

저밀도 입자의 액상 자유부상특성

김동석 · 박영식 · 최윤찬 · 송승구[†]

부산대학교 공과대학 화학공학과
(1994년 1월 6일 접수, 1994년 6월 10일 채택)

Free Rising Characteristics of Low Density Particle in Liquid Phase

Dong Seog Kim, Young Seek Park, Yoon Chan Choi and Seung Koo Song[†]

Dept. of Chem. Eng., College of Eng., Pusan National University, Pusan 609-735, Korea
(Received 6 January 1994; accepted 10 June 1994)

요 약

평균직경이 0.0765-0.454 cm이고 평균밀도는 0.13-0.63 g/cm³인 11종류의 styrofoam 입자를 이용하여 입자의 액상 자유상승속도를 측정하였다. $Re_t > 200$ 에서 자유상승입자의 항력계수, C_D 는 입자직경과 입자밀도에 관계없이 0.9 정도로 거의 일정하게 나타났으며, 자유침강입자의 항력계수에 비해 높게 나타났다. 입자의 Galileo number와 terminal Reynolds number와의 관계는 $Ga = 18Re_t + 2.2Re_t^{1.8}$, 표준항력곡선은 $C_D = (24/Re_t) + 2.93 Re_t^{-0.2}$ 로 나타났다.

Abstract—Eleven styrofoam particles, with diameter ranges of 0.0765-0.454 cm and density ranges of 0.13-0.63 g/cm³, were used to measure free-rising velocity of particles. At $Re_t > 200$, drag coefficient, C_D of free rising particle was independent of its diameter and density. The drag coefficient was calculated as a constant value of 0.9 which showed higher value than that of free settling particle. The correlation between Galileo number and terminal Reynolds number was given to $Ga = 18Re_t + 2.2Re_t^{1.8}$ and standard drag curve was found as $C_D = (24/Re_t) + 2.93 Re_t^{-0.2}$.

1. 서 론

자유침강속도는 유체밀도, 입자항력, 입자직경 및 밀도에 관계하는 함수로서, 특히 입자항력과 관계에는 많은 연구가 있었다. 항력계수는 주로 유체와 입자의 물리적 인자이며, 이를 표준항력곡선(standard drag curve)으로 설명하고 있다.

표준항력곡선에 관해서는 많은 연구가 있었으나[1], 아주 높은 Reynolds number 영역과 유체밀도에 대한 입자밀도비가 너무 큰 영역에서 표준항력계수는 실험 결과와 잘 일치하지 않았으며[2], 이러한 상태($Re_t > 130$,

$\rho_f < 300 \text{ kg/m}^3$)에서 입자는 비 수직적 운동과 회전의 2차 움직임을 보이고 진동과 나선체도가 관찰된다[3].

유체의 밀도보다 작은 밀도를 가진 입자의 자유상승 거동은, 단지 입자에 주어지는 힘의 방향이 반대일 뿐, 힘의 크기는 동일하여 자유침강하는 입자의 거동과 유사하다고 가정할 수 있다[1]. 많은 연구자[4, 5]들이 자유상승하는 기체방울을 이용하여 자유침강속도와 자유상승속도를 비교해석하였으나, 자유상승하는 입자와 기체방울과는 물리적인 차이가 있으므로, 이에 대한 엄밀한 연구가 필요하였다.

역 유동층은 가벼운 고체 입자가 유체의 하향흐름에

의하여 팽창되고 유동되는 계이다. 역 유동층 반응기는 주로 생물공학이나 생물학적 폐수처리에 사용하고 있는 새로운 형태의 반응기로서 원활한 산소전달특성과 동력비의 절감 등의 많은 장점을 가진 반응기이다[6]. 김등[7]은 물보다 가벼운 styrofoam을 이용한 역 유동층에서 입자의 유동 특성을 고찰하여 Archimedes number, Ar 과 최소 유동화 속도에 있어서의 minimum fluidization Reynolds number, Re_{mf} 의 관계식을 구하여 발표하였다.

