

## 단 신

# Dominant Pole에 의한 PID제어기 tuning법의 개선

이지태 · 최진영 · 이상득\* · 권영수\*

경북대학교 화학공학과

\*한국과학기술연구원

(1991년 10월 1일 접수, 1992년 8월 18일 채택)

## Improved Method for a PID Controller Tuning by the Dominant Pole Placement

Jietae Lee, Jin Young Choi, Sang Deuk Lee\* and Young Soo Kwon\*

Department of Chemical Engineering, Kyungpook National University, Taegu 702-701

\*Korea Institute of Science and Technology

(Received 1 October 1991; accepted 18 August 1992)

## 요 약

간단한 PID 혹은 2자유도 PID제어기의 tuning법을 제안하였다. 모사 결과 본 방법은 IMC법의 느린 부하응답 성능을 개선하는 것을 볼 수 있었다.

**Abstract**—A simple method tuning the classical PID controller and a recent PID controller with 2 degree of freedom has proposed. Some simulations showed that the proposed method improves the slow load responses of the IMC method.

## 1. 서 론

여러 형태의 제어기 및 제어 이론이 개발되어 있지만, 실제 화학공정에 사용되고 있는 것은 대부분 PID 제어기이다. 이 PID 제어기의 범용성은 간단한 구조와 우수한 제어성능에 기인한다고 볼 수 있다. 그러나 tuning이 잘못되어 제 성능을 발휘하지 못하고 있는 경우를 많이 볼 수 있다. PID 제어기의 각 제어 동작은 명확하지만 공정의 동특성과 결합하여 나타나는 제어성능에 대한 효과는 다소 복잡하고, 각 제어 변수에 민감하기 때문에 보인다. 본 연구는 기존의 널리 사용되고 있는 PID 제어기 tuning법의 문제점들을 개선할 수 있는 새로운 tuning법을 제안하고자 한다.

PID 제어기에서 최근의 큰 진전은 자기동조(auto-tun-

ing) 기능을 들 수 있다. 대표적인 예로 P 제어기의 제어출력의 감쇄 진동 특성으로부터 공정의 동특성과 제어기 tuning값을 얻는 방법[1, 2], relay 궤환 제어기의 연속진동으로부터 공정의 한계이득과 주기를 얻어 PID 제어기 tuning값을 구하는 방법[3] 등을 들 수 있다. 각 방법 모두 공정을 일차 시간지연 모델 혹은 이와 유사한 것으로 공정을 특성화하고 이로부터 PID 제어기의 변수들을 구한다. 따라서 이 방법들은 일차 시간 지연 모델로 어느 정도 근사가 가능한 overdamped 공정에 적합한데, 대부분의 화학공정이 여기에 속한다. PID 제어기의 auto-tuning의 성능은 공정을 어떻게 특성화하는가에도 영향을 받지만 이로부터 PID 제어기 변수를 구하는, 즉 tuning방법에 따라서도 크게 좌우되는 것을 볼 수 있다. 본 연구에서도 일차 시간지연 모

델에 적용될 수 있는 아주 간단한 제어기 tuning법을 제안하여, auto-tuning에 이용되어 이의 제어성능 향상에 기여하고자 한다.

## 2. PID 제어기의 tuning

다음의 일차 시간지연 모델의 공정을 고려한다.

$$G(s) = \frac{ke^{-\theta s}}{\tau s + 1} \quad (1)$$

Dominant pole tuning법[3]을 적용하여 PID 제어기를 설계한다. 모델의 시간지연 항을 일차 Pade 근사한 경우의 페루프 특성 방정식은

$$1 + K_c \left( 1 + \frac{1}{T_i s} + T_D s \right) \frac{k(-0.5\theta s + 1)}{(\tau s + 1)(0.5\theta s + 1)} = 0 \quad (2)$$

가 된다. 이 식의 근이 페루프의 근사적인 pole이 되는데, 페루프의 동특성을 크게 좌우한다. 원하는 위치에 근이 있도록 만든다.

