

난류유동장에서 기체 혼합과 고체입자의 동특성 예측을 위한 Simulator 개발

서경원* · 손홍용

*아주대학교 공과대학 화학공학과
유타대학교 금속공학과 및 화학공학과
(1991년 7월 16일 접수, 1992년 2월 18일 채택)

Development of Simulator for the Prediction of Gas Mixing and the Behavior of Solid Particles in Turbulent Gas Jets

Kyung Won Seo* and Hong Yong Sohn

**Department of Chemical Engineering, Ajou University
Department of Metallurgical Engineering and of Chemical Engineering,
University of Utah, Salt Lake City, Utah, U.S.A.
(Received 16 July 1991; accepted 18 February 1992)*

요 약

원통형 난류반응기에서 고체입자들을 동반하는 기체가 고속으로 주입될 때 기체들간의 혼합정도나 고체입자들의 분산도 및 단순화된 기체-고체 반응에 의한 고체입자의 전환율 등을 예측하기 위한 수치모델을 개발하였다. 설정된 수치모델에 의한 모사를 위하여 $k-\epsilon$ 난류모델을 도입하였고, 해석법으로는 유한체적 적분법(finite volume integral method)을 사용하였으며, 기체 운동량 방정식의 압력구배항의 보정을 위하여 SIMPLER 알고리즘을 이용하였다. 고체입자의 동특성 추정에는 Lagrangian 계의 해석법을 이용하여 고체입자의 운동패적을 추적하였으며, 입자의 분산도 예측을 위해서는 기체상의 경우처럼 Eulerian 계의 해석법에 의해 입자밀도를 계산하였다. 수치모델의 활용범위는 분무화(atomization)공정, 자용 광업공정 및 안료제조 공정 등에 다양하게 활용될 수 있을 것으로 기대된다.

Abstract—A mathematical model that combines turbulent phenomena of particle-laden gas jets and chemical reactions has been developed to predict gas mixing and solid reaction in a two-dimensional cylindrical system. A simplified gas-solid reaction model and isothermality were introduced to simplify model predictions. The gas field was viewed from an Eulerian frame work. The $k-\epsilon$ model was used for the prediction of turbulent behavior. The SIMPLER algorithm was also used for the correction of pressure gradient in the gas-phase momentum equation with the continuity equation. Lagrangian treatment of the particles was performed, presenting the particle field as a series of the trajectories. Particle dispersion in the turbulent gas field is modeled through the particle number density. The application of the developed mathematical model can be found in the atomization process, flash-smelting process, carbothermal reduction process, and the oxidation process of inorganic materials for the production of pigments.

*Formerly Senior Research Scientist, Chemical Process
Laboratory, Korea Institute of Science and Technology

1. 서 론

미분금속 분말을 생산하기 위한 분무화(atomization) 공정, 구리와 납의 건식 제련법에 널리 이용되는 자용(flash-smelting) 공정, 안료 제조를 위한 $TiCl_4$ 산화 공정 및 철의 회수를 위한 carbothermal 환원공정 등은 난류장 내에서 기체와 기체 혹은 고체입자가 순간적(10^{-1} - 10^{-3} 초)으로 결합하여 분사 또는 반응을 일으키는 공정으로 반응기 내에서 기체와 고체 입자의 동특성을 실험적 방법으로 판단하기는 거의 불가능하다. 특히 이들 공정의 반응기에서는 일부 기체가 접선 혹은 반경 방향으로 50-100 m/s의 속도로, 나머지 기체가 축 방향으로 20-50 m/s의 속도로 주입된 후 두 기체가 결합 혹은 반응하여 미분고체 입자를 반응기 바깥쪽으로 분사하기 때문에 실험적 방법에 의한 동특성 예측이 어렵다[1-3]. 따라서, 본 연구에서는 근본적인 수치모델 및 모사의 필요성을 인지하여 전형적인 분무화(atomization) 공정과 $TiCl_4$ 산화공정 및 carbothermal 환원공정에 사용되고 있는 것과 같은 관형 반응기 내에서 일어나는 고체입자가 함유된 난류제트의 유체역학적 현상 및 물질·운동량 전달현상 등 화학공학적 현상들을 포함시키는 수치모델과 이의 전산프로그램 개발을 주된 목표로 하고 있다.

2. 수치모델 및 모사

2-1. 모델개발

본 연구의 연구범위는 아래와 같다.

- (1) 등온에서의 가스(A)-가스(B) 혼합모델
- (2) 등온에서의 가스(A)-가스(B)-고체입자의 혼류모델
- (3) 등온에서의 가스(A)-가스(B)-고체입자의 반응 혼류모델

본 연구는 입자를 동반하는 고속도 기체의 난류모델의 동특성 예측을 위한 초기단계의 연구이므로 화학반응에 대해서는 단순화된 반응 메커니즘과 등온 반응의 가정을 도입하였으며, 이를 바탕으로 본 연구에서 개발된 수치모델은 아래와 같은 요소들을 포함하고 있다.