본 연구에서는 역 유동층에서 사용되는 styrofoam 입자를 이용하여 입자의 자유상속속도를 측정하여, 가벼운 입자에 대한 Galileo number와 terminal Reynolds number의 관계를 밝히고, 표준항력곡선을 계산하고자 하였다.

2. 이 론

입자의 자유침강속도(free settling velocity)는 일정한 속도로 침강하는 입자에 작용하는 외력의 합은 0이라는 사실에 기초를 하여, 입자와 유체의 물리적 성질에 의해 계산될 수 있다.

유체를 통하여 침강하는 입자에 작용하는 힘은 크게 중력, 부력 및 항력으로 나눌 수 있다. Newton의 법칙에 의한 중력, 부력 및 항력의 합은 다음과 같이 표현될 수 있고, Clift 등[1]은 자유부상하는 구형 고체입자의 항력곡선은 자유침강하는 입자의 항력곡선과 동일하다는 가정을 하였다.

$$C_D \frac{\pi d_p^2}{4} \frac{\rho_f U_t^2}{2} = \frac{\pi d_p^3 g (\rho_p - \rho_f)}{6} \quad (\text{at } \rho_p > \rho_f) \quad (1a)$$

$$C_D \frac{\pi d_p^2}{4} \frac{\rho_f U_t^2}{2} = \frac{\pi d_p^3 g (\rho_f - \rho_p)}{6} \quad (\text{at } \rho_p < \rho_f) \quad (1b)$$

Galileo number는 중력과 점성력의 비로 나타나고, terminal Reynolds number는 관성력과 점성력의 비이므로, 식 (1)은 무차원 수를 도입하여 다음 식으로 표현되고,

$$Ga = 3/4 C_D Re_t^2 \quad (2)$$

항력계수는 다음과 같이 표현된다.

$$C_D = 4/3 Ga Re_t^{-2} = \frac{4gd_p(\rho_f - \rho_p)}{3\rho_f U_t^2} \quad (3)$$

무한한 유체에서 천천히 움직이는 물체에 대해서는 일반적인 Navier-Stokes 미분방정식에서 관성력의 항을 무시할 수 있는데, Stokes의 해는 terminal Reynolds number가 0.1보다 작을 때에 성립하고 Stokes 흐름영역에서 구형입자의 항력계수는 $24/Re_t$ 이다.

중간 흐름영역에서는 점성력과 관성력이 중요하기 때문에 이 영역에서의 항력에 대한 해석하는 매우 복잡하므로, 수많은 연구자들이 부드러운 구형입자의 항력계수에 대한 경험식을 제안하였다. Schiller와 Naumann[8]은 terminal Reynolds number가 0.001에서 1000일 때 적용할 수 있는 경험식을 제안한 바 있다.

$$C_D = \frac{24}{Re_t} + 3.6 Re_t^{-0.313} \quad (4)$$

흐름영역이 laminar 흐름으로 접근할수록 점성 항력은 더 중요하게 되고 식 (4)의 두번째항 $3.6 Re_t^{-0.313}$ 은 무시해도 될 정도로 작아져 $24/Re_t$ 항만이 중요한 역할을 하게 된다.

식 (2)와 (4)를 이용한 구형입자의 Ga 와 Re_t 의 관계는 다음과 같다.

$$Ga = 18 Re_t + 2.7 Re_t^{1.687} \quad (5)$$

입자에 작용하는 항력은 점성항력과 관성항력의 합으로 표현할 수 있다.

$$F_d = F_v + F_i \quad (6)$$

입자의 속도에 직접적으로 비례하는 점성항력은 Stokes 흐름영역에서 지배적인 작용을 하고, 점성항력은 입자의 젖은 표면적에 비례하기 때문에 표면적 상당 직경(equivalent surface area diameter), d_s 를 사용하며, 구형입자에 있어 d_s 는 d_p 와 동일하다.