PI 제어기의 경우 2개의 변수가 있으므로 2개의 근을 임의로 정할 수 있다. 식(2)가  $s = (\omega/\tau) (-\phi \pm j\sqrt{1-\phi^2})$ 에서 근을 갖는 제어기 변수를 구한다.

$$\begin{aligned} p &= \theta/\tau \\ \alpha &= 4 + 4\phi\omega p + \omega^2 p^2 \\ \beta &= 2\omega^2 p - 4 + (\omega^2 p + 4\phi\omega)(p + 2 - 2\phi\omega p) \\ \gamma &= 2\omega^2 p - \omega^4 p^2 + 2\omega^2(p + 2 - 2\phi\omega p) \\ K_c &= \beta/(\alpha k) \\ T_i &= \tau\beta/\gamma \end{aligned}$$

$\omega$ 와  $\phi$ 는 설계변수로,  $\phi$ 는 최적의 pole 위치가 되는 것으로 하였으며  $\omega$ 는  $M_p$ (peak amplitude ratio)가 1.25가 되는 상관관계식을 구해 사용하였다. 정리하면

$$\begin{aligned} \omega &= 1.1p^{-0.5} \\ \phi &= \sqrt{0.5 + 0.25/\omega^2} \quad (\text{if } \phi > 1, \phi = 1) \end{aligned}$$

을 얻었다.

PID 제어기는 3개의 변수가 있으므로 3개의 근 모두를 임의의 위치에 정할 수 있다.  $s = -2/\theta$ ,  $(\omega/\tau) (-\phi \pm j\sqrt{1-\phi^2})$ 가 식(2)의 근이 되는 제어기 값을 구한다.

$$\begin{aligned} \alpha &= \omega^2 p^2 + 4 + 4\phi\omega p \\ \beta &= 2\omega^2 p - 4 + 8\phi\omega \\ \gamma &= (4 + 2p)\omega^2 \\ K_c &= (\beta + \gamma p/2)/(\alpha k) \\ T_i &= (\beta/\gamma + p/2)\tau \end{aligned}$$

$$T_D = \tau/(\gamma/\beta + 2/p)$$

앞에서와 마찬가지로 사용한  $\omega$ 와  $\phi$ 에 관한 식은

$$\begin{aligned} \omega &= 1.24p^{-0.55} \\ \phi &= \sqrt{0.5 + 0.25/\omega^2} \quad (\text{if } \phi > 1, \phi = 1) \end{aligned}$$

을 이용하였다.

$M_p$ 와 set point 응답의 overshoot와는 밀접한 연관이 있는데, 보통 1.1-1.5 사이의 값이 추천된다. 큰  $M_p$ 는 큰 overshoot을 주는 대신 응답을 빠르게 만든다.  $\phi$ 는 일정한 값, 예를 들면 0.707로 고정하여도 큰 제어성능의 저하는 없었으나, 간혹 해를 구할 수 없는 경우가 생겼다.

## 3. 자유도 PID 제어기의 tuning

표준 PID 제어기는 부하변동에 잘 동작하도록 tuning을 하면 set point 변화가 나쁘고, 반대로 set point tuning은 부하응답이 나쁘게 된다. 예를 들면 ITAE tuning[4]은 각 경우의 서로 다른 tuning값을 구비하고 있음을 알 수 있다. 최근에는 이를 근본적으로 해결하고자 하는 2자유도 PID 제어기가 제안되었다[3, 5].

$$\begin{aligned} M(s) &= K_c \left( b + \frac{1}{T_i s} \right) R(s) - K_c \left( 1 + \frac{1}{T_i s} \right. \\ &\quad \left. + \frac{T_D s}{0.1 T_D s + 1} \right) Y(s) \end{aligned}$$

여기서  $M(s)$ ,  $R(s)$ 와  $Y(s)$ 는 각각 제어기 출력, set point와 공정 출력의 Laplace transformation이다.

