

## 옷걸이 모양 다이 내의 비뉴튼 유체 흐름에 대한 2차원 모델과 3차원 모델의 비교

나수연 · 김도현<sup>†</sup>

한국과학기술원 화학공학과  
(1994년 8월 22일 접수, 1995년 2월 3일 채택)

### Comparison of 2-Dimensional Model with 3-Dimensional Model of Non-Newtonian Fluid Flow in a Coat-Hanger Die

Su Yeon Na and Do Hyun Kim<sup>†</sup>

Department of Chemical Engineering, Korea Advanced Institute of Science and Technology,  
373-1 Kusong-dong, Yusong-gu, Taejeon 305-701

(Received 22 August 1994; accepted 3 February 1995)

#### 요 약

옷걸이 모양 다이 내의 비뉴튼 유체의 흐름 해석을 위한 2차원 및 3차원 모델을 세우고 이들에 대하여 유한 요소법을 사용한 컴퓨터 코드를 작성하여 2차원 모델과 3차원 모델을 비교하였다. 1차원적 흐름 모델에 따라 유도된 설계식을 이용하여 옷걸이 모양 다이를 구성하였고 이 다이에 대하여 2차원 및 3차원 모사를 수행하였다. 두 모델로부터 얻은 유량 분포, 압력 분포, 흐름선(streamlines), 경로선(pathlines), 압력 손실량 등을 비교하여 3차원 모사 결과를 기준으로 했을 때 2차원 모사의 문제점을 지적하였다. 2차원 모사는 매니폴드와 다이의 가장자리에서 흐름을 적절히 해석하지 못하였으며 유량 분포와 압력 손실량에 있어서 3차원 모사와 큰 차이를 나타내었다.

**Abstract**—Flow of non-Newtonian fluid following power-law model in coat-hanger die has been studied through 2-dimensional and 3-dimensional model. Finite element codes for numerical simulation were developed for each model. The mathematical model of coat-hanger die was constructed according to the analytic design equation based on one-dimensional flow model. Both 2-dimensional and 3-dimensional simulation were executed for the same model die. The flow rate distributions, pressure distributions, streamlines, and pathlines were calculated for comparison between two models. The validity of the two-dimensional analysis was investigated based on the three-dimensional analysis. The two-dimensional model was found to be inadequate in regions of the manifold and the die side wall. There was a significant difference in the flow rate distribution and the total pressure drop between two models.

#### 1. 서 론

고분자 가공 공정에서 평판이나 필름을 제조하기 위해 널리 쓰이는 옷걸이 모양 다이에서 생산물의 기하

학적 및 물성적 품질은 다이 출구에서의 유체 흐름의 균일성에 크게 의존한다. 따라서 유체 흐름을 균일하게 하기 위한 옷걸이 모양 다이의 최적 설계는 주요 연구 과제가 되어 왔다.

최적의 평판 다이를 얻기 위한 연구는 직선의 매니폴드(manifold)를 가지는 T-다이를 통해서 시작되었는데 T-다이에 대한 연구 결과들은 T-다이가 넓은 평판이나 정밀한 필름의 생산에 충분한 정도의 균일한 흐름을 제공할 수 없음을 보였다[1-5]. 따라서 다양한 형태와 일정하지 않은 단면의 매니폴드를 가지는 더 복잡한 옷걸이 모양 다이(coat-hanger die)가 제안되어 옷걸이 모양 다이에 대한 연구는 그 후 여러 사람들에 의해 진행되었다[6-14]. 위에서 언급한 T-다리와 옷걸이 모양 다이의 설계에 대한 대부분의 연구들은 해석적인 방법들로서 매니폴드와 슬롯(slot)에서의 흐름들이 각각 1차원적으로 완전히 발달된 흐름이고 서로 상호작용이 없다는 가정을 사용하였다. 그리고 대부분의 연구에서 고분자 유체는 점성 법칙을 따른다고 가정하였다. 이와 같은 해석적인 해법은 간단한 식으로 주어지는 설계식을 유도할 수 있고 해석적인 유도가 가능하다는 장점이 있지만 다이 내의 흐름에 대하여 너무 제한적인 가정을 하였고 다이 내의 흐름장에 대한 정보를 제공하지 못한다는 단점이 있다. 다이 내의 흐름에 대한 자세하고 정확한 해석을 위해서는 수치적인 해법이 필요하게 되었다.

수치적 해법은 대부분 2차원 흐름 모델과 미끄럼 가정에 기초하여 이루어졌다. 먼저 개발된 방법은 FAN(Flow Analysis Network)법으로 불리는 것으로 뉴턴 유체에 대한 압력 기울기와 유량 사이의 관계식을 이용하여 유한 차분법의 요소 사이에 거시적인 유량 연속식을 세워 각 요소의 가운데 점에서의 압력들에 대한 선형 방정식을 유도하는 것이다[15, 16]. 2차원 흐름에 운할 가정을 적용하여 점성 법칙 유체에 대한 유량식과 연속 방정식으로부터 압력에 대한 비선형 방정식을 유도한 후 유한차분법을 적용하여 비선형 방정식들을 직접 푸는 방법도 제시되었다[17]. FAN 법을 적용한 것과 유한 차분법을 직접 적용한 것을 비교하기 위하여 옷걸이 모양 다이에 대하여 운동량 방정식과 에너지 방정식을 두 방법으로 풀 결과 두 방법이 유체 역학적인 면뿐 아니라 열전달 면에서도 상당히 유사한 결과를 제시하는 것으로 나타났다[18]. 흐름장에 전기적 저항의 개념을 도입한 해석법[19] 그리고 경계 적분법을 이용한 해석법[20]도 제안되었다. 2차원적 해석은 계산량이 많지 않고 적용이 쉽기 때문에 지금까지 옷걸이 모양 다이의 수치 해석에 주로 쓰여 왔다. 그러나 옷걸이 모양 다이의 입구와 매니폴드의 형태가 2차원 흐름 모델의 적용에 부적절하고 특히 다이의 가장자리에서 안 미끄러짐 조건(no-slip condition)을 고려하지 못하기 때문에 벽 근처에서의 흐름을 적절히 해석할 수 없다. 옷걸이 모양 다이의 가장 중요한 역할인 유체의 분배가 매니

