삼투압 모델(osmotic pressure model)을 이용한 농도분극 해석이 Goldsmith[5], Kozinski[6] 등에 의해 제시된 바 있다. 또한 최근에는 Wijmans 등[7]이 막 근방의 운동량 수지에 근거한 경계층 저항 모델(boundary layer resistance model)로서 막투과 유속의 감소에 대한 해석을 시도하였다.

한외여과에서의 농도분극 현상을 해석하기 위해서는 막 표면 농도 및 물질전달 계수 등의 예측이 필요한 바, 지금까지 한외여과에 있어서 막 표면 농도의 예측은 삼투압 모델 또는 경계층 저항 모델로써 해석되어 왔으며 막 표면 농도와 무차원 관계식을 이용하여 물질전달 계수를 예측하였다. 그러나 한외여과에서의 Sherwood 수에 대한 무차원 물질전달 관계식은 비다공성인 매끄러운 관에서의 무차원 관계식을 적용하여 구하였기 때문에, 한외여과에서 발생하는 농도분극으로 인한 점도, 밀도, 확산계수의 변화가 고려되지 못하여 농도분극이 큰 경우의 적용에는 한계가 있었다[11, 12].

따라서 본 연구에서는 DDS사의 상업용 막을 사용, 평판형의 한외여과 cell에서 dextran 500 T 용액의 한외여과 실험을 행하여, 삼투압 모델과 경계층 저항 모델로써 막 표면 농도를 예측하고, 이로부터 막 표면에서의 용액의 물리적 변화를 고려한 무차원 관계식을 제시하여 이의 타당성을 검토하였다.

2. 이 론

2-1. 삼투압 모델에 의한 막 표면 농도 예측

한외여과에서의 농도분극 현상으로 막 표면에서의 용질농도 C_m 은 bulk 용액에서의 농도 C_b 보다 매우 크므로 막 근방에서의 삼투압이 급격히 증가하게 되어 막 투과 flux의 추진력은 감소하게 된다. 막 투과 flux는 역삼투압 이론식에 근거한 아래의 식으로 나타낼 수 있다[5, 6].

$$J_v = \frac{\Delta P - \Delta \Pi_{mp}}{R_m} \quad (1)$$

여기서 $\Delta \Pi_{mp}$ 는 막 표면과 투과액간의 삼투압차로서,

dextran 용액의 삼투압차는 다음의 고분자 용액에 대한 일반적인 삼투압 관계식으로서 나타낼 수 있다[6].

$$\Delta \Pi_{mp} = \frac{RT}{M_n} (C_m - C_p) \left[1 + \frac{\Gamma}{2} (C_m - C_p) \right]^2 \quad (2)$$

따라서 dextran 수용액의 삼투압차는 식 (3)과 같이 표현되고

$$\Delta \Pi_{mp} = A_1 \cdot (C_m - C_p) + A_2 \cdot (C_m^2 - C_p^2) + A_3 \cdot (C_m^3 - C_p^3) \quad (3)$$

식 (1)과 (3)을 이용하여 삼투압 모델로서 막 표면 농도를 예측할 수 있다.

2-2. 경계층 저항 모델에 의한 막 표면 농도 예측

경계층 저항 모델은 농도분극층을 하나의 저항으로 간주한 모델로서 겔층 형성이 없다고 가정하면 농도경계층내에는 단지 삼투압 구배만이 존재하므로 막 투과 flux, J_v 는 식 (4)와 같이 나타낼 수 있고

$$J_v = \frac{\Delta P - [\Delta \Pi_{mp} - \Delta \Pi_{b1}]}{R_m + R_{b1}} \quad (4)$$

한외여과의 경우에는 일반적으로 $\Delta P \gg (\Delta \Pi_{mp} - \Delta \Pi_{b1})$ 이므로 식 (4)는 식 (5)와 같이 된다[8].

$$J_v = \frac{\Delta P}{R_m + R_{b1}} \quad (5)$$

한편 경계층 저항 R_{b1} 은 식 (6)과 같이 정의되고,

$$R_{b1} = \int_0^\delta P^{-1}(x) dx \quad (6)$$

용매의 고분자 용질에의 투과 특성 P 는 Mijneff와 Jaspers[9, 10]가 제시한 아래의 식으로 표시할 수 있다.

$$P = \frac{S}{C_1 \cdot (1 - v_1/v_o)} \quad (7)$$

여기서 S 는 침강계수(sedimentation coefficient)로서 식 (8)과 같이 표현되며

$$\frac{1}{S} = \frac{1}{S_o} \cdot (1 + K_1 C_1 + K_2 C_1^2) \quad (8)$$

식 (7)과 (8)로부터 투과도 P 는 다음과 같이 된다.

