

Polyacrylamide 수용액의 Dean 불안정성에 관한 연구

김연숙 · 김종엽[†]

충남대학교 고분자공학과
(1995년 9월 1일 접수, 1995년 12월 28일 채택)

Dean's Instability of Aqueous Solutions of Polyacrylamide

Yeonsook Kim and Chongyup Kim[†]

Department of polymer engineering, Chungnam National University,
220 Goong-dong, Yoosong-goo, Taejeon 305-764, Korea
(Received 1 September 1995; accepted 28 December 1995)

요 약

마찰감소유체의 하나인 polyacrylamide 수용액의 Dean 불안정성에 관하여 종횡비가 1:35인 장치로 Dean 수 100 이하에서 실험적인 연구를 수행하였다. 뉴튼유체에 대하여는 임계 Dean 수 39, 임계 파수 3.95로 이론적인 해석결과와 일치하였으며, Dean 수가 임계수보다 커짐에 따라 압력손실이 증가하는 경향과 이때 파수가 3.95로부터 갑자기 5.2로 증가하는 현상은 이론적으로만 발표된 비선형해석의 결과와 잘 일치되었다. 폴리아크릴아마이드수용액의 경우 임계 Dean 수는 100 ppm 이하에서 용액의 농도에 따라 $Dn_c = 39 - 0.078c$ (Dn_c : 임계 Dean 수; c : 농도)와 같이 변화하였으며, 임계 Dean 수에서의 파수는 3-3.5로서 뉴튼유체의 경우보다 작게 나타났지만, Dean 수가 커지면 5.0으로 증가되어 뉴튼유체의 경우와 같았다. 추적자를 넣고 유동을 관찰한 결과 기본적인 굽은 유로에서는 Poiseuille 유동뿐만 아니라 Dean 불안정성에 의하여 생성되는 와류도 용액의 탄성에 의하여 더욱 불안정하여지는 것을 알 수 있었다.

Abstract— Experimental studies on the Dean's instability of aqueous solution of polyacrylamide were performed for the flow in a curved channel with the aspect ratio of 1:35. The range of Dean number investigated was up to 100. The critical Dean number, wave number and pressure drop vs. Dean number were examined for distilled water to validate the experimental set-up and found to be in agreement with the values reported in the literatures. The nonlinear characteristics after the onset of instability were also in good agreement with the recent report. The critical Dean number decreased with polymer concentration according to the relation $Dn_c = 39 - 0.078c$ (Dn_c : critical Dean number; c : concentration) when c was smaller than 100 ppm. The wave number at the onset was smaller and in the range of 3-3.5. But it increased to the same value of 5.0 after the onset as in the case of Newtonian fluid. The present study reveals that both the base flow in the curved channel and Dean vortices become more unstable due to elasticity.

Key words: Drag Reduction, Turbulent Burst, Elasticity

1. 서 론

고분자 용액이나 용융체 등의 점탄성유체 유동에 있어서 유동안정성의 문제는 이론적인 해석의 관점에서 뿐만 아니라 고분자가공, 유변학적 물성측정(rheometry) 등 여러 경우에 중요한 것으로 알려져 있다. 이때 유체가 가지는 탄성은 유동안정성에 복잡한 영향을 미치는데, 예를 들어 원심력에 의하여 유도되는 불안정성에 있어서 유체의 탄성이 유동의 구체적인 형태와 유체의 다른 여러 가지 성질에 따라서 유동을 안정화시키는 경우와 이와는 정반대로 불안정화시키는 경우가 모두 존재하는 것으로 알려져 있다[1]. 최근들어 고분자 용액의 유동안정성에 관한 연구가 매우 활기를 띠고 있고, 특히 단순한 이론적인 해석으로 그치는 것이 아니라, 많은 경우에 실험으로 증명하여 이론해석의 타당성을 검증하고 있다. 그러나 대부분의 경우 점탄성유체의 유동안정성에 대한 이해는 초보적인 상태에 머

물려 있는 것이 사실이다. 이의 주요한 원인으로는 우선 안정성 해석에서 사용하는 구성방정식의 불확실성과, 매우 간략화한 구성방정식을 사용하는 경우라도 수학적으로 복잡해지는 문제 때문으로 생각된다. 더욱이 유체의 점탄성은 용액의 농도, 분자량분포, 고분자 주쇄의 경직성, 결가지 또는 전해성 등에 따라 크게 달라지지만, 이러한 변수들의 특성을 실험적으로 정확히 기술하지 못하였을 뿐만 아니라 이론적으로 구성방정식에 적절히 포함시킬 수 없었기 때문으로 생각된다.

고분자 용액 중에서 극미량만의 고분자를 첨가한 마찰감소유체에 관하여는 고분자용액론 및 미시유변학(molecular rheology) 이론에 의하여 비교적 많은 연구가 되어 왔으며, 고분자동력학의 이론과 함께 활기를 띠고 있다[2-4]. 그러나 마찰감소현상이 일어나는 메커니즘에 관하여는 아직까지 정립된 이론이 없는 실정이다. 이는 난류자체의 해석이 어려운 이유도 있겠으나, 현재까지의 많은 연구에도 불

구하고 아직까지 물은 고분자 용액의 적절한 유체모델이 확립되어 있지 못하고, 이의 거동에 관하여 충분히 이해가 되어 있지 못한 것에 기인한다고 할 수 있다. 이러한 문제점들의 이해를 위하여는 여러 가지 서로 다른 유동장을 대상으로 한 연구가 필요하며, 특히 유변학적 특성이 여러 면에서 연구된 유체를 대상으로 하여 실험 및 이론적인 연구가 병행될 필요가 있다. 따라서 본 연구에서는 물은 고분자 용액의 유동에 관한 기본 연구의 한 분야로서 난류의 전조라 할 수 있고, 유동장이 잘 정의되어 있어 이론적인 접근이 가능한 Dean 불안정성을 대상으로 선택하였다.