새로 도입된 변수  $b$ 는 set point 변화에만 작용하고 부하 변화에는 작용하지 않기 때문에, 부하 변화에 대하여  $K_c$ ,  $T_i$ 와  $T_D$ 를 먼저 tuning 한 후 set point 변화에 대하여  $b$ 를 결정한다.

2자유도 PI 제어기의  $K_c$ 와  $T_i$  결정은  $\omega$ 에 관한 상관관계만 부하 변화에 대한 ITAE를 최소화 하는 것으로 바꾸고 다른 식은 앞의 것을 그대로 사용하였으며,  $b$ 는 set point 변화에 대한 ITAE를 최소화 하는 상관관계식을 구해 사용하였다.

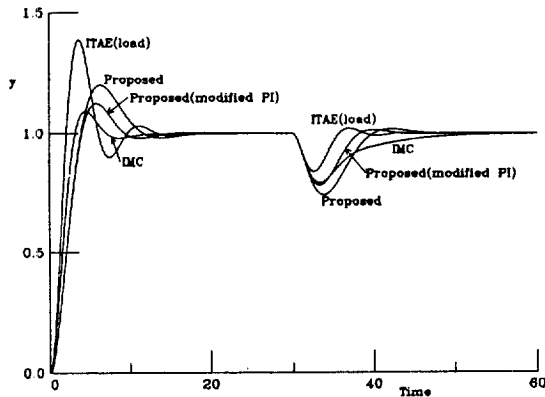
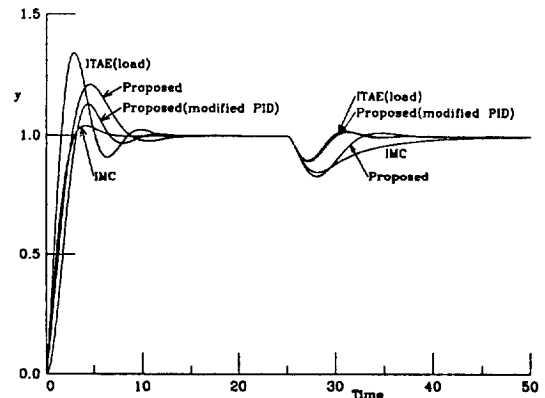
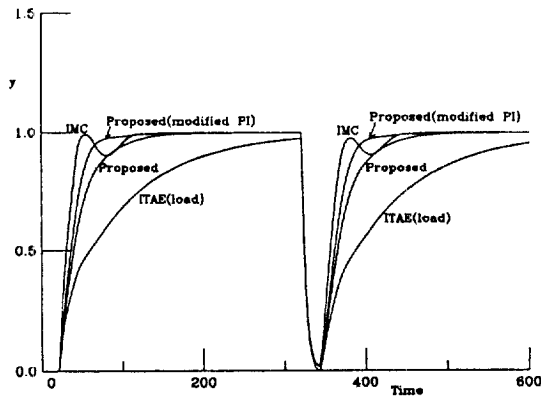
$$\begin{aligned} \omega &= (0.486 + 0.675/p)/(1 + 0.0972p) \\ b &= 0.512 + 0.985p \quad (\text{if } b > 1, b = 1) \end{aligned}$$

2자유도 PID 제어기에 대해서도 같이 하여

$$\begin{aligned} \omega &= (0.416 + 0.956/p)/(1 + 0.0498p) \\ b &= 0.517p^{0.279} \quad (\text{if } b > 1, b = 1) \end{aligned}$$