$$P(C_1) = \frac{S_o}{(1 - v_1/v_o) \cdot (C_1 + K_1 C_1^2 + K_2 C_1^3)} \quad (9)$$

또한 농도 경계층내에서의 농도 C_1 은 경계층내에서의 물질수지로부터 식 (10)과 같으므로

$$C_1 = C_p + (C_b - C_p) \cdot \exp(J_r \cdot x / D_s) \quad (10)$$

식 (9)와 (10)을 식 (6)에 대입하여 적분하면 경계층 저항 R_{bl} 은 식 (11)로서 표현된다.

$$\begin{aligned} R_{bl} &= \int_0^{\delta} P^{-1}(x) dx \\ &= \frac{D_s \cdot (1 - v_1 / v_0)}{J_v \cdot S_0} (C_p + K_1 C_p^2 + K_2 C_p^3) \\ &\quad \cdot \ln \left(\frac{C_m - C_p}{C_b - C_p} \right) + (1 + 2K_1 C_p + 3K_2 C_p^2) \cdot (C_m - C_b) \\ &\quad + \frac{1}{2} (K_1 + 3K_2 C_p) [(C_m - C_p)^2 - (C_b - C_p)^2] \\ &\quad + \frac{1}{3} K_2 [(C_m - C_p)^3 - (C_b - C_p)^3] \end{aligned} \quad (11)$$

따라서 식 (5)와 (11)을 이용하여 경계층 저항 모델로서 막 표면 농도를 예측할 수 있다.

2-3. Sherwood 수 상관관계식 보정

비다공성인 매끄러운 관에서의 Sherwood 수 상관관계식은 식 (12)와 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} N_{Sh} &= \frac{k \cdot d_h}{\bar{D}_s} = a \cdot (N_{Re})^a \cdot (N_{Sc})^\beta \\ &= a \cdot \left[\frac{d_h \cdot V \cdot \rho}{\eta} \right]^a \cdot \left[\frac{\eta}{\rho \cdot D_s} \right]^\beta \end{aligned} \quad (12)$$

여기서 N_{Sc} 와 N_{Re} 는 도입용액의 농도를 기준으로 계산된 Schmidt 및 Reynolds 수이며, N_{Sh} 는 경계층내에서의 물질전달 계수, k 와 경계층내에서의 용질의 평균 확산 계수, \bar{D}_s 로 나타내어진 경계층내에서의 Sherwood 수이다[13]. 그러나 한외여과에서는 막 표면에 세공이 무수히 존재하며 이 세공을 통해 용매가 투과됨에 따라 생기는 농도분극에 의해 막 표면에서의 용질의 물성치가 심하게 변하는 바, 이러한 변화는 물질전달 계수에 큰 영향을 미치게 되므로, 이에 대한 보정없이 그대로 사용할 수 없다고 보고된 바 있다[11, 12].

따라서 본 연구에서는 막 표면에서의 용액의 밀도, 점도, 확산계수 변화에 의한 보정인자로서 Lafaille 등[12]이 제시한 $(N_{Sc}/N_{Scm})^\gamma$ 를 도입함으로써 한외여과에서의 Sherwood 수 관계식을 식 (13)과 같이 보정하고 이의 타당성을 검토하였다.

$$\begin{aligned} N_{Sh} &= \frac{k \cdot d_h}{\bar{D}_s} = a \cdot (N_{Re})^a \cdot (N_{Sc})^\beta \cdot \left[\frac{N_{Sh}}{N_{Shm}} \right]^\gamma \\ &\quad \left(\text{단, } N_{Scm} = \frac{\eta_m}{\rho_m \cdot D_m} \right) \end{aligned} \quad (13)$$

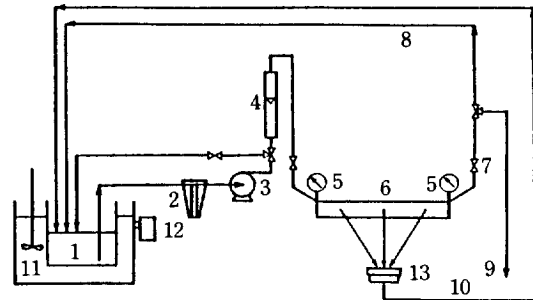


Fig. 1. Schematic diagram of the ultrafiltration experimental system.