- (1) k- ϵ 난류모델
- (2) 미세입자의 난류에 대한 영향
- (3) 난류 기체상의 미세입자 분산도에 의한 영향
- (4) 미세입자와 가스간의 단순화된 화학반응기구
- (5) 미세입자와 가스간의 물질 및 운동량 전달현상

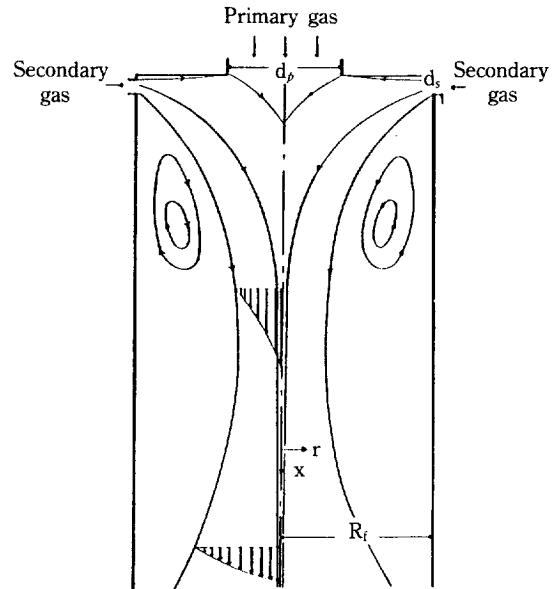


Fig. 1. Particle-laden gas jet in a flash furnace shaft: radial feeding of secondary gas with particles.

본 연구의 계를 모사하는 수치모델의 기본식들은 비선형 elliptic 편미분방정식인데다 공정자체의 물리적, 수학적 표현이 어려워 해석에 많은 어려움이 있는 것으로 알려져 있다[4-6].

2-2. 계의 정의 및 가정

수치모델을 위한 관형 난류 반응기는 Fig. 1에 보인 바와 같다. 그림에서 d_p 는 흐름(primary stream)의 직경, d_s 는 흐름 2(second stream)의 폭 그리고 R_f 는 반응기의 반경을 각각 나타낸다. 한편, 고체입자는 흐름 2와 함께 주입된다. 이와 같은 계의 물질수지는 일반적인 질량·운동량 보존식들로 표시되며, 가스계는 Eulerian 방식으로, 미세고체입자계는 Lagrangian 방식으로 각각 표시하였다[7].

가스계와 고체계에 대한 기본개념 및 가설은 이미 발표된 여러 논문[7-10]에 수록된 바와 같다.

<가스계의 가설>

- (1) 계는 정상상태의 축 대칭 관형 좌표를 사용한다.
- (2) 중력의 영향을 무시한다.
- (3) 가스 팽창에 의한 운동량 변화를 무시한다.
- (4) 가스계를 나타내는 물리화학적 성질은 국부적으로 평형에 있다.

<고체계의 가설>

- (1) 고체입자는 반응정도에 관계없이 구형이다.
- (2) 온도계는 가스계의 온도와 같이 열평형에 있다.

2-3. 가스계의 물질수지

가스계는 Eulerian 방식에 의해 해석되며, 반응고체입자의 영향을 고려한 질량과 운동량 보존의 식들은 다음과 같이 표현된다[7, 8].

Continuity:

$$\bar{\nabla} \cdot (\rho \bar{V}) = S_p^m \quad (1)$$

Momentum:

$$\bar{\nabla} \cdot (\rho \bar{V} \bar{V}) = \bar{\nabla} p - \bar{\nabla} \cdot \tau + \rho \bar{g} + \bar{S}_p^v + \bar{V} S_p^m \quad (2)$$

식 (1)의 오른쪽 항, S_p^m 은 고체입자와 가스의 반응에 의한 단위부피당의 질량변화를 나타낸다. 식 (2)의 오른쪽 마지막 두 항, S_p^v 와 $V S_p^m$ 은 고체입자의 운동에 의한 가스상의 운동량 변화 및 가스-고체입자 반응에 의한 질량 이동으로부터 발생하는 운동량 변화를 각각 나타낸다. 한편, 미반응계에서는 S_p^m 항이 무시된다.

본 연구의 기본모델은 등은 반응계에 대한 모델임으로 에너지 방정식은 필요하지 않다. 위 두 식 (1), (2)의 관형 흐름에 대한 전계와 난류현상 도입을 위한 k-ε 모델의 적용 등은 이미 앞에서 언급한 여러 참고 자료[7-10]에 충분히 설명되어 있으므로 본 논문에서는 그 내용설명을 생략한다. 한편, 관형 반응기로 유입되는 두 기체의 흐름에 대한 혼합정도를 계산하기 위하여 혼합도 (mixture fraction), f 를 다음과 같이 정의한다.