Dean 불안정성은 이론적으로 볼 때 굽은 유선에서 원심력의 역할로 인하여 Poiseuille 유동이 불안정하여 지는 것이다. 이 때 고분자 용액같은 점탄성 유체의 경우 유체의 탄성이 유동을 안정하게 하는 효과가 있을 것인지 또는 불안정하게 할 것인지에 대한 문제, 즉 굽은유선에 의하여 유도되는 탄성에 의한 응력과(특히 수직응력) 유동 안정성의 관계는 이론유변학의 관심의 대상이 되어 왔다. 또한 불안정성에 의하여 유도되는 유동형태는 마찰감소의 메카니즘으로 생각되고 있는 난류의 파열(turbulent burst) 현상과 관련하여 볼 수 있다. 즉 전단유동이 불안정하여 생기는 와류는 전단유동에 수직방향으로 겹쳐진 연신유동의 형태가 되므로 관 내부의 난류의 경우 벽층(wall layer)에서의 난류의 파열현상과 상사점이 있다. 본 연구에서는 이러한 점에 주의하여 실험 대상의 고분자 용액으로서 일반적으로 마찰감소유체라고 알려져 있는 polyacrylamide 물은 수용액을 대상으로 점탄성유체의 유동안정성과 와류의 형성 및 난류로의 전이에 관한 실험적인 연구를 수행하였다.

2. Dean 불안정성

Dean 불안정성이란 Fig. 1과 같이 동심원통 사이에 유체를 채우고 통을 회전시키지 않으면서 원주방향(azimuthal direction)으로 압력구배를 가하였을 때 원심력에 의하여 유동이 불안정하여지는 현상으로 Dean에 의하여 처음으로 해석이 되었다[5]. Fig. 1에서 좁은 간격근사법을 적용할 경우 속도분포는 다음과 같이 주어진다.

$$V(r) = \frac{3}{2} V_m (1 - 4x^2) \quad (1)$$

$$V_m = - \frac{d^2}{12\rho\nu R_1} \left(\frac{\partial p}{\partial \theta} \right)_0 \quad (2)$$

$$x = \frac{r - R_0}{d}, \quad R_1 = \frac{R_1 + R_2}{2} \quad (3)$$

위 식에서 V_m 은 채널내에서 유체의 평균 속도이다. 이러한 유동의 안정성은 뉴튼유체의 경우 다음과 같은 Dean 수만에 의하여 결정

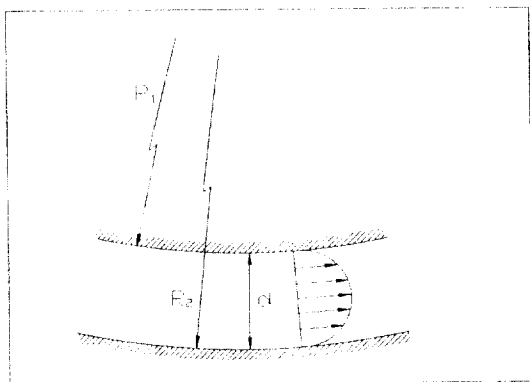


Fig. 1. Flow in a curved channel.

된다[5].

$$Dn = Re(d/R_1)^{1/2}, \quad Re = V_m d / \nu \quad (4)$$

Dean 불안정성에 대하여는 이와 유사한 Taylor 불안정성에서는 달리 아직까지 많은 연구가 되어 있지 못하다. 이러한 이유의 하나로서 Dean 불안정성은 이론적으로는 가능하다. 원주방향의 압력 구배를 주기 위하여는 축대칭이 없어지게 되기 때문에 축대칭을 갖는 실험 장치로서 구현하기 불가능하기 때문으로 생각된다. 따라서 지금까지는 대부분의 경우 압력구배와 함께 원통을 동시에 회전시키는 Taylor-Dean계에 대한 연구에 집중되어 왔다. Taylor-Dean계에서는 원통 사이의 간극을 축방향으로 막거나, 원통을 수평으로 장치하고 액체를 완전히 채우지 않는 방법을 이용하므로 이 경우에도 물론 완전한 축대칭을 갖는 장치는 불가능하다.

Dean의 해석이후 뉴튼유체에 대하여 Reid[6]는 Fourier 전개를 이용하여 임계 Dean 수와 이때의 toroid형 와류의 크기를 이론적으로 구하였고, 이때 와류내부의 유동이 Taylor와류의 경우와는 달리 커 대속도를 중심으로 대칭이 아님을 밝혔다. Gibson과 Cook[7]은 collocation법을 이용하여 임계 Dean 수와 무차원파수(wave number)를 정확하게 구하여 각각 35.92와 3.95를 얻었다. 또한 Sparrow[8]는 좁은 간격근사법이 성립되지 않는 두꺼운 유체층을 대상으로 안정성을 검토하여 유한한 간격의 경우 좁은 간격근사법으로 임계 Dean 수를 계산하면 실제보다 작게 됨을 보였다.

실험적으로는 Brewster 등[9]이 Taylor-Dean계에 대하여 연구를 수행하여 toroid형 와류의 존재를 확인하였다. Taylor-Dean계는 Taylor-Couette계와 같이 원통이 회전되면서 압력구배가 존재하는 경우로서 순수한 Dean계가 실험적으로 구현되기가 어려운 문제의 부분적인 해가 될 수도 있을 뿐만 아니라 그 자체로도 새로운 문제가 될 수 있다. Brewster 등은 축방향이 중력에 수직으로 놓인 두 개의 동심원통 사이에 유체를 부분적으로 채운 후 원통이 회전할 때 외통과 내통의 상대적인 속도에 따라서 유체내에 원주방향속도가 0인 부분이 있고 이면을 경계로하여 한쪽은 Taylor 유동, 다른 쪽은 Dean 유동이 되므로 각 영역에서 Taylor와 Dean의 해석을 이용하여 안정성 해석을 하고 실험을 실시하여 이론식이 타당함을 보였다.