- | | |
|---------------------------|-------------------------------|
| 1. Solution reservoir | 8. Solution recycle |
| 2. Prefilter | 9. Sampling tap |
| 3. Pump | 10. Permeate recycle |
| 4. Rotameter | 11. Constant temperature bath |
| 5. Pressure gauge | 12. Temperature controller |
| 6. Ultrafiltration cell | 13. Electronic balance |
| 7. Pressure control valve | |

3. 실험

3-1. 실험장치 및 방법

본 연구에 사용된 실험장치도를 Fig. 1에 나타내었다. 한외여과 cell의 압력은 cell 양단에 설치된 압력조절 밸브를 이용하여 조절하였으며, cell 양단에 압력계를 설치하여 압력을 측정하였다. 모든 배관은 스테인레스 관을 사용하였으며 용액내의 불순물에 의한 막의 오염을 방지하기 위하여 cell 도입부에 예비여과기를 설치하였다. 여과된 용액 및 cell을 통과한 용액은 다시 용액 저장조에 환류시켜 용액을 항상 일정한 농도로 유지하였으며 저장조를 항온조에 설치하여 용액을 항상 일정한 온도($25 \pm 1^\circ\text{C}$)로 유지하였다.

본 연구에 사용된 막은 덴마크의 DDS사에서 제조된 상업용 평판막으로서 분획 분자량이 각각 50,000과 20,000인 GR51PP와 GR61PP의 2종류 막을 사용하였으며 막의 특성을 Table 1에 나타내었다.

실험에 사용된 GR51PP와 GR61PP의 막저항 R_m 을 구하기 위하여 한외여과 실험장치에 막을 설치한 후, 압력차 $3.92 \times 10^5 \text{ Pa}$ (4 kg/cm^2)에서 6시간 이상 압밀 화시킨 후, 압력차 변화에 따른 순수의 투과 flux를 측정하였다.

Dextran 용액의 한외여과 실험은 유속 0.688-1.448 m/s, 용액 농도 $1-3 \text{ kg/m}^3$, 압력차 $0.98 \times 10^5 - 2.94 \times 10^5 \text{ Pa}$ 의 범위에서 행하였으며 실험의 진행은 낮은 농도로부터 높은 농도, 저압력차로부터 고압력차, 높은 유속에서 낮은 유속의 순서로 순차적으로 행하였다.

Table 1. Characteristics of the GR51PP and GR61PP ultrafiltration membrane

| Membrane | Material | Water flux at 4 atm (L/m ² ·h) | Approx. cut-off value (Mn) | Max. operating pressure(psi) | Thickness (μm) |
|----------|-------------|--|-------------------------------|---------------------------------|-------------------|
| GR51PP | polysulfone | 250-400 | 50,000 | 145 | 650-700 |
| GR61PP | polysulfone | 250-300 | 20,000 | 145 | 650-700 |

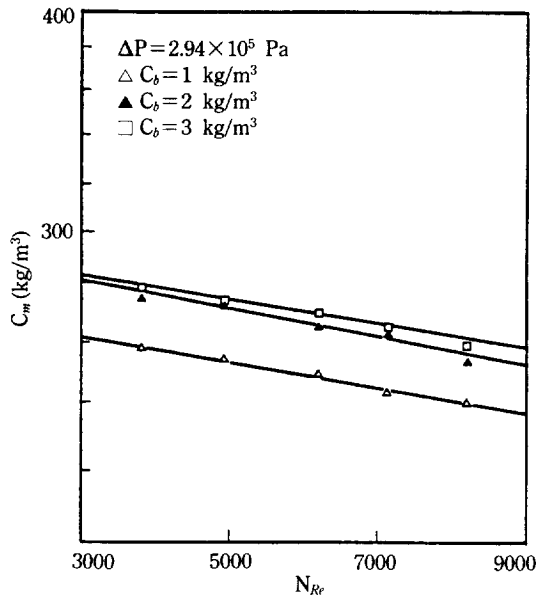


Fig. 2. Solute concentration at membrane surface calculated by osmotic pressure model as a function of feed concentration and recirculation velocity for GR51PP membrane.

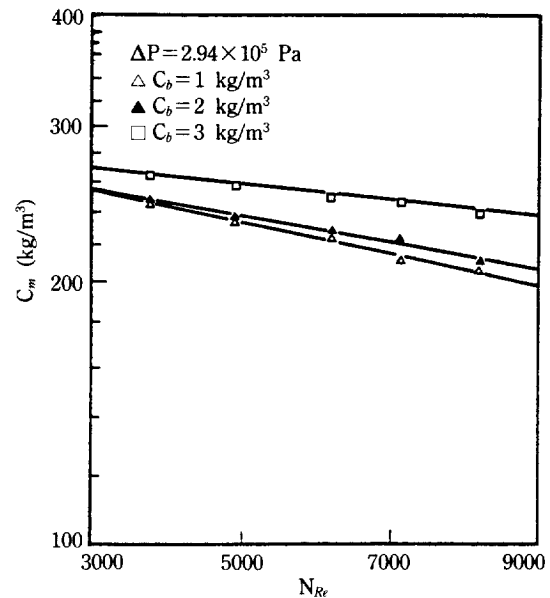


Fig. 3. Solute concentration at membrane surface calculated by osmotic pressure model as a function of feed concentration and recirculation velocity for GR61PP membrane.

