

표면온도가 일정한 5×5 관다발 내 층류의 열수력 특성에 관한 연구

김위경[†] · 양선규 · 정문기

한국원자력연구소 열유동실험실
(1995년 6월 28일 접수, 1995년 9월 7일 채택)

Study on the Thermal Hydraulic Characteristics for Laminar Flow in 5×5 Tube Bundles with a Uniform Surface Temperature

Wee Kyong Kim[†], Sun Kyu Yang and Moon Ki Chung

Thermal Hydraulics Department, Korea Atomic Energy Research Institute
(Received 28 June 1995; accepted 7 September 1995)

요 약

표면온도가 일정하게 유지된 25개의 관을 포함하는 사각형 동체 내 수력적으로 확립된 층류의 $f \cdot Re$ 와 Nu 로 표현되는 압력손실계수와 열전달계수를 유한차분법을 사용하여 계산하였다. 본 연구에서는 관의 직경이 일정한 경우 관들의 간격이 압력손실계수와 열전달계수에 미치는 영향을 조사하였다. 관의 직경이 일정한 경우 압력손실계수는 관의 간격이 증가함에 따라 증가하며, 관이 동체에 접근함에 따라 다시 감소한다. 관의 간격이 작은 경우 입구부분의 열전달계수를 예측하는 Léveque의 점근식은 단지 Graetz 상수가 매우 큰 범위에서 사용할 수 있다. 이 경우에 $\log Nu$ vs. $\log Gz$ 도표에서 입구부분 열전달계수의 기울기는 부분적으로 1/3 보다 크다. 관의 간격이 열전달현상에 미치는 영향은 특히 관의 간격이 작은 경우에 매우 크다. 관의 간격이 작은 관다발 내 완전 확립된 유체의 경우 열전달계수는 관의 간격이 큰 경우에 비하여 10배 정도 낮은 값을 가진다.

Abstract—Pressure drop and heat transfer characteristics, in the form of $f \cdot Re$ and Nu respectively, of hydrodynamically developed laminar flow through a square channel containing a bundle of 25 tubes with a uniform surface temperature are studied by solving the momentum and energy balance equations in finite difference forms, using a forward marching implicit finite difference method. In this work, the influences of the tube pitch on the friction factor and the Nusselt number of the 5×5 tube bundles with a constant tube diameter are investigated. At a fixed tube diameter the value of $f \cdot Re$ increases with increasing the tube pitch and then decreases as the tubes approach the shell wall. Léveque type asymptotic solutions for predicting the heat transfer coefficient for thermal entrance region are valid only in the range of very large Graetz number, if the tube pitch is very small. In this case the slope of the curves in $\log Nu$ vs. $\log Gz$ diagram is partly greater than 1/3. The impact of the tube pitch on the heat transfer rate is great in case of the small tube pitch. The Nusselt number of the smaller tube pitch for the fully developed flow is about 10 times as small as that for the larger tube pitch.

Key words: Friction Factor, Heat Transfer, Laminar Flow, Tube Bundles, Uniform Surface Temperature

1. 서 론

관다발 구조를 가지는 열교환기는 원자력 발전의 핵심 부분인 원자로를 비롯하여 일반적인 화학공정에 많이 쓰이는 관다발 열교환기(shell-and-tube heat exchanger) 및 값이 싼 심야 전기나 태양열을 이용하는 다관형 축열식 열교환기 등 광범위한 분야에 적용되고 있다.

이러한 열교환기 내의 열 및 수력 특성에 관한 연구는 원자로 내에 존재하는 연료봉의 냉각에 관련하여 정상상태 운전조건인 난류

유동에 관한 연구에 치중되어 왔다. 그러나 원자로의 냉각재 사고 등과 같은 비정상적인 운전 시 발생될 수 있는 저유량 유동에 대한 안전성 증진을 위한 체계 확립 및 점성이 큰 유체를 사용하는 열교환기의 설계 시 관다발 구조 내의 층류에 대한 열수력 특성에 관한 연구가 요구되어지고 있다.

1980년대 중반까지 수행된 관다발 구조 내의 층류에 대한 열수력 특성의 해석 방법 및 연구 결과는 Johannsen[1]과 Rehme[2]에 의하여 종합적으로 기술되어 있다. 이러한 연구는 다음과 같이 크게 두 가지 분야로 분류할 수 있다.

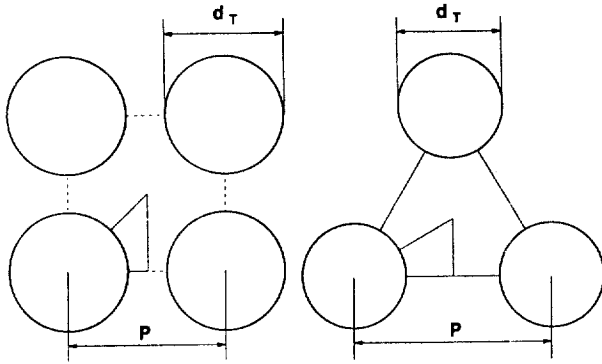


Fig. 1. Diagram of square and triangular array and its symmetrical sectors.

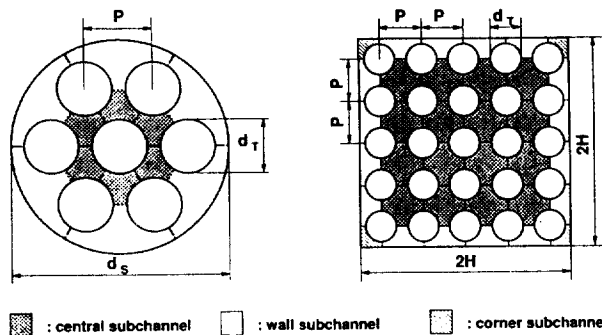


Fig. 2. Typical geometrical arrangements of tube bundles(triangular array in cylindrical channel and square array in square channel).