$$F_v = C_v \mu U_t d_p \quad (7)$$

구형 입자의 관성항력은 일반적으로 다음과 같이 표현된다.

$$F_i = C_i \frac{\pi d_p^2}{4} \frac{\rho_f U_t^2}{2} \quad (8)$$

식 (6), (7) 및 (8)을 합하여 구형입자에 대한 전체 항력, C_D 와 비교하여 표현하면 다음과 같다.

$$F_d = C_D \frac{\pi d_p^2}{4} \frac{\rho_f U_t^2}{2} = C_v \mu U_t d_p + \frac{\pi d_p^2}{4} \frac{\rho_f U_t^2}{2} \quad (9)$$

$$C_D = \frac{8}{\pi} \frac{C_v}{Re_t} + C_i \quad (10)$$

Stokes 흐름영역의 구형입자에서 C_v 는 3π 이고, Schiller와 Naumann[8]이 제안한 경험식 (4)와 식 (10)을 비교해 보면, C_i 는 terminal Reynolds number의 역곱수로 표현할 수 있으므로, C_D 는 다음과 같은 상관관계를 가진 표준항력곡선(standard drag curve)으로 표현된

Table 1. Correlation between Ga and Re_t Clift Eq. [1]^b

$$\log Re_t = -1.814 + 1.347 \log \left(\frac{4}{3} Ga \right) - 0.1243 \left[\log \left(\frac{4}{3} Ga \right) \right]^2 + 0.00634 \left[\log \left(\frac{4}{3} Ga \right) \right]^3 \quad (12.2 < Re_t < 6350)$$

Karamanev-Nikolov Eq. [3]^r

$$\log Re_t = -1.814 + 1.347 \log \left(\frac{4}{3} Ga \right) - 0.1243 \left[\log \left(\frac{4}{3} Ga \right) \right]^2 + 0.00634 \left[\log \left(\frac{4}{3} Ga \right) \right]^3 \quad (12.2 < Re_t < 130)$$

$$Re_t = \sqrt{\frac{\frac{4}{3} Ga}{0.95}} \quad (130 < Re_t < 9 \times 10^4)$$

Schiller-Naumann Eq. [8]^s

$$Ga = 18Re_t + 2.7Re_t^{1.687} \quad (0.001 < Re_t < 1000)$$

r: applied to the free rising velocity

s: applied to the free settling velocity

b: applied to the free settling velocity and the free rising velocity

Table 2. Correlation between C_D and Re_t Turton-Levenspiel Eq. [9]^s

$$C_D = \frac{24(1 + 0.173 Re_t^{0.657})}{Re_t} + \frac{0.143}{1 + 16,300 Re_t^{-1.09}}$$

Karamanev-Nikolov Eq. [3]^r

$$C_D = \frac{24(1 + 0.173 Re_t^{0.657})}{Re_t} + \frac{0.143}{1 + 16,300 Re_t^{-1.09}} \quad (12.2 < Re_t < 130)$$

$$C_D = 0.95 \quad (130 < Re_t < 9 \times 10^4)$$

Schiller-Naumann Eq. [8]^s

$$C_D = \frac{24}{Re_t} + 3.6Re_t^{-0.313} \quad (0.001 < Re_t < 1000)$$

r: applied to the free rising velocity

s: applied to the free settling velocity

다.

에 대한 표준항력곡선식들은 Table 2에 간단하게 요약하여 나타내었다.

$$C_D = \frac{24}{Re_t} + aRe_t^b \quad (11)$$

식 (2)와 (11)을 합하면, 입자의 Galileo number는 terminal Reynolds number와 다음과 같은 관계를 가진다.

$$Ga = 18Re_t + aRe_t^b \quad (12)$$

Table 1에는 Galileo number에 따른 입자의 자유침강속도 또는 자유부상속도에 관한 여러 연구자들의 결과를 요약하여 나타내었고, terminal Reynolds number

3. 실험재료 및 실험방법

실험에 사용된 고체입자는 구형의 발포성 폴리스티렌 (expandable poly-styrene, styrofoam)으로서, 뜨거운 물에서 발포시켜 입자의 밀도와 크기를 용도에 맞게 조절하여 사용하였다.