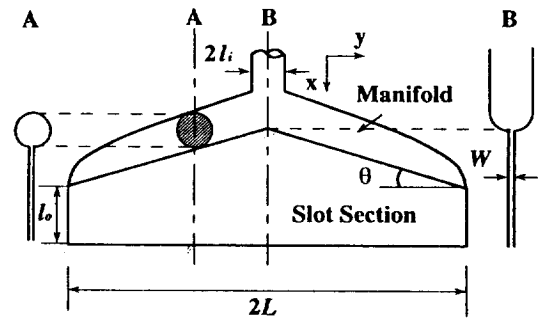


Fig. 1. Geometry of linearly tapered coat-hanger die.

폴드에서 이루어지기 때문에 2차원적 해석의 결과가 실제 다이의 성능을 제대로 나타내지 못하는 것으로 나타났다. 옷걸이 모양 다이 내의 흐름은 정확한 해석을 위해서는 3차원적인 흐름으로 다루어져야 한다. 최근에 3차원적 유한 요소법을 옷걸이 모양 다이[21, 22]와 물고기 꼬리 모양 다이(fish-tail die)[23]에 적용한 연구가 발표되었다.

본 연구에서는 지금까지 널리 사용되어온 2차원적 수치 해법의 타당성을 조사하기 위하여 다이 내의 흐름에 대한 정확한 해석을 위한 3차원 모델을 유도하고 3차원 유한요소법을 적용하여 수치 모사를 행하였다. 수치 모사의 대상으로 쓰일 다이는 Liu 등[13]에 의해 유도된 설계식을 이용하였으며 2차원 해석은 Vergnes 등[17]의 해석법을 따랐다. 주어진 다이에 대하여 2차원 및 3차원 모사를 수행하여 유량 분포, 압력 분포, 흐름선(streamlines), 경로선(pathlines), 압력 손실량 등을 비교하였으며 3차원 모사를 기준으로 2차원 모사의 문제점을 조사하였다.

## 2. 수학적 수식화

### 2-1. 다이 설계

이 연구에서 수치 모사의 대상으로 쓰일 다이는 Liu 등[13]에 의해 유도된 설계식을 사용하였다. 그들은 다이의 출구에서 옆방향으로 균일한 유량 분포를 얻기 위한 다양한 단면을 가지는 선형 옷걸이 모양 다이에 대한 설계식을 유도하였다. 원형 단면의 매니폴드를 가지는 선형 옷걸이 모양 다이를 Fig. 1에 도시하였다. 고분자 유체는 점성 법칙을 따른다고 가정하였고 고분자 유체 흐름은 등온, 비압축성, 층류 흐름으로 가정하였다. 매니폴드와 슬롯에서의 흐름들이 각각 1차원적으로 완전히 발달된 흐름들이고 서로 상호작용이 없다고 가정하였는데 이 가정은 대부분의 옷걸이 모양 다이의 설계식에 대한 연구에서 이론적 수식화를 가능하게 하기

위하여 적용되는 가장 중요한 가정이다. 그들은 원형이 아닌 매니폴드에 대하여 적용할 수 있는 설계식을 유도하였는데 실제 산업현장에서 사용되는 옷걸이 모양 다이의 매니폴드는 원형이 아니기 때문에 그들의 설계식이 유용하고 따라서 본 연구에서 그들의 설계식을 사용하였다. 매니폴드와 슬롯에서 압력차와 유량사이의 관계식과 매니폴드에서의 물질 수지식을 이용하여 다음과 같은 매니폴드에 대한 설계식을 유도하였다.

$$h = h_0 \left(1 - \frac{y}{L}\right)^{n/(3n+1)} \quad (1)$$

$$h_0 = \left(\frac{LW^{2+1/n}}{\lambda N}\right)^{n/(3n+1)} (\csc\theta)^{1/(3n+1)} \quad (2)$$

여기서  $N$ 은 다음과 같이 역수의 함수이다.

$$N = 2^{1-1/n} \left(2 + \frac{1}{n}\right) \quad (3)$$

식 (1), (2)에서  $h$ 는 매니폴드의 특성 길이로서 매니폴드 단면적의 제곱근이며  $h_0$ 는 다이 입구에서의  $h$ 값이다. 형태변수  $\lambda$ 는 유체의 역수와 매니폴드의 단면 모양의 함수로 매니폴드에서 유량과 압력차 사이의 관계식으로부터 다음과 같이 표현된다[24].

$$\lambda(n) = \left[ a^{1/n} \left( \frac{b}{n} + c \right) \right]^{-1} \quad (4)$$