(1) 원자로나 대형 열교환기와 같이 일정하게 배열된 열로봉이나 관의 수가 상당히 클 경우

(2) 소규모의 열교환기와 같이 관의 수가 작은 경우

(1)에 기술된 분야는 동체(shell)의 영향을 무시할 수 있으므로 Fig.1에서 보여 주는 바와 같이 무한 삼각 또는 사각 배열의 대칭부분인 구조가 비교적 간단한 삼각형 모양에서의 열수력 특성으로 간략화 할 수 있다. 문헌 [1]과 [2]에 기술된 바와 같이 열수력 특성에 관하여 비교적 많은 연구가 이루어져 왔으며, 또한 Miyatake 등[3-5]은 무한 삼각 또는 사각 배열의 열전달계수를 다양한 경계조건(uniform wall temperature, uniform heat flux) 하에서 수치 해석법을 이용하여 계산하였다. 또한 Miyatake 등은 계산 결과로부터 구조 변수인 무차원 간격(P/d_T)과 Graetz 상수로 표현되는 관계식을 산출하였다.

(2)에 기술한 분야는 Fig.2에 나타나 있듯이 모양과 크기가 서로 다른 적어도 두 개 이상의 유로(流路) 또는 부수로(副水路)로 이루어져 있다. 이러한 열교환기의 압력손실계수는 인접한 유로의 영향을 무시하면 각각의 부수로에서 계산된 압력손실계수로부터 계산을 할 수 있다[2]. 그러나 Kim 등[6]은 무차원 간격(P/d_T)이 큰 경우에 인접한 부수로의 영향을 무시할 수 없으며, 이로 인하여 각각의 부수로의 압력손실계수로부터 계산된 관다발 열교환기의 전체 압력손실계수는 정확하지 못하다는 것을 보여 주었다. 문헌 [1]과 [2]에 기술된 바와 같이 소수의 관을 포함하는 원통형 동체 내의 압력손실계수는 1970년대 이후 semi-analytical한 방법으로 많은 연구가 진행되어 왔으며, 최근 Kim 등[6,7]은 소수의 관을

포함하는 원통형 동체 내 층류의 압력손실계수를 계산할 수 있는 상관관계식을 발표하였다.

Benodekar와 Date[8]는 수치 해석법을 이용하여 관다발을 포함하는 원통형 동체 내 유체가 완전 확립된(thermally and hydrodynamically fully developed laminar flow) 경우 열전달계수를 계산하였다. 입구부분(thermal entrance region)에서는 열경계층이 매우 얇기 때문에 열전달계수는 Léveque의 점근식을 사용하면 속도장으로부터 예측할 수 있으나, Schlunder[9]와 Kim 등[6]들이 발표한 것처럼 유로의 크기가 상이하면 유체가 균일하게 흐르지 못하는 현상이 일어나며, 이로 인하여 Léveque의 점근식에서 계산된 열전달계수는 극히 제한적인 범위(Graetz상수가 매우 큰 범위)에서만 적용할 수 있다. 소수의 관을 포함하는 원통형 동체 내 층류에 대한 입구부분 및 완전 확립된 영역의 열전달계수는 Kim 등[6,7]에 의하여 처음으로 계산되었으며, 각 부수로의 열전달계수를 사용하여 전체의 열전달계수를 계산하는 방법을 제시하였다.

본 연구에서는 Fig.2의 오른쪽에 나타나 있는 25개의 관을 포함하는 사각형 동체에서의 압력손실계수와 열전달계수를 수치 해석법(a forward marching implicit method)을 이용하여 계산하였으며, 관의 직경이 일정한 경우 관의 간격이 압력손실계수 및 열전달계수에 미치는 영향을 조사하였다.

2. 관다발 구조 및 지배 방정식

Fig.3은 본 연구의 대상인 한 변의 크기가 $2H$ 인 사각형 동체 안에 관의 크기가 d_T 인 25개의 관들이 일정한 간격(P)으로 배열되어 있는 5×5 관다발(Fig.2 참조)의 대칭 부분이다. 관다발 구조의 일반화와 계산의 편의를 위해서는 변수의 무차원화가 필수적이며, 본 연구에서는 동체의 한 변의 크기 $2H$ 또는 H 로 변수를 무차원화 하였다. 이로써 모든 변수는 1보다 작은 값을 가진다.

$$R_T = \frac{r_T}{H} \text{ or } D_T = \frac{d_T}{2 \cdot H} \quad (1)$$

관의 크기와 간격은 관들이 다른 관이나 동체에 겹치지 않아야 하므로 다음과 같은 조건을 만족하여야 한다.

$$0 \leq R_T \leq 0.2 \text{ and } 2 \cdot R_T \leq P/H \leq (1 - R_T)/2 \quad (2)$$

속도 및 온도분포를 구할 수 있는 편미분방정식을 풀기 위한

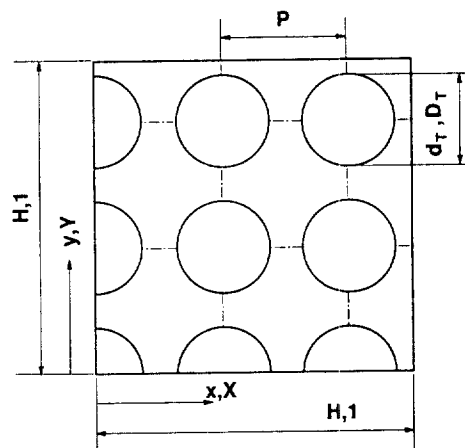


Fig.3. The symmetry sector of 5×5 tube bundle.

Table 1. The non-dimensional inlet, boundary and symmetry conditions

		Velocity field	Temperature field
I.C.	$Z \leq 0$	-	$\Theta = 0$
B.C.	at tube wall	$U = X^2 + Y^2$	$\Theta = 0$
	at shell wall ($X=1$ or $Y=1$)	$U = X^2 + Y^2$	$\left(\frac{\partial \Theta}{\partial X}\right)$ or $\left(\frac{\partial \Theta}{\partial Y}\right) = 0$
S.C.	$X=0$	$\left(\frac{\partial U}{\partial X}\right) = 0$	$\left(\frac{\partial \Theta}{\partial X}\right) = 0$
	$Y=0$	$\left(\frac{\partial U}{\partial Y}\right) = 0$	$\left(\frac{\partial \Theta}{\partial Y}\right) = 0$

가정은 다음과 같다.

- 비압축성 뉴턴 유체이며, 정상상태의 층류
- 물성치가 온도와 무관하며, 속도분포가 완전확립된 흐름
- 점성에 의한 비가역항과 유체 내 축방향 열전도항이 대류항과 비교하여 매우 작다.