Table 1. Tuning results

d	Method	PI			PID			
		$K_c$	$T_I$	b	$K_c$	$T_I$	$T_D$	b
0	ITAE(load)	4.80	2.29		7.19	1.658	0.338	
	IMC	3.72	5.56		5.05	5.56	0.405	
	Proposed	2.15	2.76		3.80	2.49	0.362	
	Proposed(modified)	2.95	2.70	0.681	6.92	1.844	0.335	0.316
20	ITAE(load)	0.218	19.76		0.358	17.16	7.90	
	IMC	0.438	15.56		0.596	15.56	3.44	
	Proposed	0.222	10.53		0.605	14.62	2.98	
	Proposed(modified)	0.265	10.45	1.0	0.563	14.34	2.84	0.765

Fig. 1. Step set point and load responses of PI controllers for the example with  $d=0$ .Fig. 3. Step set point and load responses of PID controllers for the example with  $d=0$ .Fig. 2. Step set point and load responses of PI controllers for the example with  $d=20$ .

을 사용하여 제어기 변수들을 구한다.

#### 4. 모사 연구

다음의 공정을 고려한다.

$$G_p(s) = \frac{e^{-ds}}{(5s+1)(s+1)}$$

이 공정을 특성면적법[3]으로 일차 시간지연 모델을 구하면  $(e^{-(0.88+d)s})/(5.125s+1)$ 를 얻을 수 있다. 여기에 각종 PID 제어기 tuning법을 적용한다. Table 1에 대표적인 ITAE법, IMC법[6]과 제안된 방법의 tuning 결과를 보였다.

작은 시간지연( $d=0$ )과 큰 시간지연( $d=20$ )의 공정에 대하여 PI 제어기의 성능은 Fig. 1과 2에, PID 제어기의 성능은 Fig. 3과 4에 보였다. 예상한대로 2자유도 PID 제어는 매우 우수한 성능을 보였다. IMC tuning은 대체로 무난한 제어를 주는데, 시간지연이 적을 때 부하응답이 느린 것이 지적된다. 제안된 고전적 PID 제어기 tuning은 이를 개선함을 알 수 있다. ITAE(load) tuning은 큰 시간지연 공정에 매우 나쁜 결과를 주었다.

#### 5. 결 론

넓은 시간지연 영역의 공정에 대하여 적용할 수 있는

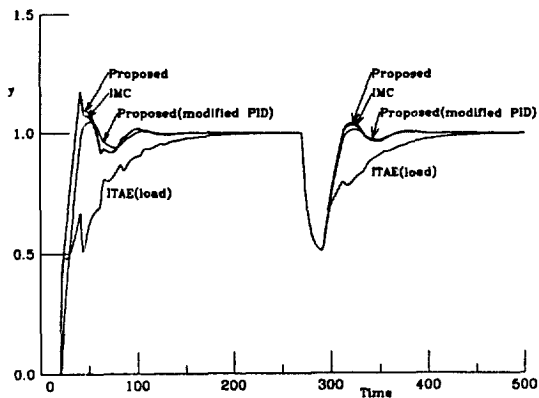


Fig. 4. Step set point and load responses of PID controllers for the example with  $d=20$ .

PID 제어기 혹은 최근의 2자유도 PID 제어기 tuning 방법을 제안하였다. Dominant pole법에 기초한 것으로 IMC tuning법의 느린 부하응답 특성을 개선한다. 적당

한 모델 예측법과 결합하여 auto-tuning에 응용될 수 있을 것이다.

### 참고문헌

1. Yuwana, M. and Seborg, D. E.: *AIChE J.*, **28**, 434 (1982).
2. Lee, J.: *AIChE J.*, **35**, 329(1989).
3. Åström, K. J. and Hägglund, T.: Automatic Tuning of PID Controllers, Instrument Society of America (1988).
4. Seborg, D. E., Edgar, T. F. and Mellichamp, D. A.: Process Dynamics and Control, Wiley, New York (1989).
5. Mantz, R. J. and Taccom, E. J.: *Ind. Eng. Chem. Research*, **29**, 1249(1990).
6. Riveria, D. E., Skogestad, S. and Morari, M.: *I&EC Process Design and Development*, **25**, 252(1986).