

규칙 배열된 실관막을 이용한 투과추출에서 물질전달의 이론적 해석

이호원[†] · 김우식^{*}

제주대학교 공과대학 화학공학과

^{*}연세대학교 공과대학 화학공학과

(1994년 7월 11일 접수, 1994년 12월 30일 채택)

Theoretical Analysis of Mass Transfer in Perstraction Using Regular Arrays of Hollow Fibers

Ho-Won Lee[†] and Woo-Sik Kim^{*}

Dept. of Chem. Eng., College of Eng., Cheju National University, Cheju 690-756, Korea

^{}Dept. of Chem. Eng., College of Eng., Yonsei University, Seoul 120-749, Korea*

(Received 11 July 1994; accepted 30 December 1994)

요 약

본 연구는 실관형 막모듈을 이용한 투과추출의 설계 인자 규명 및 분리기구 해석을 위한 연구로서 실관형 막모듈에서의 농도 프로필에 대한 해석적 해를 구하고, 이를 이용하여 실관막의 성질, 분배계수, 포팅밀도(potting density), 막 두께, 막의 세공률(porosity) 및 굴곡률(tortuosity) 등의 투과추출 제반인자 변화에 대한 물질전달 속도 변화를 비교함으로써 실관막을 이용한 투과추출의 물질전달 현상을 해석하였다. 농도 프로필을 이용한 해석 결과 물질전달 속도는 주로 막상에서의 용질확산에 의해 좌우되었고 핏치에 대한 직경의 비가 0.8-0.9에서 최대값을 나타내었으며, 분배계수가 1보다 작은 계에서는 친수성 막이, 1보다 큰 계에서는 친수성 막보다 소수성 막이 빠른 물질전달 속도를 나타내었다.

Abstract—The purpose of this study is to clarify perstraction(permeation-extraction) factors and to analyze separation mechanism in perstraction using hollow fiber modules. The analytical solution on the concentration profiles in hollow fiber modules has been obtained. Also, using this solution, separation mechanism was analyzed by comparing the mass transfer rate changes according to the changes in perstraction factors such as the properties of hollow fibers, distribution coefficient, potting density, and the thickness, porosity and tortuosity of the hollow fibers. The analyses based on concentration profiles show that the mass transfer rate depends mainly on the solute diffusion in the membrane phase, and it has maximum values when the ratio of diameter to pitch is between 0.8-0.9. While hydrophilic membrane shows faster mass transfer rates in the system with the distribution coefficient less than 1, hydrophobic membrane shows faster mass transfer rates when the distribution coefficient is above 1.

1. 서 론

추출분리 조작은 이 조작이 지니고 있는 독특한 특

성과 다양한 응용성으로 인해 화학공업 및 이와 관련된 많은 산업 분야에 이용되어 왔다. 특히 추출분리 조작은 비등점이 서로 비슷한 혼합물의 분리, 열에 민감한 물

질의 분리 등에 유리하며, 그밖에 진공증류, 증발 및 결정화 조작 등의 대체용으로도 많이 사용된다[1]. 추출장치는 단순한 형태의 혼합-정치조(mixer-settler) 및 충전탑을 비롯하여 맥동이나 기계적 교반에 의해 추출 효율을 향상시킨 다단 연속장치에 이르기까지 다양하나, 이러한 기존의 추출장치는 몇 가지의 큰 문제점을 갖고 있는데, 첫째로 분산상을 기계적으로 분산시키는 공정 및 추출후 분산상과 연속상을 분리시키는 공정이 반드시 필요하고, 둘째로 추출후 두 상을 분리시키는데 많은 시간이 요구된다는 점과, 셋째로 범람(flooding) 및 편류(channeling)현상이 일어나기 쉬워 각 상의 유속 및 밀도 등에 대한 제한이 크다는 것이다[1, 2].

일반적인 추출 공정에서의 이러한 문제점들은 투과 추출(perstraction) 기술로서 해결될 수 있다. 투과추출이란 투과(permeation)와 추출(extraction)의 합성어로서 막을 사이에 두고 추출상과 추진상의 흐름을 분리 유지시켜 막 표면에서의 용질의 용해도와 막을 통한 용질의 확산에 의해 분리하는 조작을 말한다[3]. 여기에서 막은 두 상의 혼합을 막는 역할을 하며 막의 특성에 따라 용질의 전달형태가 달라지게 된다. 즉 Fig. 1과 같이 소수성 막에서는 막의 세공 내에 유기상만이 침투하여 채워지게 되므로 막 내에서의 용질 확산은 유기상에서 일어나게 되며, 반대로 친수성 막에서는 막의 세공 내에 수용상만이 침투하여 채워지게 되므로 막 내에서의 용질 확산은 수용상에서 일어나게 된다.

또한 물질전달 계면은 고분자막의 특성과 유기상과 수용상의 압력차에 의하여 형성되는데, 소수성 막의 경우 수용상측의 압력을 유기상측의 압력보다 크게 하면 유기상이 수용상 측으로 넘어오는 것을 막을 수 있다. 이와 같이 투과추출에서는 두 상이 막에 의해 분리되어 있기 때문에 분산상을 기계적으로 분산시키는 공정 및 추출 후 두 상을 분리시키는 공정이 불필요하고, 범람 및 편류 현상이 억제되며 비말(entrainment)에 의한 용매의 유실을 막을 수 있다. 뿐만 아니라 이러한 투과추출 공정에 실관형 막모듈을 사용할 경우 두 상간의 접촉면적을 크게 할 수 있어 보다 큰 물질전달 효과를 얻을 수 있다.

이와 같이 투과추출 기술은 기존의 추출 기술에 비해 많은 장점을 가지고 있고, 최근 실관막의 제조기술이 발달됨에 따라 이에 따른 연구가 관심을 끌고 있다. 1976년 막을 이용한 용매추출 기술이 Lee[4]에 의해 처음으로 도입된 이래, 1984년 Kim[5]은 금속의 선택적 추출에 투과추출 공정을 이용한 바 있으며, Kiani 등[6, 7]은 소수성 평판막을 이용한 액액추출의 물질전달 속도에 대한 연구 결과를 발표한 바 있다. 또한 1986년에

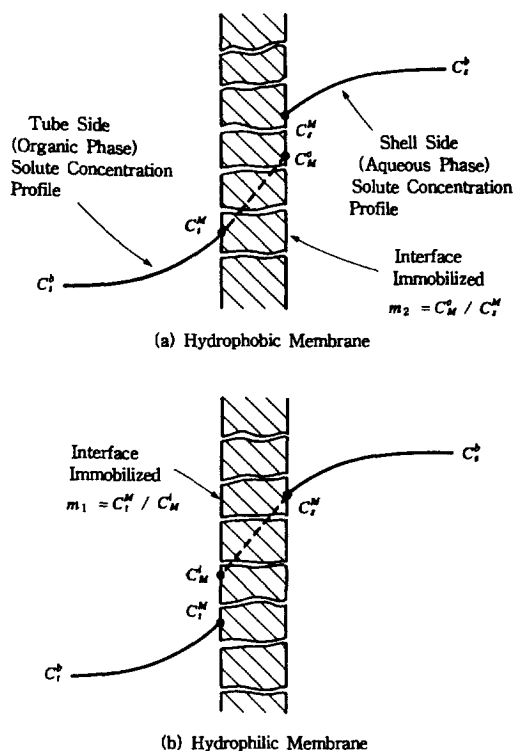


Fig. 1. Solute concentration profiles of hydrophobic and hydrophilic membrane.

Yang과 Cussler[8]는 실관막 충전 contactor의 기체 흡수 및 액액추출에의 이용 가능성을 제시한 바 있으며, 1987년과 1988년에는 Prasad와 Sirkar[9, 10]는 친수성 및 소수성 막에 대한 추출 효과를 비교한 바 있고, Dahuron과 Cussler[11]는 투과추출 기술을 단백질 추출에 응용한 바 있다.

그러나 실관형 막모듈을 이용한 투과추출에 대한 연구는 그 시도가 오래지 않은 최근의 일로서 아직까지 기초개발 단계에 머물고 있고, 지금까지의 이에 대한 연구도 현상학적 연구에만 국한되어 있어 투과추출의 분리기구에 대한 보다 확실한 규명과 함께 물질전달에 대한 정량적 해석 등의 기초연구가 필요한 실정이다.