4. 실험결과 및 고찰

4-1. 삼투압 모델에 의한 막 표면 농도 예측

Dextran 용액의 한외여과에 있어서 조작 조건 변화에 따른 막 표면 농도 C_m 은 측정된 막 투과 flux J_v 와 막저항 R_m (GR51PP : 4.12×10^9 kg/m²·s, GR61PP : 6.02×10^9 kg/m²·s)으로부터 식 (1), (3)에 의해 구하였다.

압력차, 도입 용액 농도, 순환 유속의 변화에 따른 막 표면 농도 C_m 의 변화를 Fig. 2 및 3에 나타내었는 바, 압력차와 도입 용액의 농도가 증가하고 순환유속이 감소함에 따라 막 표면의 농도가 증가함을 알 수 있다.

농도, 조작 압력 및 순환유속 변화에 따라 삼투압 모델로서 예측된 농도는 GR51PP의 경우 144-278 kg/m³, GR61PP의 경우 61-264 kg/m³의 범위였다. 막 세공 크기가 크고 막 저항이 작은 GR51PP의 막 표면 농도가 더 큰 값을 나타내는 바, 막 투과 flux가 커짐에 따라 막 표면에 농도분극 현상이 더 심하게 발생하기 때문으로 사료된다.

4-2. 삼투압 모델에 의한 Sherwood 수 상관관계식 강제대류에서의 일반적인 Sherwood 수 상관관계식은 식 (12)와 같이 나타낼 수 있다.

그러나 모델을 통해 예측한 물질전달 계수와 순환 유속의 관계를 식 (12)에 의해 Fig. 4, 5와 같이 나타낸 결과 조작 압력차에 따라 매우 심한 오차를 보였는 바, 이는 경계층내 농도 증가에 따른 고분자 용액의 밀도, 점도, 확산계수 변화의 영향을 고려하지 않았기 때문으로 사료된다.

따라서 본 연구에서는 이러한 물리적 성질의 변화를 고려한 식 (13)으로 제시된 새로운 상관관계식 (12)를 설정하고 이의 타당성을 검토하였다. 이제까지의 연구 결과에 의하면 Schmidt 수가 1000 이상일 경우의 Schmidt 수의 지수값 β 는 0.33이므로 Schmidt 수가 84337-85099인 본 실험에서는 β 값을 0.33으로 고정하였다. 식 (13)의 N_{Re} 에 대한 지수 α 는 순환유속 변화에 따른 물질전달 계수의 변화로부터 구하였는 바, 이로부터 얻은 지수 α 는 0.6126이었다. 본 연구의 경우 도입 용액

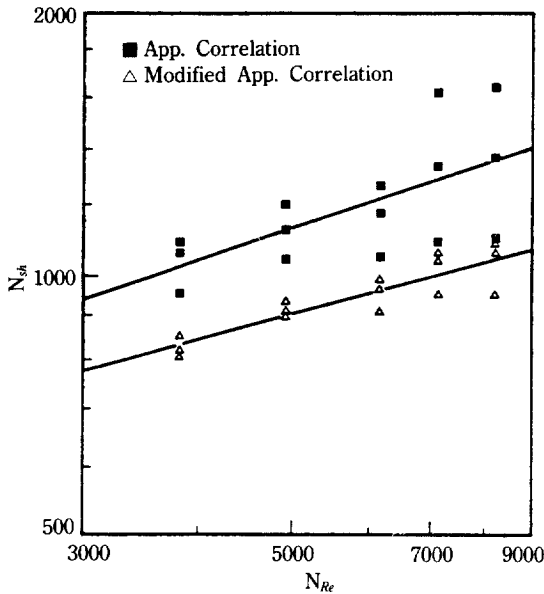


Fig. 4. Velocity variation method for GR51PP membrane calculated by osmotic pressure model: Sherwood number vs. Reynolds number plot ($C_b = 1 \text{ kg/m}^3$).