$$f = \frac{M_p}{M_p + M_s} \quad (3)$$

여기서 f 는 Fig. 1에서 볼 수 있는 1차 흐름(primary stream)에 존재하는 가스의 질량 분율을 나타낸다. 1차 흐름에 존재하는 보존 가능한 변수(conserved scalar)를 S_p , 2차 흐름에 존재하는 동일 변수를 S_s 라 하면, 이 변수의 총량 S 는 질량 보존식에 의해

$$S = f \cdot S_p + (1-f) S_s \quad (4)$$

가 된다. 한편 혼합도를 나타내는 변수 f 역시 국부적으로 질량 보존의 법칙을 만족시켜야 하므로 f 에 대해서 아래와 같은 식이 유도된다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} (r p u f) + \frac{\partial}{\partial r} (r p v f) + \frac{\partial}{\partial x} \left(r \Gamma_m \frac{\partial f}{\partial x} \right) \\ - \frac{\partial}{\partial r} \left(r \Gamma_m \frac{\partial f}{\partial r} \right) = 0 \end{aligned} \quad (5)$$

S의 한 예로 기체 B의 물분율 X_b 를 들 수 있으며, 국부적인 위치에서 기체(B)의 혼합 정도를 나타내기 위해서 정준화된 새로운 변수 Y_m 을 다음과 같이 정의한다.

$$Y_m = \frac{X_m - X_a}{1 - X_a} \quad \text{for } 1 \geq X_m \geq X_a \quad (6-1)$$

$$Y_m = \frac{X_m - X_a}{X_a} \quad \text{for } 0 \leq X_m \leq X_a \quad (6-2)$$

여기서

X_a : 기체 B가 기체 A와 완벽하게 섞였을 때의 물분율

X_m : 국부적인 위치에서 기체 B의 물 분율

Y_m : 기체 B의 혼합정도(degree of mixing)를 나타내는 변수

식 (6-1), (6-2)에 보인 Y_m 은 미반응 2성 가수분계의 혼합정도를 나타내며, 고체입자와 기체 A 혹은 기체 B가 반응을 할 경우에는 사용할 수 없다.

2-4. 고체입자계의 모델

고체입자 하나에 대한 운동량 식은 다음과 같이 Lagrangian 방식으로 표현된다[7, 10].

$$m_p \frac{d\bar{V}_p}{dt} = \frac{1}{2} C_D \rho_g A_p |\bar{V}_g - \bar{V}_p| (\bar{V}_g - \bar{V}_p) + m_p \bar{g} \quad (7)$$

식 (7)은 고체입자의 운동량 변화는 고체입자에 가해지는 유체역학적 항력(drag force)과 중력의 합과 같음을 보이며, 부력에 의한 영향은 이들 두 힘에 비해 상대적으로 작다고 가정하여 무시하였다. 한편, 미분고체입자의 분산도에 대해서는 Eulerian 방식에 의해서 유입시킨 입자의 수가 보존된다는 가설을 사용하여 입자밀도를 아래의 식으로부터 구할 수 있다. 난류유동장 영향에 의한 항력계수, C_D 및 관련되는 여러 식에 대한 설명 역시 앞에 인용한 참고 자료들[7-10]을 참고할 수 있다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} (\overline{un_p}) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (\overline{rvn_p}) - \frac{\partial}{\partial x} \left(D'_p \frac{\partial \bar{n}_p}{\partial x} \right) \\ - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r D'_p \frac{\partial \bar{n}_p}{\partial r} \right) = 0 \end{aligned} \quad (8)$$

2-5. 고체입자의 반응

본 연구의 반응계는 고온에 있고, 고체입자가 거의 녹은 상태에 있는 경우에 대한 것이므로 고체입자와 기체의 반응은 기체에서 고체로의 물질 전달이 전체

