

## 복사 열전달이 있는 반투명 경사 다공질층에서의 유체 안정성

박홍목<sup>†</sup> · 변재식 · 유기풍 · 이건홍<sup>\*</sup>

서강대학교 공과대학 화학공학과

<sup>\*</sup>포항공과대학 화학공학과

(1994년 11월 5일 접수, 1995년 2월 14일 채택)

## Thermal Convective Instability in Translucent Inclined Porous Media with Radiative Heat Transfer

Hung-Mok Park<sup>†</sup>, Jae-Sik Byun, Ki-Pung Yoo and Kun-Hong Lee<sup>\*</sup>

*Dept. of Chem. Eng., Sogang University, Seoul, Korea*

*<sup>\*</sup>Dept. of Chem. Eng., POSTECH, Pohang, Korea*

(Received 5 November 1994; accepted 14 February 1995)

### 요 약

복사에 의한 열전달을 무시할 수 없는 경우, 유체로 포화되어 있는 반투명 다공질층에 대해 다공질층이 수평면과 이루는 각과 복사 열전달이 유체의 안정성에 미치는 영향을 조사하였다. 복사 열전달을 고려해야 하는 경우 안정한 상태에 있는 반투명 다공질층에서의 온도 분포는 비선형적이며, Rayleigh-Darcy수뿐만 아니라 복사 열전달에 대한 전도 열전달의 비, 경계면에서의 온도, 그리고 산란 계수(scattering albedo,  $\omega_s$ ), 흡광 계수(extinction,  $\beta_r$ ), 경계면에서의 방출율(wall emissivity,  $\epsilon_w$ )과 같은 복사 열전달에 대한 매개변수들이 유체 안정성에 영향을 미치게 된다. 여기서는 Darcy법칙을 만족하며, P<sub>1</sub>근사법에 의해 변형된 복사 열전달식을 포함하는 지배 방정식에 선형 안정성 이론을 적용하여, 수평면과의 각  $\phi$ 와 복사 열전달이 안정한 상태에서의 온도, 유속 분포와 유체 안정성에 미치는 영향을 살펴보았다. 복사에 의한 열전달은 반투명 다공질층에서의 실질 열전도도를 증가시켜 유체가 불안정해지려는 경향을 억제하는 효과를 가진다. 따라서, 자연 대류 유발 조건을 나타내는 임계 Rayleigh-Darcy수를 증가시키며, 대류 cell의 크기를 감소시키는 역할을 하게 된다. 또한 수평면과의 각  $\phi$ 가 증가할수록 z방향으로의 부력이 감소하게 되어 유체를 더욱 안정하게 하며, z방향으로의 유동을 일으키기 위해 더 많은 양의 가열과 냉각을 필요로 하게 되어 대류 cell의 크기가 증가하게 된다. 본 연구의 결과는 aerogel과 같은 반투명 다공성 매질로 충전된 이중 단열재에서 열전달을 극소화시키는 임경 및 내부 공기 압력 예측 등 다공질층 설계에 유용하게 쓰일 수 있다.

**Abstract**—The onset of thermal convection in a translucent inclined porous layer is considered. Attention is focused on the effects of radiative heat transfer and inclined angle on the critical Rayleigh-Darcy number and the convection cell size. If we consider the contribution of radiative heat transfer, the basic temperature profile is non-linear and the thermal convective instability is influenced by the ratio of conduction to radiation heat flux, the temperatures at the boundary surfaces and radiative parameters such as wall emissivity( $\epsilon_w$ ), scattering albedo( $\omega_s$ ) and extinction coefficient( $\beta_r$ ) as well as the usual Rayleigh-Darcy number. In the present work, effects of inclination angle and radiative heat transfer on the basic state temperature profile and onset of convective instability are investigated with the help of linear stability theory employing Darcy's law and

the radiative transport equation simplified by the  $P_1$  approximation. The increased effective thermal conductivity due to radiation inhibits the onset of convection and causes higher critical Rayleigh-Darcy number and smaller convection cell size. As the inclination angle increases, the effective buoyancy force decreases and the heating rate needed to induce convection increases due to the increased flow rate, resulting in larger critical Rayleigh-Darcy number and smaller critical wave number.

## 1. 서 론

대부분의 공업 국가에서 사용되고 있는 에너지의 약 40%는 난방에 소요되고 있으며, 에너지의 효율을 높이기 위한 많은 노력이 진행되어 왔다. 그 중에 하나가 공기 층을 가지는 이중 단열재인데, 이것은 공기 층에 의해 낮은 열전도도를 가질 수 있으나 어느 이상의 온도차에서, 부력에 의해 발생하는 공기 층의 열적 대류로 인해 열전달량이 급격히 증가하게 되는 단점을 가지고 있으며, 이론적으로는 내부의 공기를 제거함으로써 열적 대류 현상을 완전히 제거할 수 있으나 창 외부와의 큰 압력 차이에 의해서 깨어지기 쉽다. 완전한 투명도가 요구되는 창외의 경우와는 달리, 단열이나 에너지 저장을 목적으로 하는 다른 많은 경우에는 열전도도가 낮은 물질을 충전시킴으로써, 기계적 강도를 높게 유지하며 동시에 열전달량을 급격히 증가시키는 유체의 열적 대류 현상을 효과적으로 억제할 수 있다. 최근 들어 열전도도가 매우 낮은 반투명 다공성 물질인 aerogel pellet을 충전재로 한 단열재에 대한 여러 연구가 수행되어 왔다. 이는 silica aerogel이 반투명한 다공성 매질로서 매우 낮은 열전도도를 가지고 있고 태양에너지와 빛의 투과 등 많은 이점을 가지고 있기 때문이다. Aerogel이 이중 단열재에 충전되어 있을 때 열적 대류 현상이 일어나기 시작하는 온도차를 조사한다는 것은 매우 유용한 시도로서, 충전물의 크기가 증가하면 충전물들 간의 접촉면적이 작아져서 낮은 열전도의 결과를 초래하게 되지만 충전층 내 공극부피가 증가하게 되므로 대류 현상은 증대되며, 이에 이중 단열재의 충전물에 대해서는 최적의 충전물의 입경이 존재하기 때문이다. Aerogel의 상용화에 있어서 가장 큰 걸림돌 중의 하나는 이러한 탁월한 물성에도 불구하고 제조원가가 비싸다는 점이다 [1]. 만일에 aerogel의 가장 경제적인 사용법을 알 수 있다면 이는 이 새로운 물질의 상용화에 기여할 수 있을 것으로 보인다.

본 연구에서는 이중 단열재에서 발생하는 것과 같이 복사 열전달이 있는 silica aerogel로 이루어져 있는 반투명 경사 다공질층에서의 유체 안정성 해석을 수행하였다. Silica aerogel은 반투명하기 때문에 매질 내에서 복사 열전달 효과와, 수평면과 이루고 있는 다공질층의 입자의 각도가 열적 대류 현상에 주고 있는 영향에 대해

본 연구의 중점을 두었다.