Styrofoam 입자의 밀도는 입자 체적과 질량을 측정하여 구하였다. 입자 체적은 식 (13)과 같이 겉보기 부피를 측정한 일정량의 styrofoam 입자들의 질량을 오

Table 3. Summary of experimental results

No.	d_p (cm)	ρ_p (g/cm ³)	U_t (cm/sec)	Re_t (-)	Ga (-)
1	0.0765	0.28	6.20	47	3159
2	0.093	0.13	8.97	83	6858
3	0.12	0.50	6.32	76	8467
4	0.191	0.41	13.30	254	40478
5	0.257	0.48	13.9	357	87001
6	0.31	0.63	11.9	369	108022
7	0.36	0.571	15.1	544	196151
8	0.296	0.183	19.5	577	207646
9	0.335	0.264	18.9	633	271168
10	0.348	0.332	17.7	616	275893
11	0.454	0.403	21.2	962	547479

차한계가 ± 1 mg인 balance(Mettler AJ100)를 사용하여 측정된 다음, 일정량의 물이 채워진 grannular cylinder에 넣어 증가한 물의 부피를 실제 입자의 체적으로 하였다. 이때 styrofoam 입자는 물보다 밀도가 낮아 물 위로 상승하므로 이를 막기 위하여 입자를 grannular cylinder에 넣은 다음 가는 체(100 mesh)를 cylinder 내부로 깊숙히 투입하여 입자가 수면 위로 떠오르지 못하게 하였으며, 입자 사이에 공기가 남아 있지 않도록 하기 위하여 cylinder를 가볍게 흔들어 주었다.

$$V_f = V_w' - V_w - V_s \quad (13)$$

입자의 밀도는 미리 측정된 입자의 질량, M_p 를 측정된 입자의 체적, V_p 로 나누어 계산하고,

$$\rho_p = \frac{M_p}{V_p} \quad (14)$$

1 mm 이하의 입자직경은 현미경(Nikon Labophot-2A 40X)에 부착된 눈금자를 이용하였고, 1 mm 이상의 입자직경은 vernier caliper를 사용하여 직접적으로 측정하였으며, 1 종류의 입자당 50개 이상의 입자직경을 측정하여 평균하였다. 입자의 모양은 거의 구형에 가까웠고 입자의 표면은 매끄러웠으며, 입자들간의 직경 표준편차는 5-10% 이내였고, 입자내의 공극은 거의 없었다.

위의 실험방법에 따라 11 종류의 서로 다른 styrofoam 입자의 밀도와 직경을 측정하여 Table 3에 나타내었다. 입자들의 평균 직경은 0.0765 cm에서 0.454 cm이고, 평균 밀도는 0.13 g/cm³에서 0.63 g/cm³였다.

입자의 자유상승속도 측정은 수도수(온도 22°C)를 채운 아크릴 원형관에서 이루어졌다. 원형관의 직경은 입자운동에 대한 wall effect를 줄이기 위하여 직경 5 cm로 입자 크기에 비해 충분히 크게 하였고, 길이는

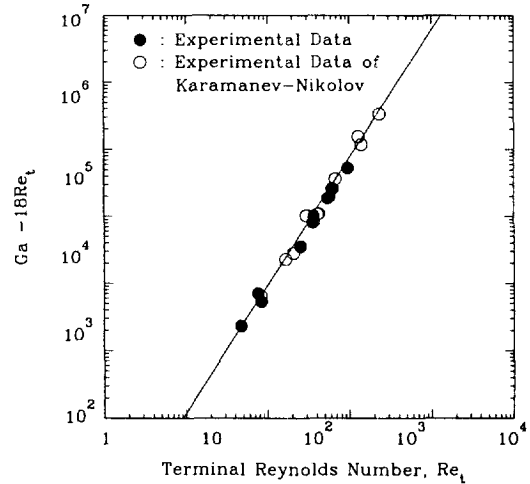


Fig. 1. Estimation of two coefficients(a and b) in Eq. (12).