Kelleher 등[10]은 처음으로 순수한 Dean계에 대하여 실험적인 연구로서 U자형의 유로에서 공기에 대하여 실험하여 와류가 오목한 벽면쪽으로 치우쳐 있으며, 와류의 크기가 Dean 수에 관계없이 일정함을 보였다. 비교적 최근 Ligrani와 Niver[11]는 40:1의 종횡비를 갖는 U자형의 유로에서 공기를 대상으로 Dean 수를 40-220까지 연속적으로 변화시키면서 실험하여 비대칭의 와류가 유로를 채워가는 과정과 비정상상태의 와류의 운동에 관하여 보고하고, Dean 수의 변화에 따라 너비방향(spanwise) 파수가 조금씩 변화함도 보고하였다. 또한 이들의 실험결과는 Finlay, Keller와 Ferziger[12]가 수치해법으로 예측한대로 Taylor-Couette 계에는 존재하지 않는 비틀림형의 와류가 Dean 수가 커짐에 따라 생김을 보고하여 Dean 계에 대한 실험과 이론이 정립되게 되었다. Mattsson과 Alfredsson[13]은 29:1의 종횡비를 갖는 굽은 유로에서 낮은 Dean 수에서는 일정한 모양의 와류를 관찰하였고, 높은 Dean 수에서는 와류 사이의 상호작용이 와류를 합쳐 새로운 와류쌍을 형성함을 보였는데, 이러한 결과는 Guo와 Finlay[14]의 이론적인 해석결과를 잘 뒷받침하여 주고 있다.

최근 Bottaro[15]는 너비방향으로 충분히 넓어야만 와류쌍의 생성이 자유로울 수 있음을 보이고, 선형안정성 이론이 비교적 큰 Dean 수의 비선형문제에도 적용될 수 있으며, 이웃하는 와류간의 상호작용이 난류성 경계층에서의 일관된 구조(coherent structure)와 상사성이 있음을 밝혔다. 이들은 또한 이러한 결과가 riblet 등에 의한 벽 근처의 난류 조절에 직접 응용될 수 있음을 지적하였다. Bottaro의 지

적은 본 연구에서 가정한 Dean 수와 난류에서 벽층구조와의 상사성과도 일치하는 것으로서 주목된다.

비뉴튼유체에 대한 Dean계의 해석은 조사된 바로는 최근에 발표된 Joo[16]의 결과뿐이다. Joo의 결과는 Joo와 Shaqfeh[17-19]에도 발표되어 있다. Joo와 Shaqfeh[18,19]는 Dean 수가 0일 때 순수한 탄성에 의하여 생기는 불안정성에 관하여 해석하였다. 이러한 불안정성의 문제는 Taylor 유동에 대하여 Larson 등[20] 또는 Muller 등[21]이 Taylor 수가 0일 때 순수한 탄성에 의하여 유동이 불안정하여지는 현상이 있음을 보고한 것과 유사하다. 이들은 순수한 Dean계의 경우 안정성 교환의 원리가 성립함을 보였으며, Taylor-Dean계의 경우 전단유동의 비중이 커짐에 따라 진동 형식(oscillatory mode)이 중요하여짐을 보이고, 압력구배의 방향에 따라 계를 안정화 또는 불안정화시킬 수 있음을 보였다. 또한 이러한 탄성에 의한 불안정성의 메카니즘은 Taylor 유동의 경우와는 달리 고분자에 의한 응력과 기본 유동장의 속도기울기와의 상호작용에 의한 것임을 보였다. Joo와 Shaqfeh[19]에서는 처음으로 관성이 중요한 Dean계에서 탄성의 역할을 검토하여 유체에 점탄성이 첨가되면 유동을 불안정하게 하고 임계파수는 증가함을 밝혔다. 또한 탄성이 중요한 Dean계에서 관성의 역할을 검토하여 관성은 점탄성만에 의한 유동을 불안정하게 하며, 이때 파수는 감소됨을 보였다. Joo와 Shaqfeh의 결과들은 모두 Oldroyd B형의 구성방정식을 갖는 Polyisobutylene/Polybutene Boger 유체를 대상으로 한 것으로서 앞으로 많은 연구가 이 분야에서 이루어질 수 있음을 알 수 있다.

3. Dean 불안정성 실험

앞에서 지적한 대로 Dean 불안정계는 이론적으로는 가능하나 측대칭을 갖는 실험장치로서 구현하기는 불가능하며, 이는 원주방향의 압력 구배를 주기 위하여는 축대칭이 없어지게 되기 때문이다. 따라서 본 연구에서는 Fig. 2에 도시한 바와 같은 U자형의 유로로서 압력구배가 존재하는 원심력장을 구성하였다. 실험장치는 Fig. 3에 도시한 바와 같이 크게 나누어 Dean 유동의 유로, 유체 공급수조(수위조절수조), 받는다 수조, 연동(peristaltic) 펌프 및 저장수조로 구성하였다. Dean 유동의 유로는 아크릴수지를 가공하여 평행평판부, 동심반원부, 평행평판부로 구성되어 제작하였고 스테인리스 스틸지지대를 절삭 가공하여 장치하였다. 먼저 개괄적으로 유체가 흐르는 과정을 보면 다음과 같다. 공급수조에서 나온 유체가 평행평판 사이를 흐르면서 연결관 등에서 생긴 불규칙한 변형이 이완되고 Poiseuille 유동의 변형만을 기억토록 한다. Poiseuille 유동의 균일한 유동이 발달되면 Dean 유동영역으로 들어가서 원심력을 받으면서 흐르게 되고 결국에는 다시 Poiseuille 유동영역으로 나오면서 불안정한 유동이 안정화된다. 압력강하를 측정하기 위하여 압력 tap은 원심력장을 형성하는 반원부분의 끝에서 평행평판부로 50 mm 떨어진 Poiseuille 유동영역 중앙에 상하류 각각 1개씩 장치하였다. 이러한 방법으로 하면 비교적 복잡한 유동이력을 갖는 고분자 용액의 경우에도 재현성있는 결과를 줄 수 있을 것으로 생각된다. Poiseuille 유동영역을 지난 후에는 다시 수조로 들어간 후 유량측정부를 지나 펌프로 들어가고, 저장조로 간다. 저장조는 Dean 유동장치보다 높게 장치하여 정압에 의하여 유체가 공급수조에 보내진다.