따라서 본 연구에서는 투과추출용 실관형 막모듈에서의 농도 프로파일에 대한 해석적 해를 구하고 이를 이용하여 실관막의 성질, 포팅밀도(potting density), 분배계수, 각 상의 확산계수, 막 두께, 막의 세공률(porosity) 및 굴곡률(tortuosity) 등의 투과추출 제반 인자들이 물질전달에 미치는 영향을 정량적으로 해석하였다.

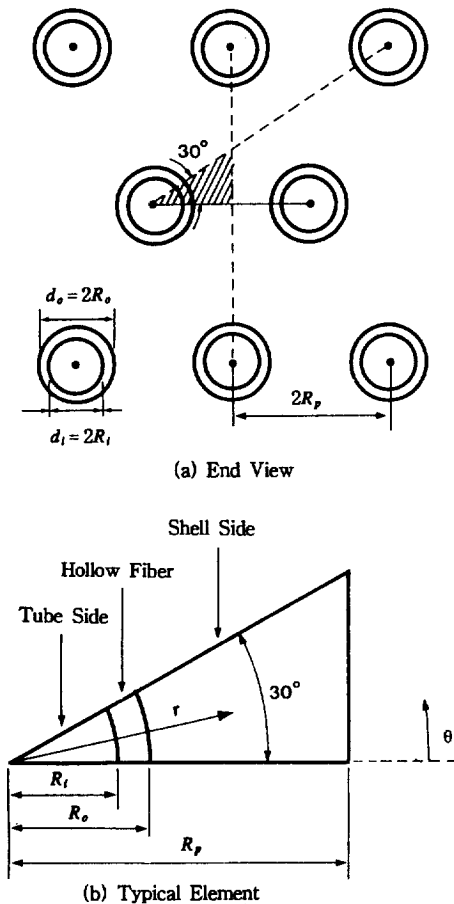


Fig. 2. Diagram of equilateral triangular array.

2. 속도 및 농도 프로필(profile)

투과추출용 실관형 막모듈에서의 속도 및 농도 프로필을 구하고 이로부터 물질전달에 대한 투과추출 제반 인자들의 영향을 해석하기 위해서 설정한 가정은 다음과 같다.

(1) 모듈 내에서 실관막은 Fig. 2와 같은 규칙적인 삼각 배열을 하고 있다.

(2) 모듈 내에서의 흐름은 층류 및 향류이고, 실관막 내측 및 셸측으로는 각각 유기상 및 수용상이 흐르며, 두 상은 완전발달된 속도 및 농도 분포를 갖는다.

(3) 각 상에서의 물리적 성질(확산계수, 밀도 및 점도)은 일정하다.

(4) 물질전달은 정상상태에서 이루어진다.

(5) 실관막 양측의 세공크기는 일정하며 세공 입구에서의 굽음(curvature) 효과는 무시한다.

(6) 용질의 화학적 반응이나 결합 또는 해리는 일어

나지 않는다.

(7) 막 세공 내에서의 물질전달은 용질의 비간섭 확산에 의해서만 일어난다.

2-1. 속도 프로필

정상상태 및 완전 발달된 층류 흐름의 조건하에서 축방향(z)으로의 튜브측(tube side) 속도, V_t 는 운동량 수지(momentum balance)로부터 식 (1)과 같이 나타낼 수 있고, Fig. 2-(b)의 typical element에서의 유량, q 는 Hagen-Poiseuille식으로부터 식 (2)와 같이 표현되며, 이 값은 실관막 내를 통한 전체 유량의 1/12이 된다.

$$V_t = -\frac{dP_t}{dz} \left(\frac{R_i^2}{4\mu_t} \right) \left\{ 1 - \left(\frac{r}{R_i} \right)^2 \right\} \quad (1)$$

$$q_t = -\frac{dP_t}{dz} \left(\frac{\pi R_i^2}{96\mu_t} \right) \quad (2)$$

한편, 셸측(shell side)에서의 속도 프로필은 셸측에 대한 운동량 수지로부터 구할 수 있다. 정상상태 및 완전 발달된 층류 흐름의 조건하에서 r 및 θ 방향의 속도는 무시할 수 있으므로 z방향으로의 셸측 유속을 V_s 라 하면 다음의 운동량 수지식이 성립한다[12].

$$\frac{\partial^2 V_s}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial V_s}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 V_s}{\partial \theta^2} = \frac{1}{\mu_s} \frac{dP_s}{dz} \quad (3)$$

식 (3)은 Poisson식으로서 식 (4)와 같이 정의된 환산속도를 이용하면 식 (5)와 같이 보다 간단한 라프라스식으로 변형시킬 수 있다.

$$V_{s,r} = V_s - \frac{r^2}{4} \left(\frac{1}{\mu_s} \frac{dP_s}{dz} \right) \quad (4)$$

$$\frac{\partial^2 V_{s,r}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial V_{s,r}}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 V_{s,r}}{\partial \theta^2} = 0 \quad (5)$$

식 (5)의 일반해와 식 (4)로부터 셸측에서의 속도 프로필, V_s 는 식 (6)과 같이 되며,

$$V_s = A + B \ln r + \frac{r^2}{4} \left(\frac{1}{\mu_s} \frac{dP_s}{dz} \right) + \sum_{k=1}^{\infty} (E_k r^k + F_k r^{-k}) (G_k \cos k\theta + H_k \sin k\theta) \quad (6)$$

이 때의 경계조건은 식 (7a)-(7e)와 같다[12].

$$r = R_o \text{에서 } V_s = 0 \quad (7a)$$

$$\theta = 0 \text{에서 } \frac{\partial V_s}{\partial \theta} = 0 \quad (7b)$$

$$\theta = \pi/6 \text{에서 } \frac{\partial V_s}{\partial \theta} = 0 \quad (7c)$$

Table 1. Listing of Δ_k for various diameter to pitch ratio

R_o/R_p	Δ_1	Δ_2	Δ_3	Δ_4	Δ_5	Δ_6
1.00	-0.03064	0.00539	-0.00033	-0.00016	0.00001	0.00001
0.99	-0.03199	0.00530	-0.00016	-0.00015	-0.00001	0.00001
0.98	-0.03328	0.00499	0.00000	-0.00010	0.00000	0.00000
0.97	-0.03456	0.00493	0.00012	-0.00011	-0.00002	0.00000
0.96	-0.03577	0.00468	0.00022	-0.00007	-0.00002	0.00000
0.95	-0.03691	0.00440	0.00029	-0.00005	-0.00002	0.00000
0.91	-0.04169	0.00287	0.00035	0.00002	-0.00001	0.00000
0.83	-0.04707	0.00074	0.00015	0.00002	0.00000	0.00000
0.67	-0.05059	-0.00064	-0.00002	0.00001	0.00000	0.00000
0.50	-0.05064	-0.00075	-0.00004	0.00001	0.00000	0.00000
0.33	-0.05065	-0.00075	-0.00004	0.00001	0.00000	0.00000
0.20	-0.05065	-0.00075	-0.00004	0.00001	0.00000	0.00000

$r = R_p / \cos\theta$ 에서

$$\frac{\partial V_s}{\partial(r\cos\theta)} = \frac{\partial V_s}{\partial r} \cos\theta - \frac{\partial V_s}{\partial \theta} \frac{\sin\theta}{r} = 0 \quad (7d)$$

$$\int_0^{n/6} \mu_s \left(\frac{\partial V_s}{\partial r} \right) \Big|_{r=R_o} R_o d\theta = \int_0^{n/6} \int_{R_o}^{R_p/\cos\theta} \left(\frac{dP_s}{dz} \right) r dr d\theta \quad (7e)$$

경계조건 (7a), (7b) 및 (7c)와 힘 수지식 (7e)로부터 식 (6)의 해는 식 (8)과 같이 되며, 경계조건 (7d)로부터 식 (9)의 관계식을 얻을 수 있다[12].