입자운동을 충분히 관찰하기 위하여 100 cm로 하였다.

직경과 밀도를 아는 입자를 수도수가 채워진 원형관 상부에 넣은 후 관내에 공기가 남지 않도록 조심하면서 원형관 상부를 고무마개로 막은 다음 원형관을 180° 회전시켜, 일정 높이에서 40 cm를 이동하는데 소요되는 시간을 stop watch로 측정하였으며, 입자가 이동한 거리 (40 cm)를 소요시간으로 나누어 입자의 자유상승속도로 하였다. 실험의 정확성을 기하기 위하여 1 종류의 입자당 각각 40번의 자유상승속도를 측정하여 평균하였다.

4. 결과 및 고찰

가벼운 입자의 Galileo number와 terminal Reynolds number의 관계는 식 (12)를 이용하여, $\ln Re_t - \ln(Ga - 18Re_t)$ 의 기울기와 절편으로부터 다음과 같은 관계를 얻을 수 있었다(Fig. 1).

$$Ga = 18Re_t + 2.2Re_t^{1.8} \quad (r=0.99) \quad (15)$$

Fig. 2는 실험에서 구한 Galileo number와 terminal Reynolds number의 관계를 다른 연구자들의 관계식과 비교한 것으로서, 자유침강입자를 이용하여 구한 Clift 등[1]의 식은 $Re_t < 100$ 에서는 실험결과와 비교적 일치하였으나, $Re_t > 100$ 에서는 자유상승속도와 자유침강속도는 상당한 차이를 나타내었는데, 이는 가벼운 입자의 항력계수가 무거운 입자의 항력계수에 비해 상대적으로 높다는 것을 간접적으로 의미하고 있다. Styrofoam, polyethylene, paraffin 및 cork를 이용하여 실험한 Karamanev와 Nikolov의 식은 실험결과 및 본 실험의 경험식

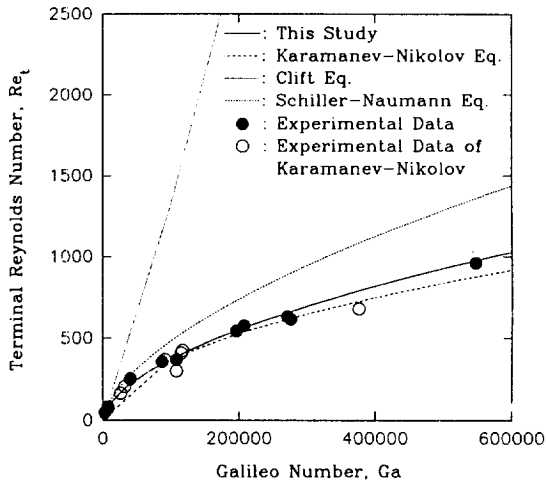


Fig. 2. Comparison between the experimental and the calculated Re_t .

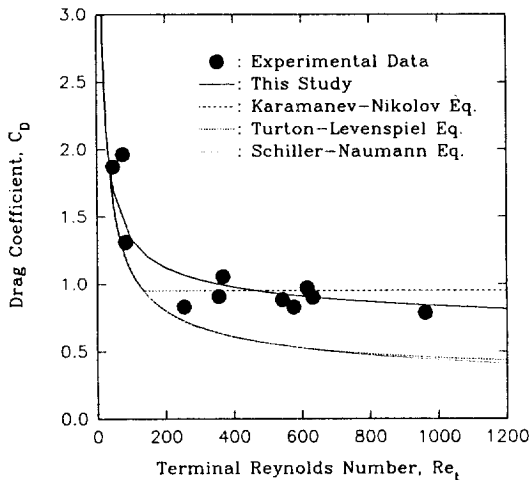


Fig. 3. Drag coefficient correlations for light particles.