유체로 포화되어 있는 다공질층에서의 유체 불안정성에 대한 연구는 Darcy 법칙과 선형 안정성 이론을 적용하여 해석한 Lapwood[2]에 의해 처음으로 시작되었으며 다공성 매질에서의 이러한 대류 현상을 Lapwood 대류라고 부른다. 이후 많은 연구자들에 의해 진보된 방법을 가지고 다공질층에서의 유체 불안정성에 대한 연구가 진행되어 왔다[3-11]. Rudraiah 등[8]은 내부에 열원이 존재하거나 경계면에서 급격한 가열이나 냉각이 있을 경우, 다공질층을 통한 온도구배는 일정하지 않으며 이러한 비선형 온도 분포 또한 유체의 불안정성에 영향을 미치는 요인으로 작용한다는 것을 밝혀 내었으며, Green과 Freehill[12]은 투과도와 열전도도가 위치에 따라 변화할 때, 이것이 다공질층에서의 유체 안정성에 미치는 영향을 연구하였다. Gill[13]과 Borries와 Combarous[14]는 다공질층과 수평면과 이루는 각  $\phi$ 가 증가할수록 안정한 상태에서의 유속이 증가하며, 유체는 더욱 안정해진다는 것을 밝혀 내었다. Lapwood 대류에 있어서 가장 중요한 무차원 군은 Rayleigh-Darcy수로서 이는 다공성 매질과 다공질층 내부의 유체에 대한 물성, 두 평판 사이의 온도차뿐만 아니라 충전물의 크기에 의해 결정되는 유효 열전도도, 다공질층 내부의 압력 등에 의존하고 있다. 열적 대류 현상이 일어날 때의 Rayleigh-Darcy수를 임계 Rayleigh-Darcy수라고 부르며 동일하게 그 때의 파수를 임계 파수라 부른다.

이전의 대부분의 Lapwood 대류에 관한 연구들은 유체 안정성 연구에 있어 전도와 대류에 의한 열전달에 국한하고 복사 열전달을 고려하지 않았으나 본 연구에서와 같이 다공성 매질이 투명하거나 반투명한 경우에 있어서는 복사 열전달을 무시할 수 없으며 심지어 어떤 경우에는 복사 열전달이 열전달의 주요 경로가 되기도 한다. Vortmeyer 등[19]은 이선속(two-flux) 모델과 Milne-Eddington 근사법을, 복사 열전달식에 적용하여 복사 열전달 효과가 Lapwood대류에 미치는 영향을 조사하였으나 해석 해를 구하기 위해 산란하지 않는 매질에 대해 아주 투명하거나, 불투명한 양 극한의 경우에만 국한하여 적용하였다. 거기에 또한 다공성 매질 내에서 온도는 일정하다고 가정하였다.

본 연구에서는 aerogel과 같은 반투명 다공성 매질이 충전되어 있는 다공질층에서 복사 열전달을 고려할 경

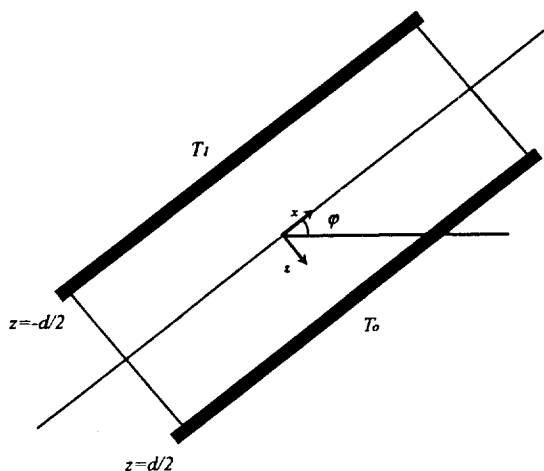


Fig. 1. Schematic diagram of the system. The boundary temperature is  $T_0$  at  $z=d/2$  and  $T_1$  at  $z=-d/2$ .

우에 있어서의 열적 불안정성을 고려하였다. Vortmyer 등과 반대로 Lapwood 대류에 있어서 복사 열전달의 효과와 이에 따른 비선형적인 온도 분포를 모든 범위의 광학 두께(optical thickness)에 대하여 수치 해석을 통해 구하였다.

## 2. 이 론

### 2-1. 복사에 의한 열전달을 고려하는 경우 유체로 포화되어 있는 경사 다공질층에 대한 지배 방정식

유체로 포화되어 있는 반투명 다공질층이 수평면과 임의의 각  $\phi$ 를 이루고 있을 때, 매질에 대한 투과도가 작고, 유체의 유속이 작은 경우 관성 항과 경계면 효과를 무시할 수 있으며, 유속과 압력구배가 선형적으로 비례하는 Darcy의 유동 모델을 적용할 수 있다[6]. Fig. 1에서와 같이 경사 다공질층 내에 포화되어 있는 유체의 유동에 복사에 의한 열전달을 고려하는 경우, 다공질층이 균일하고 등방성을 가진다고 가정하면, 지배 방정식은 다음과 같다.

$$(\text{연속 방정식}) \quad \frac{1}{\epsilon_p} \nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (1)$$

$$(\text{운동방정식}) \quad 0 = -\nabla P - \rho g [\sin \phi \mathbf{i} - \cos \phi \mathbf{k}] - \frac{\mu}{K} \mathbf{u} \quad (2)$$

$$(\text{에너지식}) \quad (\rho c)_* \frac{\partial T}{\partial t} + (\rho c)_f \mathbf{u} \cdot \nabla T = k \nabla^2 T - \nabla \cdot \mathbf{q}_r \quad (3)$$

$$(\text{상태방정식}) \quad \rho = \rho_m [1 - \beta(T - T_m)] \quad (4)$$

$$(\text{복사열전달식}) \quad \nabla \cdot \mathbf{q}_r = \beta_r (1 - \omega_r) [4\pi I_b - G] \quad (5)$$

여기서  $T_m \equiv 1/d \int_{-d/2}^{d/2} T_s dz$ . 또한  $\mathbf{u}$ 는 매질 내에서의 유체의 속도,  $I_b$ 는 Planck 함수,  $G$ 는 복사 강도(direction integrated intensity),  $\mathbf{q}_r$ 은 복사에 의해 전달되는 열속,  $c$ 는 열용량,  $\rho$ 는 유체가 가지는 밀도,  $K$ 는 투과도,  $\epsilon_p$ 는 다공성 매질의 공극률,  $\beta$ 는 열팽창 계수,  $\phi$ 는 수평면과 유체 층이 이루는 각,  $d$ 는 두 평판 사이의 거리를 나타내며,  $\beta_r$ 과  $\omega_r$ 은 각각 흡광 계수와 산란 계수를 나타낸다. 유체의 운동 방정식은 Darcy 법칙과 Boussinesq 근사법을 적용하여 단순화하였다. 하첨자  $s$ 와  $m$ 은 각각 안정한 상태와 평균을 나타낸다. 식 (5)에 있는 복사 강도(incident radiation)  $G$ 는 복사 열전달 방정식을 풀어 해를 구할 수 있으나 복사 열전달식은 미분 항과 적분 항을 함께 포함하고 있어서 수치적으로도 풀기가 어렵다. 따라서 복사 열전달식을 풀기 위해서는 약간의 근사를 도입하는 것이 필요하게 되는 데, 본 연구에서는 복사 열전달식에  $P_1$  근사법을 적용하였다[21].