윗식에 나타나는 상수들은 매니폴드의 단면 모양에 따라 결정되는 데 본 연구에서 사용된 정삼각형 단면에 대한 상수들의 값은 다음과 같다.  $a=4.38$ ,  $b=1.04$ ,  $c=6.88$ . 설계식에 나타나는 그외의 설계 변수들은 다이 전체 너비의 반인  $L$ , 슬롯의 두께인  $W$ , 매니폴드의 각도인  $\theta$ , 그리고 유체의 역수인  $n$ 이다. 식 (1)과 (2)로부터 매니폴드와 슬롯의 흐름이 각각 1차원적 흐름이라는 가정하에 균일한 유량분포를 제공할 수 있는 옷걸이 모양 다이를 설계할 수 있다. 그러나 실제 매니폴드와 슬롯에서의 흐름이 1차원 흐름이 아니므로 이 설계식은 직접 적용할 수 없고 균일한 유량분포를 제공하는 최적 조건을 찾아야 한다.

## 2-2. 2차원 모델

2차원 모델은 Vergnes 등[17]의 해석법을 따른다. 2차원 모델식을 유도하기 위하여 고분자 유체에 대하여 등온, 비압축성, 미동 흐름, 그리고 역수 법칙 유체로 가정한다. Fig. 2에 도시된 평판 사이의 흐름에서  $z$ -방향을 두께 방향이라고 하면 역수 법칙유체에 대한 연속 방정식과 운동 방정식은 다음과 같다.

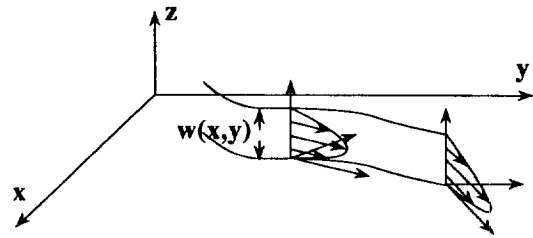


Fig. 2. Local velocity profile in the flow field.

$$\frac{\partial p}{\partial x} = K \frac{\partial}{\partial z} \left[ \left\{ \left( \frac{\partial u_x}{\partial z} \right)^2 + \left( \frac{\partial u_y}{\partial z} \right)^2 \right\}^{(n-1)/2} \frac{\partial u_x}{\partial z} \right] \quad (5)$$

$$\frac{\partial p}{\partial y} = K \frac{\partial}{\partial z} \left[ \left\{ \left( \frac{\partial u_x}{\partial z} \right)^2 + \left( \frac{\partial u_y}{\partial z} \right)^2 \right\}^{(n-1)/2} \frac{\partial u_y}{\partial z} \right] \quad (6)$$

$$\frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} = 0 \quad (7)$$

이 문제를 직접 푸는 데는 식 (5)와 (7)이 상호 의존적이기 때문에 어려움이 많으나 윤환 가정을 한다면 평판 사이의 흐름이 국부적으로 완전히 발달된 흐름이라고 볼 수 있고 속도 분포가 Fig. 2에 도시된 것과 같이 두께 방향 즉  $z$ -축에 평행한 하나의 평판 위에 포함되어 있다고 할 수 있으므로 평균 속도 벡터를 정의할 수 있다. 균일한 두께의 평판 사이를 흐르는 역수법칙 유체에 대한 유량과 압력 기울기 사이의 관계식으로부터 다음과 같은 유량 벡터  $\mathbf{q}$ 를 얻을 수 있다.

$$\mathbf{q} = -\frac{2n}{2n+1} \left( \frac{1}{K} \right)^{1/n} \left[ \frac{w(x, y)}{2} \right]^{(2n+1)/n} |\nabla p|^{(1-n)/n} \nabla p \quad (8)$$

여기서  $w(x, y)$ 는  $(x, y)$  지점에서 평판 사이의 간격이다. 위의 유량 벡터  $\mathbf{q}$ 를  $x$ - $y$  평면 상에 투영하면 각 점에서  $x$ 와  $y$ 방향으로의 유량에 대한 식을 다음과 같이 얻을 수 있고

$$\begin{aligned} q_x(x, y) &= -\frac{2n}{2n+1} \left( \frac{1}{K} \right)^{1/n} \left[ \frac{w(x, y)}{2} \right]^{(2n+1)/n} \\ &\quad \left[ \left( \frac{\partial p}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial p}{\partial y} \right)^2 \right]^{(1-n)/2n} \frac{\partial p}{\partial x} \\ q_y(x, y) &= -\frac{2n}{2n+1} \left( \frac{1}{K} \right)^{1/n} \left[ \frac{w(x, y)}{2} \right]^{(2n+1)/n} \\ &\quad \left[ \left( \frac{\partial p}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial p}{\partial y} \right)^2 \right]^{(1-n)/2n} \frac{\partial p}{\partial y} \end{aligned} \quad (9)$$

연속 방정식 식 (7)을 두께 방향으로 적분하면 다음 식이 된다.

$$\frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y} = 0 \quad (10)$$

식 (9)를 식 (10)에 대입하여 모델에 필요한 미분방정식을 구하고 경계 조건을 다음과 같이 정의하여 2차원 모델을 완성한다. 즉, 다이의 입구에서는 2차원적으로 완전히 발달된 흐름이라고 가정하고 유입되는 전체 유량의 값을 준다. 다이의 출구에서 압력은 기준값 0으로 균일한 값을 가지며 다이의 벽과 중심의 대칭선에서 수직 방향으로 흐름이 없다고 가정한다.