$$V_s = -\frac{dP_s}{dz} \left(\frac{R_o^2}{\mu_s} \right) \left[\frac{\sqrt{3}}{\pi} \left(\frac{R_p}{R_o} \right)^2 \ln \frac{r}{R_o} + \frac{1}{4} \left\{ 1 - \left(\frac{r}{R_o} \right)^2 \right\} \right] + \sum_{k=1}^{\infty} \alpha_k \left\{ \left(\frac{r}{R_o} \right)^{6k} - \left(\frac{R_o}{r} \right)^{6k} \right\} \cos 6k\theta \quad (8)$$

$$\sum_{k=1}^{\infty} \Delta_k (\cos\theta)^{1-6k} \left\{ \cos(6k-1)\theta + \left(\frac{R_o \cos\theta}{R_p} \right)^{12k} \cos(6k+1)\theta \right\} + \frac{\sqrt{3}}{\pi} \cos^2\theta - \frac{1}{2} = 0$$

$$\text{단, } \Delta_k = 6k \left(\frac{R_o}{R_p} \right)^{2-6k} \alpha_k \quad (9)$$

식 (9)로부터 식 (8)의 상수 α_k 를 결정할 수 있는바, R_o/R_p 의 비에 따른 Δ_k 값을 Table 1에 나타내었다. 한편 셀측 typical element에서의 유량 q_s 는 압력강하 매개변수, φ_p 를 이용하여 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$q_s \int_0^{n/6} \int_{R_o}^{R_p/\cos\theta} V_s r dr d\theta = -\frac{dP_s}{dz} \left(\frac{R_o^4}{\mu_s \varphi_p} \right) \quad (10)$$

$$\text{단, } \varphi_p = -\frac{dP_s}{dz} \left(\frac{q_s R_o^4}{\mu_s} \right) = \text{function} \left(\frac{R_o}{R_p} \right)$$

2-2. 농도 프로필

향류식 실관형 막모듈에서 각 상에 대한 연속 방정식 (equation of continuity)은 유체의 밀도 및 점도가 일정하다는 가정하에 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \left(V_r \frac{\partial C}{\partial r} + V_\theta \frac{1}{r} \frac{\partial C}{\partial \theta} + V_z \frac{\partial C}{\partial z} \right) = D \left(\frac{\partial^2 C}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial C}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 C}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 C}{\partial z^2} \right) \quad (11)$$

정상상태의 조건하에서 $\partial C / \partial t = 0$ 이고, r 및 θ 방향으로의 유체의 유속, V_r 및 V_θ 와 축방향 확산항, $\partial^2 C / \partial z^2$ 은 앞에서 설정한 가정에 의해 무시할 수 있으므로 각 상에 대한 물질수지식은 각각 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\text{튜브측: } \frac{\partial^2 C_t}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial C_t}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 C_t}{\partial \theta^2} = \frac{1}{D_t} \frac{\partial C_t}{\partial z} V_t \quad (12)$$

$$\text{실관막 상: } \frac{\partial^2 C_M}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial C_M}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 C_M}{\partial \theta^2} = 0 \quad (13)$$

$$\text{셀측: } \frac{\partial^2 C_s}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial C_s}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 C_s}{\partial \theta^2} = \frac{1}{D_s} \frac{\partial C_s}{\partial z} V_s \quad (14)$$

단, 이 때의 V_t 및 V_s 는 튜브측 및 셀측에서의 z 방향으로의 유속으로서 식 (1) 및 (8)과 같다.

또한 각 상의 물질수지식에 대한 경계 조건은 식 (15a)-(15h)와 같다.

$$r=0 \text{에서 } C_t = C_o \quad (15a)$$

$$r=R_t \text{에서 } D_t \frac{\partial C_t}{\partial r} = D_{M,eff} \frac{\partial C_M}{\partial r} \quad (15b)$$

$$r=R_t \text{에서 } C_t = m_1 C_M \quad (15c)$$

$$r=R_o \text{에서 } D_{M,eff} \frac{\partial C_M}{\partial r} = D_s \frac{\partial C_s}{\partial r} \quad (15d)$$

$$r=R_0 \text{에서 } C_M = m_2 C_s \quad (15e)$$

$$\theta=0 \text{에서 } \frac{\partial C_l}{\partial \theta} = \frac{\partial C_M}{\partial \theta} = \frac{\partial C_s}{\partial \theta} = 0 \quad (15f)$$

$$\theta=\pi/6 \text{에서 } \frac{\partial C_l}{\partial \theta} = \frac{\partial C_M}{\partial \theta} = \frac{\partial C_s}{\partial \theta} = 0 \quad (15g)$$

$$r=R_p/\cos\theta \text{에서 } \frac{\partial C_s}{\partial (r\cos\theta)} = 0 \quad (15h)$$

여기서 m_1, m_2 는 각각 실관막 내, 외부에서의 분배계수 (distribution coefficient)이며, 친수성 막을 사용한 경우에는 $m_2=1$ 이 되고, 소수성 막을 사용한 경우에는 $m_1=1$ 이 된다.

한편 축방향에 따라서 용질의 몰 선속(molar flux)이 일정하고 실관막 내외부의 유량이 같다($q_l + q_s = 0$)고 가정하면, 실관막 내외부에서의 농도 및 압력구배 관계는 각각 다음과 같이 표현된다[13, 14].

$$\frac{dC_l}{dz} = \frac{dC_s}{dz} = \text{일정} \quad (16)$$

$$\frac{dP_s}{dz} = -\left(\frac{\pi\phi_p\mu_s R_l^4}{96\mu R_0^4}\right) \frac{dP_l}{dz} \quad (17)$$

식 (16), (17)의 관계식으로부터 특성농도 C^* 를 다음과 같이 정의하고,

$$C^* = -\left(\frac{dP_l}{dz}\right)\left(\frac{dC_l}{dz}\right)\left(\frac{\pi R_l^4}{96\mu D_l}\right) \\ = -\left(\frac{dP_s}{dz}\right)\left(\frac{dC_s}{dz}\right)\left(\frac{R_0^4}{\phi\mu D_s}\right) \quad (18)$$

$$\text{단, } \phi = \phi_p \left(\frac{D_l}{D_s}\right)$$

각 상에 대한 무차원 변수 r^*, C^* 를 다음과 같이 정의하면

$$\text{튜브측: } C^* = C/C^*, \quad r^* = r/R_l \quad (19a)$$

$$\text{실관막상 및 셸측: } C^* = C/C^*, \quad r^* = r/R_0 \quad (19b)$$

식 (12)-(14)에 대한 무차원 식은 다음과 같게 된다.

$$\frac{\partial^2 C_l^*}{\partial r^{*2}} + \frac{1}{r^*} \frac{\partial C_l^*}{\partial r^*} + \frac{1}{r^{*2}} \frac{\partial^2 C_l^*}{\partial \theta^2} = \frac{24}{\pi} (1 - r^{*2}) \quad (20)$$

$$\frac{\partial^2 C_M^*}{\partial r^{*2}} + \frac{1}{r^*} \frac{\partial C_M^*}{\partial r^*} + \frac{1}{r^{*2}} \frac{\partial^2 C_M^*}{\partial \theta^2} = 0 \quad (21)$$

$$\frac{\partial^2 C_s^*}{\partial r^{*2}} + \frac{1}{r^*} \frac{\partial C_s^*}{\partial r^*} + \frac{1}{r^{*2}} \frac{\partial^2 C_s^*}{\partial \theta^2} = -\phi \left\{ \frac{\sqrt{3}}{\pi} \left(\frac{R_p}{R_0}\right)^2 \ln r^* \right. \\ \left. + \frac{1}{4} (1 - r^{*2}) + \sum_{k=1}^{\infty} \alpha_k (r^{*6k} - r^{*-6k}) \cos 6k\theta \right\} \quad (22)$$

식 (20)과 (22)의 Poisson식을 식 (23)과 (24)로서 정의된 환산농도를 이용하여 정리하면 식 (20)' 및 (22)'와 같이 보다 간단한 라플라스식으로 변환할 수 있다.