$$\nabla^2 G = -\beta_r^2 (1 - \omega_r) (3 - a_1 \omega_r) [4\pi I_b - G] \quad (6)$$

여기서  $a_1$ 는 선형 비등방 산란 계수이다. 지배 방정식을 이루고 있는 변수  $T$ ,  $\mathbf{u}$ ,  $G$ 에 대해 경계면에서 만족하는 조건은 다음과 같다.

$$z = -d/2 \text{에서,} \\ T = T_1 \quad (7)$$

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}_1 \quad (8)$$

$$\epsilon_w G_1 - \frac{2(2 - \epsilon_w)}{(3 - a_1 \omega_r) \beta_r} \nabla G_1 = 4\pi \epsilon_w I_b \quad (9)$$

$z = d/2$ 에서의 경계 조건은

$$T = T_0 \quad (10)$$

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}_0 \quad (11)$$

$$\epsilon_w G_0 + \frac{2(2 - \epsilon_w)}{(3 - a_1 \omega_r) \beta_r} \nabla G_0 = 4\pi \epsilon_w I_b \quad (12)$$

여기에서 우리는 불투명하고 회색체인 경계 면에서 확산 발산(diffusely emitting)과 확산 반사(diffusely reflecting)가 일어나는 것으로 가정하였다. 하첨자 0과 1은 각각  $z$ 가  $d/2$ 와  $-d/2$ 인 경계면을 나타내며,  $\epsilon_w$ 는 경계면에서의 방출율을 나타낸다. 아래와 같이 길이, 시간, 속도, 압력 그리고 온도에 대한 특성치들을 정의함으로써 지배 방정식 (1)-(5)를 무차원화 하였다.

$$\text{길이: } d, \text{ 시간: } \frac{(\rho c)_s d^2}{k}, \text{ 속도: } \frac{k}{d(\rho c)_f},$$

$$\text{압력: } \frac{k\mu}{K(\rho c)_f}, \text{ 온도: } (T_o - T_i) = \Delta T,$$

$$\text{복사 강도: } 4\sigma\Delta T^4$$

이에 다음과 같은 무차원 지배 방정식을 얻는다.

$$\nabla^* \cdot \mathbf{u}^* = 0 \quad (13)$$

$$0 = -\nabla^* \bar{P}^* + Ra_{\phi}(T^* - T_m^*)[\sin\phi \hat{i} - \cos\phi \hat{k}] - \mathbf{u}^* \quad (14)$$

$$\frac{\partial T^*}{\partial t^*} + \mathbf{u}^* \cdot \nabla^* T^* = \nabla^{*2} T^* - \frac{1}{Np} \beta_r^*(1 - \omega_r)[T^{*4} - G^*] \quad (15)$$

$$\nabla^{*2} G^* = -\beta_r^{*2}(1 - \omega_r)(3 - a_1\omega_r)[T^{*4} - G^*] \quad (16)$$

$$\bar{P}^* = P^* + \rho_m g[\sin\phi x^* - \cos\phi z^*]$$

여기서 상첨자 \*는 무차원 변수를 나타낸다. 또한, 지배 방정식 식 (13)-(16)에서는 다음과 같은 두 개의 무차원군이 나타나게 된다.

$$Ra_{\phi} \equiv \text{Rayleigh-Darcy 수} \equiv \frac{g\beta K d \Delta T}{\alpha \nu} \quad (17)$$

$$Np \equiv \frac{k(T_o - T_i)/d}{4\sigma(T_o - T_i)^4} \quad (18)$$

위에서 정의된 무차원군 Rayleigh-Darcy수는 하부면이 더 뜨거우면 양수이고 다공질층에 있는 유체를 안정하게 하는 열전도와 점성에 대해 유동을 일으키는 부력과외의 상대적인 비를 나타내며, 유체의 안정성 정도를 나타내고 있다. 또다른 무차원군 Np는 복사에 의해 전달되는 열량과 전도에 의한 열량의 비를 나타내지만, 윗식의 Np로는 절대온도의 4제곱에 비례하는 복사 열전달 효과를 정확히 나타내지 못하며, 실질적인 복사에 대한 전도의 열전달 비는 다음에 정의되는 새로운 매개변수 N을 통해 적절하게 나타낼 수 있다[21].

$$N \equiv \frac{k(T_o - T_i)/d}{\sigma(T_o^4 - T_i^4)} \quad (19a)$$

$$\text{또는, } N \equiv \frac{k/d}{\sigma(T_o + T_i)(T_o^2 + T_i^2)} \quad (19b)$$

여기서 N은 전도와 복사 열전달의 비이다.

또한 무차원 지배 방정식에서 정의된 Np와 위에서 정의한 N 사이에는 다음과 같은 관계가 성립한다.

$$Np = N \cdot T, \quad (20)$$

$$\text{여기서 } T \equiv \frac{(T_o + T_i)(T_o^2 + T_i^2)}{4(T_o - T_i)^3}.$$

## 2-2. 안정한 상태에서의 무차원 지배 방정식

복사에 의한 열전달을 고려하는 경우, 유체로 포화되어 있는 경사 다공질층에서 안정한 상태란 열전달이 복사와 전도를 통해서만 일어나며, 부력에 의한 유체의 유동이 x방향만을 가지는 정상 상태를 의미한다. 다공질층이 수평면과 나란한 경우에는 안정한 상태에서 유동이 일어나지 않으나, 수평면과 0이 아닌 임의의 각  $\phi$ 를 가지는 경우에는 x방향으로 안정한 상태에서도 유동이 존재하게 된다.

$$\begin{aligned} T_s^* &= T_s^*(z^*) \\ \mathbf{u}_s^* &= u_{1s}^*(z^*) \hat{i} \\ \bar{P}_s^* &= \bar{P}_s^*(x^*, z^*) \end{aligned} \quad (21)$$

안정한 상태에 있는 경사 다공질층에 포화되어 있는 유체에 대한 무차원 지배 방정식은 식 (13)-(16)에 식 (21)과 시간에 대한 미분 항에 0을 대입하여 얻을 수 있다.

$$0 = -\nabla^* \bar{P}_s^* + Ra_{\phi}(T_s^* - T_m^*)[\sin\phi \hat{i} - \cos\phi \hat{k}] - u_{1s}^* \hat{i} \quad (22)$$

$$\nabla^{*2} T_s^* - \frac{1}{Np} \beta_r^*(1 - \omega_r)[T_s^{*4} - G_s^*] = 0 \quad (23)$$

$$\nabla^{*2} G_s^* = -\beta_r^{*2}(1 - \omega_r)(3 - a_1\omega_r)[T_s^{*4} - G_s^*] \quad (24)$$

외부로부터 유체의 유입이나 방출이 없다고 가정하면, x방향으로의 실질적인 물질 전달은 0이 되므로, 아래와 같은 구속 조건을 얻을 수 있다[16, 22].

$$\int_{-1/2}^{1/2} u_{1s}^* dz^* = 0 \quad (25)$$

여기서  $u_{1s}^*$ 는 안정한 상태에서 x방향으로의 무차원 유속을 나타낸다. 안정한 상태에서의 온도 분포  $T_s^*$ 는 무차원 지배 방정식 식 (23)과 (24)를 shooting method를 사용하여 구하고, 여기서 구한  $T_s^*$ 와 (25)식을 (22)식에 대입하면 안정한 상태에서의 유속  $u_{1s}^*$ 를 구할 수 있다.