속도장과 온도장을 계산하는 속도 및 에너지 방정식은 상기한 조건하에서 다음과 같은 무차원화된 X-Y-Z 좌표계의 Laplace식과 Poisson식 형태의 편미분방정식으로 각각 변형할 수 있다.

$$\frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} = 0 \quad (3)$$

$$\frac{\partial^2 \Theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \Theta}{\partial Y^2} = V \cdot \frac{\partial \Theta}{\partial Z} \quad (4)$$

여기에서 사용된 무차원 변수들은 다음과 같다.

$$X = \frac{x}{H}, Y = \frac{y}{H}, Z = \frac{z}{H^2 \cdot u} \cdot \frac{k}{\rho \cdot c_p}, \Theta = \frac{T - T_c}{T_w - T_c}$$

$$U = U^* + X^2 + Y^2 = \frac{4 \cdot u}{H^2 \cdot \left(-\frac{1}{\mu} \cdot \frac{dp}{dz}\right)} + X^2 + Y^2, V = \frac{u}{u} \quad (5)$$

사용된 초기 및 경계 조건은 속도분포가 완전 확립된 유체가 일정한 온도 T_c 로 진입하고 관과 사각형 동체의 벽에서 유속(u)은 0이며, 관의 온도(T_w)는 일정하게 유지하였고, 사각 관은 단열되어 있는 상태로 간주하였다. 무차원 변수로 표시한 초기 및 경계 조건을 Table 1에 표시하였다.

3. 격자 구조 및 유한 차분법

Fig. 4는 유한 차분법에 사용된 부등 간격 격자 구조를 보여 주고 있다. 부등 간격 격자 구조는 계산의 정확도를 증진시키며, 저장 용량을 절약할 수 있는 장점을 가지고 있다. 또한 본 연구에서는 격자점과 관들의 경계선을 일치시킬 수 있어 볼물 주변의 속도 및 온도 구배를 계산하는 과정에서 내삽 및 외삽법을 사용할 필요가 없어지는 장점을 가지고 있다. 그러나 부등 간격 격자 구조를 사용하는 유한 차분법의 정확성은 격자 간격뿐만 아니라, 인접한 격자간의 간격의 비에 의하여 변하기 때문에 격자 간격의 비가 적당한 값을 유지하도록 유의하여야 한다.

x-방향의 격자점은 하첨자 m, y-방향의 격자점은 하첨자 n 그리고 z-방향의 격자점은 상첨자(z)로 표기하였다. 부등 간격 격자 구조에서 임의의 격자점(m, n)의 2차 미분값(second order central dif-

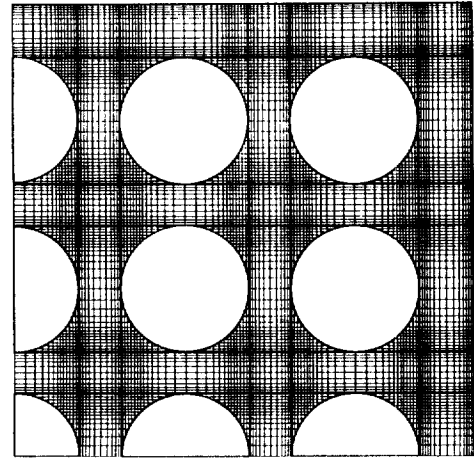


Fig. 4. The non-equidistant grid system: $R_f = 0.14$, $P/H = 0.37(P/d_f = 1.326)$, $N_x = N_y = 111$.

ference form)은 다음과 같이 전개할 수 있다.

$$\frac{\partial^2 U}{\partial X^2} = 2 \cdot \frac{S_m \cdot U_{m+1,n} - (1 + S_m) \cdot U_{m,n} + U_{m-1,n}}{\Delta X_m^2 \cdot S_m \cdot (1 + S_m)} \quad (6)$$

$$\frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} = 2 \cdot \frac{S_n \cdot U_{m,n+1} - (1 + S_n) \cdot U_{m,n} + U_{m,n-1}}{\Delta Y_n^2 \cdot S_n \cdot (1 + S_n)} \quad (7)$$

여기에서 S_m 과 S_n 은 각각 x-방향 및 y-방향의 격자 간격의 비이며, 다음과 같이 정의하였다.

$$S_m = \frac{\Delta X_{m-1}}{\Delta X_m} = \frac{X_m - X_{m-1}}{X_{m+1} - X_m} = \frac{Y_m - Y_{m-1}}{Y_{m+1} - Y_m}$$

($X_m = Y_m$ and $S_m = S_n$ if $m = n$) (8)

식 (6)과 (7)에 표시한 x-방향 및 y-방향의 2차 미분값을 식 (3)에 대입하여 정리하면 다음과 같은 형태의 임의의 격자점(m, n)에서 방정식을 얻을 수 있다.

$$\alpha_m \cdot U_{m-1,n} + \beta_{m,n} \cdot U_{m,n} + \gamma_m \cdot U_{m+1,n} = -(\sigma_n \cdot U_{m,n-1} + \delta_n \cdot U_{m,n+1}) \quad (9)$$

여기에서 사용된 상수는 다음과 같다.

$$\alpha_m = \frac{1}{\Delta X_{m-1}^2 \cdot S_m \cdot (1 + S_m)}, \beta_{m,n} = \frac{1}{\Delta X_m^2 \cdot S_m} - \frac{1}{\Delta Y_n^2 \cdot S_n}$$

$$\gamma_m = \frac{1}{\Delta X_{m+1}^2 \cdot (1 + S_m)}, \sigma_n = \frac{1}{\Delta Y_n^2 \cdot (1 + S_n)},$$

$$\delta_n = \frac{1}{\Delta Y_{n+1}^2 \cdot S_n \cdot (1 + S_n)} \quad (10)$$

식 (9)와 같은 방정식은 각 격자점에서 얻을 수 있으며, x-방향 및 y-방향의 격자점의 수($N_x = N_y$)가 동일하기 때문에 방정식의 수 또는 구하고자 하는 미지수(격자점의 속도)는 N_x^2 (약 10^4)가 된다. 이 방정식은 Tridiagonal Matrix 형태가 되지만, 식 (9)의 우변에 표시되어 있는 격자점(m, n-1)과 (m, n+1)의 속도 U 는 결정되지 않은 상태이기 때문에 반복 계산을 수행하여 반복 계산 수행 후의 값과의 차이가 주어진 오차 한계(10^{-10})이하의 값이 될 때까지 반복 계산을 하였다.

