

## 역 유동층에서 입자의 층 팽창에 관한 수학적 모델

김동석 · 박영식 · 추석렬 · 송승구<sup>†</sup>

부산대학교 공과대학 화학공학과  
(1994년 1월 17일 접수, 1994년 7월 24일 채택)

## A Mathematical Model for Bed Expansion in an Inverse Fluidized Bed

Dong Seog Kim, Young Seek Park, Suck Ruel Choo and Seung Koo Song<sup>†</sup>

Dept. of Chem. Eng., Pusan National University, Pusan 609-735, Korea  
(Received 17 January 1994; accepted 24 July 1994)

### 요 약

역 유동층에서 입자직경이 0.0965-0.219 cm이고 입자밀도가 0.2-0.705 g/cm<sup>3</sup>인, 물보다 가벼운 styrofoam 입자 14종류를 이용하여 층 팽창에 관한 실험을 행하여, 이를 Galileo number에 대한 terminal Reynolds number의 관계를 표현하는 2가지 종류의 model들에 적용시켰다. Expansion index,  $n$ 의 경우, 실측한 결과와 2가지 model들에 의해 예측한 결과들은 유사하게 나타났고,  $\varepsilon=1$  일 때의 공탐액체속도,  $U_t$ 와 terminal Reynolds number,  $Re_t$ 의 경우에서도 2가지 model의 결과들은 모두 실험결과에 비교적 근접하여, 층 팽창도 서로 거의 일치하였다. Model 1은  $Re_t$ 의 구분에 의해 개별적으로 사용되었으나, model 2는  $Re_t$ 의 제한없이 간결하게 적용가능하였다.

**Abstract**—Fourteen different styrofoams having diameter range from 0.0965 to 0.219 cm and density range between 0.2 and 0.705 g/cm<sup>3</sup> were used to investigate bed expansion characteristics in an inverse fluidized bed. Two models for predicting bed expansion were examined and compared with the experimental data. The expansion index,  $n$ , was little difference between the predicted values from the two models and the measured values. In the view of  $U_t$ , the predicted values of the two models were well agreed with the experimental data. Model 2 could be more concisely applied to predict the bed expansion without restriction of  $Re_t$ .

### 1. 서 론

역 유동층은 새로운 형태의 유동층으로, 일반적인 유동층에서는 물보다 밀도가 큰 입자를 유동시키기 위하여 하부에서 상부로 유체가 공급되는데 반하여, 역 유동층에서는 물보다 가벼운 입자를 유동시키게 되므로 층 상부에서 하부로 유체의 공급을 발생시켜, 통상적인 유동층의 유체흐름과 정반대 방향의 흐름을 가지게 하므로, “역 유동층”이라고 부르고 있다.

역 유동층은 airlift의 변형된 형태로서 유동층에 비하여 원활한 산소전달특성과 층 팽창에 따른 동력비의 절감을 가져올 수 있어 생물공학 및 생물학적폐수처리 공정에 유용하게 이용될 수 있다.

Ramsay 등[1]은 역 유동층 생물반응기에서 물보다 가벼운 폴리스티렌 입자를 media로 이용하여, 패니실린 생산에 관한 연구를 발표하였다. Karamanev와 Nikolov [2]는 draft tube가 있는 air-lift 반응기에서 *Thiobacillus ferrooxidans*를 이용한 철 이온 산화에 관한 연구를 하

였다. 이 때, 직경이 0.09 cm이고 밀도가 0.33 g/cm<sup>3</sup>인 발표된 폴리스틸렌을 media로 사용하였다.

유동층에서 입자의 거동을 살펴보기 위해서는, 우선적으로 입자의 총 팽창을 조사하는 것이 가장 기본적인이다. 총 팽창은 입자의 최소 유동화 속도를 결정하는데 있어 매우 중요한 인자로서, 물보다 무거운 입자를 사용한 발표가 많았다[3, 4].

그러나 물보다 가벼운 입자의 총 팽창에 관한 연구는 거의 없으며, 물보다 가벼운 입자를 유동층에 도입한 경우도 극히 드문 형편이다.