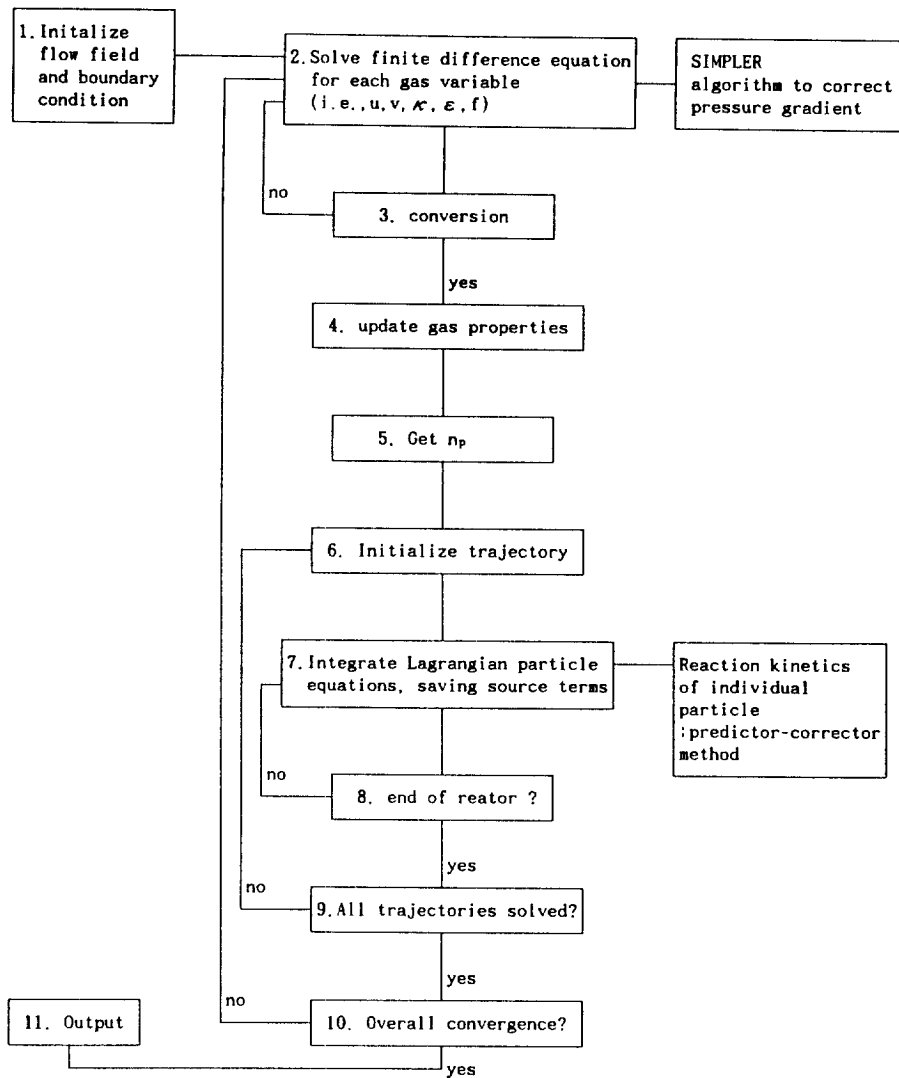


Fig. 2. Information flow for program.

반응을 율속한다고 가정하여 아래와 같이 단순화된 물질 수지식을 유도하였다.

A or B reactant gas + S solid - P product gas

$$N_{greq} \frac{dX}{dt} = k_m \cdot S_p \frac{y_g}{R \cdot T_g} \cdot P_T \quad X=0 \text{ at } t=0 \quad (9)$$

여기서

$$k_m = \frac{S_h \cdot D_g}{d_p}$$

$$d_p = d_{p0} (1-X)^{1/3}$$

$$S_p = \pi d_p^2 = \pi d_{p0}^2 (1-X)^{2/3}$$

한편 고체입자와 반응하는 기체는 A, B 중 국부적으로 고농도의 기체가 선택적으로 반응한다고 가정하였다. 윗 식 (9)를 다시 정리하면 식 (10)을 얻을 수 있다.

$$\frac{dX}{dt} = \frac{S_h \cdot D_g \cdot \pi d_{p0} \cdot P_T}{N_{greq} \cdot R \cdot T_g} \cdot y_g (1-X)^{1/3} \quad (10)$$

2-6. 수치해석

공정의 모사를 위한 수치해석에는 기본 편미분방정식을 유한차분적분법으로 바꿔서 해를 구하는 TEACH CODE[11]와 압력장(pressure field) 계산을 위한 SIM-

Table 1. Conditions for sample calculation

Case	Stream A ⁺	Stream B ⁺⁺	d_p^*	$-V_s^{**}$	PL ^{***}	Remarks
1	13.62	4.54	0.508	22.6	0	
2	13.62	4.54	1.27	9.1	0	
3	13.62	13.62	0.508	67.6	0	
4	13.62	13.62	1.27	27.2	0	
5	13.62	13.62	0.508	67.9	0.2143	# no reaction
6	13.62	4.54	0.508	22.6	0.643	# no reaction
7	13.62	4.54	0.508	67.9	0.643	# reaction ^{&+}
8	13.62	68.1	1.27	135.8	0.2143	# reaction ^{&}
9	13.62	13.62	0.508	67.9	0.2143	# reaction ^{&}
10	13.62	13.62	0.508	67.9	0.643	# reaction ^{&}

molecular weight [A]=30, [B]=70 & [C]=80

+ and ++ kgmol/h

* cm

** m/s; linear velocity of secondary stream

*** particle loading(kg particle/kg gas) in secondary stream

density of particle: 4000 kg/m³ and average size of particle: 20 μ m

& and &+ diffusivities of gas as 2×10^{-5} and 3.25×10^{-4} m²/s, respectively

furnace diameter: 1 m

d_p ; diameter of primary stream: 0.5 m

PLER 알고리즘[12] 및 미세입자계와 가스계를 연결하기 위하여 PSI-Cell[13]법을 도입하였으며, 화학 반응기구는 2-5에 설명한 바와 같이 등온에서 단순화된 등온반응기구식을 사용하였다.

앞에 소개된 여러 식(1-10)들에 대한 수치해석법은 이미 언급한 여러 논문[11-13]에 자세히 수록되어 있으며, 이들을 이용하여 원하는 해를 얻기 위한 알고리즘은 Fig. 2에 도시한 바와 같다. 이 그림에 보인 바와 같이 가스계의 변수들의 해를 구한 후에 이들을 이용하여 미세입자계의 변수를 구하며, 새로 구한 미세입자계의 변수들을 이용하여 가스계의 변수를 보정하는 알고리즘이다. 또한, 이 알고리즘에서는 질량보전식에 의한 교정법을 이용하는 SIMPLER(Semi-Implicit Pressure Linked Equation : Revised) 알고리즘에 의해 가스계의 유동방정식에 있는 압력구배항을 explicit하게 표현함으로써 해석적인 어려움을 감소시켰다.

