

## Zero Wait 조업 방식에서의 다품종 생산용 회분식/반연속식 공정의 최적 설계

이호경 · 정재학 · 이인범<sup>†</sup> · 장근수

포항공과대학 지능자동화연구센터  
(1994년 1월 21일 접수, 1994년 6월 9일 채택)

## Optimal Design of Multiproduct Batch/Semicontinuous Processes under Zero Wait Policy

Ho-Kyung Lee, Jae Hak Jung, In-Beum Lee<sup>†</sup> and Kun Soo Chang

Automation Research Center, Pohang University of Science and Technology,  
San 31 Hyoja Dong, Pohang 790-784, Korea

(Received 21 January 1994; accepted 9 June 1994)

### 요 약

스케줄링을 고려한 회분식 공장의 최적 설계는 초기 자본비를 절감시킨다. 중간저장탱크 조업 방식의 하나인 ZW(Zero Wait)에 대하여 세척시간(cleanup times)과 이동시간(transfer times)을 고려한 스케줄링 방법을 회분식 공장의 설계수식에 첨가함으로써 비선형 프로그램을 이용하여 장치의 최적크기와 생산 순서를 결정하는 방법을 제안한다. 두 개의 예제들을 통하여 본 방법의 효율성을 입증한다.

**Abstract**—The optimal design of batch plants considering scheduling effects gives us savings of capital cost. Using a nonlinear programming formulation, which includes zero wait scheduling policy with cleanup and transfer times, we propose a method to obtain the optimum size and production sequence. The effectiveness of this method is verified by solving two problems.

### 1. 서 론

회분식 조업은 단일 공장에서 여러 장치를 상호 공유시킴으로써 원료 물질을 다양하게 선택하여 여러 제품을 생산하는 다품종 소량 생산에 적합하다. 특히 미생물 배양과 같은 조업의 특수한 상황을 고려할 수 있으며 시장 수요가 변화할 때 융통성있게 대처할 수 있는 유연성이 있다. 이와 같은 매력으로 최근 많은 연구가 새로운 공장을 설계하는 최적 설계뿐만 아니라 기존에 있는 회분식 공장에서 새로운 생산 목표와 판매 가격의 변화로 인해 발생하는 개조 문제 및 장치의 이용시간의

극대화와 최적 생산 순서를 결정하는 스케줄링에 대해 진행되고 있다. 스케줄링 방법에는 중간저장탱크 사용 방식에 따라 크게 UIS(Unlimited Intermediate Storage), NIS(No Intermediate Storage), ZW(Zero Wait), FIS(Finite Intermediate Storage) 그리고 MIS(Mixed Intermediate Storage)의 다섯 가지로 나눌 수 있다. 그 중에서도 고분자와 정밀 화학 제품과 같이 반응이 계속적으로 일어나는 회분식 공정을 다루는 경우에는 중간제품이 장치와 장치 간에 대기 시간이 없이 바로 다음 장치로 이동되어야 하는 경우가 많다. 이런 경우에는 중간저장탱크를 사용하지 않는 ZW(Zero Wait) 스케