## 2-3. 미소 교란에 대한 지배 방정식의 선형화

선형 안정성 해석에서 보편적으로 사용되는 다음과 같은 방법을 통해서, 유체로 포화되어 있는 다공질층에서의 무차원 변수들은 안정한 상태에서의 값과 무차원 교란 변수의 합으로 나타낼 수 있다.

$$T^* = T_s^* + \theta^*$$

$$\begin{aligned} G^* &= G_s^* + h^* \\ u^* &= u_s^* + v^* \\ P^* &= P_s^* + \pi^* \end{aligned} \quad (26)$$

x방향으로 무한히 긴 평판을 가정하면, 무차원 교란 변수  $w^*$ ,  $\theta^*$ ,  $h^*$ 에 대한 식의 형태를 아래와 같이 나타낼 수 있다[14, 22].

$$\begin{aligned} w^* &= \Phi(z^*) \exp[st^* + jax^*] \\ \theta^* &= \Theta(z^*) \exp[st^* + jax^*] \\ h^* &= \Omega(z^*) \exp[st^* + jax^*] \end{aligned} \quad (27)$$

여기서  $s = \sigma + j\omega$ 이며  $w^*$ 는 무차원 교란 속도  $v^*$ 의  $\hat{k}$  성분을 나타낸다. 교란 변수에 대해 선형화된 지배 방정식에 식 (27)을 대입하면 z방향만의 함수인 교란 변수이고 일반적으로 복소수인  $\Phi(z^*)$ ,  $\Theta(z^*)$  그리고  $\Omega(z^*)$ 로 이루어진 지배 방정식을 얻는다.

$$\begin{aligned} (D^2 - a^2)\Phi - a^2 Ra_D \cos\phi \Theta \\ + j a Ra_D \sin\phi D\Theta = 0 \end{aligned} \quad (28)$$

$$\begin{aligned} \left[ D^2 - a^2 - s - ja u_{1s}^* - \frac{1}{Np} \beta_r^* (1 - \omega_r) 4T_s^{*3} \right] \Theta \\ - DT_s^* \Phi + \frac{1}{Np} \beta_r^* (1 - \omega_r) \Omega = 0 \end{aligned} \quad (29)$$

$$\begin{aligned} [D^2 - a^2 - \beta_r^{*2} (1 - \omega_r) (3 - a_1 \omega_r)] \Omega \\ + \beta_r^{*2} (1 - \omega_r) (3 - a_1 \omega_r) 4T_s^{*3} \Theta = 0 \end{aligned} \quad (30)$$

여기에서  $D \equiv \frac{\partial}{\partial z^*}$ .

z방향만의 함수로 이루어진 무차원 미소 교란 변수  $\Phi$ ,  $\Theta$ , 그리고  $\Omega$ 에 대한 경계 조건은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} z^* = -1/2 : \\ \Theta = 0 \end{aligned} \quad (31)$$

$$\Phi = 0 \quad (32)$$

$$\varepsilon_w \Omega - \frac{2(2 - \varepsilon_w)}{(3 - a_1 \omega_r) \beta_r^*} \nabla^* \Omega = 0 \quad (33)$$

$$\begin{aligned} z^* = 1/2 : \\ \Theta = 0 \end{aligned} \quad (34)$$

$$\Phi = 0 \quad (35)$$

$$\varepsilon_w \Omega + \frac{2(2 - \varepsilon_w)}{(3 - a_1 \omega_r) \beta_r^*} \nabla^* \Omega = 0 \quad (36)$$

이러한 식들을 shooting method를 사용하여 풀게 되면 임계 Rayleigh-Darcy수와 임계 파수를 얻을 수 있으며

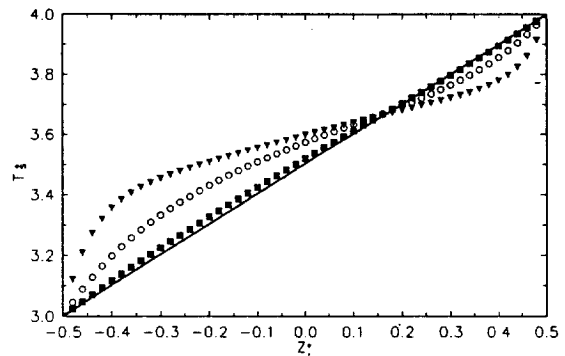


Fig. 2. Non-linearity of basic temperature profile  $T_s^*$  with the ratio of conduction to radiation parameter  $N$  [ $\equiv k(T_o - T_i) / \{d\bar{\sigma}(T_o^4 - T_i^4)\}$ ].

( $\nabla$  :  $N=0.01$ ,  $\circ$  :  $N=0.1$ ,  $\blacksquare$  :  $N=1$ ,  $-$  :  $N=10$ )

안정한 상태의 온도  $T_s^*$ 와 속도  $u_{1s}^*$ 는 식 (22)-(25)를 통해 얻는다.

### 3. 결과 및 고찰

복사에 의한 열전달을 고려하는 경우, 안정한 상태에서의 열속 및 온도, 유속 분포와 유체 안정성은 거리 d만큼 떨어져 있는 두 평판 사이의 온도차뿐만 아니라  $\beta_r$ ,  $\omega_r$  그리고  $\varepsilon_w$  등과 같은 복사 열전달에 관한 매개변수와 특히 복사에 대한 전도열전달 비  $N$  그리고 두 경계면에서의 절대온도에 의해서도 영향을 받게 되며, 다공질층이 수평면과 0이 아닌 임의의 각을 이루고 있는 경우에는 수평면과 이루는 각도에 따라서도 유체의 안정성 정도가 변하게 된다. 기본적인 매개변수들의 기준 값은  $z$ 가  $d/2$ 인 경계에서의 온도가 400 K,  $z$ 가  $-d/2$ 인 경계에서의 온도가 300 K, 경계면에서의 방출율  $\varepsilon_w$ 은 1.0, 흡광 계수  $\beta_r^*$ 은 1.0, 산란 계수  $\omega_r$ 은 0.0 그리고 선형 비등방 산란 계수  $a_1$ 은 0.0이다. 어떠한 매개변수의 값이 특별히 지정되지 않은 경우에는 이러한 기준 값을 채택한 것으로 하였다.

Fig. 2에는 수평면과 나란한 다공질층에서, 복사에 대한 전도 열전달비  $N$ 에 따른 안정한 상태에서의 온도 분포의 변화를 나타내었다.  $N$ 이 10이상인 경우에는 온도 분포가 전도에 의해서만 열전달이 일어날 때의 선형적인 온도 분포와 거의 차이를 보이지 않는다. 그러나,  $N$ 이 감소하게 되고 복사 열전달 효과가 주가 됨에 따라 온도 분포가 선형으로부터 벗어나게 되는 것을 볼 수 있는데, 이것은 절대온도와 복사 열전달간의 비선형적인 관계에 기인한 것이다.