이 경계 조건들에는 다이의 가장자리 벽면에서의 안미끄러짐 조건이 포함되지 않았는데 이는 미끄럼 가정을 적용하여 국소적으로 완전히 발달된 흐름으로 가정하였기 때문이다. 따라서 2차원 모델은 다이의 가장자리 부근에서의 흐름을 잘 설명해 주지 못하리라고 예상할 수 있다.

### 2-3. 3차원 모델

고분자 유체에 대하여 비압축성, 미동, 등온 흐름, 그리고 역수 법칙 유체로 가정한다. 이와같은 가정 아래 연속 방정식, 운동량 방정식, 그리고 구성 방정식을 식 (11)-(14)와 같이 쓸 수 있다.

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (11)$$

$$\nabla \cdot \boldsymbol{\sigma} = 0 \quad (12)$$

$$\boldsymbol{\sigma} = -p\mathbf{I} + \mu(\nabla \mathbf{u} + \nabla \mathbf{u}^T) \quad (13)$$

$$\mu = K\dot{\gamma}^{n-1} \quad (14)$$

이 식들에 적용되는 경계 조건은 다음과 같다. 다이의 입구에서 축 방향으로의 속도 성분 만이 존재하고 완전히 발달된 흐름의 속도 분포를 가지며 전체 유량은 미리 주어진다. 다이의 벽에서 안미끄러짐 조건이 적용되며( $\mathbf{u}=0$ ) 대칭면에서 수직 방향으로의 속도 성분과 응력 벡터가 0이다( $\mathbf{n} \cdot \boldsymbol{\sigma} = \mathbf{n} \cdot \mathbf{u} = 0$ ). 다이 출구에서 출구면에 수직 방향으로의 응력 벡터의 수직 방향 성분이 0이며 압력의 기준 값으로 출구에서의 압력을 0으로 한다( $\mathbf{n} \cdot (\mathbf{n} \cdot \boldsymbol{\sigma}) = p = 0$ ).

### 2-4. 유한 요소법

앞에서 유도한 2차원 모델과 3차원 모델의 지배식에 2차원 유한요소 혹은 3차원 유한요소를 사용한 유한요소법을 적용하였는데 상세한 적용 과정은 유한 요소법에 대한 일반적인 방법을 사용하였다[25].

2차원 모델의 수치 해법에서 2차원 영역을 2차원 Lagrange 유한 요소(two-dimensional Lagrangian finite element)를 사용하여 미소 요소로 분할하였다. 2차원

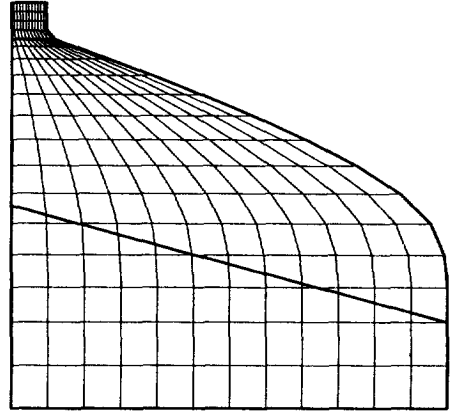


Fig. 3. 2-Dimensional finite element mesh.

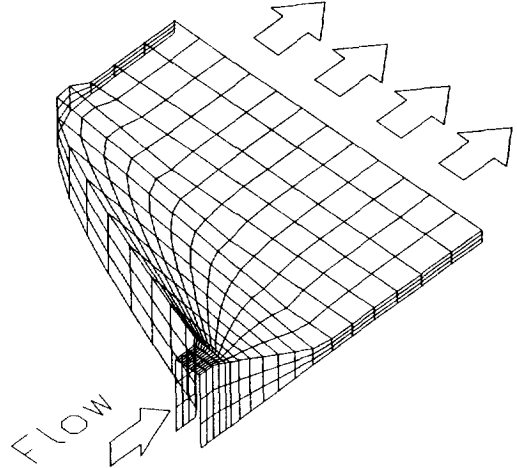


Fig. 4. Bird's-eye view of 3-dimensional finite element mesh.

모델의 미지수는 압력이므로 압력에 대한 기초 함수(basis function)로 복2차 기초 함수(biquadratic basis function)를 사용하였다. 전체 유한 요소의 개수는 216개이고 2차원 수치모사 영역을 Fig.3에 도시하였다.

3차원 모델의 수치 해법에서는 3차원 영역을 3차원 Lagrange 유한 요소(three-dimensional Lagrangian finite element)를 사용하여 미소 요소로 분할하였다. 전체 유한 요소의 개수는 648개이고 3차원 수치 모사 영역을 Fig.4에 도시하였다. 유체 모사에서 연속 방정식과 운동량 방정식에 유한 요소법을 적용하는 방법으로 속도와 압력에 대한 기초 함수로 각각 3중 2차 기초 함수(triquadratic basis function)와 불연속 구간별 선형 기초 함수(discontinuous piecewise linear basis function)를 사용하는 혼성 수식화(mixed formulation)방

법을 적용하였다.