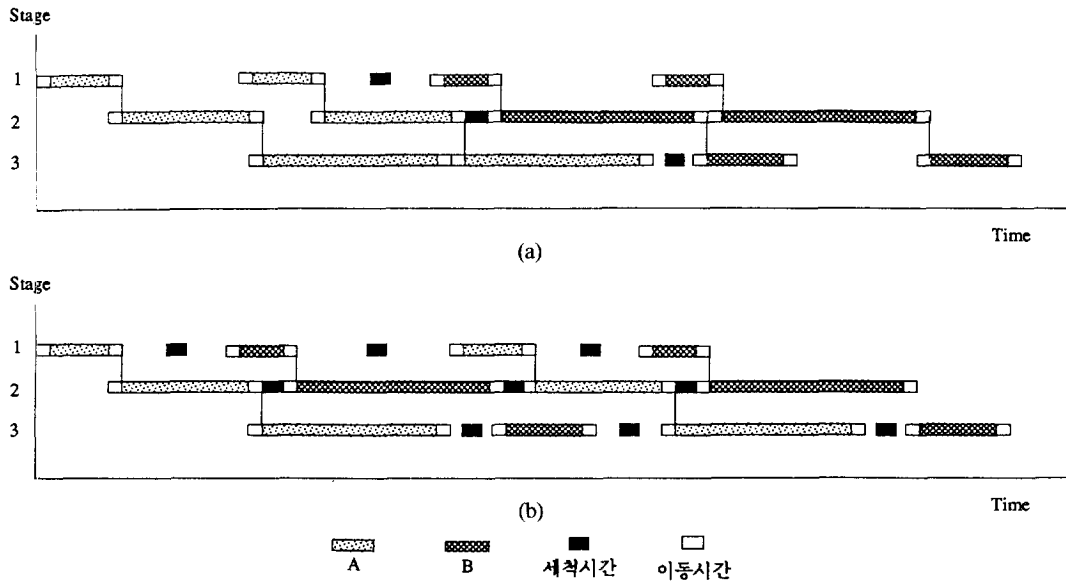


Fig. 1. Scheduling policies with cleanup and transfer times (a) Single Product Campaign (b) Mixed Product Campaign.

줄링 방법을 이용하여 제품의 품질에 차질이 없도록 하여야 한다.

다제품생산용 회분식 공장의 초기 투자 자본비를 줄이는 방법의 하나로 설계 단계에서 스케줄링을 고려하는 방법은 Birewar와 Grossmann [1]이 시도하였다. 발표된 논문에서는 단순 생산 캠페인(SPC, Single Product Campaign)으로 생산되는 경우와 혼합 생산 캠페인(MPC, Mixed Product Campaign)의 경우, 스케줄링 방법으로 UIS와 ZW를 고려하였다. 그러나 Birewar와 Grossmann[1]의 논문에서는 ZW인 경우 노는 시간(slack time)과 세척시간(cleanup time)을 고려하기 위해서는 설계를 다루는 비선형 프로그램(nonlinear program)과 스케줄링을 다루는 혼합 정수 선형 프로그램(mixed integer linear program)으로 나누어서 풀었다. 그러나 본 연구에서는 설계용 비선형 프로그램의 제약조건에 세척 시간과 이동시간(transfer time)을 첨가하는 방법을 제안하고자 한다. 이를 통해 설계시에 반연속식 장치의 가격이나 영향을 계산하지 않았기 때문에 이동시간을 고려할 수가 없었던 문제를 해결하였다. 결과적으로 변수나 제약조건의 수는 Birewar와 Grossmann[1]이 풀었던 문제보다 커졌지만 혼합정수 선형 프로그램 없이 하나의 비선형 프로그램에서 답을 구할 수 있었고 설계와 스케줄링에서 반연속식 장치의 가격이나 영향을 고려할 수 있어 보다 실제적으로 현장 문제에 접근할 수 있었다. 이러한 접근 방법은 두 개의 문제를 통해 효율성을 검증하였다.

## 2. 최적 생산 계획

최적 생산 계획의 방법으로는 크게 단순 생산 캠페인과 혼합 생산 캠페인으로 나뉜다. 단순 생산 캠페인은 A, B, C 세 가지의 생산품을 여러번 생산해야 하고 생산 순서를 A, B, C 순으로 정할 때, A를 다 생산한 후에 B를 생산하고 C를 생산하는 방법을 말한다. 즉, 한 생산품씩 그 생산량을 충족한 후에 다음 생산을 하는 생산 계획이다. 혼합 생산 캠페인은 생산 순서를 섞어서 A, B, C, A, B, C 순으로 생산하는 방법을 말한다. 본 논문에서는 일반적으로 설계시에 고려하는 단순 생산 캠페인과 ZW하에서의 혼합 생산 캠페인 설계방법의 차이점을 특히 강조하고자 한다. ZW 조업하에서의 Fig. 1의 (a)는 단순 생산 캠페인으로 (b)는 혼합 생산 캠페인으로 생산되는 겐트 도표(Gantt chart)를 나타내고 있다.

## 3. 최적 설계

여기서는 제약 조건에 단순 생산 캠페인을 고려한 비선형 수식 1과 ZW하에서의 혼합 생산 캠페인을 나타내는 비선형 수식 2에 대해 각각 설명한다.