온도장의 경우 식 (6)과 (7)에서 U 대신 Θ 를 대입하면 온도에 대한 2차 미분값을 얻을 수 있으며, 부등 간격 격자 구조에서 z-

방향의 일차 미분값(first order backward difference form)은 다음과 같다.

$$\frac{\partial \Theta}{\partial Z} = \frac{(S^{(z)} + 2) \cdot S^{(z)} \cdot \Theta_{m,n}^{(z)} - (1 + S^{(z)})^2 \cdot \Theta_{m,n}^{(z-1)} + \Theta_{m,n}^{(z-2)}}{\Delta Z \cdot S^{(z)} \cdot (1 + S^{(z)})} \quad (11)$$

여기에서 z-방향의 격자 간격의 비는 다음과 같이 정의하였다.

$$S^{(z)} = \frac{\Delta Z^{(z-1)}}{\Delta Z^{(z)}} = \frac{Z^{(z-1)} - Z^{(z-2)}}{Z^{(z)} - Z^{(z-1)}} \quad (12)$$

z-방향의 격자 간격의 비는 0.95로 주었으며, 첫번째 격자 간격은 큰 Graetz 상수값에서($Gz=10^6$) Nusselt 상수를 계산할 수 있도록 다음과 같이 매우 작은 값을 주었다. Graetz 상수는 다음과 같이 상당직경을 기준으로 하였으며, 무차원 길이의 상관관계를 식 (14)에 표시하였다.

$$\Delta Z^{(1)} = 4 \cdot \left(\frac{d_h}{2 \cdot H} \right)^2 \cdot 10^{-7} = 4 \cdot 10^{-7} \cdot D_h^2 \quad (13)$$

$$Gz = \frac{\rho \cdot \bar{u} \cdot c_p \cdot d_h^2}{k \cdot z} = Re \cdot Pr \cdot \frac{d_h}{z} = 4 \cdot \frac{D_h^2}{Z} \quad (14)$$

이 식에서 D_h 는 무차원화된 상당직경이며, Re 는 상당직경을 기준으로 한 Reynolds 상수이다. Θ 가 대치된 식 (6)과 (7) 및 식 (11)을 식 (4)에 대입하면 다음과 같은 격자점(m, n)의 온도를 계산할 수 있는 방정식을 얻을 수 있다.

$$\alpha_m \cdot \Theta_{m-1,n}^{(z)} + \beta_{m,n}^{*(z)} \cdot \Theta_{m,n}^{(z)} + \gamma_m \cdot \Theta_{m+1,n}^{(z)} = -(\alpha_n \cdot \Theta_{m,n+1}^{(z)} + \delta_n \cdot \Theta_{m,n-1}^{(z)} + \kappa_n^{(z)} \cdot \Theta_{m,n}^{(z-1)} + \tau^{(z)} \cdot \Theta_{m,n}^{(z-2)}) \quad (15)$$

여기에서 사용된 상수는 식 (10)과 다음 식에 표시하였다.

$$\beta_{m,n}^{*(z)} = \beta_{m,n} - \frac{V}{2 \cdot \Delta Z} \cdot \frac{2 + S^{(z)}}{1 + S^{(z)}}, \quad \kappa_n^{(z)} = \frac{V}{2 \cdot \Delta Z} \cdot \frac{1 + S^{(z)}}{S^{(z)}}, \quad \tau^{(z)} = \frac{V}{2 \cdot \Delta Z} \cdot \frac{1}{S \cdot (1 + S^{(z)})} \quad (16)$$

식 (15)와 같은 방정식은 각 격자점에서 얻을 수 있으며, 온도 분포가 완전확립되기 위하여 z-방향의 격자는 약 200개 정도가 필요 한다. 그러므로 방정식의 수 또는 구하고자 하는 미지수(격자점의 온도)는 약 200만개가 된다. 이러한 방정식도 Tridiagonal Matrix 형태가 되며, 식 (15)의 우변에 표시되어 있는 격자점(m, n-1)과 (m, n+1)의 온도 Θ^* 는 결정되지 않은 상태이기 때문에 반복 계산을 수행하여 반복 계산 수행 후의 값과의 차이가 주어진 오차 한계(10^{-10})이하의 값이 될 때까지 반복 계산을 하였다. (z) 평면의 온도 계산이 끝난 후 (z+1) 평면의 온도도 동일한 방법(a forward marching implicit method)으로 계산하였다. 상기한 계산 과정은 FORTRAN 프로그램 언어를 사용하여 HP735 중형컴퓨터에서 수행하였다.

3. 압력손실 및 열전달계수의 계산 방법

식 (9)로 표시되는 연립방정식을 풀면 각 격자점의 속도를 계산할 수 있다. 압력손실계수 f는 비압축성 뉴턴 유체에 대한 층류의 압력손실계수와 Reynolds 상수의 곱은 일정한 값을 가지며, 다음과 같이 벽면에서의 속도구배나 유체의 평균 유속을 사용하여 계산할 수 있다.

$$f \cdot Re = 2 \cdot \frac{d_h}{\bar{u}} \cdot \left(\frac{du}{dr} \right)_{w,w} = 4 \cdot D_h \cdot \left(\frac{dV}{dR} \right)_{w,w} \quad (17)$$

$$f \cdot Re = \frac{1}{2} \cdot \left(-\frac{1}{\mu} \cdot \frac{dp}{dz} \right) \cdot \frac{d_h^2}{\bar{u}} = 8 \cdot \frac{D_h^2}{\bar{U}^*} \quad (18)$$

여기에서 Reynolds 상수는 상당직경을 기준으로 정의하였으며, 평균유속은 다음의 식에서 각 격자점의 속도를 대입하여 수치적으로 계산하였다.