유한 요소법의 여러 가지 가중잔류법 중 기초함수와 가중함수가 동일한 Galerkin 법을 적용하였다. 각 모델식에 유한 요소법을 적용하면 잔류식이 비뉴턴 유체에 대하여 비선형이 되기 때문에 비선형 방정식들의 해를 구하기 위하여 Newton-Raphson 법을 적용하였다. 미지수의 해를 구하기 위하여 Newton-Raphson 법에 의하여 산출되는 선형 방정식을 풀어야 하며 선형 방정식은 유한 요소법을 위해 개발된 frontal 연산 논리[26]를 적용하였다. 유체의 역수가 1보다 작은 경우의 해를 구하기 위하여 역수가 1인 뉴턴 유체에 대하여 해를 구한 후 유체의 역수를 줄여 나가는 해석적 연속법(analytic continuation)을 적용하였다. 2차원 및 3차원 유한 요소법의 컴퓨터 코드는 각각 평판사이를 1차원적으로 흐르는 역수 법칙 유체와 사각형 관 내를 흐르는 뉴턴 유체 흐름에 적용하여 해석적 해와 비교함으로써 검증하였다.

### 3. 결과 및 고찰

동일한 다이에 대하여 2차원 모사와 3차원 모사를 수행하여 두 결과를 비교하였다. 매니폴드의 단면은 정삼각형으로 하였으며 수치 모사의 대상으로 Fig. 1에 주어진 매니폴드와 슬롯의 경계가 직선인 옷걸이 모양 다이에 대한 설계 변수로  $n_d=0.5$ ,  $\theta=15^\circ$ ,  $W=4$  cm,  $l_s=4$  cm,  $L=50$  cm,  $l_o=10$  cm를 사용하였다. 설계식에 쓰이는 역수와 유체의 물성으로 쓰이는 역수를 구분하기 위하여 각각  $n_d$ 와  $n_{fluid}$ 로 표기하였다.

3차원 모사와 2차원 모사로부터 계산한 유체 물성 즉 역수법칙의 역수 변화에 따른 유량 분포의 변화를 Fig. 5에 도시하였다. Fig. 5(a), (b)를 비교함으로써 3차원 모사에 기준한 2차원 모사의 문제점을 세 가지 지적할 수 있다. 첫째 같은 다이에 대하여 2차원 모사는 3차원 모사로부터 얻은 유량 분포에 비하여 전체적으로 가장자리로 유량 분포가 매우 심하게 몰리는 것을 알 수 있다. 둘째 유체 물성 변화에 따른 유량 분포의 변화가 서로 반대되는 경향을 보이고 있다. Fig. 5(a)에서는 유체의 역수가 작아질수록 유체가 가운데로 몰리지만 Fig. 5(b)에서는 유체의 역수가 작아질수록 유체가 가장자리로 몰리는 것을 볼 수 있다. 유체의 역수에 따라 유량분포가 변하는 것은 유체의 점도가 변하여 매니폴드와 슬롯에서의 압력 감소비가 변하고 두 흐름사이의 상호작용의 정도가 영향을 받기 때문일 것이다. 따라서 2차원 모사는 3차원 모사에 비교하여 옷걸이 모양 다이 내의 역수 법칙 유체의 유변학적 현상을 적절히 설명하지 못한다는 사실을 말해준다. 셋째 Fig. 5(a)와 (b)

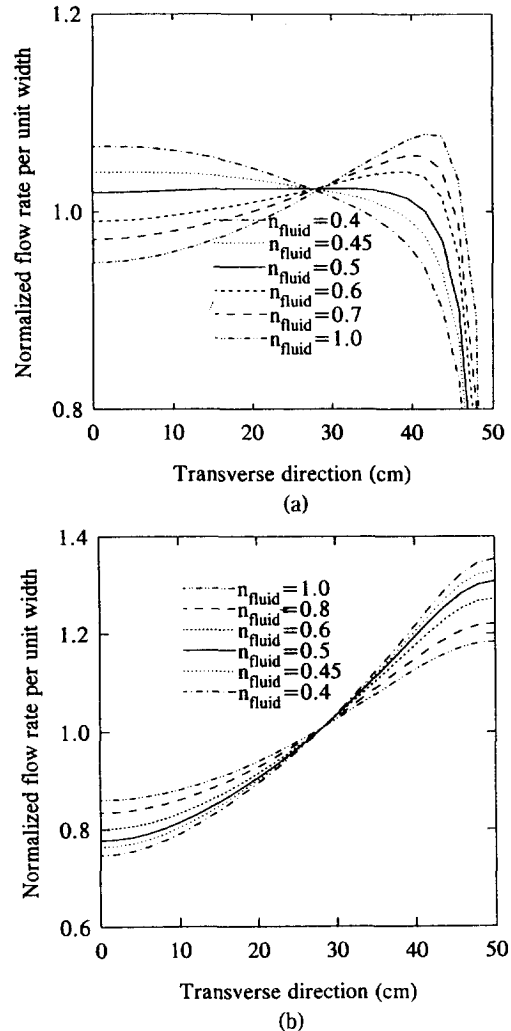


Fig. 5. Effect of  $n_{fluid}$  on the flow rate distribution with  $n_d=0.5$ ,  $\theta=15^\circ$ , and  $W=4$  cm. (a) 3-D simulation, (b) 2-D simulation.