3. 모사 결과 및 토론

3-1. 모사조건

수치모델의 모사를 위한 반응기의 크기, 각 흐름의 유속, 기체·고체입자의 물리적 성질과 기체·고체의 유입 비율(particle loading) 등의 모사조건은 Fig. 1에 보인 바와 같다. 여기서 Stream A는 Fig. 1에 나타난 1차 흐름으로 유입되는 A 가스의 흐름이고, Stream B는 2차 흐름으로 유입되는 B 가스의 흐름이며, PL은 B 가스와

함께 유입되는 고체입자의 B 가스에 대한 질량비를 나타낸다. 또한, V_s 는 2차 흐름의 선형속도로서 B 가스의 유속을 나타낸다.

Table 1에 보인 바와 같이 Case 1부터 Case 4까지는 순수한 기체 A와 기체 B를 각각의 흐름(stream) 1과 2에 유입하여 반응기 내에서 혼합정도를 모사하고자 하는 경우로서 계산결과는 Fig. 3에 보였다. Case 3과 Case 5는 고체입자를 흐름 2에 B 기체와 함께 유입할 경우로서 고체와 기체가 반응을 하지 않는다고 가정하였을 때 고체입자의 유입 비율에 대한 혼류 정도를 예측할 수 있으며 계산결과는 Fig. 4에 보였다.

Case 7부터 Case 10은 기체와 고체가 반응하는 경우에 대한 모사를 하기 위한 조건으로 서로의 경우를 비교함으로써 고체 동반기체 B의 유속에 대한 영향, 기체·고체의 유입 비율 등에 대한 영향 및 동일조건에서의 고체의 평균 전환율 등을 예측할 수 있다. 각 경우에 대한 계산결과는 Fig. 5, 6과 7에 각각 보였다.

3-2. 토론

Fig. 3에 보인 바와 같이 두 기체의 혼합 정도는 동일한 유량이라 할지라도 유입되는 기체의 선속도에 대한 상당한 영향을 받을 수 있으며, 기체 A의 유량 및 유입구의 크기를 동일하게 하였을 때 기체 유량 B의 증가 즉 선속도의 증가에 따라 혼합 정도가 증가함을 알 수 있다.

Fig. 4는 Case 3, 5와 6에 대한 혼합정도를 보인 결

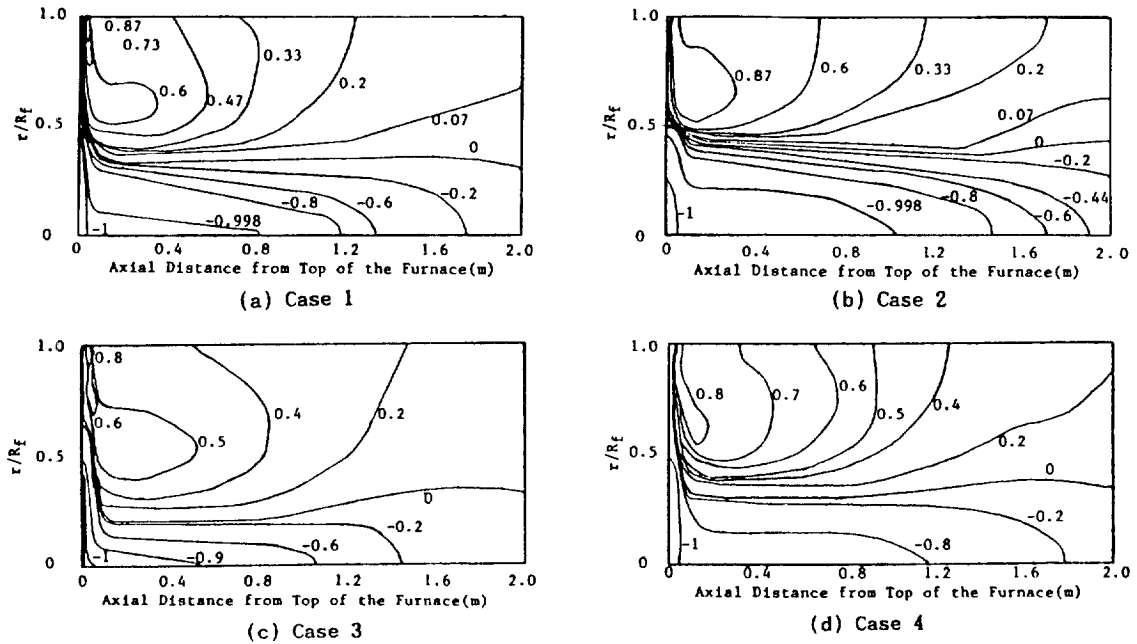


Fig. 3. Contours of normalized mixture fraction for sample calculation of Cases 1 through 4.