본 연구에서 사용한 수치 해석에 대한 정확성을 검증하기 위하여 Lapwood[2]의 결과와 비교하였다. (3)

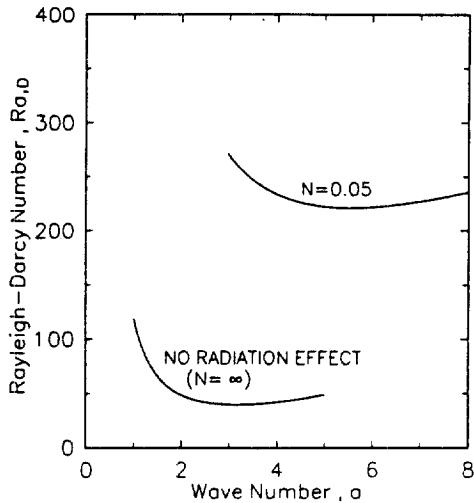


Fig. 3. Neutral stability curves with two different values of  $N$ .  $N=0.05$  and infinite (no radiation effect) in horizontal plane.

식에서  $\nabla \cdot \mathbf{q}_r$ 를 0으로 놓고 수평면과 이루는 각  $\phi$ 가 0인 경우에 대해 전술한 이론과 동일한 방법으로 식을 전개하면, 복사에 의한 열전달이 없는 경우에 대해 유체의 자연 대류 유발 조건을 구할 수 있으며, 수식을 통해 얻은 결과와 수치 해석을 통해 얻은 결과는 Fig. 3의 두 곡선 중에서 복사 열전달 효과가 없는 경우의 결과와 같이 임계 Rayleigh-Darcy수는  $4\pi^2$ 이고 임계 파수는  $\pi$ 로서 모두 Lapwood[2]와 일치하였다. 전도에 의한 열전달만이 있는 경우( $N=\infty$  경우에 해당)와  $N$ 이 0.05인 경우에 대해 각각 중립 안정성 곡선(neutral stability curve)을 나타낸 Fig. 3에서 알 수 있는 한 가지 흥미로운 점은 매개변수  $N$ 이 감소함에 따라 중립 안정성 곡선이 평평해진다는 점이다. 이러한 현상은 잘 알려진 대로 Rayleigh-Bénard 대류에서 유체의 열전도도가 경계면의 열전도도보다 월등히 큰 경우에 중립 안정성 곡선이 평평해지는 경향을 따르고 있다[23]. Fig. 3에서의 경향도 마찬가지로, 복사 열전달에 의해 증대된 유효 열전도도로 인해 중립 곡선이 평평해진다고 해석할 수 있다.

복사 열전달을 고려하지 않은 경우에 수평면과 이루는 각  $\phi$ 가 임계 Rayleigh-Darcy수와 임계 파수에 미치는 영향을 Fig. 4에 나타내었다. 안정한 상태에 있는 다공질층에 대한 지배 방정식 식 (22)-(24)에서 볼 수 있듯이 수평면과의 각  $\phi$ 의 변화에 대해서 안정한 상태의 온도는 무관하지만,  $\phi$ 가 증가할수록 안정한 상태에서의 유속은 증가하게 된다. 그러나,  $\phi$ 가 증가할수록 실질적으로 유체를 불안정하게 하는  $z$ 방향으로의 부력을 감

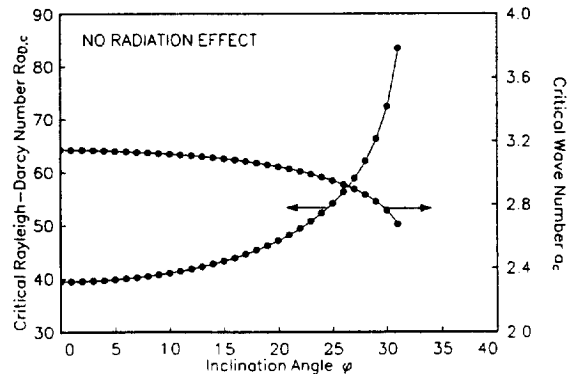


Fig. 4. Effect of  $\phi$  on the critical Rayleigh-Darcy number and critical wave number. The critical Rayleigh-Darcy number increases rapidly and is almost 39.438( $=4\pi^2$ ) at  $\phi=0$ . The critical wave number decreases as  $\phi$  increases. When the value of  $\phi$  becomes to 0, the critical wave number becomes 3.14( $=\pi$ ).

소시키기 때문에 유체는 더욱 안정해지게 되어 각도가 증가함에 따라 임계 Rayleigh-Darcy수는 증가하게 되며, 또한 자연 대류가 일어나기 위해서는 더 많은 양의 가열과 냉각을 필요로 하게 되어 대류 cell의 크기가 증가하게 된다. Fig. 4에서 알 수 있듯이 각  $\phi$ 가 0인 경우 Lapwood의 해석해와 마찬가지로 임계 Rayleigh-Darcy수는  $4\pi^2$ 이고 그 때의 임계 파수는  $\pi$ 이다. 이러한 효과는 다공질층이 수평면에 대해 수직일 때 가장 크며 이 때에는 온도차에 관계없이  $z$ 방향으로의 부력이 0이 되어 부력에 의한 유체의 불안정성은 나타나지 않는다[13]. Bories와 Combarnous[14]는 한계 안정 상태에서  $\partial/\partial t^*=0$ 과  $u_{1s} \cdot \partial \theta^* / \partial x^* = 0$ 의 가정 하에서 수평면과의 각  $\phi$ 와 임계 Rayleigh-Darcy수와의 관계를 (37)식과 같이 정리하였다.

$$Ra_{D,c} \cos \phi = 4\pi^2 \quad (37)$$

본 연구에서도 비록 식 (37)과 같은 경향을 보였으나, 복사 열전달의 영향이 어느 정도 커지면 다공질층이 수평면과 0이 아닌 각을 이루고 있을 경우에는 아주 작은 값이라 할지라도 한계 안정 상태에서 0이 아닌 임계 진동수  $\omega_c$ 를 가지며, 경사각  $\phi$ 가 증가할수록  $\omega_c$  또한 증가하게 되어 한계 안정 상태에서 안정성 교환 원리가 성립하지 않음을 확인하였다.