### 3-1. 단순 생산 캠페인을 고려한 비선형 수식 1

아래의 목적 함수와 제약 조건은 단순 생산 캠페인으로 생산되는 회분식/반연속식 공정의 설계에 일반적

으로 사용되는 식들이다[3].

(NLP1)

$$\text{Min. } \sum_{j=1}^M a_j (V_j)^{\alpha_j} + \sum_{k=1}^K b_k (R_k)^{\beta_k} \quad (1)$$

Subject to

$$V_j \geq B_i S_{ij} \quad i=1, N \quad j=1, M \quad (2)$$

$$R_k \geq \frac{D_{ik} B_i}{\theta_{ik}} \quad i=1, N \quad k=1, K \quad (3)$$

$$n_i = \frac{Q_i}{B_i} \quad i=1, N \quad (4)$$

$$T_{Li} \geq \frac{\theta_{ij} + t_{ij} \theta_{ij}}{m_j} \quad (5)$$

$$\sum_{i=1}^{N_p} \frac{Q_i T_{Li}}{B_i} \leq H \quad (6)$$

$$V_j^{\min} \leq V_j \leq V_j^{\max} \quad j=1, M \quad (7)$$

$$R_k^{\min} \leq R_k \leq R_k^{\max} \quad k=1, K \quad (8)$$

위의 목적 함수는 회분식 장치와 반연속식 장치의 자본비이며 첫번째 제약조건은 회분식 장치의 부피에 관한 것이며 두번째 제약조건은 반연속식 장치의 크기에 관한 것이며 세번째는 생산량에 관한 제약조건 그리고 넷째, 다섯번째 제약조건은 생산 시간에 대한 것이다. 단순 생산 캠페인의 경우  $i$  제품의 제약 회전 시간(limiting cycle time)인  $T_{Li}$ 에 많은 영향을 받는다. (7), (8)은 회분식, 반연속식 장치의 최대, 최소 범위이다.

### 3-2. 혼합 생산 캠페인을 나타내는 비선형 수식 2

Birewar와 Grossmann[1]은  $j$ 단계에서  $i$ 와  $k$ 의 생산품이 바뀔 때의 시간인  $SL_{ikj}$ 를 구하기 위해서 비선형 프로그램과 혼합정수 선형 프로그램을 동시에 풀었다. 그러나 여기서는 비선형 프로그램에  $j$ 단계에서  $i$ 와  $k$ 의 생산품이 바뀔 때의 세척시간인  $\gamma_{ikj}$ 과  $SL_{ikj}$  그리고 이 동시시간을 같이 고려하는 제약조건을 추가하고 또한 목적함수와 제약조건에 반연속식 장치의 가격이나 영향을 고려할 수 있는 제약조건이 추가하여 ZW하에서의 비선형 수식을 다음과 같이 수립하였다.

(NLP2)

$$\text{Min. } \sum_{j=1}^M a_j (V_j)^{\alpha_j} + \sum_{k=1}^K b_k (R_k)^{\beta_k}$$

Subject to

$$V_j \geq B_i S_{ij} \quad i=1, N \quad j=1, M$$

$$R_k \geq \frac{D_{ik} B_i}{\theta_{ik}} \quad i=1, N \quad k=1, K$$

$$n_i = \frac{Q_i}{B_i} \quad i=1, N$$

$$\sum_{k=1}^{N_p} \text{NPRS}_{ik} = n_i \quad i=1, N \quad (9)$$

$$\sum_{i=1}^{N_p} \text{NPRS}_{ik} = n_k \quad i=1, N \quad (10)$$

$$\sum_{i=1}^{N_p} [n_i t_{ij} + \sum_{k=1}^{N_p} SL_{ikj} \text{NPRS}_{ik}] \leq H \quad (11)$$

$$SL_{ikj} \geq [\theta_{ij} + \theta_{kj} + \gamma_{ikj}] \quad (12)$$

$$V_j^{\min} \leq V_j \leq V_j^{\max} \quad j=1, M$$

$$R_k^{\min} \leq R_k \leq R_k^{\max} \quad k=1, K$$

위 제약조건 (9), (10), (11)의 변수 중  $\text{NPRS}_{ik}$ 는 생산할 때  $i$  다음에  $k$ 가 오는 순서가 몇번이 있는지를 나타내는 것이다.