(15)와 비교적 잘 일치하였다.

본 실험의 표준항력곡선은 식 (15)를 식 (2)에 대입하여 구하였다.

$$C_D = \frac{24}{Re_t} + 2.93Re_t^{-0.2} \quad (r=0.80) \quad (16)$$

Fig. 3은 측정된 Ga 와 Re_t 를 식 (3)에 대입하여 구한 실험적인 항력계수 값, 자유침강입자를 이용한 Turton-Levenspiel의 표준항력곡선과 Schiller-Naumann의 표준항력곡선, 자유부상입자를 이용하여 구한 Karamanev-Nikolov의 표준항력곡선 및 본 실험에서 구한 표준항력곡선 식 (16)을 비교하여 나타낸 그림으로서, 무

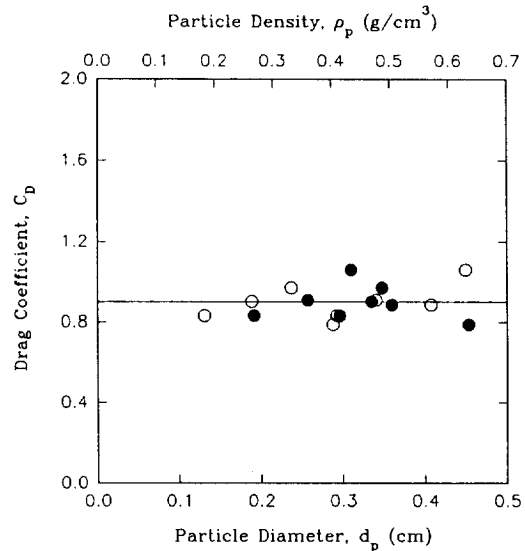


Fig. 4. Effect of particle diameter(●) and particle density (○) on the drag coefficient when $Re_t > 200$.

거운 입자를 사용하여 구한 Turton-Levenspiel 식과 Schiller-Naumann 식은 $Re_t < 50$ 에서 실험결과와 일치를 보였으나, $Re_t > 50$ 에서는 상당한 차이를 보여 Turton-Levenspiel 식과 Schiller-Naumann 식은 가벼운 입자에 대해서는 적용이 불가능하며, 실험의 항력계수는 자유침강입자의 표준항력곡선보다 높게 나타났는데, 이는 입자 운동에 있어 진동과 나선운동으로 인한 난류 소용돌이의 성장과 발산에 따른 영향으로 생각할 수 있다.

자유부상입자를 사용하여 실험에서 구한 표준항력곡선 식 (16)은 실험결과와 잘 일치하였으며, Karamanev-Nikolov식과도 비교적 잘 일치하였다.

그러나 Karamanev와 Nikolov[3]는 $Re_t < 130$ 이나 $\rho_p > 0.9 \text{ g/cm}^3$ 에서는 무거운 입자의 표준항력곡선을 사용하고, $Re_t > 130$ 이나 $\rho_p < 0.3 \text{ g/cm}^3$ 에서는 다른 표준항력곡선을 사용하여 Re_t 에 따라 제한된 표준항력곡선을 사용하였는데 비해, 본 연구에서는 포괄적이면서도 간단한 표준항력곡선 식 (16)만으로 Re_t 의 구분없이 전 범위에 걸쳐 이용가능하였다.

항력계수에 대한 입자직경과 입자밀도의 영향을 Fig. 4에 나타내었는데, $Re_t > 200$ 에서는 항력계수의 변화는 거의 없어, 입자직경이나 입자밀도에 관계없이 항력계수는 거의 0.9로 일정하게 표현될 수도 있었다.