각각의 다른 경사각  $\phi$ 를 가지는 다공질층에서 매개변수  $N$ 이 임계 Rayleigh-Darcy수와 임계 파수에 미치는 영향을 Fig. 5와 6에 나타내었다.  $N$ 이 증가함에 따라 복사 열전달의 효과는 증대되고 매질 내에서의 유효

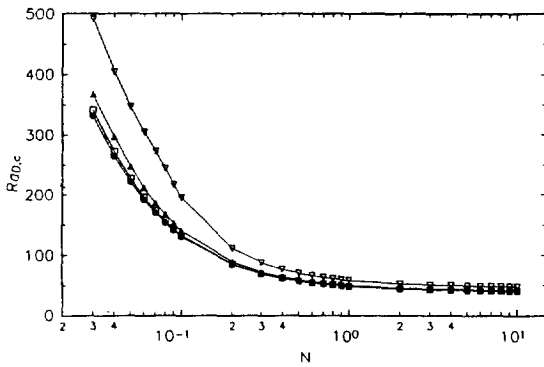


Fig. 5. Effect of  $N$  on the critical Rayleigh-Darcy number. The critical Rayleigh-Darcy number decreases to almost  $39.438 (= 4\pi^2)$  as  $N$  increases.  
(● :  $\phi = 0^\circ$ , □ :  $\phi = 5^\circ$ , ▲ :  $\phi = 10^\circ$ , ▽ :  $\phi = 20^\circ$ )

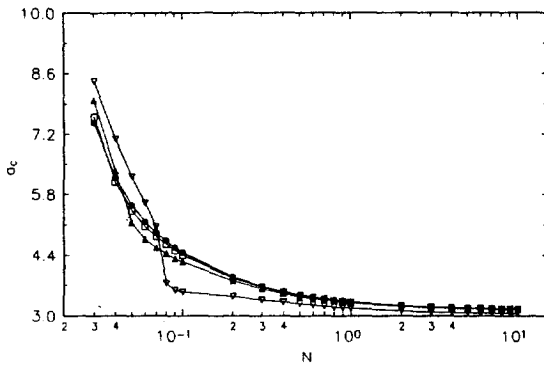


Fig. 6. Effect of  $N$  on the critical wave number. The critical wave number increases as  $N$  decreases. When the value of  $N$  becomes larger 10, the critical wave number becomes  $3.14 (= \pi)$ .  
(● :  $\phi = 0^\circ$ , □ :  $\phi = 5^\circ$ , ▲ :  $\phi = 10^\circ$ , ▽ :  $\phi = 20^\circ$ )

열전도도가 증가하게 되므로 계는 안정화된다. 이는 복사 열전달과 같이 부가적인 열전달 경로가 주어진 온도차에 대하여 존재하게 되므로 대류에 의한 열전달을 포함하지 않고도 같은 양의 열전달이 가능하게 되기 때문이며 따라서 더 큰 값의 임계 Rayleigh-Darcy수를 갖는다. 같은 이유로 매개변수  $N$ 이 감소함에 따라 증대된 유효 열전도도로 인해 경계면과 인근한 유체와 경계면과의 열전달을 위한 필요한 접촉 면적은 감소하게 된다. 다시 말하면  $N$ 이 증가함에 따라 더 작은 면적의 대류 cell을 가지고 충분한 열전달량을 얻을 수 있음을 말한다. 또한 Fig. 7에 제시하였듯이 시간에 따른 교란의 진동을 나타내는 임계 진동수  $\omega_c$ 의 변화로부터, 다공질 층이 수평면과 나란한 경우에는 복사 열전달의 증가에

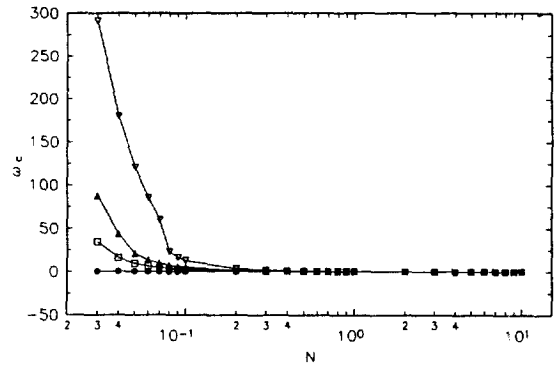


Fig. 7. Effect of  $N$  on the critical frequency. At  $\phi = 0$ , exchange of stabilities is satisfied with independency of  $N$ . At  $\phi \neq 0$ , critical frequency increases as  $N$  increases.  
(● :  $\phi = 0^\circ$ , □ :  $\phi = 5^\circ$ , ▲ :  $\phi = 10^\circ$ , ▽ :  $\phi = 20^\circ$ )

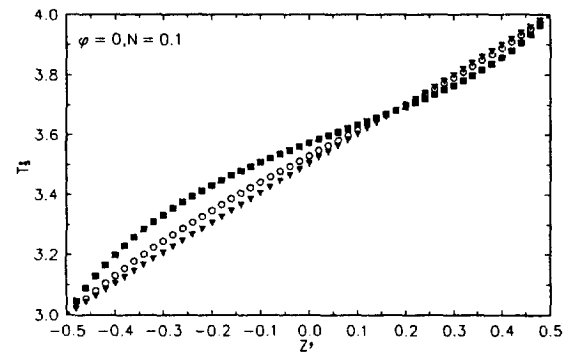


Fig. 8. Basic temperature profile  $T^*$  with various extinction coefficient  $\beta^*$ . The ratio of conduction to radiation parameter  $N$  is 0.1 and angle  $\phi$  is 0 (horizontal).  
(▽ :  $\beta^* = 0.01$ , ○ :  $\beta^* = 0.1$ , ■ :  $\beta^* = 1$ ).

관계없이 한계 안정 상태에서 안정성 교환 원리를 만족하고 있으나, 수평면과 다공질층이 이루는 각  $\phi$ 가 0이 아닌 경우에는 아주 작은 값으로 있던 임계 진동수  $\omega_c$ 가 복사 열전달이 증가함에 따라 증가한다는 것을 알 수 있으며, 이것은 복사 열전달의 증가에 따른 전체 열전달의 증가가 시간에 대한 교란의 진동주기를 짧게 하기 때문이다[11].

Fig. 6과 7을 비교해 보면, 임계 진동수가 급격히 증가하는 영역에서 임계 파수 또한 급격히 증가하여  $N$ 이 0.04이하에서는 오히려 각  $\phi$ 가 커질수록 대류 cell의 크기가 역전되는 것을 볼 수 있으며, 이것으로부터 열전달의 증가에 따른 과도 안정성의 증가는 대류 cell의

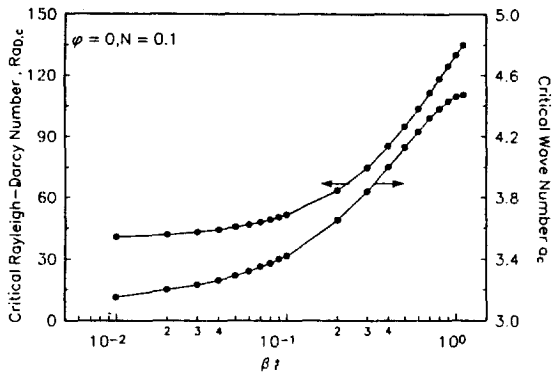


Fig. 9. Effect of extinction coefficient  $\beta^*$  on the critical Rayleigh-Darcy number and critical wave number. The ratio of conduction to radiation parameter  $N$  is 0.1 and angle  $\phi$  is 0(horizontal). As  $\beta^*$  decreases, the critical Rayleigh-Darcy number decreases to  $4\pi^2$ , and as  $\beta^*$  increases, convection cell size decreases.

크기를 감소시킨다는 것을 알 수 있다.

