

다중입출력 화학 공정에서의 단일예측제어기의 확장 구현에 관한 연구

윤진규* · 이의형** · 윤인섭†

*선정건설(주) 부설연구소

**서울보건전문대 산업안전과
서울대학교 화학공학과

(1994년 12월 7일 접수, 1995년 7월 21일 채택)

Extended Implementation of Unified Predictive Controller in Multi-Input Multi-Output Chemical Processes

Jin Kyu Yoon*, Ik Hyung Lee** and En Sup Yoon†

*R&D Technology Center, Sunkyoung Engineering & Construction Ltd.

**Department of Industrial Safety Engineering, Seoul Health Junior College
Department of Chemical Engineering, Seoul National University, Seoul 151-742
(Received 7 December 1994; accepted 21 July 1995)

요 약

기존의 모델 예측제어기들을 단일화시킨 단일예측제어기를 다중입출력 공정으로 확장 구현하였다. 간단한 공정의 제어를 통해 구현된 다중입출력 단일예측제어기의 성능과 튜닝 파라미터의 특성을 고찰하였다. 이를 토대로 하여 쉽게 외란이 제거되고 다양한 기준궤적들을 잘 추종하는 다중입출력 단일예측제어기를 얻게 되었다. 그 결과 이러한 다중입출력 단일예측제어기로서 불안정한 비최소위상의 공정과 상호간섭이 심하고 비선형인 보일러-터빈 시스템을 효과적으로 제어할 수 있었다.

Abstract—A unified predictive controller(UPC), which is the unification of various well-known predictive controllers, was extended to the multi-input multi-output(MIMO) processes. The effects of tuning parameters in the closed-loop system was studied through controlling an simple process. Based upon this study, it was found that MIMO UPC rejects disturbances more efficiently and follows the several reference trajectories as well. As a result, the unstable non-minimum process and the boiler-turbine system, which has strong interaction and nonlinearity, could be controlled efficiently by the MIMO UPC.

1. 서 론

모델 예측제어는 공정 모델을 통해 얻어진 예측 구간 내의 공정 출력 예측 값과 설정된 궤적과의 오차를 최소화하도록 제어 구간 내의 일련의 제어기 출력 값을 계산하는 것이다[7]. 공정의 출력은 제어할 공정의 모델을 사용하여 예측하는데 공정의 입력과 출력의 관계를

나타내는 모델로는 전달 함수 모델, 계단 응답 모델, 상태 공간 모델, 비선형 모델 등이 있다. 그러므로 모델 예측제어는 사용하는 모델의 형태에 따라, 기준 궤적의 설정 방법에 따라, 최적화를 위한 기준 함수의 형태에 따라 다양해 질 수 있다[2].

1978년 Richalet 등[11]에 의해 IDCOM(Identification/Command)에 대한 연구로부터 시작된 모델 예측

제어(Model Predictive Control, MPC)는 같은 맥락의 구조 안에서 제각기 특징을 달리 갖는 십 여 개가 넘는 제어기들이 제안되면서 활발히 연구되었다. 이 중 비교적 잘 알려진 예측제어기들에는 DMC(Dynamic Matrix Control, [5]), GPC(Generalized Predictive Control, [3, 4]), EPSAC(Extended Prediction Self-Adaptive Control, [6]), EHAC(Extended Horizon Adaptive Control, [14]), 그리고 UPC(Unified Predictive Control, [12]) 등이 있다. 이러한 제어기들은 핵심 아이디어는 같지만 다른 근원을 갖고 있다. DMC같은 초기의 예측제어들은 다변수 제약 문제를 다루는 데서 나온 반면에 GPC같은 형태의 기법들은 제약이 없는 단일 입력(Single-Input Single-Output, SISO) 시스템의 적응 제어의 대안으로 제시되었다. 전자의 예측제어 기법들이 상태 공간 모델을 이용하는 반면 후자의 기법들은 전달 함수 모델을 이용한다. 이런 제각기의 원리에 근거한 독자적인 연구들은 형태는 다르지만 같은 결과를 내놓기 때문에 단일화된 형태의 방법을 필요로 하게 되었다. 제어기 사이의 차이는 미소해 보여도 그 미소의 차가 매우 다른 폐루프계의 거동을 낳을 수 있기 때문에 결과적으로 특정한 제어 문제를 해결하기 위하여 어떤 예측제어기를 선택해야 할지가 어렵게 된다. 그러므로 예측제어기 설계에 있어서 단일화된(unified) 접근은 각 문제를 같은 구조 내에서 다룰 수 있음으로 인해 설계 비용을 상당 부분 감소하게 할 수 있는 것이다. 이러한 이유로 Soerterboek[12]의 UPC는 단일화된 목적 함수와 단일화된 예측자(Predictor) 그리고 단일화된 제어 규칙을 사용한다. 이럼으로써 각 공정의 특성에 맞게 제어 파라미터의 설정이나 변화가 폭넓게 가능해 진다.

본 연구에서는 이러한 UPC를 다중 입출력(Multiple-Input Multiple-Output, MIMO)계로 확장시켜 그 특성을 고찰하고 여러 화학 공정에 응용하여 보고자 하였다. 먼저 구현된 MIMO UPC(Multi-Input Multi-Output UPC)의 성능을 예측제어기의 하나인 DMC와 비교해 보았다. 또한 비최소위상을 갖는 공정에도 적용 가능함을 보이고 튜닝 파라미터가 설정치 추적과 외란 제거에 어떻게 영향을 미치는 지에 대해서도 고찰하였다. 그리고 최종적으로 상호 간섭이 심하고 비선형이라서 다변수 제어가 적합한 보일러-터빈 시스템을 제어하는데 MIMO UPC를 적용하였다. 이를 위하여 먼저 대상 공정의 동특성을 잘 나타내는 연립 방정식을 시스템으로 가정하고 적당한 입력을 주어 얻은 출력을 순환형 최소자승법(Recursive Least Squares, RLS)을 이용하여 공정의 전달 함수 모델을 구하였다. 제약 조건이 있는 최적화 문제는 본 논문에서 고려하지 않았으며 다만 여러 차례의 시뮬레이션을 통해 제약 조건을 어기지

않게 되는 파라미터값으로 튜닝을 하였다.