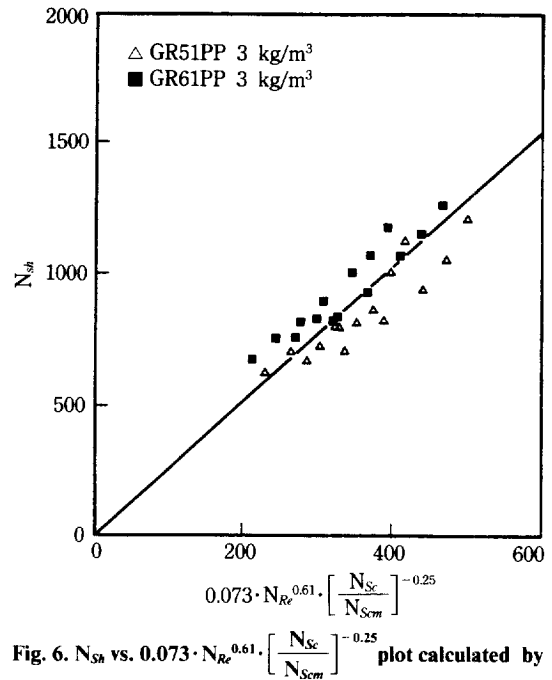


Fig. 6. N_{Sh} vs. $0.073 \cdot N_{Re}^{0.61} \cdot \left[\frac{N_{Sc}}{N_{Scm}} \right]^{-0.25}$ plot calculated by osmotic pressure model.

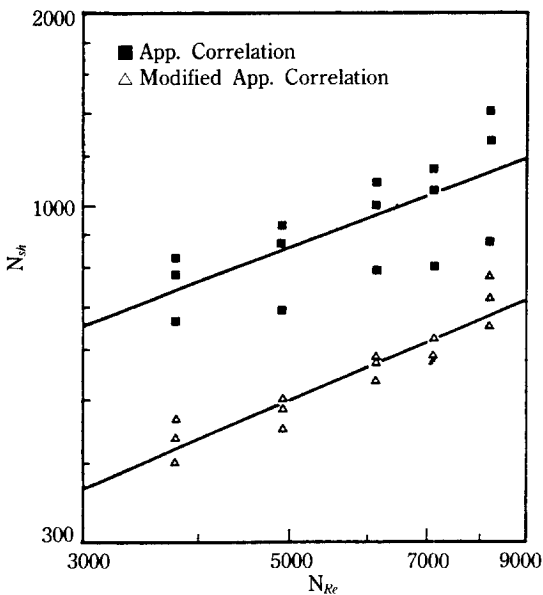


Fig. 5. Velocity variation method for GR51PP membrane calculated by osmotic pressure model: Sherwood number vs. Reynolds number plot ($C_b = 2 \text{ kg/m}^3$).

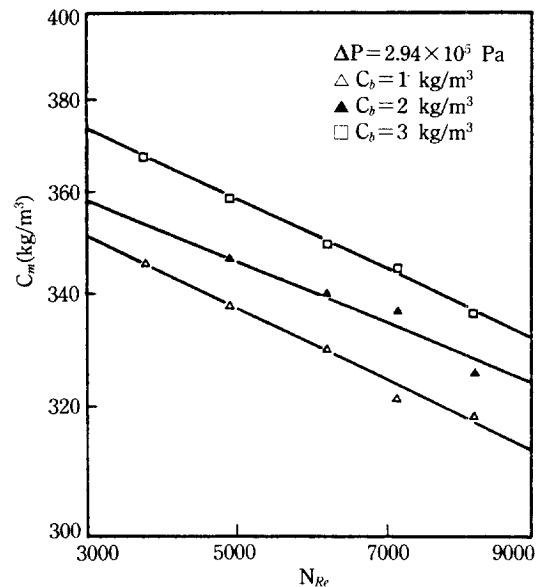


Fig. 7. Solute concentration at membrane surface calculated by boundary layer resistance model as a function of feed concentration and recirculation velocity for GR51PP membrane.

농도를 기준으로 계산된 N_{Re} 는 3800-8200 범위의 난류 영역으로서 N_{Re} 의 α 는 총류인 경우 0.33정도이며 난류의 경우 0.6-0.8 정도[7, 8]이므로 결정된 지수 α 값은 타당

성이 있음을 알 수 있다.

$(N_{Sc}/N_{Scm})^{\alpha}$ 를 보정항으로 도입하여 얻은 Sherwood

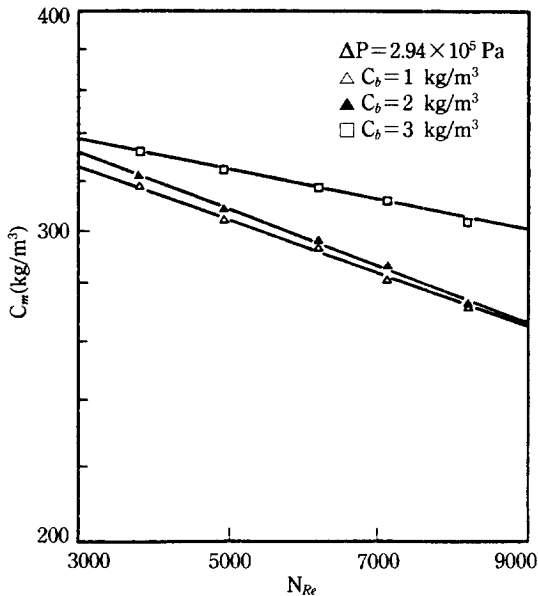


Fig. 8. Solute concentration at membrane surface calculated by boundary layer resistance model as a function of feed concentration and recirculation velocity for GR61PP membrane.