Fig. 8에는  $N$ 이 0.1이고 수평면과 나란한 다공질층에서, 매질의 탁도를 나타내는 흡광 계수  $\beta^*$ 이 기본 안정한 상태의 온도 분포에 미치는 영향을 나타내었다.  $\beta^*$ 이 증가할수록 더 많은 양의 복사에너지가 매질 내에 흡수되어, 실질적인 복사 열전달 효과를 증가시키므로 안정한 상태에서의 온도 분포는 더욱 큰 비선형성을 가지게 된다. 또한 Fig. 9에는 매개변수  $N$ 이 0.1인 수평 다공질층에 대하여, 흡광 계수  $\beta^*$ 이 임계 Rayleigh-Darcy수와 임계 파수의 값에 미치는 영향을 나타내었다.  $\beta^*$ 이 증가한다는 것은 매질 내에서 복사에너지가 통과하지 못하고 흡수되는 에너지 양이 증가한다는 것을 의미하기 때문에 복사 열전달 효과를 증가시키게 되어 계가 더욱 안정해지므로 결과적으로 임계 Rayleigh-Darcy수는 증가하게 되고 대류 cell의 크기는 감소한다.

산란 계수  $\omega_r$ 이 기본 안정 상태 온도 분포에 미치는 영향을 Fig. 10에 나타내었다. 산란 계수  $\omega_r$ 의 감소함에 따라 계 내의 실질적인 복사 열전달량은 증가하게 되므로 온도 분포는 더욱 비선형성을 가지게 된다. Fig. 11에는 산란 계수  $\omega_r$ 이 임계 Rayleigh-Darcy수와 임계 파수에 미치는 영향을 나타내었는데,  $\omega_r$ 이 증가함에 따라서 계에 흡수되는 복사 에너지보다는 계를 통과하여 산란하는 복사 에너지의 양이 증가하게 되므로 임계 Rayleigh-Darcy수는 감소하게 되고 계는 불안정해진다. 또한 모든 복사 에너지가 산란하는 극한의 경우인  $\omega_r$ 이 1.0인 경우에는,  $N$ 의 값에 관계없이 Lapwood의 결과와 동일한 조건인 복사에너지를 고려하지 않은 경우의 임계

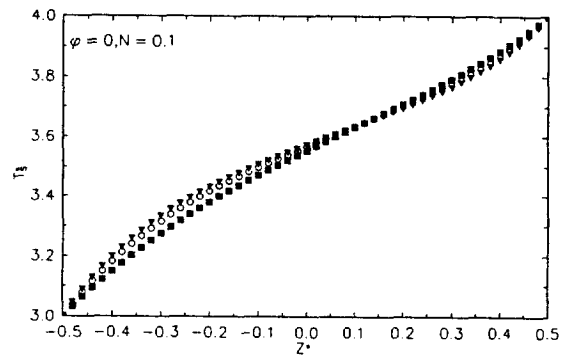


Fig. 10. Basic temperature profile  $T^*$  with various scattering albedo  $\omega_r$ . The ratio of conduction to radiation parameter  $N$  is 0.1 and angle  $\phi$  is 0(horizontal). ( $\blacktriangledown$  :  $\omega_r = 0.0$ ,  $\circ$  :  $\omega_r = 0.3$ ,  $\blacksquare$  :  $\omega_r = 0.7$ )

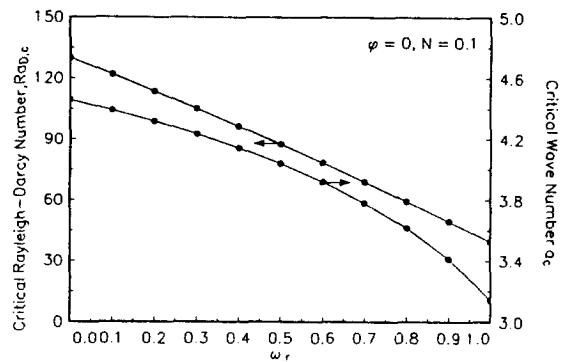


Fig. 11. Effect of scattering albedo  $\omega_r$  on the critical Rayleigh-Darcy number and the critical wave number. The ratio of conduction to radiation parameter  $N$  is 0.1 and angle  $\phi$  is 0(horizontal). As the scattering albedo  $\omega_r$  increases, the critical Rayleigh-Darcy number decreases to  $4\pi^2$  and the critical wave number is  $\pi$  in limiting case of  $\omega_r = 1$ . The convection cell size becomes larger as the scattering albedo increases.

Rayleigh-Darcy수의 경우와 동일한 값인  $4\pi^2$ 이며 이때의 파수는  $\pi$ 이다. 또한 산란 계수  $\omega_r$ 이 증가함에 따라 임계 파수가 감소하게 되는데, 매질의 산란도인  $\omega_r$ 이 감소함에 따라 계의 복사 열전달 효과가 감소하게 되므로 충분한 열전달량의 확보를 위한 대류cell의 크기는 감소하게 되는 것을 그림을 통해 알 수 있다.

#### 4. 결 론

본 연구에서는 수평면과 임의의 각을 이루고 있으며,

유체로 포화되어 있는 반투명 다공질층에서 복사열 전달에 의한 열전달을 고려하는 경우, P<sub>1</sub> 근사법과 선형 안정성 이론을 적용하여 수평면과의 각  $\phi$ 와 복사 열전달이 유체 안정성에 미치는 영향을 조사하였다.

복사 열전달을 고려할 때 다공성 매질 내의 유체의 안정성은 일반적인 Rayleigh-Darcy 수 외에도 유체층의 경사각, 계의 절대온도, 복사와 전도열전달의 비, 흡광 계수와 산란 계수에 크게 의존한다. 전에도 언급이 되었듯이 복사와 전도열전달의 비와 산란 계수가 감소할수록, 그리고 흡광 계수가 증가할수록 매질 내에서 복사 열전달의 효과는 증가한다. 복사 열전달 효과의 증가는 매질 내에서의 유효 열전도도를 증가시켜 유체를 더욱 안정하게 하여 계를 안정화하고 더욱 큰 임계 Rayleigh-Darcy 수를 가지게 한다. 또한 작은 면적으로도 충분히 많은 열전달이 일어날 수 있어, 자연 대류가 일어나기 위해 필요한 가열이나 냉각 면적을 감소시키는 효과를 가지게 되어 임계 파수는 증가하게 된다. 수평면과 다공질층이 이루는 각  $\phi$ 의 변화는 온도 분포에 아무런 영향을 주지 않으나, 각  $\phi$ 가 증가할수록 z 방향으로의 부력을 감소시킴으로써 유체가 불안정해지려는 경향을 억제하며, 자연 대류를 일으키기 위해 더 많은 양의 가열과 냉각을 필요로 하게 되어 대류 cell의 크기를 증가시키게 된다는 것을 알 수 있다. 또한, 다공질층이 수평면과 0이 아닌 각을 이룰 때에는 한계 안정 상태에서 비록 작은 값일지라도 0이 아닌  $\omega_c$ 를 가지게 되어 안정성 교환 원리가 만족되지 않음을 확인하였다. 복사 열전달과 경사각  $\phi$ 가 동시에 영향을 주는 경우, 경사각으로 인해 발생한 작은 값의 과도 안정성이 복사 열전달에 따른 전체 열전달량의 증가에 의해 증가하며, 이것으로 인해 대류 cell의 크기가 급격히 감소하는 현상을 나타내었다. 그 외에, 복사 열전달에 관여하는 매개변수들 또한 안정한 상태에서의 온도 분포와 유체 안정성에 영향을 미치고 있으며, 매질 내에서의 복사 열전달 효과를 증가시키거나, 안정한 상태에서 경계면에 대해 상대적으로 매질 내에서 작은 온도 기울기를 가지게 하는 요인들은 모두 유체를 안정하게 한다는 것을 제시하였다. 열역학적 관점에서 보면, 자연 대류 임계 조건이란 매질 내에서 점성과 전도에 의한 에너지 소산량이 부력에 의해 발생하는 에너지의 생성량과 같아질 때를 의미하게 된다. 복사에 의한 열전달을 고려하는 경우, 복사에너지의 비가역적 에너지 소산량으로 인해 전체 에너지 소산량을 증가시키며, 수평면과의 각  $\phi$ 의 증가는 부력에 의한 에너지 생성량을 감소시켜, 그 결과 자연 대류 임계 조건이 증가하는 것으로 해석될 수도 있다.