2. 이 론

2-1. 시스템 인식(System Identification)

다음과 같은 m 개의 입력과 n 개의 출력으로 구성된 다중 입출력 시스템을 고려하자.

$$A(q^{-1})y(k) = q^{-d}B(q^{-1})u(k-1), \\ \det[A(q^{-1})] \neq 0 \quad (1)$$

여기서 q^{-1} 는 backward shift operator이며 편의상 시간 지연 d 는 0으로 간주한다. 이 때 다항식 행렬 A 와 B 는 다음과 같이 주어진다.

$$A(q^{-1}) = I_{n \times n} + A_1 q^{-1} + \dots + A_{nA} q^{-nA} \\ B(q^{-1}) = B_1 + B_2 q^{-1} + \dots + B_{nB} q^{-nB+1}$$

이제 PRBS(PseudoRandom Binary Sequences)입력과 이를 통해 얻어진 출력을 가지고 다음의 알고리즘을 통해 다항식 행렬 A , B 를 구한다[8].

$$\hat{\theta}(k) = \hat{\theta}(k-1) + K(k)\varepsilon(k) \\ \varepsilon(k) = y(k) - \phi^T(k)\hat{\theta}(k-1) \\ K(k) = P(k-1)\phi(k) (I + \phi^T(k)P(k-1)\phi(k))^{-1} \\ P(k) = P(k-1) - K(k)\phi^T(k)P(k-1) \quad (2)$$

이 때,

$$\phi(k) = [-y^T(k-1) \dots -y^T(k-n_A) \\ u^T(k-1) \dots u^T(k-n_B)]^T \\ \theta = [A_1 \dots A_{nA} \quad B_1 \dots B_{nB}]^T$$

이며, 여기서

$$y(k) \in \mathbb{R}^n, \phi(k) \in \mathbb{R}^{nA \times n + nB \times m}, \theta(k) \in \mathbb{R}^{(nA \times n + nB \times m) \times n}$$

이다.

이 때 $P(k)$ 에 대한 초기값으로 $P(0) = \alpha I$ 를 주는데 α 값은 큰 값이어야 한다[13].

2-2. 단일화된 공정 모델(Unified Process Model)

다음의 공정 모델을 고려하자. 이 모델은 Table 1에서와 같이 기존의 제어기들에서 사용된 모델들을 포괄할 수 있는 단일화된 모델이다.

$$y(k) = q^{-d}A(q^{-1})^{-1}B(q^{-1})u(k-1) \\ + T D^{-1}e(k) \quad (3)$$

이 때,

$$A(q^{-1}) = I + A_1 q^{-1} + \dots + A_{nA} q^{-nA}$$

Table 1. Process models used by some well-known predictive controllers(✓: the same parameter with UPC)

Controller	Model	A	B	T	D
DMC	FSR	I	✓	I	Δ
PCA	FIR	I	✓	I	Δ
MAC	FIR	I	✓	I	Δ
GPC	ARIMAX	✓	✓	✓	AΔ
EPSAC	ARIMAX	✓	✓	✓	AΔ
EHAC	ARIX	✓	✓	I	AΔ

$$B(q^{-1}) = B_1 + B_2q^{-1} + \dots + B_{n_B}q^{-n_B+1}$$

여기서 d 는 공정 지연 시간을, n_A 와 n_B 는 각각 다항식 행렬 A , B 의 차수이며, $e(k)$ 는 σ_e^2 의 분산을 가지며 0의 평균값을 갖는 백색 잡음(white noise)이다. 다항식 행렬 A 와 B 는 시스템 인식에 의해 구해지고 다항식 행렬 T 와 D 는 제어기 설계자에 의해 주어진다.

2-3. 예측자(predictor)

2-3-1. 예측자의 유도

Servo 거동의 tuning을 위해 공정 모델에 필터 P 를 도입한 후 다음의 최적 i -step-ahead predictor를 얻는다. (·)는 시스템 인식에 의해 추정된 값을 의미한다.

$$\begin{aligned} P\hat{y}(k+i) &= PE_i D(AT)^{-1} \hat{B}u(k+i-d-1) \\ &+ F_i T^{-1}y(k) \end{aligned} \quad (4)$$

여기서 E_i 와 F_i 는 다음 식에 의해 얻어진다.

$$PTD^{-1} = E_i + q^{-i}F_i D^{-1} \quad (5)$$

$T = (1 - \lambda q^{-1})^{n_T} I_{m \times m}$ 이고 $D = D_1 \hat{A}$ 로 주어진다고 할 때 식 (4)는

$$\begin{aligned} P\hat{y}(k+i) &= G_i u(k+i-1) + T^{-1}[H_i u(k-1) \\ &+ F_i y(k)] \end{aligned} \quad (6)$$

로 나타낼 수 있다. 여기서 G_i 와 H_i 는 다음에 의해 얻어진다.

$$E_i D_1 \hat{B} T^{-1} = G_i + q^{-i+d} H_i T^{-1} \quad (7)$$

2-3-2. 예측자의 성질

식 (5)를 F_i 에 대하여 다시 쓰면,

$$F_i = q^i(PT - E_i D) \quad (8)$$

이제 식 (4)를 식 (8)과 (3)을 이용하여 다음과 같이 쓸 수 있다.

Table 2. Criterion function parameters for several well-known predictive controllers(✓: the same parameter with UPC, -: UPC)

Controller	Hp	Hm	Hc	P	ϕ	ρ	Qn	Qd
DMC	✓	$\hat{d}+1$	✓	I	Δ	✓	Δ	I
PCA	✓	$\hat{d}+1$	$H_p - \hat{d}$	I	Δ	✓	Δ	I
MAC	✓	$\hat{d}+1$	$H_p - \hat{d}$	I	Δ	✓	Δ	I
GPC	✓	✓	✓	I	Δ	✓	Δ	I
EPSAC	✓	$\hat{d}+1$	I	✓	Δ	0	-	-
EHAC	✓	H_p	I	I	Δ	0	-	-

$$\begin{aligned} P\hat{y}(k+i) &= Py(k+i) + E_i DT^{-1}[q^{-\hat{d}}\hat{A}^{-1}\hat{B} - q^{-d}A^{-1}B] \\ &u(k+i-1) - E_i DT^{-1}\xi(k+i) \end{aligned} \quad (9)$$

여기서 $\xi(k+i)$ 는 공정의 미래 $k+i$ 시간의 외란을 나타낸다.

그러므로 예측 오차 $\varepsilon(k+i)$ 는 다음과 같이 주어진다.

$$\begin{aligned} \varepsilon(k+i) &= y(k+i) - \hat{y}(k+i) \\ &= P^{-1}E_i DT^{-1} \left[\frac{(q^{-d}A^{-1}B - q^{-\hat{d}}\hat{A}^{-1}\hat{B})}{\text{model error}} \right. \\ &\quad \left. u(k+i-1) + \xi(k+i) \right] \end{aligned} \quad (10)$$

식 (10)으로부터 예측 오차에 대한 외란과 모델링 오차의 영향이 다항식 행렬 P 와 T 그리고 D 의 tuning에 의해 좌우되는 것을 알 수 있다. 예측제어는 공정 출력의 예측에 의존하고 있으므로 T 와 P 그리고 D 모두 모델 오차와 관련된 페루프계의 robustness와 regulator 거동에 영향을 끼친다. 만약에 P 가 $(1 - \lambda q^{-1})I_{m \times m}$ 로 주어지고 D 가 P 를 인자로 가진다면 P 는 더이상 robustness와 regulator 거동에 영향을 끼치지 않게 된다.