$$C_{lr}^* = C_l^* - \frac{r^{*2}}{4} \left\{ \frac{24}{\pi} \left(1 - \frac{1}{4} r^{*2}\right) \right\} \quad (23)$$

$$C_{sr}^* = C_s^* + \frac{r^{*2}}{4} \phi \left\{ \frac{\sqrt{3}}{\pi} \left(\frac{R_p}{R_0}\right)^2 (\ln r^* - 1) + \frac{1}{4} \left(1 - \frac{1}{4} r^{*2}\right) \right. \\ \left. + \sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{1}{6k+1} r^{*6k} + \frac{1}{6k-1} r^{*-6k} \right) \alpha_k \cos 6k\theta \right\} \quad (24)$$

$$\frac{\partial^2 C_{lr}^*}{\partial r^{*2}} + \frac{1}{r^*} \frac{\partial C_{lr}^*}{\partial r^*} + \frac{1}{r^{*2}} \frac{\partial^2 C_{lr}^*}{\partial \theta^2} = 0 \quad (20)'$$

$$\frac{\partial^2 C_{sr}^*}{\partial r^{*2}} + \frac{1}{r^*} \frac{\partial C_{sr}^*}{\partial r^*} + \frac{1}{r^{*2}} \frac{\partial^2 C_{sr}^*}{\partial \theta^2} = 0 \quad (22)'$$

식 (20)', (21) 및 (22)'의 일반해는 식 (6)과 같은 형태로서 각 상에서의 농도 프로파일에 대한 해는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$C_{lr}^* = C_l^* - \frac{r^{*2}}{4} \left\{ \frac{24}{\pi} \left(1 - \frac{1}{4} r^{*2}\right) \right\} \\ = A_r + B_r \ln r^* + \sum_{n=1}^{\infty} \{ E_{n,l}(r^*)^n + F_{n,l}(r^*)^{-n} \} \\ \{ G_{n,l} \sin n\theta + H_{n,l} \cos n\theta \} \quad (25)$$

$$C_M^* = A_M + B_M \ln r^* + \sum_{n=1}^{\infty} \{ E_{n,M}(r^*)^n + F_{n,M}(r^*)^{-n} \} \\ \{ G_{n,M} \sin n\theta + H_{n,M} \cos n\theta \} \quad (26)$$

$$C_{sr}^* = C_s^* + \frac{r^{*2}}{4} \phi \left\{ \frac{\sqrt{3}}{\pi} \left(\frac{R_p}{R_0}\right)^2 (\ln r^* - 1) + \frac{1}{4} \left(1 - \frac{1}{4} r^{*2}\right) \right. \\ \left. + \sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{1}{6k+1} r^{*6k} + \frac{1}{6k-1} r^{*-6k} \right) \alpha_k \cos 6k\theta \right\} \\ = A_s + B_s \ln r^* + \sum_{n=1}^{\infty} \{ E_{n,s}(r^*)^n + F_{n,s}(r^*)^{-n} \} \\ \{ G_{n,s} \sin n\theta + H_{n,s} \cos n\theta \} \quad (27)$$

여기서 ϕ 는 압력강하 매개변수 ϕ_p 와 식 (28)과 같은 관계를 만족하는 변수이며, ϕ_p 는 식 (10)에 의해 식 (29)와 같이 나타낼 수 있다.

$$\phi = \phi_p \left(\frac{\xi_s}{\xi} \right) \quad (28)$$

$$\phi_p^{-1} = \left(\frac{R_p}{R_0} \right)^4 \left[\frac{1}{2\pi} \left\{ \ln \left(\frac{R_p}{R_0} \right) - \ln \frac{\pi}{6} - \frac{3}{2} \right\} + \frac{13\sqrt{3}}{216} \right] \\ + \left(\frac{R_p}{R_0} \right)^4 \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\Delta_k}{6k} \left\{ \frac{\Omega_k}{6k+2} + \left(\frac{R_0}{R_p} \right)^{12k} \left(\frac{X_k}{6k-2} \right) \right\}$$

$$+ \frac{\sqrt{3}}{12} \left(\frac{R_p}{R_o} \right)^2 - \frac{\pi}{96} \quad (29)$$

$$\text{단, } \Omega_k = \int_0^{\pi/6} \frac{\cos 6k\theta}{(\cos \theta)^{6k+2}} d\theta$$

$$X_k = \int_0^{\pi/6} \frac{\cos 6k\theta}{(\cos \theta)^{2-6k}} d\theta$$

한편 무차원화된 경계조건은 (19a)와 (19b)로서 정의된 무차원 변수 r^* 와 C^* 에 의해 식 (15a)-(15h)로부터 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$r^*=0 \text{에서 } C_i^* = C_o^* \quad (30a)$$

$$r^*=1 \text{에서 } D_i \frac{\partial C_i^*}{\partial r^*} = D_{M,eff} \frac{\partial C_M^*}{\partial r^*} \quad (30b)$$

$$r^*=1 \text{에서 } C_i^* = m_1 C_M^* \quad (30c)$$

$$r^*=1 \text{에서 } D_{M,eff} \frac{\partial C_M^*}{\partial r^*} = D_s \frac{\partial C_s^*}{\partial r^*} \quad (30d)$$

$$r^*=1 \text{에서 } C_M^* = m_2 C_s^* \quad (30e)$$

$$\theta=0 \text{에서 } \frac{\partial C_i^*}{\partial \theta} = \frac{\partial C_M^*}{\partial \theta} = \frac{\partial C_s^*}{\partial \theta} = 0 \quad (30f)$$

$$\theta=\pi/6 \text{에서 } \frac{\partial C_i^*}{\partial \theta} = \frac{\partial C_M^*}{\partial \theta} = \frac{\partial C_s^*}{\partial \theta} = 0 \quad (30g)$$

$$r^* = (R_p/R_o)/\cos \theta \text{에서 } \frac{\partial C_s^*}{\partial (r^* \cos \theta)} = 0 \quad (30h)$$

경계조건 (30a)로부터 $r^*=0$ 일 때 C_i^* 는 유한한 값을 가져야 하므로

$$B_i = 0 \quad (31)$$

$$F_{n,i} = 0 \quad (32)$$

이어야 하며,

$$A_i = C_o/C^* \quad (33)$$

의 조건을 만족해야 한다.

또한 경계조건 (30f) 및 (30g)로부터

$$G_{n,i} = 0 \quad (34)$$

$$\theta = \pi/6$$

$$\text{즉, } n=6k \text{ (단, } k \text{는 정수)} \quad (35)$$

의 조건을 만족해야 하므로 실관막 내에서의 농도 프로파일은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\frac{C_i - C_o}{C^*} = \frac{6}{\pi} \left(\frac{r}{R_i} \right)^2 \left\{ 1 - \frac{1}{4} \left(\frac{r}{R_i} \right)^2 \right\}$$

$$+ \sum_{k=1}^{\infty} \beta_k \left(\frac{r}{R_i} \right)^{6k} \cos 6k\theta \quad (36)$$

같은 방법으로 식 (26)에는 식 (30b), (30c), (30f) 및 (30g)의 경계조건, 식 (27)에는 식 (30d), (30e), (30f) 및 (30g)의 경계조건을 이용하여 풀면 각각의 해는 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned} \frac{C_M - (C_o/m_1)}{(C^*/m_1)} &= \frac{6}{\pi} \left\{ \frac{3}{4} + \frac{m_1}{\xi_i} \ln \left(\frac{r}{R_i} \right) \right\} \\ &+ \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{\infty} \left\{ \left(1 + \frac{m_1}{\xi_i} \right) \left(\frac{r}{R_i} \right)^{6k} \right. \\ &\left. + \left(1 - \frac{m_1}{\xi_i} \right) \left(\frac{r}{R_i} \right)^{-6k} \right\} \\ &\beta_k \cos 6k\theta \end{aligned} \quad (37)$$