Dean 유동 실험장치는 축대칭의 문제뿐만 아니라 유한한 크기의 평행면을 사용할 수 밖에 없는 문제로 인한 옆 벽면의 문제가 있다. 즉 두 평행면이 중립방향인 너비방향으로 무한히 클 수는 없으므로 충분히 크다고 생각되는 폭을 갖도록 옆면을 막아야 한다. 이때 옆 벽면부근을 제외한 영역에서는 안정한 기본 유동이 2차원적인 Poiseuille 유동이 된다. 본 실험연구에서는 Dean 유동에서 유체가 흐르

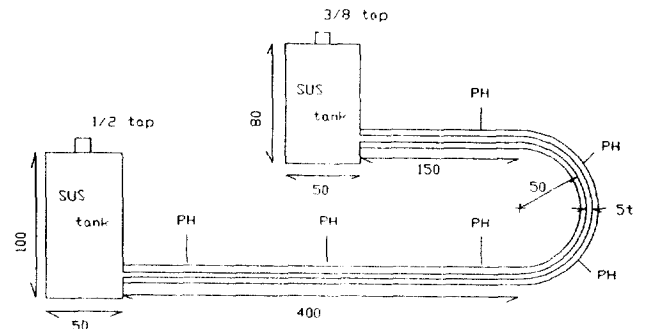


Fig. 2. Dean cell; Units in mm; PH: pressure hole.

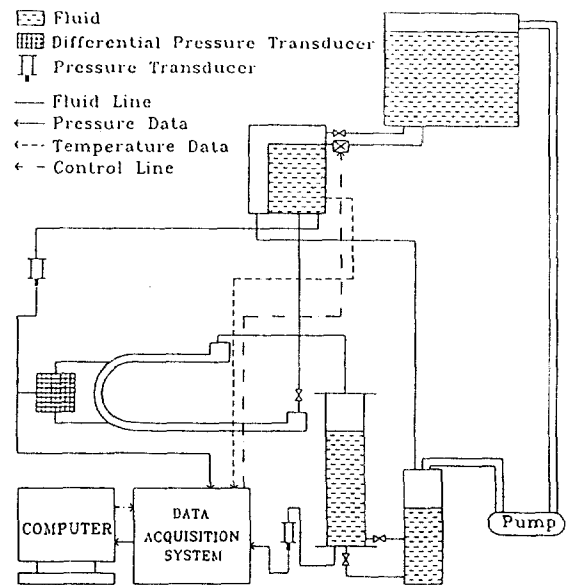


Fig. 3. Schematic diagram of the experimental apparatus.

는 너비방향(가로)과 속도기울기 방향의 유체층의 두께 방향(세로)의 비, 즉 종횡비는 다음과 같은 방법으로 결정하였다. 단면이 일정한 직선관(원형일 필요가 없음)을 흐르는 유체의 유속 u 는 다음과 같은 Poisson 방정식을 만족한다.

$$\nabla^2 u = -\frac{1}{\mu} \left(\frac{\partial p}{\partial x} \right) \quad (5)$$

윗 식에서 압력기울기는 상수이므로, 직사각형의 경계면에서 안 미끄러짐 조건을 적용하면 쉽게 해를 구할 수 있다. Happel과 Brenner[22]에는 이러한 식의 해석해가 주어져 있다. 식의 수치를 대입하여 계산한 결과 1:30 이상이 되면 충분히 2차원 유동으로 근사시킬 수 있을 것으로 판단되었다. 따라서 실험장치는 약 1:35로 설계하였다. 실제 장치를 제작한 후 측정된 결과 너비 200 mm, 판 간격 5.62 mm, 곡률반경 52.5 mm이었다. 도입부 직선부분의 길이는 400 mm, 출구 쪽 직선부분은 150 mm가 되도록 설계·제작하였다.

용매로는 증류수를 사용하였고 고분자로는 Aldrich Chemical Company Inc.의 polyacrylamide(PAAm)을 후처리 없이 사용하였다. PAAm의 평균 분자량은 제조회사에서 제공한 값이 500-600만 정도이다. 실험에서 사용한 고분자 용액은 먼저 3000 ppm 마스터 용액(master solution)을 만들고, 실험하기 전에 물에 희석하는 방법을 사용하였다. 용액의 농도는 마찰감소가 관찰되는 범위와 유사하게 0-100 ppm 범위에서 정하였다.

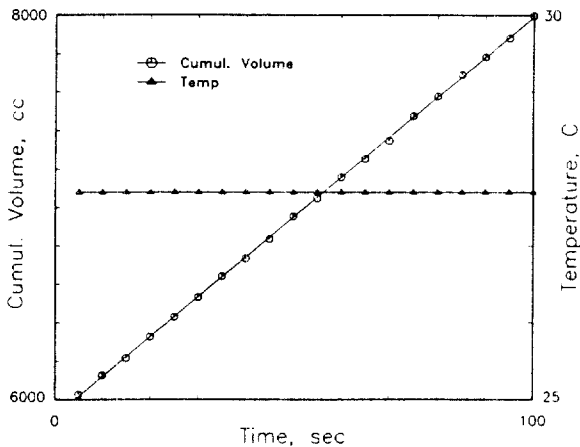


Fig. 4. Typical plot of the cumulative volume and temperature with time at the exit for 50 ppm aqueous solution of PAAm.