2-4. 단일화된 기준 함수(Unified Criterion Function)

UPC는 다음과 같이 단일화된 기준 함수를 사용한다. 이 함수는 Table 2에서와 같이 기존의 제어기에서 사용된 기준 함수를 포괄하고 있다.

$$\begin{aligned} J &= \sum_{i=H_m}^{H_p} [P\hat{y}(k+i) - P(1)w(k+i)]^2 \\ &+ \rho \sum_{i=1}^{H_p - \hat{d}} [Q_n Q_d^{-1}u(k+i-1)]^2 \end{aligned} \quad (11)$$

이 기준 함수는 아래의 제약 조건하에서 최소화된다.

$$\phi Pu(k+i-1) = 0 \quad 1 \leq H_c < i \leq H_p - \hat{d}$$

여기서 ρ 는 제어기 출력에 대한 가중치이며, ϕ 는 미래

제어기 출력 구조의 다항식 행렬이다. 또한 $P(q^{-1})$ 는 servo 거동을 향상시키기 위해 설계자가 지정하는 다항식 행렬이다. Q_n 과 Q_d 는 공통 인자를 갖지 않는 다항식 행렬이다.

2-5. 제어 법칙(Control Law)

이제 $i = H_m, \dots, H_p$ 에 관하여 i -step-ahead predictor 식 (6)을 행렬 형태로 나타내면

$$\hat{\mathbf{y}}^* = \mathbf{G}\mathbf{u} + \mathbf{H}\hat{\mathbf{u}} + \mathbf{F}\mathbf{y} + \xi_{det} \quad (12)$$

여기서 ξ_{det} 는 $\hat{\mathbf{y}}(k+i)$ 에 대한 deterministic 외란의 효과이고 $\hat{\mathbf{u}}$ 와 \mathbf{y} 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{y}}^* &= [\hat{\mathbf{y}}(k+H_m), \dots, \hat{\mathbf{y}}(k+H_p)]^T \\ \mathbf{y} &= [\mathbf{T}^{-1}\mathbf{y}(k), \mathbf{T}^{-1}\mathbf{y}(k-1), \dots]^T \\ \mathbf{u} &= [\mathbf{u}(k), \dots, \mathbf{u}(k+H_p-\hat{d}-1)]^T \\ \hat{\mathbf{u}} &= [\mathbf{T}^{-1}\hat{\mathbf{u}}(k-1), \mathbf{T}^{-1}\hat{\mathbf{u}}(k-2), \dots]^T \end{aligned}$$

\mathbf{u} 에 관한 식 (11)의 구배(gradient)를 계산하기 위해서 기준 함수를 행렬 형태로 다시 쓴다.

$$\mathbf{J} = (\hat{\mathbf{y}}^* - \mathbf{w}^*)^T (\hat{\mathbf{y}}^* - \mathbf{w}^*) + \rho \mathbf{u}^{*T} \mathbf{u}^* \quad (13)$$

여기서

$$\begin{aligned} \mathbf{w}^* &= [\mathbf{P}(1)\mathbf{w}(k+H_m), \dots, \mathbf{P}(1)\mathbf{w}(k+H_p)]^T \\ \hat{\mathbf{y}}^* &= [\hat{\mathbf{y}}(k+H_m), \dots, \hat{\mathbf{y}}(k+H_p)]^T \\ \mathbf{u}^* &= [\mathbf{u}^*(k), \dots, \mathbf{u}^*(k+H_p-\hat{d}-1)]^T \\ \mathbf{u}^*(k) &= \mathbf{Q}_n \mathbf{Q}_d^{-1} \mathbf{u}(k) \end{aligned}$$

여기에 앞으로 계산할 제어기 출력 벡터 $\bar{\mathbf{u}}$ 를 도입한다.

$$\bar{\mathbf{u}} = [\mathbf{u}(k), \dots, \mathbf{u}(k+H_c-1)]^T$$

$\bar{\mathbf{u}}$ 에 관한 식 (13)의 gradient는 다음과 같이 된다.

$$\frac{\partial \mathbf{J}}{\partial \bar{\mathbf{u}}} = 2 \frac{\partial \hat{\mathbf{y}}^*}{\partial \bar{\mathbf{u}}} (\hat{\mathbf{y}}^* - \mathbf{w}^*) + 2\rho \frac{\partial \mathbf{u}^*}{\partial \bar{\mathbf{u}}} \mathbf{u}^* \quad (14)$$

식 (14)로부터 편도 함수 $\frac{\partial \hat{\mathbf{y}}^*}{\partial \bar{\mathbf{u}}}$ 와 $\frac{\partial \mathbf{u}^*}{\partial \bar{\mathbf{u}}}$ 를 구해야 함을 알 수 있다.

2-5-1. \mathbf{u}^* 와 $\bar{\mathbf{u}}$ 의 관계

먼저 \mathbf{u} 와 $\bar{\mathbf{u}}$ 의 관계가 다음에 대해 Diophantine 식을 적용하여

$$\Phi \mathbf{P} \mathbf{u}(k+i-1) = 0 \quad 1 \leq H_c < i \leq H_p - \hat{d} \quad (15)$$

다음과 같이 얻어진다.

$$\mathbf{u} = \mathbf{M}\bar{\mathbf{u}} + \mathbf{N}\tilde{\mathbf{u}} \quad (16)$$

여기서 \mathbf{M} 은 $m(H_p - \hat{d}) \times m(H_c)$ 의 차원을 가지며 \mathbf{N} 은

$m(H_p - \hat{d}) \times m(n_\phi + n_\rho - H_c)$ 의 차원을 가진다. 만약 $H_c = H_p - \hat{d}$ 이면 $\mathbf{M} = \mathbf{I}$ 이고 $\mathbf{N} = \mathbf{0}$ 이다. 이 때 벡터 $\tilde{\mathbf{u}}$ 는 다음과 같이 주어진다.

$$\tilde{\mathbf{u}} = [\mathbf{u}(k-1), \dots, \mathbf{u}(k+H_c-n_\phi-n_\rho)]^T$$

여기에 \mathbf{u} 와 \mathbf{u}^* 의 관계가 다음에 대해 Diophantine 식을 적용하여

$$\mathbf{u}^*(k+i-1) = \mathbf{Q}_n \mathbf{Q}_d^{-1} \mathbf{u}(k+i-1) \quad 1 \leq i \leq H_p - \hat{d} \quad (17)$$

다음과 같이 얻어진다.

$$\mathbf{u}^* = \Phi \mathbf{u} + \Omega \tilde{\mathbf{u}} \quad (18)$$

여기서 Φ 는 차원이 $m(H_p - \hat{d}) \times m(H_p - \hat{d})$ 인 lower triangular matrix이고 Ω 는 차원 $m(H_p - \hat{d}) \times mn_\Omega$ 의 행렬이며 이 때 $n_\Omega = \max(n_{Q_n}, n_{Q_d})$ 이다.