본 연구는 aerogel과 같은 반투명 다공성 매질로 이

루어진 다공질층에서 복사 열전달과 수평면과의 각  $\phi$ 가 유체 안정성에 미치는 영향을 정량적으로 구해 보았다는 점에서 의의를 찾을 수 있으며, 자연 대류에 의한 열손실을 극소화하는 반투명 다공질층의 연구 및 설계에 유용하게 쓰일 수 있다.

## 감 사

이 논문은 1994년도 한국 학술진흥재단의 공모 과제 연구비와 서강대학교 교내 연구비에 의하여 연구되었습니다.

## 사용기호

- a : wave number
- $a_1$  : linear anisotropic scattering coefficient
- c : heat capacity
- D :  $z^*$  directional derivative
- d : distance between two plates
- G : incident radiation
- $G^*$  : dimensionless incident radiation ( $G/4\sigma\Delta T^4$ )
- g : gravitational acceleration
- $I_b$  : incident radiation in black body (Planck function)
- $\hat{i}$  : x directional unit vector
- j : imaginary number
- $h^*$  : dimensionless perturbed incident radiation variables
- K : permeability
- k : effective thermal conductivity
- $\hat{k}$  : z directional unit vector
- N : ratio of conduction to radiation parameter
- $\left[ \equiv \frac{k(T_o - T_1)/d}{\sigma(T_o^4 - T_1^4)} \right]$
- $q_r$  : radiative heat flux
- $Ra_o$  : Rayleigh-Darcy number  $\left[ \equiv \frac{g\beta K d \Delta T}{\alpha \nu} \right]$
- s : eigenvalue
- T : temperature
- $T^*$  : dimensionless temperature ( $T/\Delta T$ )
- $\Delta T$  : temperature difference ( $T_o - T_1$ )
- t : time
- $t^*$  : dimensionless time  $[tk/(\rho c) \cdot d^2]$
- u : velocity in porous layer
- $u^*$  : dimensionless velocity  $[u(\rho c)/k]$
- $v^*$  : dimensionless perturbed velocity
- $x^*, z^*$  : nondimensional coordinate ( $x/d, z/d$ )

## 그리스 문자

- $\alpha_f$  : fluid thermal diffusivity  
 $\beta$  : thermal expansion coefficient  
 $\beta_r$  : extinction coefficient  
 $\beta_r^*$  : dimensionless extinction coefficient( $\beta_r \cdot d$ )  
 $\varepsilon_p$  : porosity in porous layer  
 $\varepsilon_w$  : emissivity at wall sides  
 $\theta^*$  : dimensionless perturbed temperature  
 $\mu$  : fluid viscosity  
 $\pi^*$  : dimensionless perturbed pressure  
 $\rho$  : density  
 $\sigma$  : real part of the eigenvalue  $s$   
 $\nu$  : kinematic viscosity  
 $\phi$  : angle of porous layer from horizon  
 $\omega$  : imaginary part of the eigenvalue  $s$   
 $\omega_r$  : scattering albedo

## 연산자

$$\nabla^2 \equiv \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

## 하첨자

- 1 : plate at  $z = -d/2$   
 0 : plate at  $z = d/2$   
 s : stable state  
 \* : fluid saturated porous layer  
 f : fluid  
 m : mean value

## 상첨자

- \* : dimensionless value

## 참고문헌

- Goetzberger, A. and Wittwer, V.: "Aerogels-Symposium(Edited by Fricke, J.)", Würzburg, Fed. Rep. of Germany, 84(1985).
- Lapwood, E. R.: *Proc. Camb. Phil. Soc.*, **44**, 508 (1948).
- Wooding, R. A.: *J. Fluid Mech.*, **2**, 273(1957).
- Elder, J. W.: *J. Fluid Mech.*, **27**, 29(1967).
- Wankat, P. C. and Schowalter, W. R.: *Phys. Fluids*, **13**, 2418(1970).
- Walker, K. and Homsy, G. M.: *J. Heat Transfer*, **99**, 338(1977).
- Simpkins, P. G. and Blythe, P. A.: *Int. J. Heat Mass Transfer*, **23**, 881(1980).
- Rudraiah, N., Veerappa, B. and Rao, S. B.: *Int. J. Heat Mass Transfer*, **25**, 1147(1982).
- Horne, R. N. and Caltagirone, J. P.: *J. Fluid Mech.*, **100**, 385(1980).
- Beckermann, C. and Viskanta, R.: *Int. J. Heat Mass Transfer*, **31**, 35(1988).
- Ramesh, P. S. and Torrance, K. E.: *J. Fluid Mech.*, **257**, 289(1993).
- Green, T. and Freehill, R. L.: *J. Appl. Phys.*, **40**, 1759(1969).
- Gill, A. E.: *J. Fluid Mech.*, **35**, 545(1969).
- Bories, S. A. and Combarous, M. A.: *J. Fluid Mech.*, **57**, 63(1973).
- Chang, L. C., Yang, K. T. and Lloyd, J. R.: *J. Heat Transfer*, **105**, 89(1983).
- Desrayaud, G. and Lauriat, G.: *J. Heat Transfer*, **107**, 710(1985).
- Webb, B. W. and Viskanta, R.: *J. Heat Transfer*, **109**, 427(1987).
- Sharma, R. C. and Singh, H.: *Astrophys. Space Sci.*, **68**, 3(1980).
- Vortmeyer, D., Rudraiah, N. and Sasikumar, T. P.: *Int. J. Heat Mass Transfer*, **32**, 873(1989).
- Gray, D. D. and Giorgini, A.: *Int. J. Heat Mass Transfer*, **19**, 545(1976).
- Özisik, M. N.: "Radiative Transfer", John Wiley and Sons(1972).
- Gershuni, G. Z. and Zhukhovitsky, E. M.: *Int. J. Heat Mass Transfer*, **17**, 717(1974).
- Jackman, E.: *Phys. Fluids*, **2**, 10(1968).