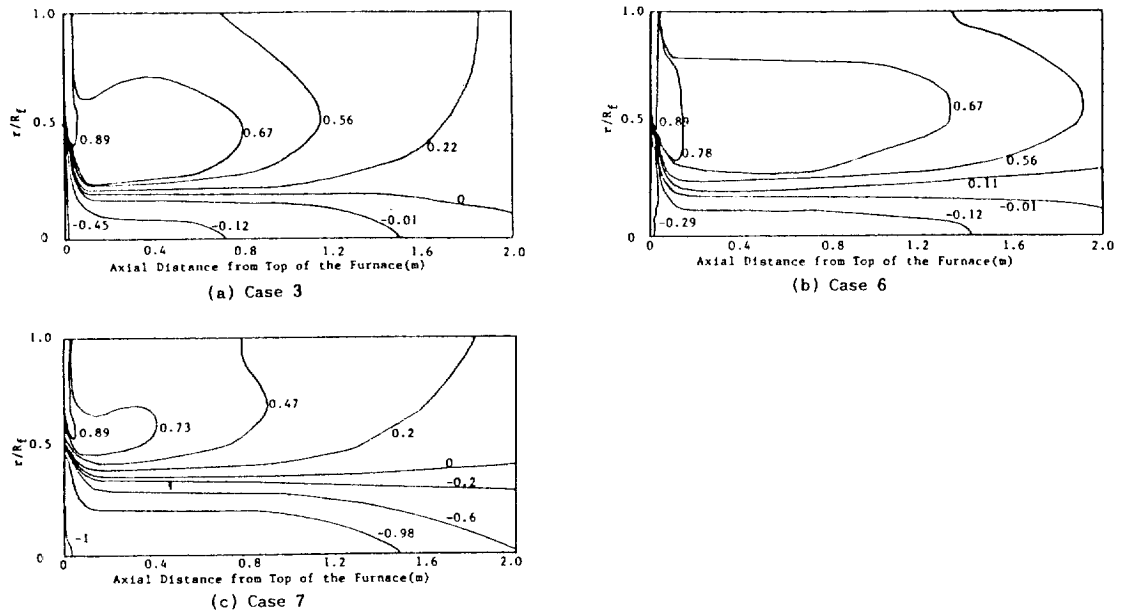


Fig. 4. Contours of normalized mixture fraction for sample calculation of Cases 3, 6 and 7.

과로서 고체입자비(loading)가 증가할수록 혼합정도(degree of mixing)가 증가함을 알 수 있다. 즉 고체입자의 존재가 흐름 B의 절대적 유량을 증가시킴으로서 기체 A와의 혼합을 더 용이하게 한다.

Fig. 5는 기체와 고체가 등온·고온 반응을 할 경우인 Case 7에 대한 반응기 내에서의 기체 속도장을 도시한 그림으로 축에서의 속도가 상당히 증가함을 알 수 있으며 흐름 2에 의한 영향으로 2번 흐름의 입구와 반응기

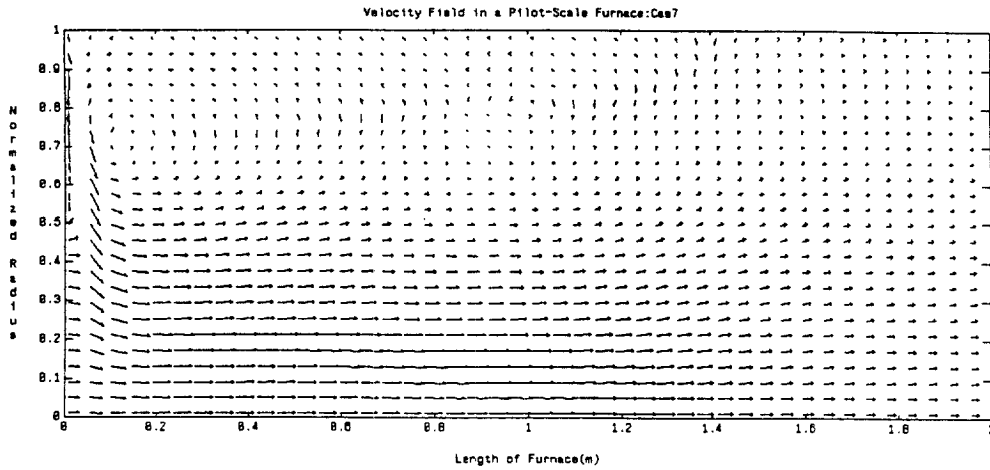
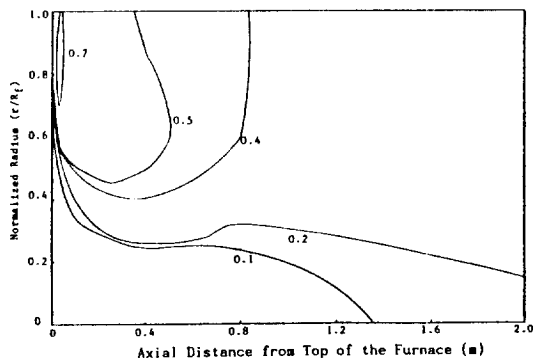
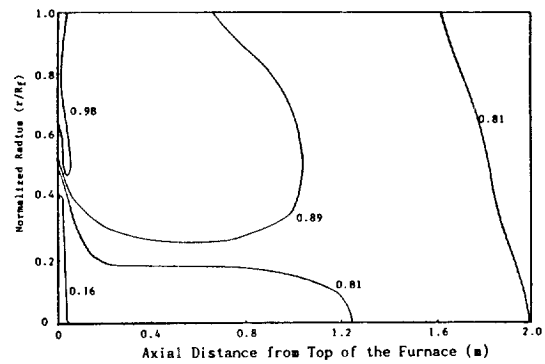