이 때 벡터 $\tilde{\mathbf{u}}$ 는 다음과 같이 주어진다.

$$\tilde{\mathbf{u}} = [\mathbf{Q}_d^{-1} \mathbf{u}(k-1), \dots, \mathbf{Q}_d^{-1} \mathbf{u}(k-n_\Omega)]^T$$

식 (16)과 (18)을 사용하여 \mathbf{u} 와 \mathbf{u}^* 의 관계가 다음과 같이 주어진다.

$$\mathbf{u}^* = \Phi \mathbf{M} \bar{\mathbf{u}} + \Omega \tilde{\mathbf{u}} + \Phi \mathbf{N} \tilde{\mathbf{u}} \quad (19)$$

이제 편도 함수 $\partial \mathbf{u}^* / \partial \bar{\mathbf{u}}$ 는 다음과 같이 된다.

$$\frac{\partial \mathbf{u}^*}{\partial \bar{\mathbf{u}}} = \mathbf{M}^T \Phi^T \quad (20)$$

2-5-2. \mathbf{y}^* 와 $\bar{\mathbf{u}}$ 의 관계

편도 함수 $\partial \hat{\mathbf{y}}^* / \partial \bar{\mathbf{u}}$ 는 단일화된 예측 모델 식 (12)를 사용하여 계산되어 질 수 있다.

식 (12)와 (19)를 이용하여 \mathbf{y}^* 와 $\bar{\mathbf{u}}$ 의 관계는 다음과 같이 주어진다.

$$\hat{\mathbf{y}}^* = \mathbf{G} \mathbf{M} \bar{\mathbf{u}} + \mathbf{H} \hat{\mathbf{u}} + \mathbf{F} \mathbf{y} + \mathbf{G} \mathbf{N} \tilde{\mathbf{u}} \quad (21)$$

따라서

$$\frac{\partial \hat{\mathbf{y}}^*}{\partial \bar{\mathbf{u}}} = \mathbf{M}^T \mathbf{G}^T \quad (22)$$

2-5-3. 제어 법칙(Control Law)

식 (14)의 gradient는 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{J}}{\partial \bar{\mathbf{u}}} &= 2\mathbf{M}^T (\mathbf{G}^T \mathbf{G} + \rho \Phi^T \Phi) \mathbf{M} \bar{\mathbf{u}} \\ &\quad + 2\mathbf{M}^T [\mathbf{G}^T (\mathbf{H} \hat{\mathbf{u}} + \mathbf{F} \mathbf{y} + \mathbf{G} \mathbf{N} \tilde{\mathbf{u}} - \mathbf{w}^*) \\ &\quad + \rho \Phi^T (\Omega \tilde{\mathbf{u}} + \Phi \mathbf{N} \tilde{\mathbf{u}})] \end{aligned} \quad (23)$$

$\partial \mathbf{J} / \partial \bar{\mathbf{u}} = 0$ 에 의하여 다음의 제어 법칙을 얻게 된다.

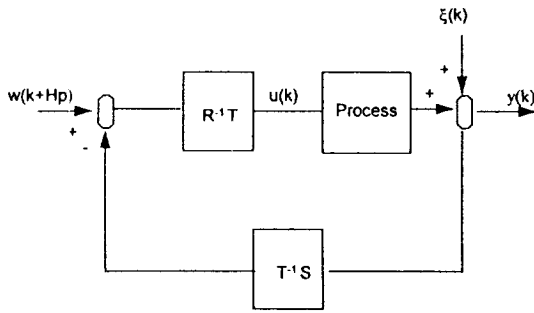


Fig. 1. Block diagram of the closed-loop system.

$$\mathbf{u} = [\mathbf{M}^T(\mathbf{G}^T\mathbf{G} + \rho\Phi^T\Phi)\mathbf{M}]^{-1} \mathbf{M}^T[\mathbf{G}^T(\mathbf{w}^* - \mathbf{H}\hat{\mathbf{u}} - \mathbf{F}\mathbf{y} - \mathbf{G}\mathbf{N}\hat{\mathbf{u}}) - \rho\Phi^T(\Omega\hat{\mathbf{u}} + \Phi\mathbf{N}\hat{\mathbf{u}})] \quad (24)$$

$\hat{\mathbf{u}}$ 의 첫 번째 원소가 공정을 제어하는데 사용되고 나머지는 사용되지 않으므로 계산할 필요가 없다. 그러므로 단일화된 예측제어 법칙 (24)는 다음과 같이 간략화된다.

$$\mathbf{u}(k) = \mathbf{v}^T\mathbf{w}^* - \mathbf{h}^T\hat{\mathbf{u}} - \mathbf{f}^T\mathbf{y} - \mathbf{v}_2^T\hat{\mathbf{u}} - \rho\mathbf{z}^T\hat{\mathbf{u}} - \rho\mathbf{z}_2^T\hat{\mathbf{u}} \quad (25)$$

여기에서,

$$\begin{aligned} \mathbf{v}^T &= \mathbf{x}^T\mathbf{G}^T & m \times m(\mathbf{H}\mathbf{p} - \mathbf{H}\mathbf{m} + 1) \\ \mathbf{x}^T &= \mathbf{e}_1^T\mathbf{R}_c^{-1}\mathbf{M}^T & m \times m(\mathbf{H}\mathbf{p} - \mathbf{d}) \\ \mathbf{e}_1^T &= [\mathbf{I}_{m \times m}, 0, \dots, 0]^T & m \times m\mathbf{H}\mathbf{c} \\ \mathbf{R}_c &= \mathbf{M}^T(\mathbf{G}^T\mathbf{G} + \rho\Phi^T\Phi)\mathbf{M} & m\mathbf{H}\mathbf{c} \times m\mathbf{H}\mathbf{c} \\ \mathbf{h}^T &= \mathbf{v}^T\mathbf{H} & [\mathbf{v}^T] \times [\mathbf{H}] \\ \mathbf{f}^T &= \mathbf{v}^T\mathbf{F} & [\mathbf{v}^T] \times [\mathbf{F}] \\ \mathbf{v}_2^T &= \mathbf{v}^T\mathbf{G}\mathbf{N} & m \times m(n_\phi + n_p - \mathbf{H}\mathbf{c}) \\ \mathbf{z}^T &= \mathbf{x}^T\Phi^T\Omega & m \times mn_\Omega \\ \mathbf{z}_2^T &= \mathbf{x}^T\Phi^T\Phi\mathbf{N} & m \times m(n_\phi + n_p - \mathbf{H}\mathbf{c}) \end{aligned}$$