## 4. 적용사례

### 4-1. 문제 1

문제 1은 세 개의 회분식 단계를 가진 공장에서 A, B 두 제품을 생산하고 있다. 이 문제는 Birewar와 Grossmann[1]이 풀었던 문제에 반연속식 장치에 대한 데이터를 추가한 것이다. Table 1은 이 문제에 대한 데이터이다. 이 데이터를 이용하여 NLP2 형태로 세워진 문제를 Generalized Reduced Gradient 알고리즘을 근거한 GRG2[5]로 풀 결과 Table 2이다. 단순 생산 캠페인 문제도 비교하기 위하여 함께 풀었다. Table 2에서 CPU time은 DECstation 3000에서 계산에 소요된 시간이다. Table 3은 Table 2의 결과에서 구한  $\text{NPRS}_{ik}$ 이다. Fig. 2는 Table 2의 결과를 근거한 최적 생산 순서이다.

### 4-2. 문제 2

이 문제는 네 개의 회분식 단계에서 A, B, C, D, E, F의 여섯 개 제품을 생산하고 있는 공장이다. 이 문제 또한 Birewar와 Grossmann[1]이 풀었던 문제에 반연속식 장치에 대한 데이터를 추가한 것이다. Table 4의 데이터를 이용하여 SPC와 ZW 하에서의 두 문제를 비선형 프로그램을 풀 결과가 Table 5에 정리되어 있다. Table 5에서 SPC와 ZW 하에서의 두 문제의 자본비를

**Table 1. Data for Problem 1**

(a) Size and Duty Factors

Layout	SC1	B1	SC2	B2	SC3	B3	SC4
A	1	2	1.3	3	1.6	4	2.1
B	2	4	1.4	6	1.2	3	1.5

(b) Processing Times(h)

Layout	SC1	B1	SC2	B2	SC3	B3	SC4
A	1.5	8	1.5	20	1.4	8	1.2
B	1.3	16	1.3	4	1.2	4	1.1

(c) Projected Market Demand

i	$Q_i$ , kg
A	40000
B	20000

(d) Units Data

Layout	SC1	B1	SC2	B2	SC3	B3	SC4
Cost coefficient	150	250	150	250	150	250	150
Cost exponent	0.4	0.6	0.4	0.6	0.4	0.6	0.4

(e) Clean Times

i-k\j	Stage 1	Stage 2	Stage 3
A-A	0	0	0
A-B	0.7	1.9	0.2
B-A	1.6	1.0	0.6
B-B	0	0	0

**Table 2. Result of Problem 1**

	SPC	ZW
No. of variables	13	27
No. of constraints	20	44
CPU time, sec	0.10	0.30
Capital Cost, \$	47,829	47,029
$V_1$	553	537
$V_2$	830	806
$V_3$	1107	1075
$R_1$	213	207
$R_2$	240	233
$R_3$	316	307
$R_4$	484	470
$B_A$	277	269
$B_B$	138	134
$n_A$	145	149
$n_B$	145	149

비교해보면 알 수 있듯이 설계시에 ZW 조업방식을 고려하면 초기 자본비가 감소하는 효과가 있다. Table 6은 Table 5의 결과에서 구한  $NPRS_{ik}$ 이다. Fig. 3은 Table

**Table 3.  $NPRS_{ik}$  for Problem 1**

k\i	A	B	Total
A		148	148
B	149		149
Total	149	148	

-(A - B) - : 149 cycle

149  
 ┌  
 A - B

**Fig. 2. Optimal production sequence of Problem 1.**

-(D - B - A - C) - : 148 cycle

-(C - C) - : 35 cycle

-(C - E) - : 1 cycle

-(E - E) - : 68 cycle

-(E - B) - : 1 cycle

-(B - A - F) - : 45 cycle

-(F - D - A) - : 14 cycle

148      1      1      14  
 ┌      ┌      ┌      ┌  
 D - B - A - C - C - E - E - B - A - F - D - A  
 └      └      └      └  
 35      68      45