$$\begin{aligned} \frac{C_s - (C_o/m_2)}{C^*} &= \frac{6}{\pi} \left\{ \frac{3}{4m_1m_2} - \frac{1}{m_2\xi_s} \ln \left(\frac{R_i}{R_o} \right) \right. \\ &+ \frac{\xi_s}{\xi_i} \ln \left(\frac{r}{R_o} \right) \left. + \frac{\phi}{64} \left\{ 3 + 4 \ln \left(\frac{r}{R_o} \right) - 4 \left(\frac{r}{R_o} \right)^2 + \left(\frac{r}{R_o} \right)^4 \right\} \right. \\ &- \frac{\sqrt{3}\phi}{4\pi} \left(\frac{R_p}{R_o} \right)^2 \left\{ 1 + \ln \left(\frac{r}{R_o} \right) - \left(\frac{r}{R_o} \right)^2 + \left(\frac{r}{R_o} \right)^2 \ln \left(\frac{r}{R_o} \right) \right\} \\ &+ \frac{\phi}{4} \sum_{k=1}^{\infty} \left\{ \frac{1}{6k-1} \left(\frac{r}{R_o} \right)^{6k} + \frac{1}{6k+1} \left(\frac{r}{R_o} \right)^{-6k} \right\} \alpha_k \cos 6k\theta \\ &- \frac{\phi}{4} \left(\frac{r}{R_o} \right)^2 \sum_{k=1}^{\infty} \left\{ \frac{1}{6k+1} \left(\frac{r}{R_o} \right)^{6k} + \frac{1}{6k-1} \left(\frac{r}{R_o} \right)^{-6k} \right\} \\ &\alpha_k \cos 6k\theta \\ &+ \frac{1}{4} \sum_{k=1}^{\infty} \left[\left\{ \left(\frac{1}{m_2} + \xi_s \right) \left(\frac{1}{m_1} + \frac{1}{\xi_i} \right) \left(\frac{R_i}{R_o} \right)^{-6k} \right. \right. \\ &+ \left. \left(\frac{1}{m_2} - \xi_s \right) \left(\frac{1}{m_1} - \frac{1}{\xi_i} \right) \left(\frac{R_i}{R_o} \right)^{6k} \right\} \left(\frac{r}{R_o} \right)^{6k} \right. \\ &+ \left. \left\{ \left(\frac{1}{m_2} - \xi_s \right) \left(\frac{1}{m_1} + \frac{1}{\xi_i} \right) \left(\frac{R_i}{R_o} \right)^{-6k} \right. \right. \\ &\left. \left. + \left(\frac{1}{m_2} + \xi_s \right) \left(\frac{1}{m_1} - \frac{1}{\xi_i} \right) \left(\frac{R_i}{R_o} \right)^{6k} \right\} \left(\frac{r}{R_o} \right)^{-6k} \right] \beta_k \cos 6k\theta \end{aligned} \quad (38)$$

$$\text{단, } \xi_i = D_{M,eff}/D_i, \quad \xi_s = D_{M,eff}/D_s$$

또한 경계조건 (15h)로부터 다음의 관계식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} &\frac{48 \cos^2 \theta}{\pi (R_p/R_o)} \left(\frac{\xi_s}{\xi_i} \right) + \frac{\phi}{8} \left\{ \frac{4 \cos^2 \theta}{(R_p/R_o)} - \frac{8 R_p}{R_o} + \frac{4 (R_p/R_o)^3}{\cos^2 \theta} \right\} \\ &- \frac{2\sqrt{3}\phi}{\pi} \left(\frac{R_p}{R_o} \right)^2 \left\{ \frac{\cos^2 \theta}{(R_p/R_o)} - \frac{R_p}{R_o} + \frac{2 R_p}{R_o} \ln \left(\frac{R_p/R_o}{\cos \theta} \right) \right\} \\ &- 2\phi \left(\frac{R_p}{R_o} \right) \sum_{k=1}^{\infty} \alpha_k \left\{ \frac{2}{6k+1} \left(\frac{R_p/R_o}{\cos \theta} \right)^{6k} + \frac{2}{6k-1} \left(\frac{R_p/R_o}{\cos \theta} \right)^{-6k} \right\} \end{aligned}$$

Table 2. Listing of β_k for various diameter to pitch ratio

($m_1 = m_2 = \xi_s = \xi_c = 1$, $R_i/R_o = 0.87$)

R_o/R_p	β_k	β_k	β_k	β_k	β_k	β_k
1.00	-0.17893	0.01195	-0.00131	0.00020	-0.00003	0.00000
0.99	-0.16172	0.00930	-0.00098	0.00014	-0.00002	0.00000
0.98	-0.14425	0.00720	-0.00073	0.00010	-0.00001	0.00000
0.97	-0.12779	0.00559	-0.00054	0.00007	-0.00001	0.00000
0.96	-0.11278	0.00433	-0.00040	0.00005	0.00000	0.00000
0.95	-0.09973	0.00339	-0.00030	0.00003	0.00000	0.00000
0.91	-0.05452	0.00103	-0.00007	0.00000	0.00000	0.00000
0.83	-0.02027	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
0.67	-0.00283	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
0.50	-0.00036	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
0.33	-0.00002	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
0.20	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000

$$\begin{aligned}
 & + \frac{6k}{6k+1} \left(\frac{R_p/R_o}{\cos\theta} \right)^{6k} - \frac{6k}{6k-1} \left(\frac{R_p/R_o}{\cos\theta} \right)^{-6k} \} \cos 6k\theta \\
 & + \sum_{k=1}^{\infty} \left[6k\phi\alpha_k \left\{ -\frac{2}{6k+1} \left(\frac{R_p/R_o}{\cos\theta} \right)^{-6k-1} \right. \right. \\
 & \left. \left. + \frac{1}{6k+1} \left(\frac{R_p/R_o}{\cos\theta} \right)^{6k+1} + \frac{1}{6k-1} \left(\frac{R_p/R_o}{\cos\theta} \right)^{-6k+1} \right\} \right. \\
 & \left. - 12k\beta_k \left\{ \left(\frac{1}{m_2} - \xi_s \right) \left(\frac{1}{m_1} - \frac{1}{\xi_c} \right) \left(\frac{R_i}{R_o} \right)^{-6k} \right. \right. \\
 & \left. \left. + \left(\frac{1}{m_2} - \xi_s \right) \left(\frac{1}{m_1} - \frac{1}{\xi_c} \right) \left(\frac{R_i}{R_o} \right)^{6k} \right\} \left(\frac{R_p/R_o}{\cos\theta} \right)^{-6k-1} \right] \\
 & \cos(6k+1)\theta \\
 & + \sum_{k=1}^{\infty} \left[6k\phi\alpha_k \left\{ \frac{2}{6k+1} \left(\frac{R_p/R_o}{\cos\theta} \right)^{6k-1} \right. \right. \\
 & \left. \left. - \frac{1}{6k+1} \left(\frac{R_p/R_o}{\cos\theta} \right)^{6k+1} - \frac{1}{6k-1} \left(\frac{R_p/R_o}{\cos\theta} \right)^{-6k+1} \right\} \right. \\
 & \left. - 12k\beta_k \left\{ \left(\frac{1}{m_2} + \xi_s \right) \left(\frac{1}{m_1} - \frac{1}{\xi_c} \right) \left(\frac{R_i}{R_o} \right)^{6k} \right. \right. \\
 & \left. \left. + \left(\frac{1}{m_2} - \xi_s \right) \left(\frac{1}{m_1} - \frac{1}{\xi_c} \right) \left(\frac{R_i}{R_o} \right)^{6k} \right\} \left(\frac{R_p/R_o}{\cos\theta} \right)^{6k-1} \right] \\
 & \cos(6k-1)\theta = 0 \quad (39)
 \end{aligned}$$

이 관계식으로부터 식 (36), (37) 및 (38)의 상수 β_k 를 결정할 수 있는 바, R_o/R_p 의 비에 따른 β_k 값을 Table 2에 나타내었다.

3. 투과추출 제반 인자의 영향

튜브측, 셸측 및 실관막 상에서의 물질전달 계수를 각각 k_t , k_s 및 k_M 이라 하고 총괄 물질전달 계수를 K_o 라 하면, 각 상에서의 물 선속(molar flux) 및 총괄 물 선속

(overall molar flux)은 식 (40), (41), (42) 및 (43)과 같이 표현할 수 있다.

$$N_t = k_t(C_i^M - C_i^b) \quad (40)$$

$$N_M = k_M(C_M'' - C_M^i) \quad (41)$$

$$N_s = k_s(C_s^b - C_s^M) \quad (42)$$

$$\begin{aligned}
 N_o &= K_o(C_i^{b*} - C_i^b) \\
 &= (m_1 m_2 C_s^b - C_i^b) \quad (43)
 \end{aligned}$$

단, C_i^{b*} 는 C_s^b 와 평형상태에 있는 튜브측 상의 농도이다.