유량을 일정하게 하기 위해서는 수위 조절 수조에 Valcom사의 2000 mmH₂O full scale의 압력 변환기를 사용하여 수위를 측정하고, 저장수조로부터 공급되는 관에 솔레노이드 밸브를 달아 Data acquisition 시스템(Hewlett Packard사의 data acquisition/control unit HP3852a)으로 작동시켜 수위를 일정하게 했다. Dean 유로에 걸리는 압력을 측정하기 위해 차압력 변환기(differential pressure transducer, Smart Transmitter LD301, Konics Co. Ltd., full scale, 25 mm H₂O)을 data acquisition 시스템에 연결하여 압력차이를 구하였다. 유량을 측정하기 위해 아크릴관(지름 183 mm)을 수직으로 세우고 Valcom사의 1000 mmHg 압력 변환기를 연결하여 아크릴관에서 받는 용액의 압력을 측정하였다. 밀도와 압력과의 관계로부터 시간에 따른 누적 유량을 측정하였고 누적유량-시간의 그래프의 기울기로부터 시간당 유량을 구하였다. 단, 이때 아크릴관내의 용액의 밀도는 상온에서의 물의 밀도와 같다고 놓았다. 예로서 PAAm 50 ppm 수용액의 누적 유량과 온도 변화를 Fig. 4에 나타내었다. Fig. 4에서 온도 및 유량은 적절히 제어됨을 볼 수 있다. 펌프는 첨가한 고분자가 전단장에서 퇴화(shear degradation)되지 않도록 전단율이 크지 않은 연동형 펌프를 이용하였다.

유동이 불안정화되는 임계점과 와류의 모양을 관찰하기 위해 유동 관찰 실험을 하였다. 유동관찰을 위해 추적자(tracer)로서 판형의 자개가루(약 20 micron)를 이용하였다. 자개가루는 유체에 의해 일정한 방향으로 배향을 함으로 유동의 움직임을 관찰할 수 있다. 유동의 움직임은 리플렉스 카메라(Reflex Camera) f1.7(Pentax, 49 mm)을 이용하여 곡물이 시작되는 위치로부터 135도 돌아간 각도에서 면에 수직 방향으로 사진을 찍었다(Fig. 2 참조). 이때 300 W 조명등 2개를 사진기와 같은 각도에서 비추었고, Dean 유로를 제작한 아크릴 수지의 표면으로부터의 직접적인 반사를 줄이기 위하여 편광필터를 사용하였다. 줄무늬로 나타나는 와류간의 간격은 와류사진을 Data Translation사의 DT2851 상(像)처리 시스템(image processing system)을 통해 256단계의 명도 변화를 512×480의 화소(pixel)로 얻고, 줄무늬와 수직 방향의 명도 변화를 DFT(Discrete Fourier Transform) 처리함으로써 줄무늬 간격의 화소 수를 구하여 그 크기를 구하였다.

고분자 용액의 영점 전단율 점도(zero shear rate viscosity)는 본 연구실에서 제작한 Zimm-Crothers 점도계를 이용하였다[23]. 영점 전단율 고유 점도(zero shear rate intrinsic viscosity) $[\eta]_0$ 는 PAAm의 경우 0.00882/(ppm)이었다. 따라서 coil overlap concentration $c^* = 110$ ppm이 된다. 본 실험에서는 묽은 고분자 용액을 대상으로 전단율이 작은 영역에서 실험하였기 때문에 Dean 수의 계산시 영점 전단율

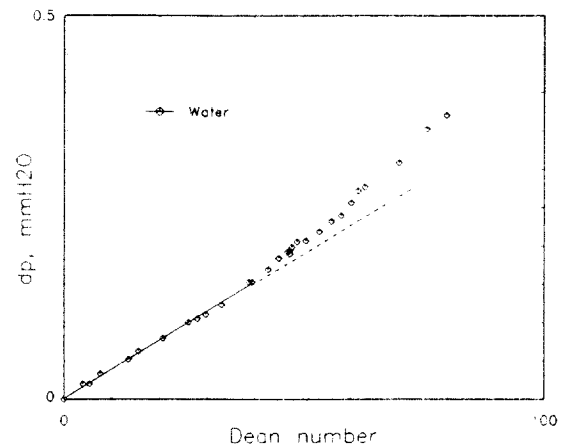


Fig. 5. Pressure drop(dp) vs. Dean number(Dn) for the flow of water.

점도를 사용하였다. 이는 Poiseuille유동의 경우 위치마다 전단율이 다르지만 서로 다른 용액에 대한 실험시에 일관성을 유지하기 위하여는 영점 전단율 점도가 가장 적합한 것으로 판단되었기 때문이다. 고분자 용액의 $[\eta]_0$ 로부터 고분자 용액의 탄성의 정도를 나타내는 Zimm 이완시간(λ)을 계산하면 $\lambda = \eta_0 M_w / RT = 0.019$ [sec]이었다.