에서 다이의 벽 근처에서의 유량 분포가 매우 다르게 나타나는 것을 알 수 있다. 이는 앞에서 언급하였듯이 2차원 모델은 다이의 가장자리 벽면에서의 안 미끄러짐 조건을 만족시키지 못하기 때문이다. 따라서 2차원 모사에서 얻은 유량 분포는 다이 벽에서 가장 큰 값을 가지는 것과 같이 실제로 일어날 수 없는 현상을 보이고 있다. 이러한 2차원 모델에 내재한 한계점 때문에 슬롯 부분에서의 유량 분포가 비현실적으로 나타날 뿐 아니라 유체의 분배에 가장 중요한 역할을 하는 매니폴드부분에서의 흐름을 적절히 설명하지 못하여 전체적인 유량 분포가 실제상황과 더 가깝다고 볼 수 있는 3차원 모

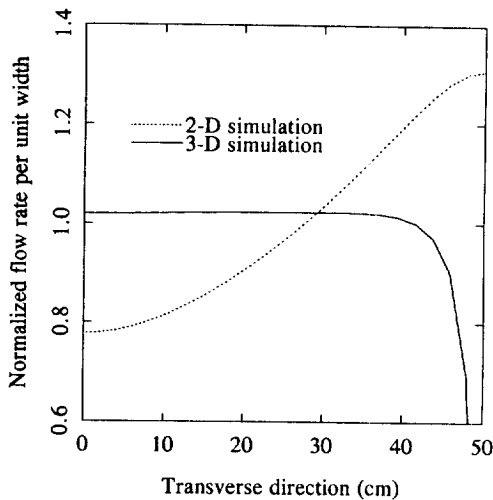


Fig. 6. Flow rate distributions from 3-D and 2-D simulation with  $n_d=0.5$ ,  $\theta=15^\circ$ , and  $W=4$  cm.

사와 큰 차이를 보이리라 추정된다.

3차원 모사와 2차원 모사로부터 얻은 결과를 Fig. 6에 같이 도시하였다. Fig. 6에 도시된 유량 분포는 설계식에서 가정된 역수  $n_d$ 와 가공되는 유체가 같은 역수  $n_{fluid}=0.5$ 를 가지는 경우에 대하여 얻은 결과이다. 이를 보면 3차원 모사는 1차원 설계에서 목적으로 한 균일한 유량분포를 가장자리들을 제외한 상당히 넓은 부분에서 보이고 있으나 2차원 모사로부터 얻은 결과는 큰 차이를 나타내고 있다.

3차원 모사와 2차원 모사로부터 얻은 압력 분포를  $n_{fluid}=0.5$ 일 때 Fig. 7에 도시하였다. 3차원 모사로부터 얻은 압력 분포에서 슬롯부분의 등압선이 직선임을 Fig. 7(a)에서 알 수 있으며 이는 앞에서 도시한 유량 분포의 균일성과 부합한다고 할 수 있다. 1차원 설계식의 유도 과정에서 슬롯에서의 등압선이 직선이라는 가정이 포함되었기 때문에 3차원 모사는 1차원 설계의 예측과 일치한다고 할 수 있으나 Fig. 7(b)를 보면 2차원 모사로부터 얻은 압력 분포는 3차원 모사로부터 얻은 것과 큰 차이를 보여 슬롯 부분에서의 등압선이 가장자리로 기울어져 있는 것을 관찰할 수 있다. 이는 앞에서 도시한 가장 자리로 물리는 유량 분포의 형태와 일관되며 균일한 유량 분포의 설계 목적에 맞지 않는 것을 보이고 있다. Fig. 7(a), (b)에서 등압선 사이의 압력차는 같은 데 슬롯 부분에서 등압선 사이의 거리가 Fig. 7(a), (b)에서 비슷하게 나타나는 것은 슬롯 부분에서는 2차원 모델이 어느 정도 타당함을 나타낸다. 그러나 매니폴드 부분에서의 등압선을 비교하면 등압선의 간격과 등압선의 모양이 크게 다름을 알 수 있다. 이에 따라 전체

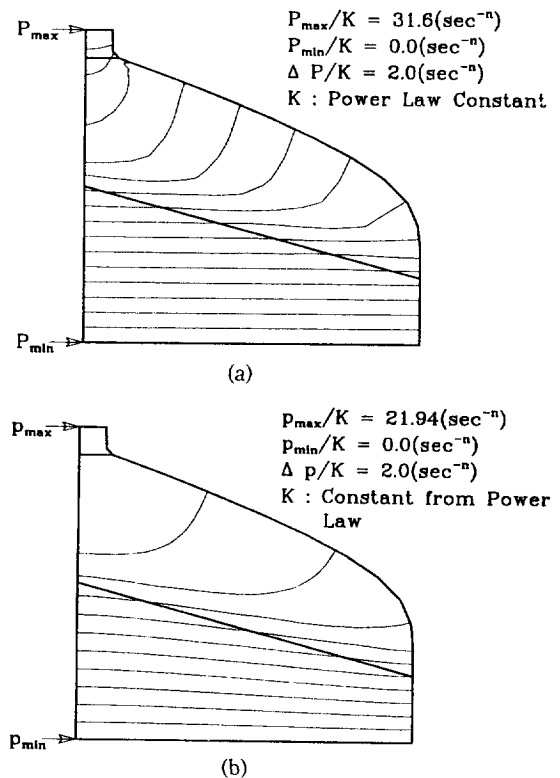


Fig. 7. Pressure contours for  $n_d=0.5$ ,  $\theta=15^\circ$ , and  $W=4$  cm. (a) 3-D simulation, (b) 2-D simulation.

압력 손실량이 차이를 보이고 흐름의 형태도 다를 것으로 예상할 수 있다. 위의 결과로부터 옷걸이 모양 다이에서 가장 중요한 역할을 수행하는 매니폴드에 대한 2차원적 해석은 부적절함을 알 수 있다.