Muroyama와 Fan[5]이 기체-액체-고체의 3상 유동층에서, 물보다 가벼운 입자를 유동시키기 위하여 액체의 흐름을 하향으로 한 예가 있고, Nikov와 Karamanev[6]는 2상 역 유동층에서 동역학과 물질전달에 관한 연구를 한 바 있다. 김 등[7]은 물보다 가벼운 styrofoam을 이용한 역 유동층에서 입자의 유동 특성을 고찰하여, Galileo number, Ga와 최소 유동화 속도에 있어서의 minimum fluidization Reynolds number, Re<sub>m</sub>의 관계식을 구하였다. Clift 등[8]은 12.2 < Re<sub>t</sub> < 6350 범위에서 표준항력곡선의 관계에 기초한 식을 이용하여 무거운 입자의 종말속도를 계산하였으며, 자유침강하는 입자의 항력곡선이나 부상하는 입자의 항력곡선은 동일하다는 가정을 발표한 바 있다. 그러나 Karamanev와 Nikolov[9]는 하향흐름의 역 유동층 반응기를 별도로 설계하여 액체-고체 2상의 역 유동층에서 총 팽창에 관한 연구를 하여, Re<sub>t</sub>의 구분에 따라 서로 다른 표준항력곡선을 사용하는 모델을 발표한 바 있다.

본 연구에서는 실제 역 유동층에서 부상하는 입자의 총 팽창 거동을 고찰하고자 다양한 범위의 입자직경과 입자밀도를 가진 styrofoam 입자를 이용하여 입자부상 실험을 행하고, 액체순환속도변화에 따른 총 팽창을 관찰하여, 실험범위 내에서 Re<sub>t</sub>의 구분없이 사용할 수 있는 간결한 수학적 총 팽창 모델을 얻고자 한다.

## 2. 0 이 론

공탑 유체 속도(superficial fluid velocity)와 총 팽창에 관한 관계식으로는 Richardson과 Zaki 모델[4]이 간단하고 오래되어 가장 많이 사용되고 있는데, 아래와 같은 식에 기초를 두고 있다.

$$\frac{U}{U_t} = \varepsilon^n \quad (1)$$

Expansion index, n은 다음과 같은 관계를 가진다.

$$n = \left( 4.4 + 18 \frac{d}{D} \right) Re_t^{-0.1} \quad (1 < Re_t < 200) \quad (1a)$$

$$n = 4.4 Re_t^{-0.1} \quad (200 < Re_t < 500) \quad (1b)$$

$$n = 2.4 \quad (Re_t > 500) \quad (1c)$$

$\varepsilon = 1$ 로 접근할 때의 공탑 유체 속도,  $U_t$ 는 입자종말 속도로부터 계산가능하고[10],

$$\log U_t = \log U_i - \frac{d}{D} \quad (2)$$

입자 종말 속도(particle terminal velocity),  $U_t$ 는 일반적으로 다음 식으로 주어진다.

$$U_t = \sqrt{\frac{4(\rho_p - \rho_l)gd}{3\rho_l C_D}} \quad (3)$$

여기서, 항력계수  $C_D$ 는 표준항력곡선으로부터 구할 수 있다.

본 연구에서는 입자의 물성치인 Galileo number, Ga와 terminal Reynolds number, Re<sub>t</sub>의 상관관계로부터 자유부상속도,  $U_t$ 를 계산하고, 식 (2)와 식 (1a-c)에서  $U_t$ 와 n을 구하면, 식 (1)을 이용하여 총 공극률,  $\varepsilon$ 를 계산할 수 있다. 입자의 총 공극률을 구하면 초기 입자의 총 공극률과의 관계를 통하여 입자의 총 팽창율을 예측할 수 있다. 침강하는 입자에 대한 Ga-Re<sub>t</sub>의 관계는 많이 발표되어 있으나, 부상하는 입자에 대한 Ga-Re<sub>t</sub>의 관계는 발표된 적이 거의 없으므로 Karamanev-Nikolov [9]와 김 등[11]의 Ga-Re<sub>t</sub> 상관관계식을 model로 하여 입자의 총 팽창을 고찰하였다.

### 2-1. Model 1

Karamanev와 Nikolov[9]는 Re<sub>t</sub>가 증가함에 따라 실측한  $U_t$ 와 Clift[8]가 제안한 무거운 입자의 침강속도에 대한 model에 의해 계산한  $U_t$ 와의 차이가 크게 나타남에 주안점을 두어, 다음과 같은 3가지의 가정을 하게 되었다.