각 상에서의 벌크(bulk) 농도와 각 계면에서의 농도는 식 (36), (37) 및 (38)로부터 다음과 같이 나타낼 수 있으므로,

$$C_i^b = C_o + \frac{7}{4\pi} C^c \quad (44)$$

$$C_i^M = C_o + \frac{9}{2\pi} C^c \quad (45)$$

$$C_M^i = \frac{1}{m_1} \left(C_o + \frac{9}{2\pi} C^c \right) \quad (46)$$

$$C_M'' = \frac{1}{m_1} \left[C_o + \frac{6}{\pi} \left\{ \frac{3}{4} + \frac{m_1}{\xi_c} \ln \left(\frac{R_o}{R_i} \right) \right\} C^c \right] \quad (47)$$

$$C_s^M = \frac{1}{m_1 m_2} \left[C_o + \frac{6}{\pi} \left\{ \frac{3}{4} + \frac{m_1}{\xi_c} \ln \left(\frac{R_o}{R_i} \right) \right\} C^c \right] \quad (48)$$

$$C_s^b = \frac{1}{m_1 m_2} (C_o + \Phi C^c) \quad (49)$$

$$\text{단, } \Phi = \frac{\int_0^{\pi/6} \int_0^{R_p/\cos\theta} \left(\frac{m_1 m_2 C_s - C_o}{C^c} \right) V_s r dr d\theta}{\int_0^{\pi/6} \int_0^{R_p/\cos\theta} V_s r dr d\theta} \quad (50)$$

이 식들을 이용하면 식 (40)-(43)은 다음과 같이 된다.

$$N_t = k_t \left(\frac{11}{4\pi} C^c \right) \quad (51)$$

$$N_M = k_M \left\{ \frac{6}{\pi \xi_s} \ln \left(\frac{R_o}{R_i} \right) C^c \right\} \quad (52)$$

$$N_s = k_s \left[\frac{1}{m_1 m_2} \left\{ \Phi - \frac{9}{2\pi} - \frac{6m_1}{\pi \xi_s} \ln \left(\frac{R_o}{R_i} \right) \right\} C^c \right] \quad (53)$$

$$N_s = K_o \left\{ \left(\Phi - \frac{7}{4\pi} \right) C^c \right\} \quad (54)$$

또한 실관막 외부 표면에서 반경방향으로의 평균 물선속은 다음과 같고

$$\begin{aligned} N|_{r=R_o} &= D_s \frac{\partial C_s}{\partial r} \Big|_{r=R_o} \\ &= D_s \left(\frac{6}{\pi R_o} \right) \left(\frac{\xi_s}{\xi} \right) C^c \end{aligned} \quad (55)$$

$N|_{r=R_o} = N_t(R_o/R_o) = N_M(R_{im}/R_o) = N_s = N_o$ 이므로 셀층의 확산계수를 기준으로 한 각 상의 Sherwood수는 다음 식과 같게 된다.

$$(Sh_t)_r = \frac{2R_o k_t}{D_s} = \frac{48}{11} \left(\frac{\xi_s}{\xi} \right) \left(\frac{R_i}{R_o} \right) \quad (56)$$

$$(Sh_M)_r = \frac{2R_o k_M}{D_s} = \frac{2\xi_s}{\ln(R_o/R_i)} \left(\frac{R_{im}}{R_o} \right) \quad (57)$$

$$(Sh_s)_r = \frac{2R_o k_s}{D_s} = \frac{24m_1 m_2 \xi_s}{2\pi \xi_s \Phi - 9\xi_s - 12m_1 \ln(R_o/R_i)} \quad (58)$$

$$(Sh_o)_r = \frac{2R_o K_o}{D_s} = \frac{48\xi_s}{\xi_s (4\Phi\pi - 7)} \quad (59)$$

여기서 실관막 내에서의 Sherwood 수, $(Sh_t)_r$ 은 핏치에 대한 직경의 비와는 무관하며 이 때의 상수값 48/11은 A.M.P. Skelland[14]가 단일 튜브로 구성된 계의 완전 발달된 농도 분포 조건하에서 구한 Sherwood수와 일치하고, J.R. Sellar 등[15]이 완전 발달된 온도분포 조건하에서 유도된 Nusselt수와도 일치된다.

이 결과들로부터 투과 추출 제반 인자 즉, 실관막의 성질, 핏치에 대한 실관막 직경의 비, 분배계수, 막 두께, 막의 세공률 및 굴곡률 등에 대한 물질전달 속도 변화를

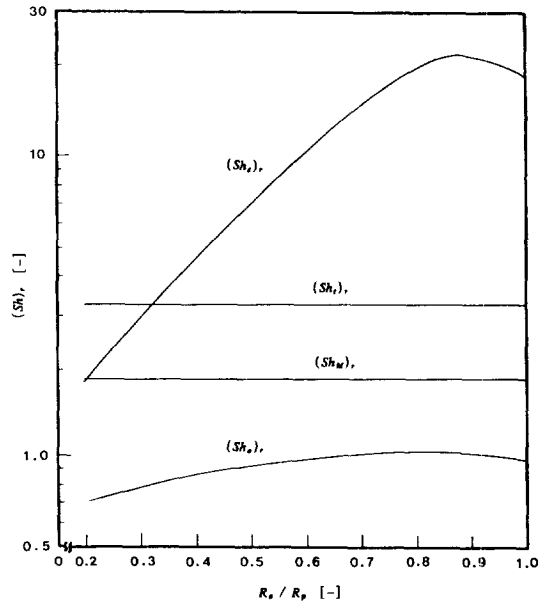


Fig. 3. Sherwood numbers $(Sh_o)_r$, $(Sh_t)_r$, $(Sh_M)_r$ and $(Sh_s)_r$ as functions of diameter to pitch ratio.

($R_o/R_o=0.87$, $\xi_r=0.16$, $\xi_s=0.14$, $m_1=1$ and $m_2=0.794$)

정량적으로 해석 비교할 수 있다.

먼저 핏치에 대한 직경의 비(R_o/R_p) 변화에 따른 각 상에서의 Sherwood수 변화를 살펴보기 위하여 이를 Fig. 3에 나타내었다. 셀층에서의 Sherwood수는 핏치에 대한 직경의 비의 함수로서 R_o/R_p 값이 0.8과 0.9사이에서 최대값을 갖는 것을 알 수 있는 바, 이러한 이유는 실관막 사이의 간격, 즉 핏치가 충분히 큰 영역에서는 R_o/R_p 값이 증가함에 따라 벌크(bulk)로부터 실관막 표면까지의 확산 거리가 감소하여 물질전달속도가 증가하나 R_o/R_p 값이 1에 접근함에 따라 셀층 유체의 정체 현상이 일어나고 실관막의 일부분만이 셀층 유체와 접촉하여 유효 물질전달 면적이 감소하기 때문으로 사료된다.

또한 R_o/R_p 변화에 따른 $(Sh_t)_r$ 의 변화가 $(Sh_o)_r$ 의 변화 보다는 크고, $(Sh_t)_r$ 의 수치가 $(Sh_M)_r$ 보다 큰 것으로 나타나 $(Sh_o)_r$ 에서 $(Sh_s)_r$ 가 차지하는 비중은 작은 것을 알 수 있다. 따라서 $(Sh_o)_r$ 은 R_o/R_p 보다는 실관막 외경에 대한 내경의 비(R_i/R_o)와 유효확산계수비(ξ_s/ξ_r)에 의해 보다 큰 영향을 받는다는 결과를 유추할 수 있고, 이들에 대한 영향을 Fig. 4와 5에 나타내었다. 그림에 나타낸 바와 같이 실관막 외경에 대한 내경의 비가 크거나 유효확산계수비가 클수록 $(Sh_o)_r$ 은 높은 값을 갖고, R_o/R_p 값이 0.8과 0.9사이에서 최대값을 가지며

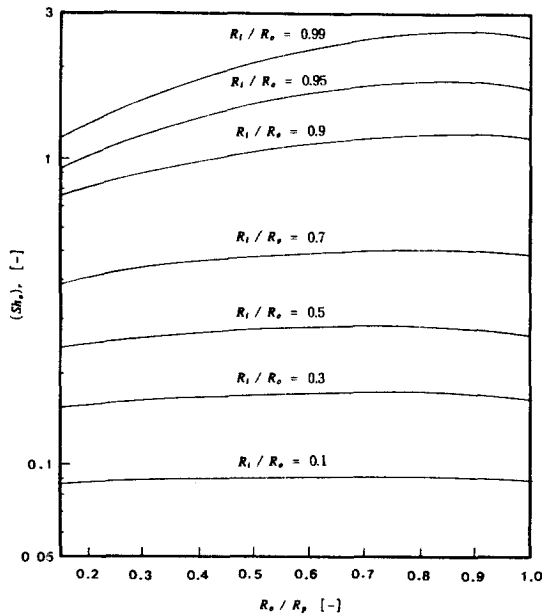


Fig. 4. Overall Sherwood number vs. diameter to pitch ratio for various R_i/R_o . ($\xi_i=0.16$, $\xi_o=0.14$, $m_1=1$ and $m_2=0.794$)