**Fig. 3. Optimal production sequence of Problem 2.****Table 4. Data for Problem 2**

(a) Size and Duty Factors

Layout	SC1	B1	SC2	B2	SC3	B3	SC4	B4	SC5
A	1	2	1.5	3	1.5	2	1.7	6	1.6
B	2.1	7	2.1	3	0.9	1	1.2	2	1.2
C	0.9	1	1.2	4	1.2	3	1.3	2	1.3
D	2.0	5	2.0	5	1.4	2	1.4	6	1.2
E	1.2	1	1.2	6	1.4	3	1.3	2	1.3
F	1.5	4	1.5	1	1.7	1	1.4	4	1.7

(b) Processing Times(h)

Layout	SC1	B1	SC2	B2	SC3	B3	SC4	B4	SC5
A	0.3	6	0.6	2	0.3	4	0.5	1	0.4
B	0.7	1	0.6	5	0.5	3	0.4	5	0.5
C	0.5	2	0.3	7	0.4	3	0.4	7	0.5
D	0.3	8	0.5	1	0.4	5	0.4	2	0.5
E	0.4	4	0.4	1	0.5	2	0.4	2	0.4
F	0.5	3	0.4	6	0.4	2	0.3	4	0.5

Table 4. Continued

(c) Projected Market Demand

i	Q <sub>i</sub> , kg
A	300000
B	200000
C	400000
D	300000
E	100000
F	100000

(d) Units Data

Layout	SC1	B1	SC2	B2	SC3	B3	SC4	B4	SC5
Cost coefficient	150	250	150	250	150	250	150	250	150
Cost exponent	0.4	0.6	0.4	0.6	0.4	0.6	0.4	0.6	0.4

(e) Cleanup Times

i-k \ j	Stage 1	Stage 2	Stage 3	Stage 4
A-A	0	0	0	0
A-B	0.3	0.2	0.3	0.4
A-C	0.4	0.2	0.2	0.5
A-D	0.5	0.4	0.3	0.1
A-E	0.4	0.5	0.2	0.6
A-F	0.3	0.5	0.4	0.6
B-A	0.6	0.5	0.2	0.4
B-B	0	0	0	0
B-C	0.3	0.2	0.2	0.4
B-D	0.6	0.4	0.5	0.3
B-E	0.2	0.4	0.5	0.5
B-F	0.4	0.4	0.3	0.5
C-A	0.5	0.4	0.3	0.3
C-B	0.3	0.2	0.2	0.5
C-C	0	0	0	0
C-D	0.3	0.2	0.1	0.1
C-E	0.2	0.2	0.2	0.2
C-F	0.2	0.5	0.5	0.3
D-A	0.4	0.2	0.3	0.2
D-B	0.5	0.5	0.4	0.5
D-C	0.6	0.4	0.3	0.4
D-D	0	0	0	0
D-E	0.3	0.2	0.2	0.2
D-F	0.5	0.4	0.4	0.3
E-A	0.4	0.3	0.4	0.5
E-B	0.1	0.2	0.2	0.6
E-C	0.2	0.3	0.5	0.2
E-D	0.6	0.4	0.5	0.3
E-E	0	0	0	0
E-F	0.3	0.3	0.2	0.2
F-A	0.2	0.1	0.2	0.2
F-B	0.3	0.2	0.2	0.3
F-C	0.2	0.1	0.1	0.2
F-D	0.4	0.5	0.5	0.4
F-E	0.3	0.5	0.3	0.2
F-F	0	0	0	0

Table 5. Result of Problem 2

	SPC	ZW
No. of variables	27	199
No. of constraints	80	274
CPU time, sec	0.36	310.15
Capital cost, \$	252,270	243,180
V <sub>1</sub>	8388	7262
V <sub>2</sub>	8388	8713
V <sub>3</sub>	6291	6535
V <sub>4</sub>	1007	8715
R <sub>1</sub>	1118	9683
R <sub>2</sub>	8388	8713
R <sub>3</sub>	8913	7262
R <sub>4</sub>	9786	7974
R <sub>5</sub>	7130	5810
B <sub>A</sub>	1678	1453
B <sub>B</sub>	1198	1038
B <sub>C</sub>	2097	2178
B <sub>D</sub>	1678	1453
B <sub>E</sub>	1398	1453
B <sub>F</sub>	2097	1709
n <sub>A</sub>	179	207
n <sub>B</sub>	167	193
n <sub>C</sub>	191	184
n <sub>D</sub>	179	207
n <sub>E</sub>	72	69
n <sub>F</sub>	48	59

Table 6. NPRS<sub>ik</sub> for Problem 2

k i \ j	A	B	C	D	E	F	Total
A		193		14	1		207
B				193			193
C	148	1	35				184
D			148			59	207
E			1		68		69
F	59						59
Total	207	193	184	207	69	59	

6의 결과에 근거한 최적 생산 순서이다.