2-6. 다항식적 접근(The polynomial approach)

Fig 1에 나타난 블록 다이어그램에서 알 수 있듯이 제어 법칙을 아래와 같이 쓸 수 있다.

$$\mathbf{R}\mathbf{u}(k) = -\mathbf{S}\mathbf{y}(k) + \mathbf{T}\mathbf{w}(k + \mathbf{H}\mathbf{p}) \quad (26)$$

이러한 제어 법칙은 pole-placement 제어기 설계에서 사용된다. 이 경우에 $\mathbf{w}(k + \mathbf{H}\mathbf{p})$ 는 설정치와 동일하다.

$$\begin{aligned} \mathbf{u}(k) &= \mathbf{V}\mathbf{w}^*(k + \mathbf{H}\mathbf{p}) - \mathbf{H}\mathbf{T}^{-1}\mathbf{u}(k-1) - \mathbf{F}\mathbf{T}^{-1}\mathbf{y}(k) \\ &\quad - \mathbf{V}_2\mathbf{u}(k-1) - \rho\mathbf{Z}\mathbf{Q}_d^{-1}\mathbf{u}(k-1) - \rho\mathbf{Z}_2\mathbf{u}(k-1) \end{aligned} \quad (27)$$

이 때

$$\mathbf{V} = \mathbf{v}_{H\mathbf{p} - \mathbf{H}\mathbf{m} + 1} + \mathbf{v}_{H\mathbf{p} - \mathbf{H}\mathbf{m}}\mathbf{q}^{-1} + \dots + \mathbf{v}_1\mathbf{q}^{-H\mathbf{p} + \mathbf{H}\mathbf{m}}$$

$$\mathbf{H} = \mathbf{P}(\mathbf{h}^T), \mathbf{F} = \mathbf{P}(\mathbf{f}^T)$$

$$\mathbf{V}_2 = \mathbf{P}(\mathbf{v}_2^T), \mathbf{Z} = \mathbf{P}(\mathbf{z}^T)$$

$$\mathbf{Z}_2 = \mathbf{P}(\mathbf{z}_2^T)$$

여기서 \mathbf{P} 는 행렬을 다항식 행렬로 바꾸는 연산자이다.

$$\mathbf{R} = \mathbf{T}\mathbf{Q}_d + \mathbf{q}^{-1}(\mathbf{H}\mathbf{Q}_d + \mathbf{V}_2\mathbf{T}\mathbf{Q}_d + \rho\mathbf{Z}\mathbf{T} + \rho\mathbf{Z}_2\mathbf{T}\mathbf{Q}_d)$$

$$\mathbf{S} = \mathbf{F}\mathbf{Q}_d$$

$$\mathbf{T} = \mathbf{V}\mathbf{T}\mathbf{Q}_d\mathbf{P}(1) \quad (28)$$

3. 구현 및 결과

3-1. 대상 공정의 인식(Identification) 결과

다음과 같은 Bell과 Åström[1]이 제시한 160MW 화력 발전기용 보일러-터빈 시스템의 동특성 모델을 대상으로 하였다.

$$\dot{x}_1 = -0.0018u_2x_1^{9/8} + 0.9u_1 - 0.15u_3$$

$$\dot{x}_2 = (0.073u_2 - 0.016)x_1^{9/8} - 0.1x_2$$

$$\dot{x}_3 = [141u_3 - (1.1u_2 - 0.19)x_1]/85$$

여기서 상태 변수 x_1, x_2, x_3 는 각각 드럼 증기압(kg/cm²), 전기적 출력(MW), 드럼 내의 유체의 농도(kg/cm³)를 나타낸다. 제어 입력 u_1, u_2, u_3 는 각각 보일러 연료 조절기의 위치, 터빈으로 가는 증기의 양을 조절하는 밸브의 위치, 급수 조절기의 위치를 나타낸다. 제어 입력들은 모두 0과 1사이의 값으로 정규화되어 있다. 또한 드럼의 수위(m)는 다음과 같이 나타낼 수 있으며, 여기서 a_s 는 증기의 질을 나타내는 계수이고 q_s 는 증발율(Kg/s)을 나타낸다.

$$\text{Level} = 0.05(0.13073x_3 + 100a_s + q_s/9 - 67.975)$$

$$a_s = \frac{(1 - 0.001538x_3)(0.8x_1 - 25.6)}{x_3(1.0394 - 0.0012304x_1)}$$

$$q_s = (0.854u_2 - 0.147)x_1 + 45.59u_1 - 2.514u_3 - 2.096$$

이 때의 보일러-터빈 시스템의 전달 함수 모델은 다음과 같은 3×3 다항식 행렬로 나타낼 수 있다. 여기서 y_1, y_2, y_3 는 x_1, x_2, x_3 를 0과 1사이로 정규화시킨 값이다.

$$\begin{bmatrix} a_{11} & 0 & 0 \\ a_{21} & a_{22} & 0 \\ a_{31} & 0 & a_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ 0 & b_{22} & 0 \\ 0 & b_{32} & b_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{bmatrix}$$

이에 대해 $n_A = 2, n_B = 2$ 로 놓고 파라미터를 온라인(On-line) 인식한 결과 다음의 값들을 얻게 되었다.

$$a_{11} = 1 - 1.993706 \mathbf{q}^{-1} + 0.993711 \mathbf{q}^{-2}$$

$$a_{21} = -0.101094 \mathbf{q}^{-1} + 0.0870252 \mathbf{q}^{-2}$$

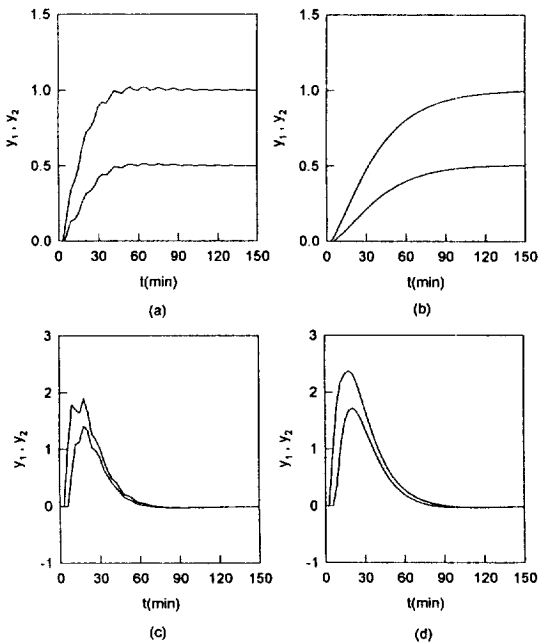


Fig. 2. Influence of P and T on the behavior of the closed-loop system.