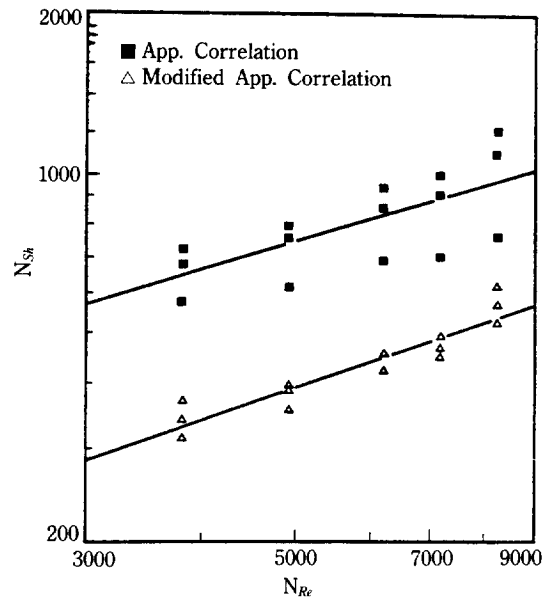


Fig. 10. Velocity variation method for GR51PP membrane calculated by boundary layer resistance model: Sherwood number vs. Reynolds number plot ($C_b = 2 \text{ kg/m}^3$).

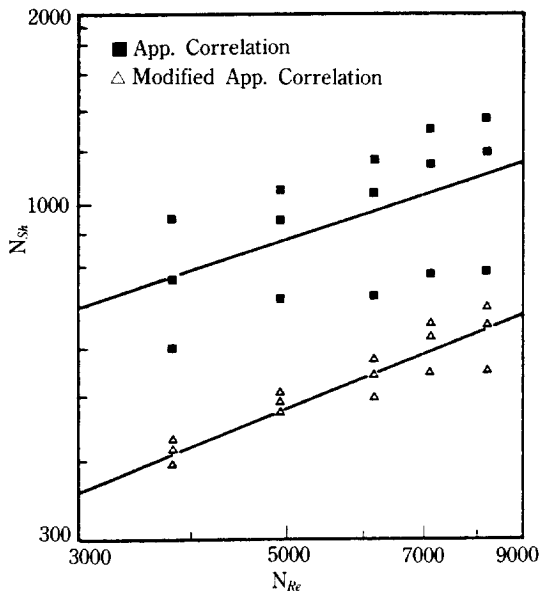


Fig. 9. Velocity variation method for GR51PP membrane calculated by boundary layer resistance model: Sherwood number vs. Reynolds number plot ($C_b = 1 \text{ kg/m}^3$).

수 상관관계식 식 (13)을 적용하여 본 실험의 결과로부터 구한 γ 의 값은 -0.25 이었으며 이 보정항으로 조작

압력차에 따른 물질전달 계수의 오차를 줄일 수 있었는 바, 이를 Fig. 4, 5에 나타내었다.

결정된 지수값을 도입한 무차원 식과 N_{Sh} 의 관계를 도출하여 그 기울기로부터 a 값 0.073 을 얻을 수 있었으며 이를 Fig. 6에 나타내었다.

Fig. 4, 5에 나타낸 바와 같이 한외여과시 Sherwood 수 상관관계식에는 농도 경계층내에 점도, 밀도, 확산 계수 변화로 인한 보정이 필요함을 알 수 있으며 보정항으로 $(N_{Sc}/N_{Scm})^\gamma$ 을 도입하여 나타낸 Sherwood 수 상관관계식은 다음과 같다.

$$N_{Sh} = 0.073 \cdot N_{Re}^{0.061} \cdot N_{Sc}^{0.33} \cdot \left[\frac{N_{Sc}}{N_{Scm}} \right]^{-0.25}$$

4-3. 경계층 저항 모델에 의한 막 표면 농도 예측

경계층 저항 모델을 사용하여 압력차, 도입용액 농도, 순환유속의 변화에 따른 막 표면 농도 C_m 의 변화를 Fig. 7, 8에 나타내었다.

이 결과 압력차와 도입 용액의 농도가 증가하고 순환 유속이 감소함에 따라 막 표면 농도는 증가하였으며, 이 결과는 삼투압 모델에 의한 결과와 같은 경향이었으나 투과 유량이 작을수록 두 모델의 막 표면 농도 예측값이 상당한 차이를 보였다.