$$Re = \frac{\bar{u} \cdot \rho \cdot d_h}{\mu} \quad (19)$$

$$\bar{U}^* = \frac{4 \cdot \bar{u}}{H^2 \cdot \left(-\frac{1}{\mu} \cdot \frac{dp}{dz} \right)} = \frac{\iint_S U^* dX dY}{\iint_S dX dY} \quad (20)$$

식 (15)로 표시되는 연립방정식을 풀면 각 격자점의 온도를 계산할 수 있다. 격자점의 온도로부터 평균 및 국부 Nusselt 상수를 계산할 수 있다. 대수평균 Nusselt 상수(logarithmic-mean Nusselt number)는 $z=0$ 으로부터 $z=z$ 까지의 에너지 보존 방정식과 열전달속도식으로부터 유도된 식에서 계산할 수 있다. Nusselt 상수에 포함되어 있는 특성길이는 상당직경을 사용하였다.

$$Nu = \frac{h \cdot d_h}{k} = \frac{(4 - \pi \cdot N_T \cdot D_T^2) \cdot D_h}{\pi \cdot N_T \cdot D_T \cdot Z} \cdot \ln(1 - \bar{\Theta}) \quad (21)$$

이 식에서 h는 열전달계수이며, k는 열전도도이다. 유체의 평균 온도는 다음 식을 이용하여 계산하였다.

$$\bar{\Theta} = \frac{\iint_S V \Theta dX dY}{\iint_S V dX dY} \quad (22)$$

국부 Nusselt 상수는 에너지 보존 방정식과 Fourier 법칙으로부터 다음과 같이 유도된 식에서 계산할 수 있다.

$$Nu_r = \frac{2 \cdot D_h}{(1 - \bar{\Theta})} \cdot \left(\frac{\partial \Theta}{\partial R} \right)_{w,w} \quad (23)$$

상기한 식에 포함되어 있는 평균 온도구배는 각 관의 온도구배의 평균값으로 다음 식에 의하여 계산이 되며

$$\left(\frac{\partial \Theta}{\partial R} \right)_{w,w} = \frac{1}{N_T} \sum_{i=1}^{N_T} \frac{1}{2 \cdot \pi} \int_0^{2 \cdot \pi} \left(\frac{\partial \Theta}{\partial R} \right)_w d\theta \quad (24)$$

여기에서 N_T 는 관의 수이다. 각 관의 온도구배는 chain rule을 이용하면 다음과 같이 계산할 수 있다. 또한 X- 및 Y-방향의 온도구배는 격자점과 관의 경계가 일치되어 있으므로 외삽 또는 내삽법을 사용할 필요가 없고, 단지 계산된 격자점의 온도를 직접 사용하여 계산할 수 있다.

$$\left(\frac{\partial \Theta}{\partial R} \right)_z = \cos \theta \cdot \left(\frac{\partial \Theta}{\partial X} \right)_w + \sin \theta \cdot \left(\frac{\partial \Theta}{\partial Y} \right)_w \quad (25)$$

또한 입구부분에는 관 벽의 근접한 부분에만 온도가 전달되며 열전달계수가 매우 낮다. 그러므로 온도구배가 형성된 관 벽 주위에서는 속도구배를 직선이라고 가정을 할 수 있으며, 에너지 보존 방정식과 Fourier 법칙으로부터 Nusselt 상수를 계산할 수 있는

Léveque의 점근식을 유도할 수 있다.

$$Nu_r = \frac{1}{(1-\Theta)} \cdot \frac{1}{\Gamma(4/3)} \cdot \left[\frac{2 \cdot D_h}{9} \cdot \left(\frac{\partial V}{\partial R} \right) \cdot Gz \right]^{1/3} = \frac{C \cdot Gz^{1/3}}{(1-\Theta)} \quad (26)$$

입구부분에서 무차원화된 유체의 평균 온도는 거의 0에 근접한 값을 가진다.

4. 계산과정의 검증

본 연구에 사용된 계산과정 및 프로그램을 검증하기 위하여 Kim 등[6]의 계산결과와 비교하였다. Kim 등은 7개의 관을 포함하는 원통형 동체의 종류에 대한 압력손실과 열전달계수를 위한 차분법을 이용하여 계산하였으며, 계산과정의 주요 부분인 연립방정식의 해를 위하여 Karlsruhe 대학에서 개발한 프로그램인 LINSOL(iterative LINEar equations SOLver)를 사용하였다.

본 연구에서는 원관과 동체의 반지름의 비가 $D_r=0.2$ 이고, 관의 무차원 간격이 $P/d_r=1.125$ 인 관다발 구조 내 압력손실 및 열전달계수를 계산하였다. 이 관다발은 관의 간격이 작기 때문에 관들이 중앙에 치우쳐 배열되어 있다. Fig. 5에는 본 연구에서 계산한 국부 및 평균 Nusselt상수와 Kim 등의 결과를 비교하였다. 또한 Léveque의 점근식 (26)으로부터 계산한 값을 점선으로 표시하였다. Fig.

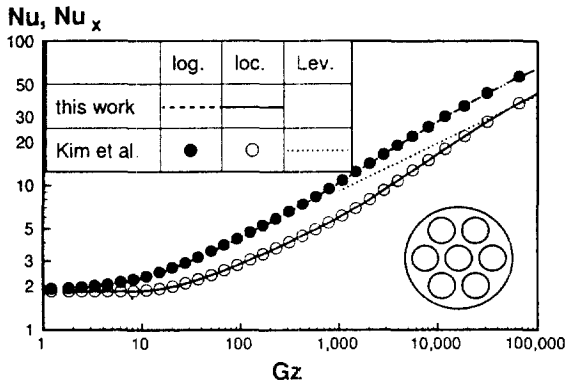


Fig. 5. Comparison with the results of Kim et al. [6](Nusselt number in a cylindrical shell containing a bundle of seven tubes: $D_r=0.2$, $P/d_r=1.125$).

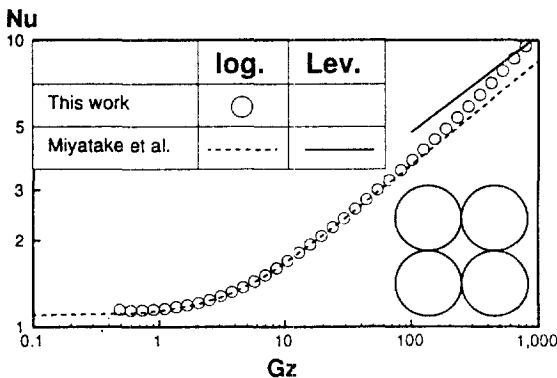


Fig. 6. Comparison with the results of Miyatake et al. [4](Nusselt number of central sub-channel in regular square array: $P/d_r=1.0$).