(a) $P=(1-0.6q^{-1})I$, $T=I$, (b) $P=(1-0.9q^{-1})I$, $T=I$, (c) $P=(1-0.7q^{-1})I$, $T=I$, (d) $P=(1-0.7q^{-1})I$, $T=(1-0.7q^{-1})I$.

$$a_{22}=1-1.771360 q^{-1}+0.784055 q^{-2}$$

$$a_{31}=0.001575 q^{-1}-0.001454 q^{-2}$$

$$a_{33}=1-1.924311 q^{-1}+0.924310 q^{-2}$$

$$b_{11}=0.002831 q^{-1}-0.002820 q^{-2}$$

$$b_{12}=-0.002227 q^{-1}+0.002219 q^{-2}$$

$$b_{13}=-0.000607 q^{-1}+0.000603 q^{-2}$$

$$b_{22}=0.139394 q^{-1}-0.120798 q^{-2}$$

$$b_{32}=-0.002248 q^{-1}+0.002069 q^{-2}$$

$$b_{33}=0.001699 q^{-1}-0.001562 q^{-2}$$

3-2. 제어기의 튜닝과 성능비교

구현된 제어기의 성능을 DMC와 비교하기 위해 다음과 같은 Wood-Berry 모델을 제어하였다. 이 모델은 샘플링 주기를 3(min)으로 하여 얻어졌다.

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1.4447z^{-1}+0.660z^{-2}}{1-0.8356z^{-1}} \\ \frac{z^{-2}(1.1064z^{-1}+0.4816z^{-2})}{1-0.7594z^{-1}} \end{bmatrix}$$

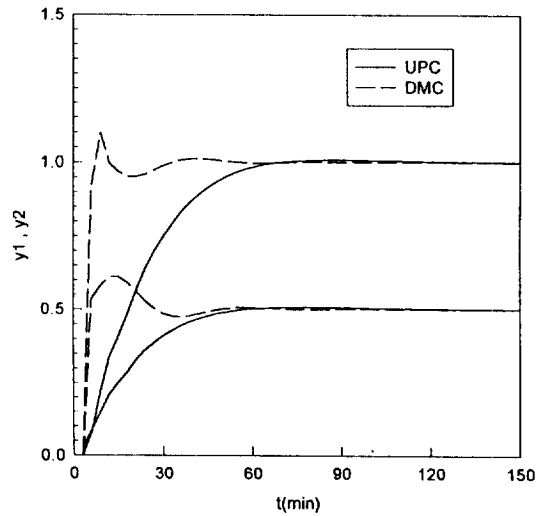


Fig. 3. Time responses to step changes in set points for UPC and DMC.

$$\begin{bmatrix} \frac{z^{-1}(-2.516z^{-1})}{1-0.8669z^{-1}} \\ \frac{z^{-1}(-3.6484z^{-1})}{1-0.8119z^{-1}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{z^{-2}(0.2467z^{-1}+0.4463z^{-2})}{1-0.8176z^{-1}} \\ \frac{z^{-1}(0.9962z^{-1})}{1-0.7967z^{-1}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d \end{bmatrix}$$

여기서 y_1, y_2 는 출력, u_1, u_2 는 입력, 그리고 d 는 외란을 각각 나타낸다.

3-2-1. 튜닝 파라미터 P와 T의 영향

튜닝 파라미터 P와 T는 원하는 폐루프계 거동을 얻기 위해 본 연구에서 유용하게 사용되는 튜닝 파라미터이다. GPC와는 달리 UPC에서는 파라미터 P와 T가 독자적으로 각각 servo 거동과 regulator 거동에 미치게 할 수 있음을 Fig. 2를 통해 알 수 있다.

Fig. 2에는 시간 $t=0$ 에서 설정치가 y_1 과 y_2 에 대해 각각 0.5와 1로 바뀔 때 P와 T의 여러 값에 따른 폐루프계(closed-loop)의 servo 거동이 나와 있다. Fig. 2의 (a)와 (b)에서 보듯이 $P=(1-\lambda q^{-1})I$ 에서 λ 값이 커질수록 설정치 추종 속도는 느려지지만 보다 매끄럽게 추종하고 있음을 알 수 있다. 이는 λ 값이 커질수록 제어기 출력 변화율이 감소하게 되기 때문이다. 그러나 λ 가 1에 가까울 경우 폐루프계의 극점으로 작용하므로 시스템은 불안정해질 수 있다.

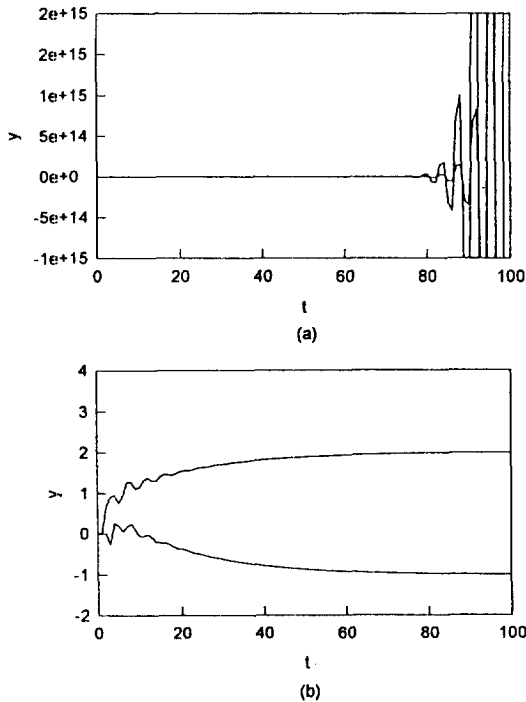


Fig. 4. Influence of the combined of D and Qn on the servo behavior of the unstable closed-loop system.
(a) $D=\Delta$, $Qn=\Delta$ and (b) $D=I$, $Qn=I$.

한편 Fig. 2의 (c)와 (d)에는 T의 여러 값에 따른 폐루프계의 regulator 거동이 나와 있다. 이 경우 P의 경우와 마찬가지로 T의 λ 값이 커짐에 따라 외란제거 속도는 느려지지만 외란을 보다 매끄럽고 안정되게 제어함을 알 수 있다.

이러한 P와 T의 성질은 시스템에 따라 원하는 거동을 얻기 위해 유용하게 사용될 수 있다.

3-2-2. DMC와의 성능 비교

비교에 사용된 DMC의 튜닝 파라미터값은 $H_b=7$, $H_r=2$, $\rho=1$ 로서 Prett 등[10]의 문헌을 참조로 하여 구해진 값이다. 시간 $t=0$ 에서 설정치가 y_1 과 y_2 에 대해 각각 0.5와 1로 바뀔 때의 DMC와 UPC의 servo 거동이 Fig. 3에 나와 있다. Fig. 3에서 보듯이 DMC는 오버슈트(overshoot)를 보이며 수렴하는 반면 UPC는 튜닝파라미터 P의 영향으로 완전히 수렴하는 것을 알 수 있다.