본 실험에 사용한 두 종류의 막의 dextran 용액 한

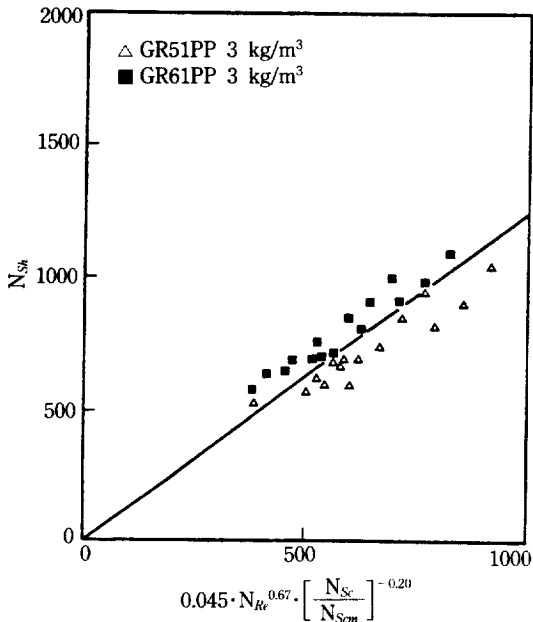


Fig. 11. N_{Sh} vs. $0.045 \cdot N_{Re}^{0.67} \cdot \left[\frac{N_{Sc}}{N_{Scm}} \right]^{-0.20}$ plot calculated by boundary layer resistance model.

외여과에 있어서 본 모델을 적용하여 구한 막 표면 농도는 GR51PP의 경우 196-369 kg/m³, GR61PP의 경우 82-333 kg/m³의 범위로서 삼투압 모델로서 예측된 막 표면 농도보다 20-90 kg/m³정도 큰 값을 나타내었다.

4-4. 경계층 저항 모델에 의한 Sherwood 수 상관관계식

경계층 저항 모델에 의해 구한 막 표면 농도를 이용하여 앞에서도 같은 방법으로 γ 와 Reynolds 수의 지수항 α 를 구하였으며 이 때의 값은 각각 -0.2와 0.667이었다. 이를 Fig. 9, 10에 나타내었다.

Fig. 11은 무차원 수들의 지수값을 결정하여 도시한 것으로서 이 때 a 값은 0.045이었다.

보정항을 도입하여 나타낸 Sherwood 수 상관관계식은 다음과 같다.

$$N_{Sh} = 0.045 \cdot N_{Re}^{0.667} \cdot N_{Sc}^{0.33} \cdot \left[\frac{N_{Sc}}{N_{Scm}} \right]^{-0.20}$$

본 연구의 결과 향상된 기존의 무차원 관계식에 비해 향상된 결과를 얻을 수 있었으나 Fig. 6과 11에서도 나타난 바와 같이 보정된 무차원 상관관계식도 어느 정도의 오차가 나타나고 있으며 특히 막의 종류가 변함에 따라 한쪽으로 편중된 결과를 보이고 있다. 이는 막의

종류에 따라 막 표면 세공으로의 투과 flux로 인하여 경계층내의 평균 용질 확산계수 \bar{D}_s 및 물질전달 계수 k 의 값이 본 연구에서 예측한 \bar{D}_s 및 k 의 값과 차이가 나기 때문으로 사료된다.

5. 결 론

평판형 한외여과 cell에서 GR51PP, GR61PP막에 의한 유연성 고분자인 dextran 500 T 용액의 한외여과 실험 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

(1) 압력차, dextran 용액 도입 농도 및 순환유속의 변화에 따른 막 표면 농도를 삼투압 모델 및 경계층 저항 모델로써 예측할 수 있었는데, 두 모델에 의한 막 표면 농도 예측값은 GR51PP의 경우 각각 144-278과 196-369 kg/m³이었으며, GR61PP의 경우 각각 61-264과 82-333 kg/m³의 범위이었다.

(2) 농도 경계층내에서 dextran 용액의 유효 물질전달 계수 예측시 농도분극층내의 물성치 변화에 대한 보정항으로 $(N_{Sc}/N_{Scm})^\gamma$ 를 도입하여, 비교적 오차가 적은 보정된 Sherwood 수 상관관계식을 아래와 같이 나타낼 수 있었다.

$$N_{Sh} = 0.073 \cdot N_{Re}^{0.661} \cdot N_{Sc}^{0.33} \cdot \left[\frac{N_{Sc}}{N_{Scm}} \right]^{-0.25} \quad (\text{삼투압 모델})$$

$$N_{Sh} = 0.045 \cdot N_{Re}^{0.667} \cdot N_{Sc}^{0.33} \cdot \left[\frac{N_{Sc}}{N_{Scm}} \right]^{-0.20} \quad (\text{경계층 저항 모델})$$

$$\text{단 } 3800 < N_{Re} < 8200$$

$$84437 < N_{Sc} < 85099$$

$$0.98 \times 10^5 \text{ Pa} < \Delta P < 2.94 \times 10^5 \text{ Pa}$$

감 사

본 연구는 (주)유공의 연구비 지원에 의해 이루어진 것으로 이에 감사드립니다.