Fig. 5. Gas-phase velocity field for sample calculation of Case 7.



(a) Case 7



(b) Case 8

Fig. 6. Predicted contours of normalized particle number density for sample calculation of Cases 7 and 8.

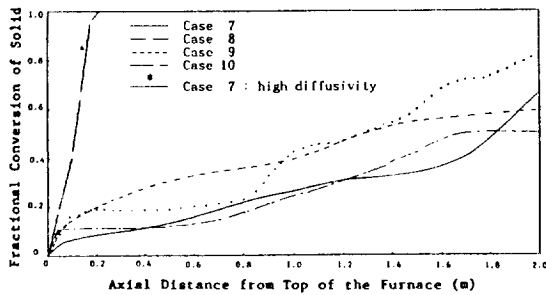


Fig. 7. Average conversion of solid for sample calculation of Cases 7 through 10.

벽 근처에서 와류가 형성됨을 알 수 있다.

Fig. 6은 Case 7과 8의 정준화된 고체입자의 분산도를 보인 그림으로, carrier 기체의 유속이 고체입자의 분

산도에 미치는 영향이 고체입자의 기체에 대한 비율(solid loading)의 변화가 미치는 영향보다 상대적으로 큼을 알 수 있다. 여기서 고체입자 밀도의 정준화는 유입되는 기체 내의 고체입자 밀도를 기준으로 하여 계산되었다.

Fig. 7은 Case 7-10에 대한 모사결과로서 반응기의 축방향에서 기체와의 반응에 의해 전환된 고체입자들의 평균전환율을 보인 그림으로, Case 7의 경우에서 볼 수 있듯이 기체의 고체입자로의 확산 계수가 전환율에 절대적인 영향을 미침을 알 수 있다. 또한 반응기 내부에서 각 경우에 대한 고체입자의 전환율 변화로부터 고체의 국부적 분산도가 평균전환율에 영향을 미침을 예측할 수 있다.

Fig. 8은 분무화공정으로의 응용 가능성 판단을 위한 고체 입자의 분산 모사결과로서 모사조건은 solid loading이 0.0182(kg고체/kg기체), carrier 기체는 아르곤,

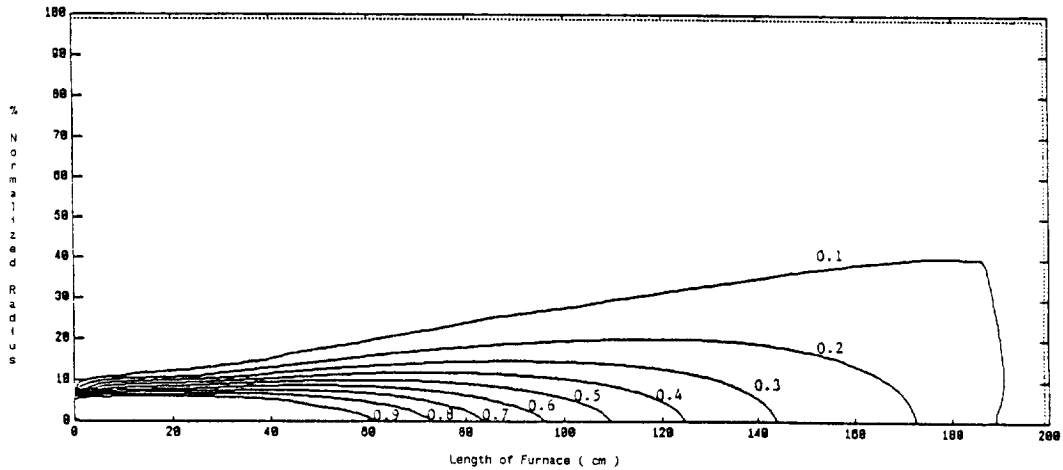


Fig.8. Predicted contours of normalized particle number density in a typical atomization chamber.

1차 흐름의 유속은 111 m/s, 2차 흐름의 유속은 2.7 m/s이고, 그 폭은 22 cm이며, 노의 길이는 2 m이다. 또한 1차 흐름의 직경은 15 cm이고 노의 직경은 2 m인 경우로서 미분고체입자는 1차 흐름과 함께 들어오는 용융된 금속으로부터 형성되며, 분말의 평균 직경은 10 μ m라고 가정하였다. 그림에서 볼 수 있듯이 고체입자는 축방향을 중심으로 밀집하여 생성되며 노의 대부분 지역에서 입자의 분포는 희박하였다.