다이 내 흐름의 형태에 대한 비교를 위하여 3차원 모사로부터 구한 대칭면에서의 경로선(pathline)과 2차원 모사로부터 구한 흐름선(streamline)을 Fig. 8에 각각 도시하였다. 이들은 역수가 설계식에 사용된 것과 같은 값을 갖는  $n_{fluid}=0.5$ 인 유체에 대하여 얻은 결과들이다. 경로선과 흐름선이 물리적으로 일치하는 것은 아니지만 Fig. 8(a), (b)를 비교함으로써 흐름의 형태에 대한 해석이 어느정도 가능하다. 이들로부터 2차원 모사로부터 얻은 흐름선이 3차원 모사로부터 얻은 경로선에 비하여 다이 벽에 대단히 근접해 있음을 알 수 있다. 2차원 모사에서 다이 벽에 대단히 근접한 흐름선이 나타나는 것은 2차원 모델에서 다이 가장자리 벽에서의 안 미끄러짐 조건을 고려하지 못하기 때문으로 생각된다. 특히 매니폴드 부분에서 흐름선이 다이의 벽에 상당히 밀리는 것을 알 수 있으며 이는 또한 2차원 모사가 매니폴드에서의 흐름을 적절히 설명할 수 없음을 보여준다.

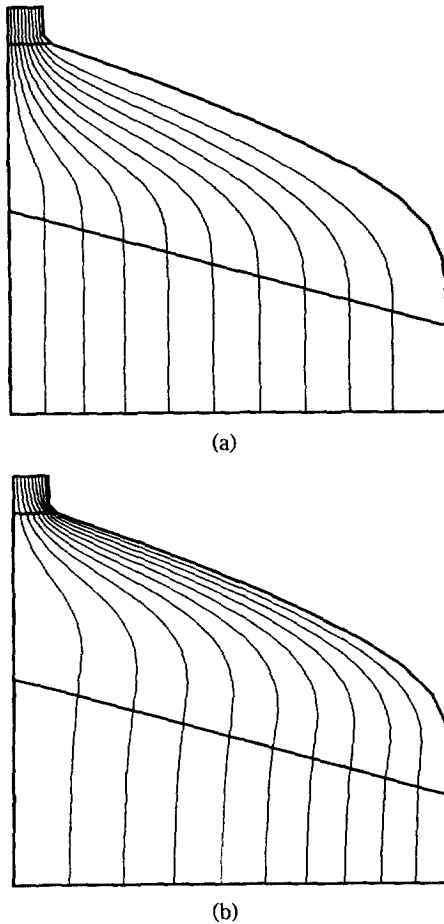


Fig. 8. Flow field for  $n_d = 0.5$ ,  $\theta = 15^\circ$ , and  $W = 4$  cm. (a) pathlines on the x-y symmetric plane from 3-D simulation, (b) streamlines from 2-D simulation.

3차원 모사와 2차원 모사로부터 얻은 유체 물성 변화에 따른 전체 압력 손실량의 변화를 Fig. 9에 함께 도시하였다. 2차원 모사는 다이 입구와 다양체 부분에서의 유체 흐름을 해석하는 데 적절하지 않고 따라서 압력 손실량에 대한 결과에도 이러한 영향이 나타나고 있음을 알 수 있다. 2차원 모사로부터 얻은 전체 압력 손실량이 3차원 모사로부터 얻은 결과에 비하여 작은 값을 보이고 있다. 실제 고분자 가공 공정에 있어서 전체 압력 손실량은 중요한 공정변수로 작용하기 때문에 2차원 모사가 전체 압력 손실량을 정확히 예측하지 못한다는 것은 2차원 모델의 중요한 단점의 하나로 볼 수 있다. 두 경우에 있어서 한 가지 공통점은 모두 전체 압력 손실량이 유체의 벽속에 대하여 선형적으로 변한다는 것이다.

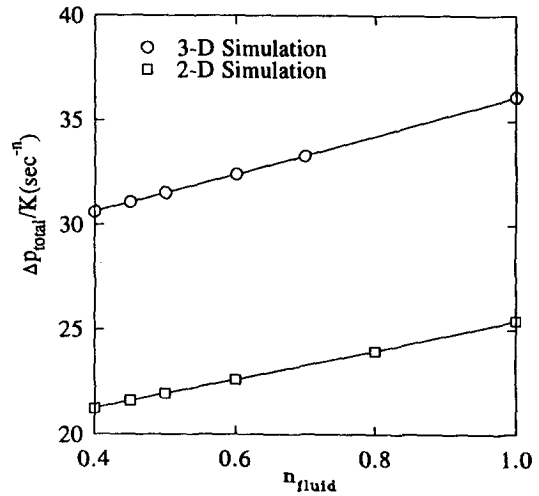


Fig. 9. Effects of  $n_{fluid}$  on the total pressure drop in 3-D and 2-D simulation with  $n_d = 0.5$ ,  $\theta = 15^\circ$ , and  $W = 4$  cm.

#### 4. 결 론

1차원 해석을 통해 얻은 설계식에 따라 설계된 다이에 대하여 3차원 및 2차원 모사를 수행하였다. 3차원 모사를 기준으로 하여 지금까지 많이 이용되어 온 2차원 해석의 타당성을 조사하였다.