4. 결과 및 고찰

4.1. 뉴튼유체의 Dean 유동

장치의 검증과 고분자 용액과의 비교를 위하여 뉴튼유체인 물을 대상으로 추적자(tracer)를 첨가하여 유동을 관찰하고 압력강하를 측정하였다. Fig. 5에는 압력 강하와 Dean 수와의 관계를 나타내었다. 낮은 Dean 수에서는 압력 강하는 유량이 증가함에 따라 선형적으로 증가하나 Dean 수가 39부터는 압력강하가 비선형적으로 증가함을 볼 수 있다. 이러한 변화는 유동이 불안정하여지면서 생기는 와류에 의한 것이다. 이러한 불안정한 유동이 생기는 Dean 수를 임계 Dean 수라고 정의하였다. 본 실험에서는 유로의 간격과 곡률반경의 비가 0.107로서, 이 경우에 Sparrow[8]의 계산에 의하면 임계 Dean 수는 38이 된다. 따라서 본 연구에서 제작한 실험장치는 약 3% 이내의 오차를 보이는데, 이는 Brewster 등[9]의 경우와도 거의 같은 수준이다. 이러한 오차의 원인으로는 우선 유체가 완전한 Dean 유동이 아닌 직선부분을 흐르게 되는 문제를 생각할 수 있다. 이러한 문제에 대한 이론적인 해석은 아직 보고되어 있지 못하여 정량적인 차이를 예측할 수는 없었다. 다음으로는 유체의 온도의 문제를 생각할 수 있다. 물의 점도는 1 K에 약 3% 정도 변화한다. 추적자가 들어가는 경우에는 이에 따른 점도변화를 생각할 수 있다. 또한 무한히 묽은 유체가 아닌 경우에 측면 벽에서의 유동장의 역할도 문제가 될 수 있다. 이 경우의 오차는 중형비가 1:40인 경우 식 (5)를 이용하여 계산한 결과 약 1.5%임을 알 수 있었다. 그러나 이 경우에는 임계 Dean 수가 작은 쪽으로 편차가 생기므로 본 연구의 결과와는 반대 방향이다.

비선형의 압력 강하 정도를 확인하기 위해 Finlay 등[12]의 이론계산과 비교하였으며, Fig. 6에 나타난 바와 같이 실험결과는 이론과 거의 일치함을 볼 수 있었다. 이때 Δp 는 와류의 상대적인 세기를 뜻하며 다음과 같이 정의하였다.

$$\Delta p = \left[\frac{dp}{d\theta} - \frac{dp}{d\theta} \right] / \frac{dp}{d\theta} \quad (6)$$

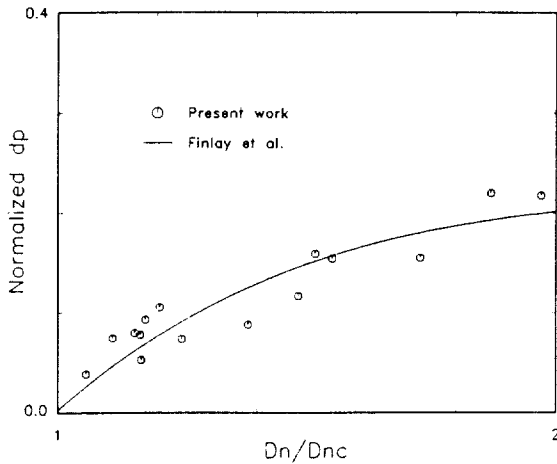


Fig. 6. Comparison of the experimental data with the numerical calculation for the extra pressure drop.

여기서 $\overline{dp/d\theta}$ 는 유동이 불안정할 때의 압력 구배이고, $dp/d\theta$ 는 유동이 안정할 때의 압력 구배이다. Finlay 등의 결과는 파수를 5로 하였을 때의 계산값으로서 다음에서 설명한 대로 본 실험에서도 실험 조건이 임계 Dean 수보다 커지면 파수가 3.95에서부터 바로 5.2로 커지는 것으로부터 본 실험의 결과와 Finlay의 계산이 잘 일치함을 보여주고 있다. 물의 경우에 얻은 이상의 결과로부터 본 실험에서 사용한 Dean 시스템이 매우 적절한 것으로 판단되며, 따라서 고분자 용액의 실험시에도 정확한 결과를 얻을 것으로 가정할 수 있다.

추적자(Tracer) 실험에 의한 유동관찰 결과는 다음과 같다. Plate 1에 보인 바와 같이 유량이 작은 낮은 Dean 수에서 유동 형태는 너비방향으로 균일하다. 그러나 Dean 수 39 부근에서 줄무늬가 생기기 시작한다. 이것은 압력 강하와 Dean 수와의 관계에서 기울기가 변하는 점과 일치한다. 이때 줄무늬의 크기는 넓으나 완전히 발달된 줄무늬를 형성하지는 않는다. 그러나 Dean 수 52 부근에서는 완전히 발달된 일정한 줄무늬를 형성한다. 이때는 가장자리에서의 벽효과(wall effect)의 영향을 받지 않는 것으로 보인다. Dean 수 49를 지나서부터는 가장자리의 줄무늬가 약한 파동 운동을 하며 지나간다. 그러나 가운데 지역은 여전히 일정한 줄무늬를 형성한다. Dean 수 60 부근에서는 가운데 지역은 일정한 줄무늬를 형성하나 가장자리의 줄무늬는 가운데 줄무늬보다는 약간 큰 줄무늬를 형성하면서 진행하는 파동운동을 한다. 즉 가장자리의 Dean 와류가 중앙보다 먼저 불안정하여진다. Dean 수 71부터는 줄무늬의 간격이 상당히 줄어들었으나 가운데 부분은 일정한 줄무늬를 형성하고 나머지 부분에서는 줄무늬 간격이 가운데 부분보다는 조금 더 큰 무늬를 가지며 파동 운동을 한다. Dean 수 100 이상에서는 전체적으로 파동 운동을 하면서 줄무늬를 형성한다.