3-3. 불안정한 비최소 위상 공정의 제어

공정과 모델이 일치하는 경우로서 Kinnaert[9]의 연구에서 사용한 다음과 같은 불안정한 비최소 위상의 공정을 제어하였다.

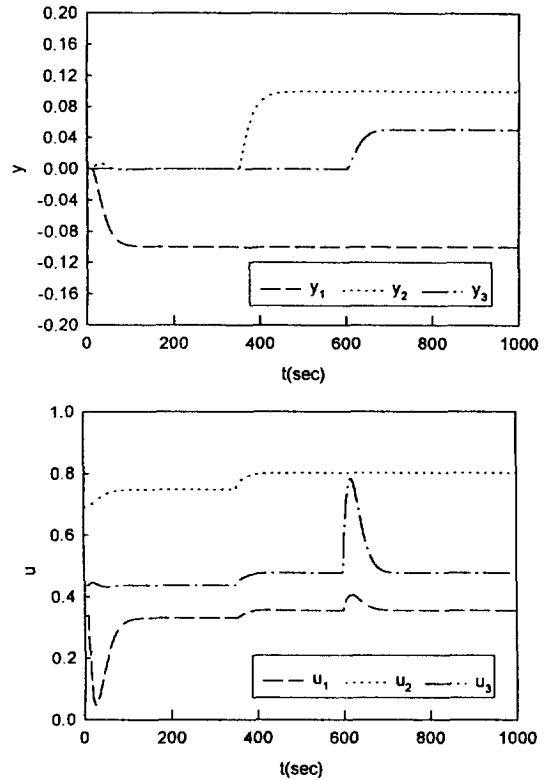


Fig. 5. Time responses of the set point changes in controlling the boiler-turbine system.

$$\begin{bmatrix} 1-q^{-1} & 0.5q^{-1} \\ 0.5q^{-1} & 1-0.2q^{-1} \end{bmatrix} \Delta(q^{-1})y(t) \\ = \begin{bmatrix} 0.2q^{-2}+q^{-3} & q^{-2} \\ 0.25q^{-3} & 0.2q^{-3}+q^{-4} \end{bmatrix} \Delta(q^{-1})u(t)$$

그 결과 Fig. 4의 (a)에서 보듯이 주로 GPC 형태의 제어기들에서 설정되는 $D=\Delta$, $Qn=\Delta$ 의 튜닝 파라미터 값들로는 불안정한 폐루프계를 놓고 있음을 볼 수 있다. 반면에 UPC는 이러한 값들이 고정되어 있지 않으므로 $D=I$, $Qn=I$ 로 놓음으로써 Fig. 4의 (b)와 같이 안정된 설정치 추종을 얻을 수 있게 된다. 이 두 경우의 차이는 제어기 출력값의 차분값에 가중치를 주느냐 아니면 제어기 출력값 그 자체에 가중치를 주느냐에 있다.

3-4. 보일러-터빈 시스템의 제어

3-4-1. 설정치 변화에 따른 Servo 거동

아래와 같이 설정치를 변화시켰을 때 설정치 추종 결과가 Fig. 5에 나와 있다.

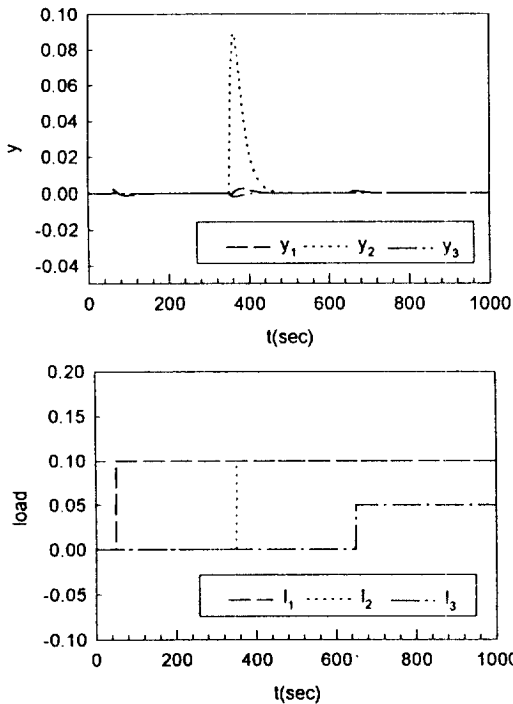


Fig. 6. Time responses of the input-load rejection in controlling the boiler-turbine system.

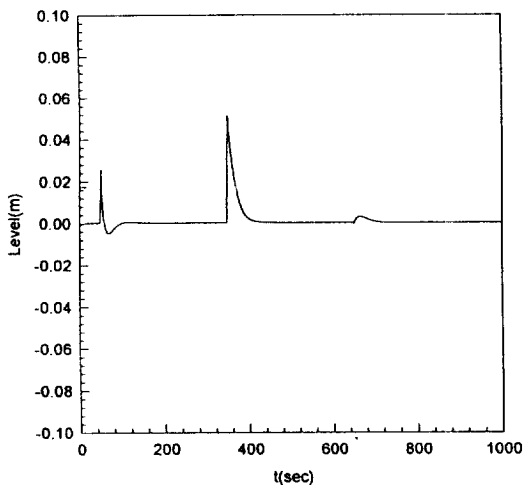


Fig. 7. Time responses of the drum level in rejecting load of the inputs of the boiler-turbine system.

$$y_{sp1}(t) = 0 - 0.1 u_s(t-10) \quad y_{sp2}(t) = 0 + 0.1 u_s(t-350) \\ y_{sp3}(t) = 0 + 0.05 u_s(t-600)$$

[y_{sp1} , y_{sp2} , y_{sp3} : 각각의 설정치 $u_s(t-ts)$: 시간 ts 에서의 계단 입력 변화]

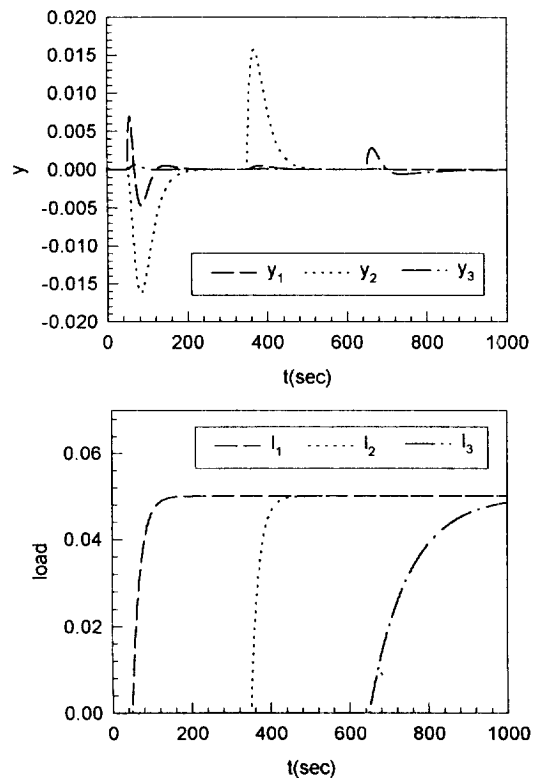


Fig. 8. Time responses of the output-load rejection in controlling the boiler-turbine system.