(1) Richardson과 Zaki 모델은 역 유동층에서의 총 팽창 특성을 설명하기에는 부적합하다.

(2) 가벼운 입자의 고정층에서의 총 공극률은 무거운 입자의 총 공극률과 다르다.

(3) 부상하는 구형 입자는 침강하는 구형입자의 법칙에 따르지 않는다.

위의 3가지 가정을 증명하기 위하여 광범위한 실험을 수행한 결과, 3번째 가정이 실험결과에 매우 부합하는 것을 발견하게 되었고, 밀도가 0.3 g/cm<sup>3</sup> 이하인 구형 입자에 대해서는 표준항력곡선이 부적합함을 알게 되어, 다음과 같은 관계식을 제안하였다.

$$\log Re_t = -1.814 + 1.347 \log \left( \frac{4}{3} Ga \right)$$

$$-0.1243 \left[ \log \left( \frac{4}{3} Ga \right) \right]^2 + 0.00634 \left[ \log \left( \frac{4}{3} Ga \right) \right]^3 \quad (4)$$

$$(12.2 < Re_t < 130)$$

$$Re_t = \sqrt{\frac{\frac{4}{3} Ga}{0.95}} \quad (130 < Re_t < 9 \times 10^4) \quad (5)$$

즉,  $Re_t$ 의 범위가 130보다 적은 영역에서는 Clift의 식이 성립하지만 그 이상의 영역에서는 부상하는 입자와 침강하는 입자의 거동이 달라지는 것을 수식적으로 표현하였다.

## 2-2. Model 2

Karamanev-Nikolov[9]는 입자의 표준항력곡선을 구하기 위하여  $Re_t < 130$ 에서는 자유침강입자에서 적용할 수 있는 식 (4)를 이용하였고,  $Re_t > 130$ 에서는 자유부상입자만을 적용시킬 수 있는 식 (5)를 사용하였다. 그러므로  $Re_t$ 의 범위에 따라 서로 다른 관계식을 사용하여야 하므로, 모델을 적용하는데 있어 제한과 불편이 따르므로, 김 등[11]은 가벼운 styrofoam 입자를 이용하여, 전 범위의  $Re_t$ 에서 자유부상입자에 대해 포괄적으로 사용될 수 있는 Galileo number와 terminal Reynolds number 관계를 제안하였다.

$$Ga = 18Re_t + 2.2Re_t^{1.8} \quad (10 < Re_t < 10^3) \quad (6)$$

## 3. 실험재료 및 실험방법

물보다 가벼운 입자의 층 팽창을 측정하기 위하여, Karamanev와 Nikolov[9]는 입자의 층 팽창을 측정하기 위하여 하향흐름 방식의 특수한 장치를 따로 설계하였으나, 본 연구에서는 Fig. 1과 같이 전체 부피가 5000 cm<sup>3</sup> 이고, draft tube와 annular tube의 직경이 각각 3 cm와 8 cm, 높이가 각각 90 cm와 100 cm인 아크릴 원형관의 실제 역 유동층 장치를 사용하였다. 실험에 사용한 styrofoam은 발포성 폴리스티렌을 뜨거운 물에서 발포시켜 입자직경과 밀도별로 분류하여 사용하였다.

입자밀도는 입자의 체적과 질량을 측정하여 구하였는데, 전보[11]에 수록되어 있는 바와 마찬가지로 styrofoam 입자들의 질량은 오차한계가  $\pm 1$  mg인 balance (Mettler Aj100)를 사용하여 측정하였고, 일정량의 물이 채워진 granular cylinder에 넣어 증가한 물의 부피를 실제 입자의 체적으로 하였다. 입자의 밀도는 미리 측정한 입자의 질량을 측정한 입자의 체적으로 나누어