5에서 알 수 있듯이 본 연구에서 사용된 프로그램의 계산 결과와 Kim 등의 계산 결과가 매우 잘 일치한다.

또한 본 연구에서는 계산과정 및 프로그램을 검증하기 위하여 5×5 관다발 구조에서 관의 직경이 최대인 경우($R_r=D_r=0.2$)에 계산을 하였다. 관의 직경이 최대인 경우에는 관들이 서로 붙어 있으며, 관들로 이루어진 부수로는 관의 무차원 간격이 $P/d_r=1$ 인 무한 사각형 배열과 동일하다. 문헌[10]에 수록된 이러한 구조 내 종류의 압력손실계수와 Reynolds 상수의 곱은 $f \cdot Re=6.60$ 이며, 국부 및 대수평균 열전달계수는 Miyatake 등[4]에 의하여 다음과 같은 식이 주어졌다(본 연구에서는 Nusselt상수와 Graetz상수를 정의하기 위하여 상당직경을 사용하였으며, Miyatake 등[4]은 관의 직경을 사용하였기 때문에 문헌[4]에 발표된 식과 차이가 있음).

$$Nu = 1.098 \cdot \left[1 + 0.0347 \cdot \left(\frac{\pi}{4} \cdot \frac{Gz}{4\pi - 1} \right)^{1.46} \right]^{0.25} \quad (27)$$

본 연구에서 계산된 압력손실계수 $f \cdot Re$ 는 6.608로 문헌 [10]에 발표된 값과 잘 일치한다. 또한 본 연구에서 계산된 대수평균 열전달계수(symbols)는 Fig. 6에 Graetz상수의 함수로 표시하였다. 또한 Fig. 6에는 본 연구에서 계산한 결과를 검증하기 위하여 식 (27)에서 계산한 열전달계수(lines)를 Graetz상수의 함수로 표시하였다. Fig. 6에서 알 수 있듯이 본 연구에서 사용된 프로그램의 계산 결과와 Miyatake 등의 계산 결과가 매우 잘 일치한다. 이 그림에서 Léveque의 점근식 (26)으로부터 계산한 값은 실선으로 표시하였다.

Fig. 5와 6에서 Léveque의 점근식 (26)으로부터 계산된 Nusselt 상수는 단지 Graetz 상수가 매우 큰 경우에만 적용되는 것을 알 수 있다. 이러한 현상은 유로의 크기가 상이함으로 인하여 전달현상이 비균일하게 일어나기 때문에 발생하는 비균일계의 전달 특성이다. Kim[7]은 이러한 현상을 묘사하기 위하여 입구부분과 완전 확립된 영역의 열전달계수 이외에 또 하나의 점근식을 사용하였다.

5. 계산 결과 및 고찰

Fig. 7에는 관의 무차원 직경 $d_r/2H=0.1397$ 이고 관들의 무차원 간격(P/d_r)이 각각 1.1, 1.2, 1.3263, 1.4인 관다발 내의 속도 분포(V)를 보여 주고 있다. 이 그림에서 알 수 있듯이 봉들이 사각관 중심부에 몰려 있으면, 벽면 및 모서리 부수로부터의 유체 속도가 중앙 부수로부터의 유체 속도에 비하여 매우 큰 현상이 일어난다. 봉들의 간격이 점차로 커지면 중앙 부수로부터의 유속이 증가하는 반면에 다른 부수로부터의 유속이 감소하게 되며, 이로 인하여 봉들이 사각관에 긴밀하게 배열되어 있을 경우에도 벽면 및 모서리 부수로부터의 유속이 작은 현상이 일어난다. 이러한 현상을 방지하기 위해서는 일반적으로 모든 부수로의 상당직경(d_h)이 같도록 배열한다. 이러한 경우 Rehme[2]에 의하면 운동량 전달량이 최대가 된다고 하였다. 운동량 전달속도를 계산하는 척도는 압력손실계수이며 식 (17) 또는 (18)을 사용하여 계산할 수 있다.

Fig. 8은 각 관다발에서 계산된 압력손실계수($f \cdot Re$)와 무차원 간격과의 상관관계를 보여 주고 있다. 압력손실계수는 무차원 간격이 증가함에 따라 증가하며, 최대값에 도달한 후 다시 감소한다. 이러한 현상은 관들이 중앙에 밀집, 또는 사각형 동체에 치우쳐 배열되어 있기 때문에 이 부분의 유속이 다른 부분에 비하여 작기 때문에 일어난다. 이 그림에서 알 수 있듯이 압력손실계수는 모든 부수로의 상당직경(d_h)이 같은 무차원 간격이 1.3263인 경우에 최

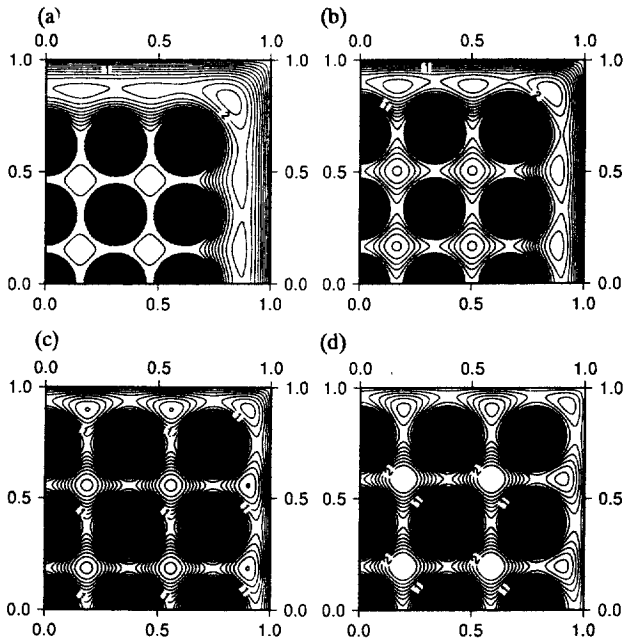


Fig. 7. Constant velocity contour for laminar flow in various 5×5 tube bundles($d_T/2H=0.1397$) with different ratios of pitch-to-diameter.