2차원 모사는 유량 분포, 흐름의 형태 그리고 압력 분포 등 모든 면에서 3차원 모사와 다른 결과를 나타내었다. 같은 다이에 대하여 2차원 모사 결과는 3차원 모사 결과에 비하여 다이의 가장자리로 몰리는 유량 분포를 보였으며 유체의 물성 변화에 따른 유량 분포의 변화가 반대경향을 나타내었다. 또한 2차원 모사는 다이의 가장자리 벽면에서 안 미끄러짐 조건을 고려하지 못하기 때문에 가장자리에서 가장 큰 유량을 갖는 비현실적인 결과를 나타내었다. 이와 같은 결과는 2차원 모사가 일반적인 평판 다이의 모사에서 가장 중요한 자료 중 하나인 유량 분포에 대한 해석에 쓰일 수 없음을 보여준다. 다이 내의 흐름의 형태와 압력 분포에 있어서도 2차원 모사는 3차원 모사와 다른 결과를 나타내고 있다. 특히 매니폴드 부분에서 흐름의 형태와 압력 분포가 크게 차이를 보였다. 이는 옷걸이 모양 다이에서 가장 중요한 역할을 하는 매니폴드 부분에서 2차원 해석이 적절하지 않음을 보여 준다. 즉 다이의 입구와 매니폴드에서의 흐름은 3차원적 거동을 보이기 때문에 이러한 결과가 얻어지는 것으로 생각된다. 전체 압력 손실량에 있어서도 2차원 모사는 3차원 모사에 비하여 작은 값을 보였는데 전체 압력 손실량의 차이는 주로

매니폴드 부분에서의 흐름 해석의 차이에 기인하는 것으로 보인다.

## 사용기호

- a, b, c : constants in Eq. (4)  
 h : characteristic length of the manifold  
 $h_0$  : characteristic length of the manifold at the die inlet  
 $I$  : identity matrix  
 K : power-law constant  
 L : half the die width  
 $l_i$  : half the die inlet width  
 $l_o$  : the land length  
 n : power-law index  
 $n_d$  : power-law index for design equation  
 $n_{fluid}$  : power-law index for fluid property  
 $\mathbf{n}$  : outward unit normal vector  
 p : pressure  
 $\mathbf{q}$  : flow rate vector in two-dimensional model  
 $\mathbf{u}$  : velocity vector  
 $u_x, u_y, u_z$  : components of velocity vector  
 W : the slot thickness  
 $w(x, y)$  : depth of the die  
 x, y, z : global coordinates

## 그리스 문자

- $\dot{\gamma}$  : magnitude of the rate of strain tensor  
 $\theta$  : the manifold angle  
 $\lambda$  : shape factor  
 $\mu$  : viscosity  
 $\sigma$  : stress tensor

## 참고문헌

- Carley, J. F.: *J. Appl. Phys.*, **25**, 1118(1954).
- Carley, J. F.: *Mod. Plast.*, **33**, 127(1956).
- Pearson, J. R. A.: *Trans. J. Plastics Inst.*, **32**, 239 (1964).
- Mckelvey, J.-M. and Ito, K.: *Polym. Eng. Sci.*, **11**, 258(1971).
- Matsubara, Y.: *Polym. Eng. Sci.*, **20**, 212(1980).
- Klein, I. and Klein, R.: *SPE J.*, **29**, 33(1973).
- Chung, C. I. and Lohkamp, D. T.: *Mod. Plast.*, **52**, 52(1976).
- Tadmor, Z. and Gogos, C. G.: "Principles of Polymer Processing", John Wiley, New York(1979).
- Matsubara, Y.: *Polym. Eng. Sci.*, **19**, 169(1979).
- Matsubara, Y.: *Polym. Eng. Sci.*, **20**, 716(1980).
- Matsubara, Y.: *Polym. Eng. Sci.*, **23**, 17(1983).
- Winter, H. H. and Fritz, H. G.: *Poly. Eng. Sci.*, **26**, 543(1986).
- Liu, T.-J., Hong, C.-N. and Chen, K.-C.: *Polym. Eng. Sci.*, **28**, 1517(1988).
- Lee, K.-Y. and Liu, T.-J.: *Polym. Eng. Sci.*, **29**, 1066 (1989).
- Tadmor, Z., Broyer, E. and Gutfinger, C.: *Polym. Eng. Sci.*, **14**, 660(1974).
- Gutfinger, C., Broyer, E. and Tadmor, Z.: *Polym. Eng. Sci.*, **15**, 383(1975).
- Vergnes, B., Saillard, P. and Agassant, J. F.: *Polym. Eng. Sci.*, **24**, 980(1984).
- Arpin, B., Lafleur, P. G. and Vergnes, B.: *Polym. Eng. Sci.*, **32**, 206(1992).
- Booy, M. L.: *Polym. Eng. Sci.*, **22**, 432(1982).
- Vrahopoulou, E. P.: *Chem. Eng. Sci.*, **46**, 629(1991).
- Wang, Y.: *Polym. Eng. Sci.*, **31**, 204(1991).
- Wang, Y.: *Int. Polym. Proc.*, **6**, 311(1991).
- Huang, C.-C., Tsay, S.-Y. and Wang, Y.: *Polym. Eng. Sci.*, **33**, 709(1993).
- Liu, T.-J.: *Ind. Eng. Chem. Fundam.*, **22**, 183(1983).
- Zienkiewicz, O. C. and Taylor, R. L.: "The Finite Element Method", 4th ed., McGraw-Hill, London (1989).
- Hood, P.: *Int. J. Num. Meth. Eng.*, **10**, 379(1976).