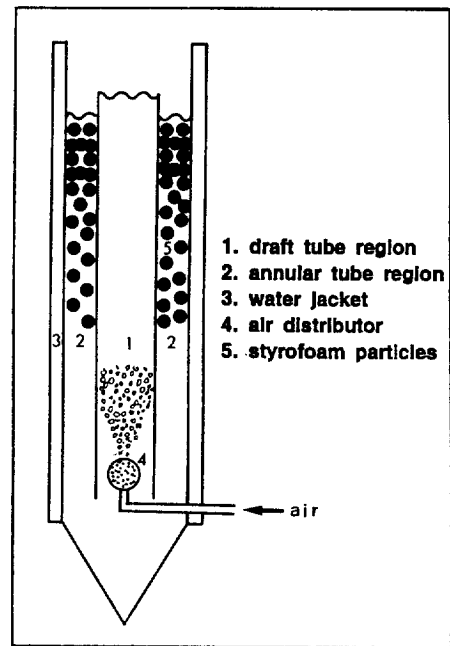


Fig. 1. Schematic diagram of an inverse fluidized bed.

주면 손쉽게 계산할 수 있고, 입자의 초기 층 공극률은 초기 styrofoam 입자를 물에 투입하기 전의 체적, 즉, cylinder의 단면적에 입자의 층 높이를 곱한 체적을 구하여 아래와 같은 식에 의하여 구할 수 있다.

$$\varepsilon_0 = 1 - \frac{V_p}{h_0 A} \quad (7)$$

역 유동층 내에서 층 공극률의 측정은 annular tube 영역에서 이루어졌으며, 입자가 유동하기 전의 층높이와 유동이 시작된 후의 층높이 비를 계산하여 구할 수 있었다.

$$\varepsilon = \varepsilon_0 \left( \frac{h}{h_0} \right) \quad (8)$$

입자의 직경은 현미경(Nikon Labophot-2A 40X)에 부착된 눈금자를 이용하거나 vernier caliper를 사용하여, 50개 이상의 입자를 직접적으로 측정하여 평균하였다. 입자의 모양은 거의 구형에 가까웠으며, 입자간의 직경 표준편차는 5-10% 이내였으며, 입자 내의 공극은 거의 없었다.

위의 실험방법에 따라 14종류의 서로 다른 styrofoam 입자의 밀도와 직경 및 초기 층 공극률을 측정하여 유동입자로 사용하였으며, 그 자료를 Table 1에 나타내었다. 실험에 사용된 입자의 양은 전체 반응기 체적의

Table 1. Physical parameters of the solid particles

No.	d(mm)	$\rho_p(\text{kg/m}^3)$	$\epsilon_0$	d/D
1	0.965	705	0.40	0.0386
2	0.992	620	0.40	0.0397
3	1.510	717	0.41	0.0604
4	1.435	650	0.41	0.0574
5	1.435	580	0.41	0.0574
6	1.435	410	0.41	0.0574
7	1.610	530	0.41	0.0644
8	1.695	536	0.41	0.0758
9	1.435	200	0.41	0.0574
10	1.716	530	0.41	0.0686
11	1.840	490	0.41	0.0736
12	1.840	380	0.41	0.0736
13	1.840	281	0.41	0.0736
14	2.190	270	0.41	0.0876

Table 2. Correlation of Ga and  $Re_t$

No.	Ga	$Re_t(\text{Exp.})$	$Re_t[\text{Eq. (4), (5)}]$	$Re_t[\text{Eq. (6)}]$
1	2598	45	47	42
2	3635	57	60	52
3	9548	105	114	94
4	10135	111	119	97
5	12548	120	133	111
6	17085	141	155	133
7	19222	150	164	143
8	22143	159	172	155
9	23167	168	180	159
10	23274	165	180	159
11	31135	202	209	189
12	37850	217	230	212
13	43894	236	248	231
14	75141	322	324	315

1/5 정도였으며, 입자들의 평균 직경은 0.0965 cm에서 0.219 cm이고, 평균 밀도는 0.2 g/cm<sup>3</sup>에서 0.705 g/cm<sup>3</sup>였으며, annular tube 내에서 입자가 움직일 수 있는 폭, D는 2.5 cm로 다음과 같이 정의되었으며, 입자직경에 대한 비, d/D는 0.0386에서 0.0876이었다.

$$D = \frac{D_a - D_d}{2} \quad (9)$$

Styrofoam 입자는 물보다 가벼운 입자이므로, 수위가 draft tube의 높이보다 높게 하면 입자의 원활한 유동과 정확한 입자의 층 팽창을 측정하기 어려우므로 초기 수위를 draft tube 이하로 유지하여 실험하였다.