정확한 와류간격을 결정하기 위하여 Dean 시스템에 5 mm 간격의 너비 방향으로 자를 부착시켜 사진을 찍고 너비 방향의 같은 위치에서 범위에서 상처리하여 자의 5 mm에 해당하는 화소 수를 구하였다. 다음으로 실제로 간격을 구하고자 하는 줄무늬 부분의 수직방향의 명도 변화를 상처리 시스템으로 구하고, 이 결과를 DFT 처리하여 줄무늬 간격에 해당하는 화소 수를 구한 후 자의 5 mm에 해당하는 화소 수와 비교하여 줄무늬 간격을 구하였다. Fig. 7과 8에는 예로서 Dean 수 47일 때 표준줄무늬로 사용한 자와 Dean 와류의 줄무늬를 상처리한 결과를 도시하였다. Fig. 7(a)에서 자에 그려진 5 mm 간격의 선에 의하여 명암의 peak가 나타나는데 이들간의 화소수를 결정하기 위하여 Fig. 7(b)와 같이 DFT 처리한다. 그림으로부터 100개의

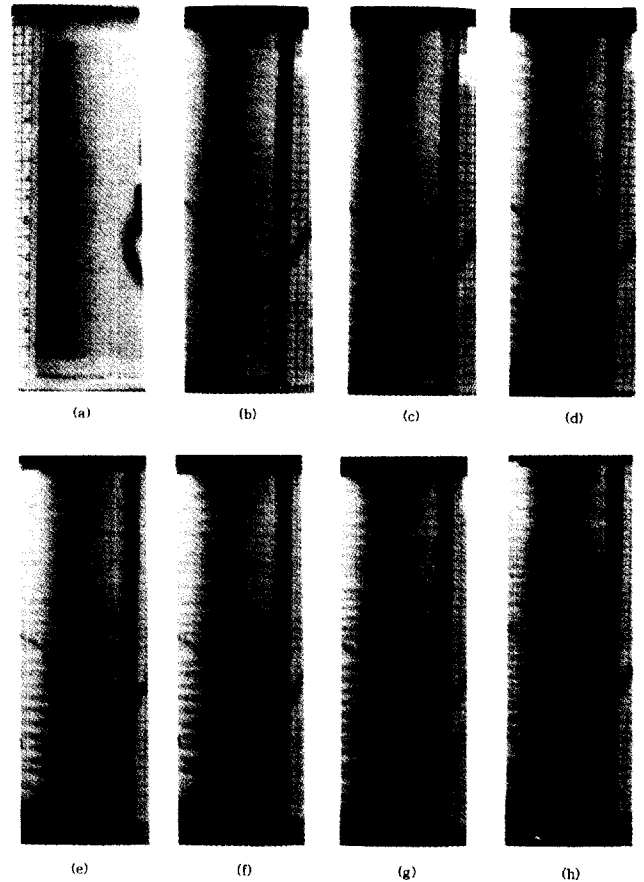


Plate 1. Dean flow of water when the Dean numbers is (a) 22; (b) 39; (c) 47; (d) 52; (e) 56; (f) 74; (g) 82; (h) 125.

화소당 16개의 peak가 있음을 볼 수 있다. Peak간의 간격은 5 mm이므로 1개의 화소는 0.8 mm에 해당한다. Fig. 8에 보인 Dean 와류의 줄무늬의 명도변화에서는 100개의 화소에 12개의 파가 존재하므로 이에 해당하는 줄무늬 간격은 6.67 mm가 된다. 줄무늬 간격은 다음과 같이 파수(λ)로 표시할 수도 있다.

$$\lambda = 2\pi d/l \quad (7)$$

여기서 d 는 내통과 외통의 사이의 간격이고, l 은 줄무늬 간격이다. 임계점에서의 파수는 3.96 ± 0.43 의 값을 얻었다. 이 값은 같은 d/R 값에서 Sparrow[8]가 계산 값 3.99와 평균값으로는 오차가 1% 이내이다. 따라서 본 실험에서는 지금까지 이론적으로만 알려진 임계점에서의 파수가 처음 실험적으로 증명되었다. 파수에 편차가 생기는 것은 1개의 파 사이에 화소수가 충분하지 못하여 1개의 화소만큼 잘못 계산됨에 따라 생기는 문제가 가장 큰 것으로 생각된다. 즉 1 화소당의 거리는 0.8 mm로서 식 (7)을 이용하여 계산하면 $\Delta\lambda = 0.35$ 가 되어 파수의 실험편차인 0.43에 근접함을 볼 수 있다. Dean 수에 따른 파수의 관계는 Fig. 9에 나타내었다. 임계점에서는 파수가 작지만 Dean 수가 증가됨에 따라 파수는 증가됨을 볼 수 있으나 Dean 수에 따른 파수는 일정하지 않음을 볼 수 있다. 이것은 최근에 발표된 Guo와 Finlay[14]의 보고에서 와류가 동시에 다른 크기를 가진다는 수치계산 결과와 일치하고 있다.

4-2. PAAm 수용액의 Dean 유동

Polyacrylamide 수용액에 대하여는 25, 50, 75 및 100 ppm 용액에 대한 실험을 수행하였다. 고유점도로부터 구한 coil overlap con-

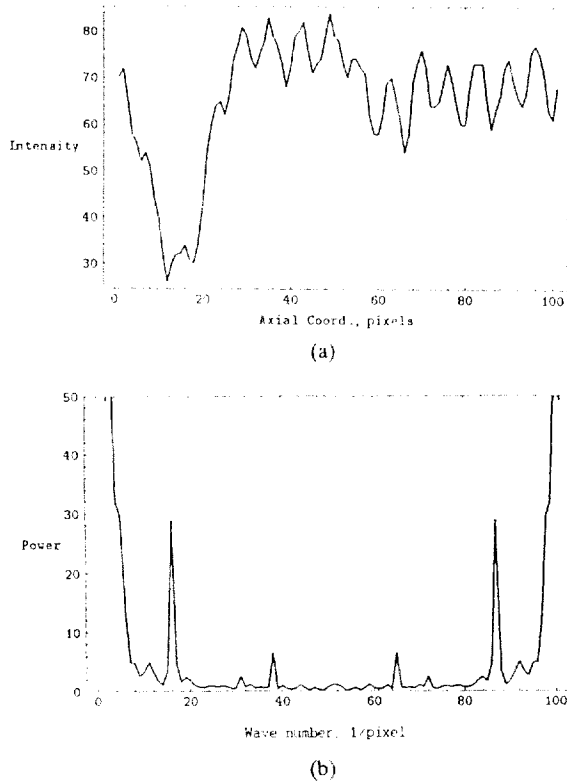


Fig. 7. Image analysis of the standard stripe(ruler with 5 mm graduation).