(a) $P/d_T=1.1$, (b) $P/d_T=1.2$, (c) $P/d_T=1.3263$, (d) $P/d_T=1.4$

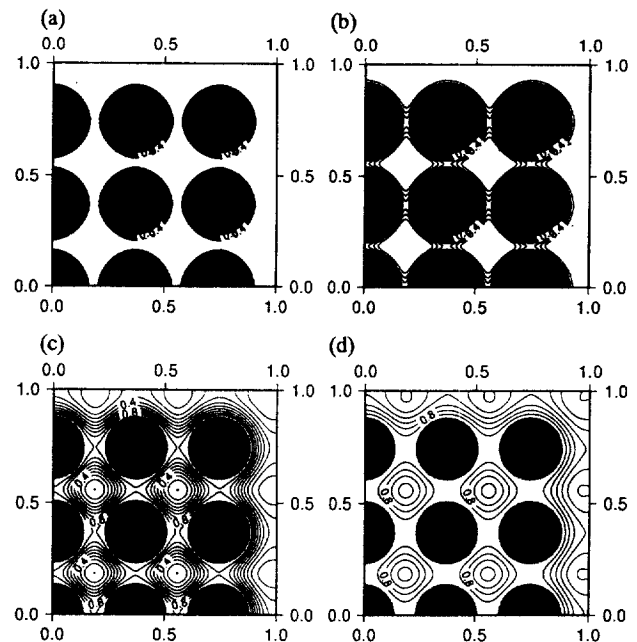


Fig. 9. Constant temperature contour for laminar flow in 5×5 tube bundles($d_T/2H=0.1397$, $P/d_T=1.3263$) with different Graetz number.

(a) $Gz=2542$, (b) $Gz=313.5$, (c) $Gz=40.08$, (d) $Gz=14.36$

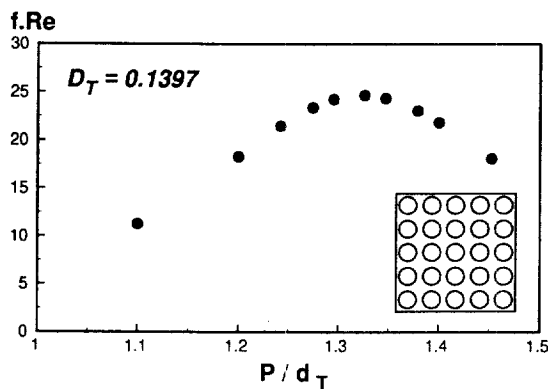


Fig. 8. Friction factor for various 5×5 tube bundles($d_T/2H=0.1397$) with different ratios of pitch-to-diameter.

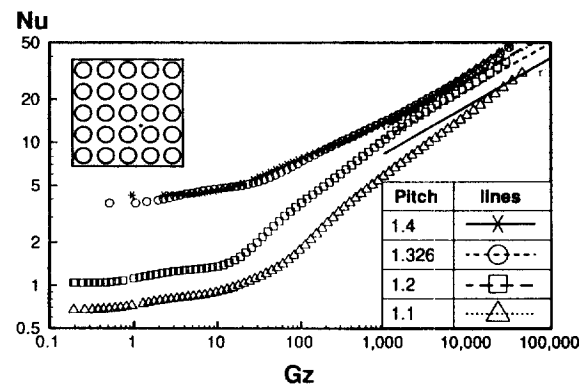


Fig. 10. Local Nusselt number of various 5×5 tube bundles($d_T/2H=0.1397$) with different ratios of pitch-to-diameter[lines from Eq. (26), symbols from Eq. (23)].

대값을 가진다.

Fig. 9에는 관의 무차원 직경이 0.1397이고 무차원 간격이 1.3263인 경우에 Graetz 상수($Gz=2542, 313.5, 40.08, 14.36$)에 따른 온도분포(Θ)를 보여 준다. 이 그림에서 알 수 있듯이 Graetz 상수가 큰 경우에 온도분포는 단지 관 주변에만 형성되며, Graetz 상수가 감소할수록(길이의 함수 Z 이 증가할수록) 온도분포는 전체 부수로 확산되어 가게 되며 무차원화된 유체의 평균 온도는 증가한다.

열전달속도를 계산하는 척도인 Nusselt 상수는 식 (21)과 (23)을 사용하여 국부 및 평균 Nusselt 상수를 계산하였으며, 입구부분에서는 Léveque의 점근식 (26)을 사용하여 Nusselt 상수를 계산하였다. Fig. 10에는 관의 무차원 직경 $d_T/2H=0.1397$ 이고 관들의 무차원 간격(P/d_T)이 각각 1.1, 1.2, 1.3263, 1.4인 관다발 내 층류의 국부 Nusselt 상수를 Graetz 상수의 함수로 표시하였다. 이 그림에서

식 (23)에서 계산된 국부 Nusselt 상수는 symbol들로 표시하였으며, 식 (26)에서 계산된 국부 Nusselt 상수는 다양한 선들로 표시하였다. 이 그림에서 다음과 같은 5×5 관다발 구조 내 층류에 대한 열전달계수의 특성을 찾아볼 수 있다.

(1) Graetz 상수가 매우 큰 입구부분: 열전달계수는 Léveque의 점근식에서 계산을 할 수 있으나, 관들이 중앙에 밀집하여 있는 경우 극히 제한적인 범위(Graetz 상수가 매우 큰 영역)에서만 적용된다. 이 부분의 열전달계수의 기울기는 log-log좌표계에서 1/3이다.

(2) Graetz 상수가 매우 작은 완전확립된 영역: 열전달계수는 일정한 값을 가지며, 단지 관다발 구조변수의 함수이다.

(3) 상기한 두 부분 사이에 존재하는 부분: 관의 배열이 불균일한 경우 열전달계수는 균일하게 배열된 경우에 비하여 급격히 감소하는

현상이 나타난다. 이러한 현상은 작은 부수로 내 유체가 이미 열적 평형상태에 도달하였기 때문에 나타난다.