액체순환속도는 직접 유량 측정 장치에 의하여 초기 수위를 draft tube 이하로 변화시킨 상태에서 측정하였으며, 초기 수위를 draft tube 이하로 유지하였을 때의 액체 평균 순환 속도,  $U_{LH}$ 는 초기 수위가 draft tube일 때의 액체 평균 순환 속도,  $U_{Lo}$ 와 초기 수위,  $H_L$ 에 대하여 다음과 같은 상관관계를 가졌다[7].

$$U_{LH} = (-0.06U_{gr} + 0.6)H_L + U_{Lo} \quad (10)$$

#### 4. 결과 및 고찰

실측한 Galileo number, Ga, terminal Reynolds number,  $Re_t$ 와 model 1과 model 2에 의해 계산한 각각의  $Re_t$ 를 Table 2에 비교하여 나타내었다. Model 1과 model 2에 의해 계산한  $Re_t$ 는 Ga의 전 범위에서 잘 일치하는 경향을 보였다.

Richardson과 Zaki의 식 (1)을 자연대수화하여 기울기로부터 팽창계수, n을 구하고, 절편으로부터  $\epsilon=1$ 일

Table 3. Summary of experimental results

No.	Exp.		Model 1		Model 2	
	n	$U_i$	n	$U_i$	n	$U_i$
1	3.48	4.27	3.38	4.51	3.50	3.98
2	3.41	5.24	3.34	5.53	3.44	4.78
3	4.18	6.05	3.41	6.60	3.48	5.42
4	4.27	6.78	3.37	7.27	3.44	5.92
5	3.37	7.33	3.34	8.11	3.39	6.78
6	3.31	7.67	3.28	8.43	3.33	7.24
7	3.37	7.63	3.34	8.35	3.38	7.27
8	3.47	9.31	3.44	10.08	3.48	9.07
9	3.25	8.58	3.23	9.21	3.27	8.12
10	3.38	7.66	3.35	8.39	3.39	7.38
11	2.58	9.27	2.58	9.59	3.38	8.67
12	2.57	9.96	2.55	10.57	2.58	9.72
13	2.55	10.83	2.54	11.39	2.55	10.60
14	2.47	12.02	2.47	12.12	2.47	11.75

때의 공탐액체속도,  $U_i$ 를 계산하였다.

층 팽창에 대한 실험자료를 최소자승법으로 구한 n과  $U_i$ , model 1과 model 2에서 구한  $Re_t$ 를 이용하여 식 (1)과 (2)에서 계산한 n과  $U_i$ 를 Table 3에 나타내어 비교하였다.

입자의 Ga가 증가함에 따라 팽창지수, n은 감소하고  $U_i$ 는 증가하여, Ga가 클수록 입자의 층 팽창률은 작게 나타나고 최소 유동화 속도는 커짐을 알 수 있었다.

Table 3에 나타나 있는 팽창지수, n을 비교해 보면, model 1에서 구한  $Re_t$ 를 이용한 식 (1a-c)의 결과는 전체적으로 4.4% 정도의 편차를 보였으며, model 2의 결과는 전체적으로 5.22%의 편차를 보여, 팽창지수, n에

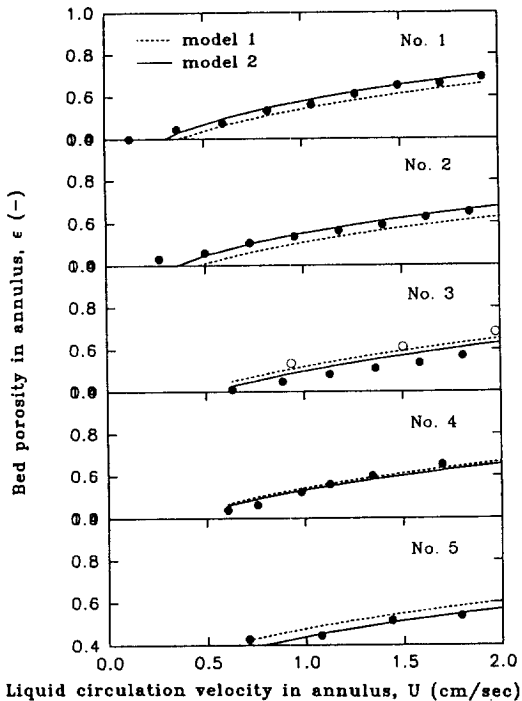


Fig. 2. Correlation between liquid circulation velocity and bed porosity in annulus[No. 1-5].