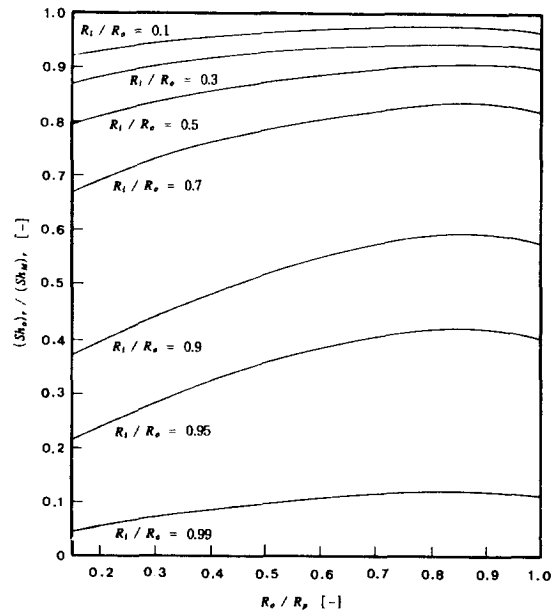


Fig. 6. Fraction of mass transfer resistance in membrane vs. diameter to pitch ratio for various R_i/R_o . ($\xi_i=0.16$, $\xi_o=0.14$, $m_1=1$ and $m_2=0.794$)

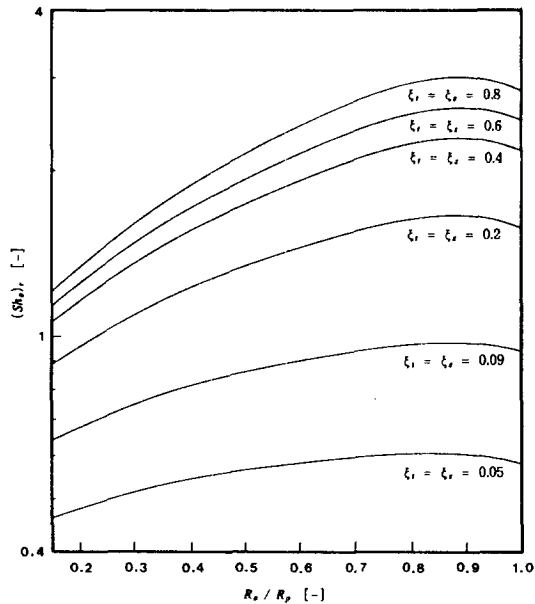


Fig. 5. Overall Sherwood number vs. diameter to pitch ratio for various ξ_i and ξ_o . ($R_i/R_o=0.87$, $m_1=1$ and $m_2=0.794$)

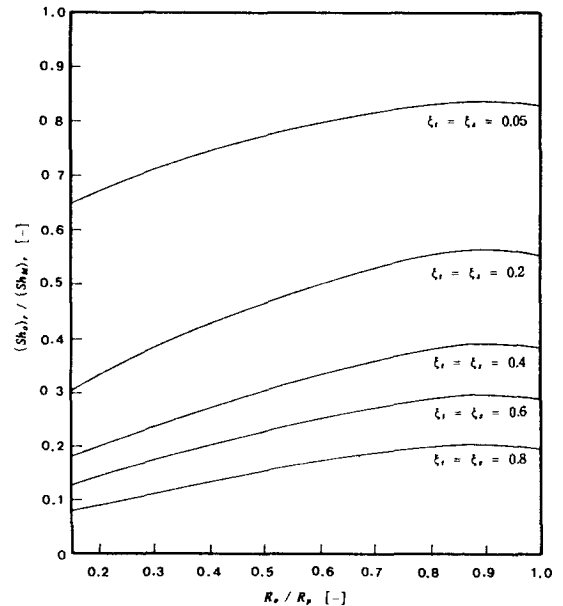


Fig. 7. Fraction of mass transfer resistance in membrane vs. diameter to pitch ratio for various ξ_i and ξ_o . ($R_i/R_o=0.87$, $m_1=1$ and $m_2=0.794$)

이러한 현상은 실관막 외경에 대한 내경의 비 또는 유효 확산계수비가 클수록 현저히 나타남을 알 수 있다.

Fig. 6 및 7에는 실관막에서의 물질전달 저항이 전체 저항 중에서 차지하는 정도를 알아보기 위해서 서로 다른

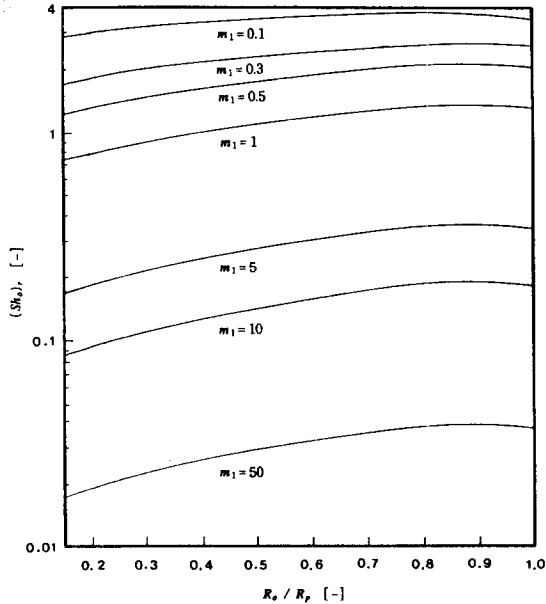


Fig. 8. Overall Sherwood number vs. diameter to pitch ratio for various m_1 .

($m_2 = 1$, $R_i/R_o = 0.87$ and $\xi_r = \xi_s = 0.15$)

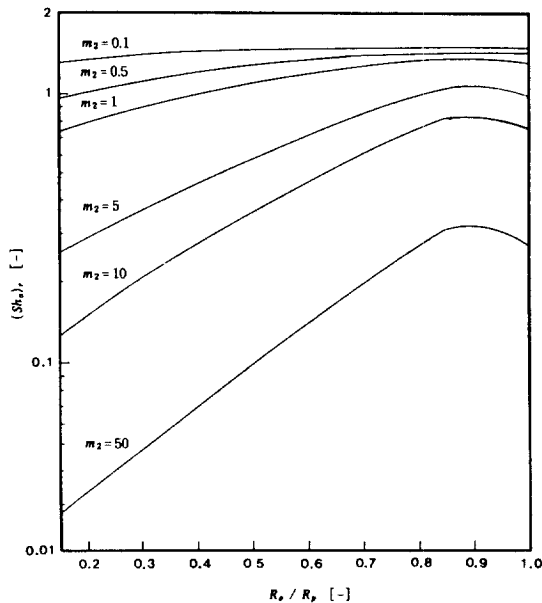


Fig. 9. Overall Sherwood number vs. diameter to pitch ratio for various m_2 .

($m_1 = 1$, $R_i/R_o = 0.87$ and $\xi_r = \xi_s = 0.15$)

실관막 두께와 유효확산계수비에 대해 $(Sh_o)_r/(Sh_M)_r$ 의 값을 나타내었다. 그 결과 실관막의 두께가 작고,

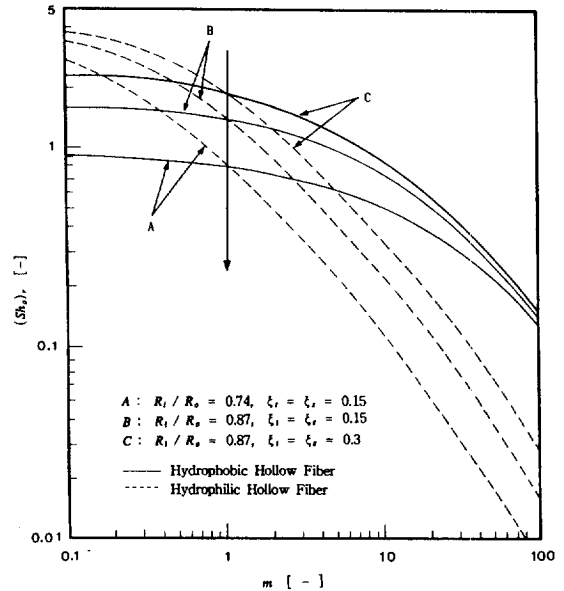


Fig. 10. Overall Sherwood number as function of distribution coefficient for hydrophobic and hydrophilic hollow fiber.