## 5. 결 론

지금까지는 회분식 공장의 설계와 스케줄링은 독립적인 문제로 생각되었고 설계가 끝난 후에 스케줄링을 하는 것이 지금까지의 보편적인 방법이었다. 그러나 본 논문에서는 조업의 특성상 ZW로 생산되어야 하는 공정의 설계 단계에서 스케줄링을 고려함으로써 초기 자본비를 줄일 수 있었다. Birewar와 Grossmann[1]이 제안했던 방법보다 더 실제적인 상황을 고려한 세척시

간, 이동시간 그리고 반연속식 설비의 영향과 가격을 제약조건과 목적함수에 추가한 새로운 수식으로 회분식/반연속식 공장의 설계를 할 수 있었다. 두 개의 문제를 통하여 이러한 접근 방법으로 풀 과정과 결과를 제시함으로써 효율성을 입증하였다.

## 감 사

본 연구는 한국과학재단 지정 우수 연구센터인 공정산업의 지능 자동화 연구센터의 연구비 지원에 의하여 이루어진 것으로서, 연구비를 지원해 주신 연구센터에 감사드립니다.

## 사용기호

$a_j$  : the cost coefficients of a batch unit in stage  $j$   
 $b_k$  : the cost coefficients of a semicontinuous unit  $k$   
 $B_i$  : limiting batch size of product  $i$   
 $D_{ik}$  : the duty factor of semicontinuous unit  $k$   
 $H$  : the operating time  
 $m_j$  : The number of parallel units in stage  $j$   
 $NPRS_{ik}$  : the number of times the batches of products  $i$  and  $k$  occur in pairs  
 $t_{ij}$  : the processing time of product  $i$  in stage  $j$   
 $Q_i$  : the production quantities of product  $i$   
 $R_k$  : the processing rate of semicontinuous unit  $k$   
 $R_k^{min}, R_k^{max}$  : the upper and lower bounds of semicontinuous unit  $k$   
 $S_{ij}$  : the batch unit size factor of product  $i$  in stage  $j$   
 $SL_{ikj}$  : the slack in stage  $j$  when batches  $i$  and  $k$  are

produced in succession, in that order

$T_{Li}$  : limiting cycle time of product  $i$   
 $V_j$  : the volume of batch unit in stage  $j$   
 $V_j^{min}, V_j^{max}$  : the upper and lower bounds of batch unit size in stage  $j$

## 그리스 문자

$\alpha_j$  : the cost exponent of a batch unit in stage  $j$   
 $\beta_k$  : the cost exponent of a semicontinuous unit  $k$   
 $\gamma_{jk}$  : the cleanup time between product  $i$  and  $k$  in stage  $j$   
 $\theta_{ik}$  : the transfer time of product  $i$  in a semicontinuous unit  $k$   
 $\theta_{ej}$  : the emptying time of product  $i$  in stage  $j$   
 $\theta_{kf}$  : the filling time of product  $i$  in stage  $j$

## 약 자

NLP : nonlinear programming  
 GRG2 : generalized reduced gradient 2  
 ZW : zero wait

## 참고문헌

1. Birewar, D. B. and Grossmann, I. E.: *Computers and Chemical Engng.*, **13**, 141(1989).
2. Grossmann, I. E. and Sargent, R. W. H.: *Ind. Engng. Chem., Process Des. Dev.*, **18**, 343(1979).
3. Lee, H.-K., Lee, I.-B. and Chang, K. S.: *HWAHAK KONGHAK*, **30**, 237(1992).
4. Lee, H.-K., Lee, I.-B., Yang, D. R. and Chang, K. S.: *Ind. Eng. Chem. Res.*, **32**, 1087(1993).
5. Lasdon, L. S. and Warren, A. D.: "GRG2 User's Guide", The Scientific Press(1982).