(●: data of this study, ○: data of Karamanev-Nikolov[9])

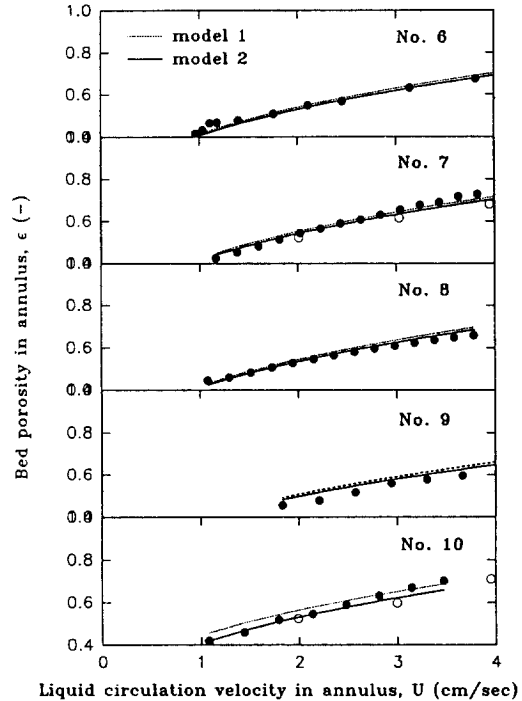


Fig. 3. Correlation between liquid circulation velocity and bed porosity in annulus[No. 6-10].

(●: data of this study, ○: data of Karamanev-Nikolov[9])

있어서 2가지 model의 차이는 그다지 크게 나타나지 않았다.

$\varepsilon=1$  일 때의 공탐액체속도인  $U_c$ 의 경우, 실험결과와 model 1과 model 2에서 구한 결과와는 각각 6.5와 6.3% 정도의 오차를 보였다.

14가지 종류의 styrofoam 입자를 사용하여 입자의 층 팽창에 관한 결과를 Fig. 2-4에 나타내었다.

식 (1a-c), (2), (3), 및 model 1과 2를 이용하여 계산한 이론적인 층 팽창곡선들과 실험적인 층 팽창곡선을 비교한 결과, model 1과 2는 실험결과와 매우 잘 일치하였다.

그러나 Karamanev와 Nikolov[9]가 제안한 model 1은  $Re_t < 130$ 에서는 침강속도에 적용되는 Clift의 식 (4)를 이용하여 부상속도,  $U_b$ 를 계산하고, 이로부터  $U_c$ ,  $n$  및  $\varepsilon$ 를 구하고,  $Re_t > 130$ 에서는 식 (5)를 사용하여 인자들을 구하는 방법으로서,  $Re_t$ 의 구분에 따라 부상속도를 계산하는 식이 상이하므로, model의 적용에 제한과 불편은 있었다. Model 2에서는  $Re_t$ 의 구분없이 식 (6)만을 이용하여  $U_c$ ,  $U_b$ ,  $n$  및  $\varepsilon$ 를 구할 수 있어, model의 적용이 간결하였다.

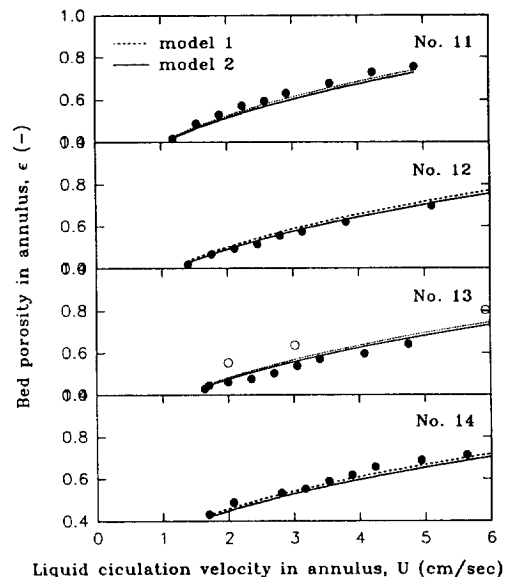


Fig. 4. Correlation between liquid circulation velocity and bed porosity in annulus[No. 11-14].