NOMENCLATURE

- A_i : virial coefficients, $i=1, 2, 3$ [$\text{Pa} \cdot \text{m}^3/\text{kg}^i$]
- a : coefficient in eq. (12) [-]
- C_b : solute concentration in bulk solution [kg/m^3]
- C_i : concentration in boundary layer [kg/m^3]
- C_m : solute concentration at membrane surface [kg/m^3]
- C_p : solute concentration in permeate [kg/m^3]
- d_h : hydraulic diameter of ultrafiltration cell [m]
- D_s : solute diffusion coefficient in solution [m^2/s]

\bar{D}_s : average solute diffusion coefficient over boundary layer [m^2/s]
 D_m : solute diffusion coefficient at membrane surface [m^2/s]
 J_e : permeate volume flux [$\text{m}^3/\text{m}^2 \cdot \text{s}$]
 K_i : coefficient in eq. (8), $i=1, 2$ [m^3/kg^i]
 k : mass transfer coefficient [m/s]
 M_n : number-averaged molecular weight [$\text{kg}/\text{kg mole}$]
 N_{Re} : Reynolds number [-]
 N_{Sc} : Schmidt number [-]
 N_{Scm} : Schmidt number at membrane surface [-]
 N_{Sh} : Sherwood number [-]
 P : solvent permeability of polymer solution [m/s]
 ΔP : operating pressure [Pa]
 R : gas constant, 8.314×10^3 [$\text{N} \cdot \text{m}/\text{kg} \cdot \text{m}^3$]
 R_m, R_{b1} : resistance of membrane and boundary layer [$\text{kg}/\text{m}^2 \cdot \text{s}$]
 S : sedimentation coefficient of solute in solution [s]
 S_o : sedimentation coefficient of solvent [s]
 T : temperature [K]
 V : recirculation velocity of solution [m/s]
 x : coordinate perpendicular to membrane surface [m]

Greek Letters

α, β : coefficient in eq. (12) [-]
 Γ : virial coefficient [m^3/kg]
 δ : thickness of boundary layer [m]
 γ : coefficient in eq. (13) [-]
 η : viscosity of solution [$\text{Pa} \cdot \text{s}$]
 η_m : viscosity of solute at membrane surface [$\text{Pa} \cdot \text{s}$]
 v_o, v_1 : partial specific volume of solvent and solute [m^3/kg]
 $\Delta \Pi_{b1}, \Delta \Pi_{mp}$: osmotic pressure of solute over boundary layer and over membrane to permeate [Pa]

ρ_m : density of solution at membrane surface [kg/m^3]

REFERENCES

1. Ferry, J. D.: *Chem. Rev.*, **18**, 373(1936).
2. Loeb, S. and Sourirajan, S.: UCLA Eng. Report No. 60-60(1960).
3. White, R. E. and Pintauro, P. N.: "Industrial Membrane Processes", AIChE Symp. Series, Vol. 82, No. 248, NY(1986).
4. Blatt, W. T., Dravid, A., Michaels, A. S. and Nelson, L.: "Separation Polarization and Cake Formation in Membrane Ultrafiltration: Cause, Consequences and Control Techniques", in Membrane Science and Technology, 47, Plenum Press, New York (1970).
5. Goldsmith, R. L.: *Ind. Eng. Chem. Fundam.*, **10**, 113(1971).
6. Kozinski, A. A. and Lightfoot, E. N.: *AIChE J.*, **17**, 81(1971).
7. Wijmans, J. G., Nakao, S. and Smolders, C. A.: *J. of Memb. Sci.*, **20**, 115(1984).
8. Wijmans, J. G., Nakao, S., Vandenberg, J. W. A., Troelstra, F. R. and Smolder, C. A.: *J. of Memb. Sci.*, **22**, 117(1985).
9. Minjinielieff, P. F. and Jaspers, W. J. M.: *Trans. Faraday Soc.*, **67**(6), 1837(1971).
10. Williams, J. W.: "Ultrafiltration of Macromolecules", Academic Press, New York(1972).
11. Jossen, G.: *Desalination*, **51**, 61(1984).
12. Vassilis, G. and Bengt, H.: *J. of Memb. Sci.*, **30**, 153 (1987).
13. Lafaille, J. P., Sanchez, V. and Mahenc, J.: *Int. Chem. Eng.*, **27**(2), 258(1987).
14. Cheryan, M.: "Ultrafiltration Handbook", Technomic Publishing Company, Inc., Lancaster(1986).