앞에서 보인 여러 모사결과를 기체 유동장에서 대체하는 엄격한 모델을 사용하였으나 고체입자의 유동 및 반응장에 대해서는 단순화된 모델을 사용하였으므로 아직 개선할 점이 많으며 특히 고온에서 노벽으로 방사에 의한 열전달 및 기본적인 에너지 수지식을 포함시켜야 할 과제를 남기고 있다. 또한 실제적인 응용을 위하여는 실조건에서의 실험 데이터와 비교하여 모델식 자체의 교정을 더 해야 하는 문제를 남겨 놓았다. 그러나, 이 문제점들은 자용제련공정과 같은 일개 기체와 일개 고체의 난류유동장에서의 반응의 경우에는 해결된 바 있으므로[14-17], 이 연구에서 검토한 두 가지 기체의 경우에도 그 방법이 충분히 응용되리라 믿는다.

4. 결 론

본 연구에서는 고체입자를 동반하는 난류 제트를 이용하는 공정모사를 위한 기초적인 수치모델을 확립하였고 모델에 의한 모사치로부터 고체입자의 반응로 내에서의 동특성과 두 가지 기체의 혼합 특성을 검토하였다. 한편, 모사치와 비교할 만한 실제 공정의 실험 혹은 조업 데이터가 조달되고, 고체입자의 반응메카니즘 및 비등온 반응을 위한 에너지 수지식 등이 보강된다면

보다 엄격한 모델을 만들 수 있으며, 개발된 수치모델의 응용분야도 다양해질 것이다.

NOMENCLATURE

- A_p : projected area of a particle
- C_D : drag coefficient, defined in Eq.(7)
- d_p : particle diameter
- D : diffusivity
- D_p : turbulent particle diffusivity
- f : mixture fraction
- g : gravitational acceleration
- k_m : mass transfer coefficient
- M : mass fraction
- m_p : mass of a particle
- n_p : particle number density
- P : pressure
- r : radial distance from the axis of symmetry
- R : universal gas constant
- Re : Reynolds number
- S : source or sink term in conservation equations or conserved scalar
- Sh : Sherwood number
- S_p : surface area
- t : time
- u : axial velocity
- \bar{V} : velocity
- v : radial velocity
- x : axial distance from top of the furnace
- Y_m : normalized degree of mixing
- y : mole fraction of gas

Greek Letters

- Γ : effective transport exchange coefficient
 ε : dissipation rate of turbulent kinetic energy
 κ : turbulent kinetic energy
 ρ : density
 τ : shear stress

Superscripts

- m : mass
 v : momentum

Subscripts

- e : effective value
 g : gas
 p : particle or primary stream
 s : secondary stream
 T : total

Overlines

- : time-averaged
 = : second-order tensor

REFERENCES

1. Maringer, R. E.: *SAMPE Quarterly*, **11**, 67(1980).
2. Couper, M. J. and Singer, R.: "Rapidly Quenched Metals", Elsevier Science Publishers, BV(1985).
3. Ricks, R. A., Adkins, N. J. E. and Clyne, T. W.: *Powder Metallurgy*, **29**, 27(1986).
4. Launder, B. E. and Spalding, D. B.: "Mathematical Models of Turbulence", Academic Press, London (1972).
5. Launder, B. E. and Spalding, D. B.: *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, **3**, 269(1974).
6. Spalding, D. B.: "Numerical Computation of Multi-phase Flows, Lecture Notes", Thermal Science and Propulsion, Purdue University, 161(1979).
7. Seo, K. W.: Ph. D. Dissertation, University of Utah, Salt Lake City, Utah, USA(1990).
8. Hahn, Y. B.: Ph. D. Dissertation, University of Utah, Salt Lake City, Utah, USA(1988).
9. Smith, P. J. and Smoot, L. D.: *Combustion Science and Technology*, **23**, 17(1980).
10. Smoot, L. D. and Smith, P. J.: "Coal Combustion and Gasification", Plenum Press, New York(1985).
11. Gosman, A. D. and Pun, W. M.: "Lecture Notes for Course Entitled", Calculation of Recirculating Flows", Imperial College, London(1973).
12. Patankar, S. V.: "Numerical Heat Transfer and Fluid Flow", McGraw-Hill Book Co., New York (1980).
13. Crowe, C. T., Sharma, M. P. and Stock, D. E.: *J. Fluid Engineering, Trans, ASME*, 325(1977).
14. Hahn, Y. B. and Sohn, H. Y.: *Metall. Trans. B*, **21B**, 945(1990).
15. Hahn, Y. B. and Sohn, H. Y.: *Metall. Trans. B*, **21B**, 959(1990).
16. Seo, K. W. and Sohn, H. Y.: *Metall. Trans. B*, in print, 1991.
17. Sohn, H. Y., Seo, K. W. and Hahn, Y. B.: *Hwahak Konghak*, **27**, 531(1989).