(●: data of this study, ○: data of Karamanev-Nikolov[9])

## 5. 결 론

역 유동층에서 물보다 비중이 작은 styrofoam 입자를 이용하여 층 팽창을 관찰한 결과, Galileo number,  $Ga$ 가 증가함에 따라 expansion index,  $n$ 은 감소하였으며,  $\varepsilon = 1$  일 때의 공탑 액체 속도,  $U_i$ 는 증가하였고, model 1과 2를 이용하여 계산한  $Re_t$ ,  $n$  및  $U_i$ 는 모두 실험결과와 비교적 잘 일치하였다. Model 1과 2를 이용하여 계산한 이론적인 층 팽창곡선들은 실험결과와 잘 일치하였으나,  $Re_t$ 의 영역에 따라 적용식이 구별되는 model 1과는 달리 model 2는  $Re_t$ 의 제한없이 한 식만으로 간결하게 적용되었다.

## 사용기호

$A$  : cross-section area of cylinder [ $\text{cm}^2$ ]  
 $Ga$  : Galileo number defined by  $d^3g(\rho_l - \rho_p)\rho_l/\mu^2$  when  $\rho_l > \rho_p$  [-], by  $d^3g(\rho_p - \rho_l)\rho_l/\mu^2$  when  $\rho_l < \rho_p$  [-]  
 $C_D$  : particle drag coefficient [-]  
 $d$  : particle diameter [cm]  
 $D$  : tube width [cm]  
 $D_a$  : annular tube diameter [cm]  
 $D_d$  : draft tube diameter [cm]  
 $g$  : gravity acceleration [ $\text{cm/sec}^2$ ]  
 $h_0$  : initial bed height [cm]  
 $h$  : bed height [cm]  
 $M_p$  : particle mass [g]  
 $n$  : expansion index [-]  
 $Re_t$  : terminal Reynolds number [-]  
 $Re_{mf}$  : minimum fluidization Reynolds number [-]  
 $U$  : superficial liquid velocity [cm/sec]  
 $U_i$  : the extrapolated value of  $U$  as  $\varepsilon$  approaches 1 [cm/sec]  
 $U_{mf}$  : minimal fluidization velocity [cm/sec]

$U_t$  : terminal velocity of solid particle [cm/sec]

## 그리스 문자

$\varepsilon$  : bed porosity [-]  
 $\varepsilon_0$  : bed porosity of a fixed bed of particles [-]  
 $\mu$  : liquid viscosity [g/cm-sec]  
 $\rho_l$  : liquid density [g/cm<sup>3</sup>]  
 $\rho_p$  : particle density [g/cm<sup>3</sup>]

## 참고문헌

1. Ramsay, B. R., Wang, D., Chavarie, C., Rouleau, D. and Ramsay, J. A.: *J. Ferment. Bioeng.*, **72**, 495 (1991).
2. Karamanev, D. G. and Nikolov, L. N.: *Biotechnol. Bioeng.*, **31**, 295(1988).
3. Fan, L. S., Muroyama, K. and Chern, S. H.: *Chem. Eng. J.*, **24**, 143(1982).
4. Richardson, J. F. and Zaki, W. N.: *Trans. Inst. Chem. Eng.*, **32**, 35(1954).
5. Muroyama, K. and Fan, L. S.: *AIChE J.*, **31**, 1 (1985).
6. Nikov, I. and Karamanev, D.: *AIChE J.*, **37**, 781 (1991).
7. 김동석, 서봉국, 이민규, 송승구 : 화학공학, **31**, 563 (1993).
8. Clift, R., Grace J. R. and Weber, M. E.: "Bubbles, Drops and Particles", Academic Press, New York (1978).
9. Karamanev, D. G. and Nikolov, L. N.: *AIChE J.*, **38**, 1916(1992).
10. Davison, J. F. and Harison, D.: "Fluidization", Academic-Press, New York, 37(1977).
11. 김동석, 박영식, 최윤찬, 송승구 : 화학공학, **32**(4), 566(1994).