Kim 등[6, 7]이 연구한 소수의 관을 포함하는 원통형 동체에서는 단지 두 가지 종류의 부수로로 나눌 수 있기 때문에(Fig. 2 참조) (3)에 기술한 현상이 단지 한 번 나타나는데 비하여, 본 연구에서 사용한 5×5 관다발 경우에는 세가지(central-, wall-, corner-sub-channel) 부수로로 구분할 수 있기 때문에 비교적 낮은 Graetz 상수에서 또 한번 (3)에 기술한 현상이 나타난다. 즉 무차원 간격이 작은 경우($P/d_T = 1.1, 1.2, 1.3263$) 중앙 부수로 내의 유체의 온도 분포가 먼저 완전 확립되며, 이로 인하여 Léveque의 점근식에서 계산한 열전달계수에 비하여 가파른 기울기를 갖는다. 이러한 현상은 벽면 부수로 내의 유체가 모서리 부수로 내의 유체보다 먼저 완전확립된 영역에 도달하게 되므로 또 한번 나타나게 된다.

열전달계수가 최대가 되는 구조는 관 주변의 속도장의 영향을 받는 입구부분과 열적 평형상태에 도달하여 온도장에 영향을 받는 완전확립된 영역에서 서로 다르다. 또한 입구부분에서는 속도장의 영향을 받지만 압력손실계수가 최대인 무차원 간격(1.3263)보다 약간 클 경우에 열전달속도가 최대가 된다. 이는 Léveque의 점근식에서는 단지 관벽에서만 속도구배가 필요하지만, 압력손실계수의 계산 시에는 동체벽에서의 속도구배를 포함하여 계산하였기 때문이다. 완전확립된 영역에서도 온도장 계산 시 사각관에서의 경계조건으로 관 주변의 경계조건과 상이한 단열조건을 사용하였기 때문에(속도장 계산 시 관과 사각형 모양의 동체 벽면에서 사용된 경계조건은 동일함) 열전달속도가 최대로 되는 구조는 압력 손실이 최대인 구조와 다르게 된다.

6. 결 론

본 연구에서는 일정한 간격으로 배열되어 있는 5×5 관다발에서의 종류에 대한 속도분포 및 온도분포를 유한 차분법을 사용하여 계산하였으며, 관의 간격이 압력손실계수 및 열전달계수에 미치는 영향을 조사하였다.

압력손실계수는 관의 간격이 증가함에 따라 증가하며, 최대값에 도달한 후 다시 감소한다. 압력손실계수가 최대인 관의 무차원 간격은 모든 부수로의 상당직경이 거의 일치하는 경우에 나타난다. 즉 관의 직경이 $d_T/2H = 0.1397$ 로 일정한 경우에는 관의 무차원 간격이 1.326인 경우에 최대값을 가진다.

입구부분의 열전달계수를 계산하는 Léveque의 점근식은 관의 간격이 매우 작거나 크면 단지 Graetz 상수가 매우 큰 범위에서 사용할 수 있으며, Graetz 상수가 감소함에 따라 Nusselt 상수는 전달현상이 비균일하게 일어남으로 인하여 균일하게 배열된 경우에 비하여 급격히 감소한다. 특히 관의 간격이 작은 경우에 열전달계수는 관들이 균일하게 배열된 경우의 열전달계수에 비하여 매우 작으며, 완전 확립된 유체의 경우 열전달계수는 관의 배열에 따라 10배 정도 낮은 값을 가진다.

사용기호

c_p : specific heat [J/kg K]
 d_T, D_T : tube diameter [m], [-]
 d_h, D_h : hydraulic equivalent diameter [m], [-]
 f : friction factor [-]
 H : length [m]

k : thermal conductivity [m^2/s]
 N_T : number of tubes [-]
 p : pressure [atm]
 P : pitch [m]
 r, R : radius [m], [-]
 S : ratio of the grid space [-]
 T, Θ : temperature [K], [-]
 u, U, V : velocity [m/s], [-], [-]
 x, X : x-coordinate [m], [-]
 y, Y : y-coordinate [m], [-]
 z, Z : axis of the 5×5 rod bundle [m], [-]
 $\alpha_m, \beta_{m,n}, \gamma_m, \sigma_n, \delta_n, \kappa^{(z)}, \tau^{(z)}$: coefficients of the finite difference equations [-]
 μ : viscosity [kg/ms]
 ρ : density [kg/m^3]
 Gz : Graetz number
 Nu : Nusselt number
 Pr : Prandtl number
 Re : Reynolds number

하첨자
 av : average value
 i : inlet
 s : shell
 T : tubes
 x : local value
 w : wall

참고문헌

- Johannsen, K.: "Longitudinal Flow over Tube Bundles, Low Reynolds Number Flow Heat Exchangers", ed. Kakac, S., Shah, R. K. and Bergles, A. E., Hemisphere, New York(1983).
- Rehme, K.: Chap 7, "Convective Heat Transfer over Rod Bundles", Handbook of Single-Phase Convective Heat Transfer, ed. Kakac, S., Shah, R. K. and Aung, W.(1987).
- Miyatake, O. and Iwashita, H.: *Int. Chem. Eng.*, **28**(3), 461 (1988).
- Miyatake, O. and Iwashita, H.: *Int. J. Heat Mass Transfer*, **33**(3), 417(1990).
- Miyatake, O. and Iwashita, H.: *Int. J. Heat Mass Transfer*, **34**(1), 322(1991).
- Kim, W. K., Martin, H. and Gnielinski, V.: *Chem. Eng. Proc.*, **32**(2), 99(1993).
- Kim, W. K.: "Waermeuebergang und Durckverlust in Laengsdurchstroemten Rohrbuendelwaermeuebertragern", Dr.-Ing. Thesis, Uni. Karlsruhe, Germany, VDI-Verlag GmbH, Duesseldorf(1994).
- Benodekar, R. W. and Date, A. W.: *Int. J. Heat and Mass Transfer*, **21**(7), 935(1978).
- Schluender, E. U.: *Chem. Eng. Sci.*, **32**(8), 845(1977).
- Shah, R. K. and London, A. L.: "Laminar Flow Forced Convection in Ducts, A Source Book for Compact Heat Exchanger Analytical Data, Advances in Heat Transfer", Academic Press, New York(1978).