($R_p/R_o = 1.2$)

유효확산계수비가 클수록 실관막에서의 물질전달 저항의 비중은 작아지는 것을 알 수 있으며, 이러한 결과는 서로 다른 두 용질 이상을 분리할 때 매우 중요하다.

Fig. 8 및 9에는 여러 가지 분배계수에 대하여 R_o/R_p 값 변화에 따른 Sherwood수 변화를 나타내었다. Fig. 8은 친수성 실관막을 사용한 경우로서 R_o/R_p 값 변화에 따른 총괄물질전달계수의 변화율은 작은 반면에 Fig. 9와 같이 소수성 실관막을 사용한 경우에는 R_o/R_p 값 변화에 대해서 총괄물질전달계수는 큰 변화를 보이고, 이러한 현상은 분배계수가 클수록 현저하게 나타남을 알 수 있는데 이는 소수성 실관막을 사용했을 경우 유기상과 수용상의 계면이 실관막 외경에서 형성되기 때문으로 사료된다.

한편 막의 성질이 물질전달속도에 미치는 영향을 살펴보기 위하여 분배계수 변화에 따른 Sherwood수 변화를 Fig. 10에 나타내었다. 친수성 및 소수성 막에서의 물질전달속도는 실관막의 두께, 피치, 세공률 및 굴곡률에 관계없이 분배계수가 1인 지점을 경계로 하여, 분배계수가 1보다 작은 계에서는 친수성 막이, 분배계수가 1보다 큰 계에서는 소수성 막이 큰 것으로 나타났다. 이러한 결과는 친수성 평판막 및 소수성 평판막의 물질전달속도를 비교한 Prasad와 Sikar[9, 10]의 실험 결과와 일치한다. 따라서 분배계수가 1보다 큰 계에서는

소수성 막을 사용하고 분배계수가 1보다 작은 계에서는 친수성 막을 사용하는 것이 유리하나, 일반적으로 친수성 막은 소수성 막에 비해 내용매성 및 내산성이 약하므로 분배계수가 1보다 작은 계의 투과추출에서 친수성 막을 이용하기 위해서는 내용매성 및 내산성이 강한 친수성 막의 개발이 필요하다.

4. 결 론

규칙 배열된 실관막을 이용한 투과추출에서의 물질 전달 현상을 이론적으로 해석한 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

(1) 실관막은 규칙적인 삼각배열로 포팅(potting)되어 있고, 각 상은 완전 발달된 속도 및 농도 분포를 갖는다는 가정하에 실관형 막 모듈 내에서의 각 상에 대한 용질의 농도 프로파일은 실관막 외경에 대한 내경의 비(R_o/R_i), 핏치에 대한 실관막 외경의 비(R_o/R_p), 모듈의 튜브측 확산계수에 대한 막상에서의 유효확산계수의 비(ξ), 셀측 확산계수에 대한 유효확산계수의 비(ξ_s) 및 분배계수의 함수로서 나타낼 수 있었다.

(2) 농도 프로파일을 이용한 해석 결과로부터 핏치에 대한 실관막 외경의 비, 분배계수, 실관막의 두께, 세공률 및 굴곡률의 변화에 따른 물질전달속도 변화를 정량적으로 해석할 수 있었으며, 물질전달속도는 분배계수가 1보다 작은 계에서는 친수성 막을 사용한 경우가, 분배계수가 1보다 큰 계에서는 소수성 막을 사용한 경우가 더 빠른 것으로 나타났다.

사용기호

A, B, E, F, G, H : integration constant
 C : concentration of solute species [kmol/m³]
 C_r : reduced concentration [kmol/m³]
 C^{*} : characteristic concentration defined by Eq. (18) [kmol/m³]
 C_{Mⁱ} : concentration in membrane at membrane-tube side phase interface [kmol/m³]
 C_{M^o} : concentration in membrane at membrane-shell side phase interface [kmol/m³]
 C_{s,r} : reduced shell side concentration defined by Eq. (24) [kmol/m³]
 C_{t,r} : reduced tube side concentration defined by Eq. (23) [kmol/m³]
 C_{t^{*}} : bulk concentration of solute species in equilibrium with C_{s^b} [kmol/m³]
 D_{eff} : effective diffusion coefficient [m²/s]
 k : individual mass transfer coefficient [m/s]

K_o : overall mass transfer coefficient [m/s]
 m₁ : solute distribution coefficient between tube side and membrane phases
 m₂ : solute distribution coefficient between shell side and membrane phases
 P : static pressure [Pa]
 q : volumetric flow rate through typical element [m³/s]
 r : radial coordinate measured from the center of hollow fiber [m]
 R_p : half spacing between the center of hollow fiber [m]
 (Sh_t)_r : relative Sherwood number in tube side defined by Eq. (56)
 (Sh_M)_r : relative Sherwood number in membrane phase defined by Eq. (57)
 (Sh_s)_r : relative Sherwood number in shell side defined by Eq. (58)
 (Sh_o)_r : relative Sherwood number defined by Eq. (59)
 V_r : reduced velocity defined by Eq. (4) [m/s]
 z : axial coordinate [m]

그리스 문자

α_r : constant defined by Eq. (9)
 β_i : constant defined by Eq. (39)
 Δ_r : constant defined by Eq. (9)
 ξ_r : effective diffusivity ratio, D_{M,eff}/D_t
 ξ_s : effective diffusivity ratio, D_{M,eff}/D_s
 θ : angular coordinate
 ρ : fluid density [kg/m³]
 φ_p : pressure drop flow parameter
 φ : pressure drop flow parameter, φ = φ_p(D_t/D_s)
 Φ : function of R_r, R_o, R_p, ξ_r and ξ_s defined by Eq. (50)
 μ : fluid viscosity [kg/m/s]

상첨자

b : bulk
 * : dimensionless

하첨자

i : inside of hollow fiber
 o : outside of hollow fiber
 s : shell side in hollow fiber module
 t : tube side in hollow fiber module
 M : membrane

참고문헌

1. Lo, T. C., Baird, M. H. I. and Hanson, C.: "Handbook of Solvent Extraction", John Wiley & Sons, Inc., NY(1983).
2. Schweitzer, P. A.: "Handbook of Separation Techniques for Chemical Engineers", McGraw-Hill, NY (1973).
3. Matsumura, M. and Märkl, H.: *Biotechnol. Bioeng.*, **28**, 534(1986).
4. Lee, L. T. C., Ho, W. S. and Liu, K. J.: U.S. Patent No. 3, 956, 112(1976).
5. Kim, B. M.: *J. Memb. Sci.*, **21**, 5(1984).
6. Kiani, A., Bhavé, R. R. and Sikar, K. K.: *J. Memb. Sci.*, **20**, 125(1984).
7. Kiani, A., Bhavé, R. R. and Sikar, K. K.: *J. Memb. Sci.*, **26**, 79(1986).
8. Yang, M. C. and Cussler, E. L.: *AIChE J.*, **32**(8), 1910(1986).
9. Prasad, R. and Sikar, K. K.: *Sep. Sci. Tech.*, **22**(2), 619(1987).
10. Prasad, R. and Sikar, K. K.: *AIChE J.*, **34**(2), 177 (1988).
11. Dahuron, L. and Cussler, E. L.: *AIChE J.*, **34**(1), 130(1988).
12. Sparrow, E. M. and Loeffler, A. L.: *AIChE J.*, **5**(3), 325(1959).
13. Noda, I. and Gryte, C. C.: *AIChE J.*, **25**(1), 113 (1979).
14. Skelland, A. H. P.: "Diffusional Mass Transfer", John Wiley & Sons, Inc., NY(1974).
15. Sellars, J. R., Tribas, M. and Klein, J. S.: *Trans ASME*, **78**, 441(1956).