5. 결 론

물보다 가벼운 styrofoam 입자의 액상 자유부상속도를 측정하여 다음과 같은 결론을 얻었다.

(1) $Re_t > 200$ 에서 항력계수, C_D 는 입자직경과 입자 밀도에 관계없이 0.9로 거의 일정하게 나타났다.

(2) 자유부상입자의 Galileo number와 terminal Reynolds number의 관계는 $Ga = 18Re_t + 2.2Re_t^{1.8}$, 표준항력곡선은 $C_D = (24/Re_t) + 2.93 Re_t^{-0.2}$ 로 나타났다.

(3) Galileo number에 따른 terminal Reynolds number의 관계는 자유 침강 입자의 Clift 식과는 거의 전 범위에서 불일치하였고, 자유상승 입자의 Karamanev-Nikolov 식과 실험식 (15)는 실험결과와 거의 일치하였으나, 본 연구의 실험식 (15)는 Karamanev-Nikolov 식에 비하여 Re_t 의 제한없이 포괄적으로 사용가능하였다.

(4) $Re_t < 50$ 에서 자유침강입자의 표준항력곡선(Turton-Levenspiel eq.과 Schiller-Naumann eq.)은 실험결과와 비교적 일치하였으나, $Re_t > 50$ 에서는 실험결과보다 상당히 낮게 나타났고, 자유상승입자의 표준항력곡선인 Karamanev-Nikolov 식과 본 실험의 경험식은 전 Re_t 범위에서 실험결과와 일치하였으나, 본 연구의 표준항력곡선 식 (16)은 Karamanev-Nikolov 식에 비해 Re_t 의 구분없이 한 식으로 전 범위의 Re_t 에서 사용가능하였다.

사용기호

a	: correlation coefficient in Eq. (12) [-]
b	: correlation coefficient in Eq. (12) [-]
C_D	: drag coefficient [-]
C_i	: inertial drag coefficient [-]
C_v	: viscous drag coefficient [-]
d_p	: particle diameter [cm]
F_d	: total drag force [dyne]
F_i	: inertial drag force [dyne]
F_v	: viscous drag force [dyne]
g	: gravitational acceleration constant [cm/s^2]
Ga	: Galileo number, [$d_p^3 \rho_l (\rho_l - \rho_p) g / \mu^2$] [-]

M_p	: particle mass [g]
r	: correlation coefficient [-]
Re_t	: terminal Reynolds number, ($d_p U_t \rho_l$)/ μ [-]
U_t	: terminal settling(rising) velocity [cm/s]
V_p	: particle volume [cm^3]
V_s	: fine sieve volume [cm^3]
V_w	: initial water volume [cm^3]
V_w'	: water volume with particles [cm^3]

그리스 문자

μ	: liquid viscosity [g/(cm-sec)]
ρ_l	: liquid density [g/ cm^3]
ρ_p	: particle density [g/ cm^3]

참고문헌

1. Clift, R., Grace, J. R. and Weber, M. E.: "Bubbles, Drops and Particles", Acad. Press, New York(1978).
2. Christiansen, E. B. and Barker, D. H.: *AIChE J.*, **11**, 145(1965).
3. Karamanev, D. G. and Nikolov, L. N.: *AIChE J.*, **38**, 1843(1992).
4. Perry, R. H. and Chilton, C. H.: "Chemical Engineer's Handbook", 5th ed., McGraw-Hill Book Company, New York, N. Y. (1973).
5. Mersmann, A.: *Ger. Chem. Eng.*, **1**, 1(1978).
6. Nikolov, L. N. and Karamanev, D. G.: *Can. J. Chem. Eng.*, **65**, 214(1987).
7. 김동석, 서봉국, 이민규, 송승구: 화학공학, **31**, 563 (1993).
8. Schiller, L. and Naumann, A.: *Z. Ver. Deutsch. Ing.*, **77**, 318(1935).
9. Turton, R. and Levenspiel, O.: *Powder Technol.*, **47**, 83(1986).