Fig. 5는 정규화된 각 공정출력이 시간에 따른 설정치 변화를 잘 추종하고 있음을 보이고 있다.

3-4-2. 입력 외란시의 Regulator 거동

다음과 같이 입력단에 외란이 주어질 때 외란 제거의 결과가 Fig. 6에 나와 있다.

$$u_1 = u_{sp1} + 0.1 u_s(t-50) \quad u_2 = u_{sp2} + 0.1 u_s(t-350)$$

$$u_3 = u_{sp3} + 0.05 u_s(t-650)$$

(u_{sp1} , u_{sp2} , u_{sp3} : 각각의 정상상태값 $u_s(t-ts)$: 시간 ts 에서의 계단 입력 변화)

Fig. 6은 입력단에 주어진 외란(l_1 , l_2 , l_3)과 외란의 영향이 제거되고 있는 출력의 변화를 나타내고 있다. 전기적 출력을 나타내는 y_2 가 다른 변수들에 비해 정상상태 이득이 크므로 변화의 크기가 크게 나타나고 있음을 알 수 있다. 또한 Fig. 7은 이 때의 수위의 변화를 나타낸 것이다. 보일러 운전시 드럼 수위의 안정된 제어는 매우 중요하다.

3-4-3. 출력 외란시의 Regulator 거동

마찬가지로 출력단에 외란이 다음과 같이 주어질 때

외란 제거의 결과가 Fig. 8에 나와 있다.

$$y_1 = y_{sp1} + 0.05 u_y(t-50) \quad y_2 = y_{sp2} + 0.05 u_y(t-350) \\ y_3 = y_{sp3} + 0.05 u_y(t-650)$$

(y_{sp1} , y_{sp2} , y_{sp3} : 각각의 정상상태값 u_y : 여과된 계단 입력)

Fig. 8은 출력단에 주어진 외란과 외란의 영향이 제거되고 있는 출력의 변화를 나타내고 있다. 외란 초기에 드림의 증기압이 증가하는 동안 증기 생산량이 떨어져 전기적 출력은 감소하는 양상을 보이고 있음을 알 수 있다. 그러나 이내 외란은 제거되고 정상상태를 유지하게 된다.

4. 결 론

기존의 다양한 모델 예측제어기를 단일화된 하나의 구조로서 나타내는 단일예측제어기 UPC를 다중입출력 시스템으로 확장 구현하였다. 구현된 다중입출력 단일예측제어기(MIMO UPC)에서는 공정 출력의 모델 추종성을 위해 부과된 필터와 공정 외란항 모델링에 사용된 필터를 튜닝 파라미터로서 사용하였다. 이러한 튜닝 파라미터의 페루프계의 성질은 Wood-berry모델과 불안정한 비최소 위상 공정의 제어를 통해 고찰되었다. 이로써 쉽게 외란을 제거하고 다양한 기준 궤적을 잘 추종하는 다중입출력 단일예측제어기를 얻었다. 이러한 다중입출력 단일예측제어기를 상호 간섭이 심하고 비선형인 보일러-터빈 시스템의 다변수 제어에 적용한 결과 효과적인 제어가 가능하였다.

감 사

본 연구에 있어서 포항공대 지능자동화연구센터에 감사사를 드립니다.

사용기호

A, B, C, D : polynomials describing the process
d : time delay of process in samples
e(k): discrete white noise with zero mean
Hc : control horizon
Hm : minimum-cost horizon
Hp : prediction horizon
J : criterion function
 q^{-1} : backward shift operator: $q^{-1} x(k) = x(k-1)$
P, Qn, Qd : polynomials in the unified criterion function

R, S, T : controller polynomials

Sp : set point

u(k): controller output and process input at time t = k

w(k): reference trajectory at time t=k

y(k): process output at t=k

() : estimates

그리스 문자

Δ : difference operator: $\Delta = 1 - q^{-1}$

$\epsilon(k)$: prediction error at t=k

$\xi(k)$: disturbance acting on the output of the process

ρ : weighting factor

ϕ : polynomial describing the controller output structure

참고문헌

1. Bell, R. B. and Åström, K. J.: "Dynamic Models for Boiler-turbine-alternators Units: Data Logs and Parameter Estimation for a 160MW Unit", Report TERT-3192, Lund Institute of Technology, Sweden(1987).
2. Byun, D. G. and Kwon, W. H.: "Predictive Control: A Review and Some New Stability Results", IFAC Workshop on Model Based Control, Atlanta. U.S.A. (1988).
3. Clarke, D. W., Mohtadi, C. and Tuffs, P. S.: "Generalized predictive control-Part I. & II.", *Automatica*, **23**(2), 137(1987).
4. Clarke, D. W. and Mohtad, C.: "Properties of Generalized Predictive Control", *Automatica*, **25**(6), 859(1989).
5. Cutler, C. R. and Ramaker, B. L.: "Dynamic Matrix Control-A Computer Control Algorithm", Proceedings JACC, San Francisco, U.S.A.(1980).
6. De Keyser, R. M. C. and van Cauwenberghe, A. R.: "Extended Prediction Self-adaptive Control", Proceedings of 7th IFAC Symposium on Identification and System Parameter Estimation, York, U.K. 1255 (1985).
7. Eaton, J. W. and Rawlings, J. B.: "Model-Predictive Control of Chemical Processes", *Chem. Eng. Sci.*, **47**(4), 705(1992).
8. Johansson, R.: "System Modeling and Identification", Prentice-Hall(1993).
9. Kinnaert, M.: "Adaptive Generalized Predictive

- Controller for MIMO Systems", *Int. J. Control*, **50** (1), 161(1989).
10. Prett, D. M. and Garcia, C. E.: "Fundamental Process Control", Butterworth-Heinemann(1988).
 11. Richalet, J., Rault, A., Testud, J. L. and Papon, J.: "Model Predictive Heuristic Control: Applications to Industrial Processes", *Automatica*, **14**(5), 413 (1978).
 12. Soeterboek, A. R. M.: "Predictive Control-A Unified Approach", Prentice-Hall(1992).
 13. Söderström, T. and Stoica, P.: "System Identification", Prentice-Hall(1989).
 14. Ydstie, B. E.: "Extended Horizon Adaptive Control", Proceedings of the 9th IFAC World Congress, Budapest, Hungary, 7, 133(1984).