(a) Intensity profiles along the axial coordinate(spanwise direction), (b) Discrete Fourier Transform of the intensity profile.

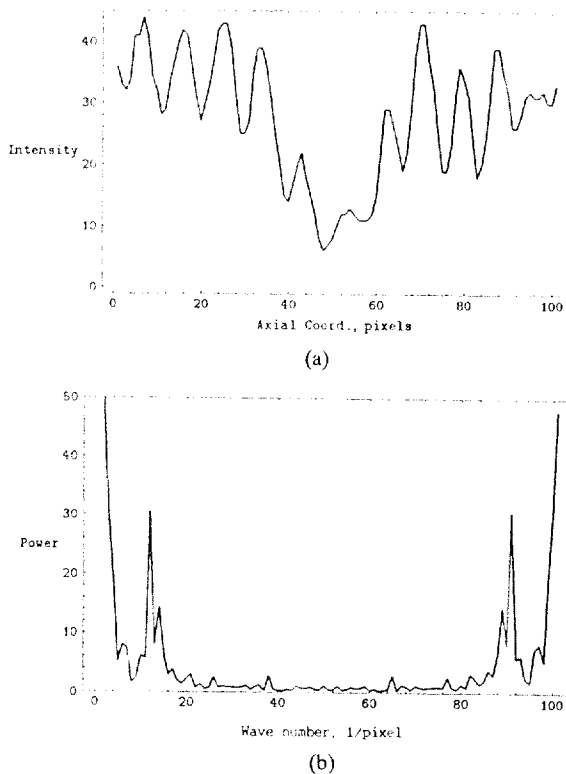


Fig. 8. Image analysis of the stripe for the flow of water when $Dn=47$.

(a) Intensity profiles along the axial coordinate(spanwise direction), (b) Discrete Fourier transform of the intensity profile.

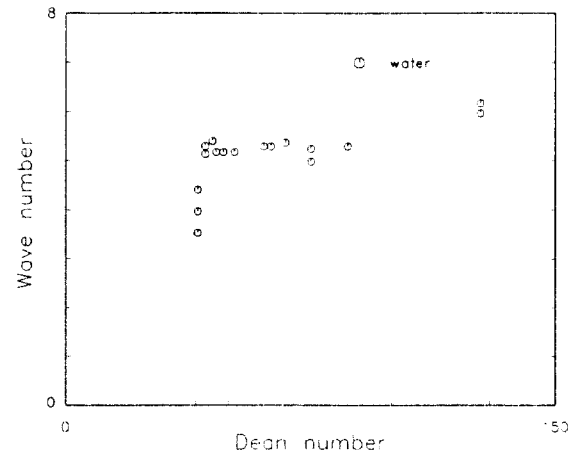


Fig. 9. Wave number as a function of Dean number for water.

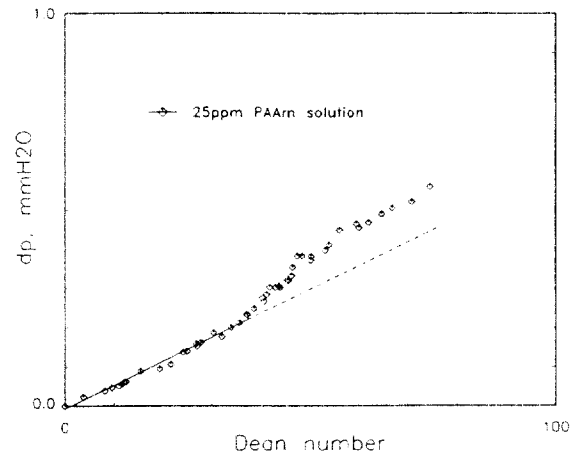


Fig. 10. Pressure drop(dp) vs. Dean number(Dn) for the flow of 25 ppm PAAM solution.

centration은 110ppm이므로 충분히 물은 범위에 있다고 할 수 있다.

25 ppm의 PAAM 수용액에 대한 압력강하와 유량과의 관계는 Fig. 10에 나타내었다. Dean 수가 작을 때는 유량에 따른 압력 강하가 전형적으로 증가하나, 높은 Dean 수인 임계 Dean 수 이상에서는 비전형적으로 증가하는 것을 볼 수 있으며, 이는 뉴턴유체의 경우에도 관찰된 바와 같다. 그러나, 이때 임계 Dean 수는 36.5로 뉴턴유체보다 작음을 볼 수 있다. 즉 용액의 탄성은 Dean 유동을 불안정화한다. 추적자를 이용한 유동 관찰 결과는 다음과 같다. 물의 경우와 비교할 때 추적자가 내통에서 더 천천히 지나감을 볼 수 있고 외통에서는 빨리 지나감을 볼 수 있다. 또한 Dean 수 37 부근에서 줄무늬가 형성됨으로서 압력 강하에 의하여 결정한 임계점을 재확인하였다. 임계점 직후에 생성되는 줄무늬는 약하고 큰 줄무늬가 형성됨을 볼 수 있다. 특히 줄무늬는 가장자리에서는 쉽게 볼 수 있으나 줄무늬 모양이 일정치가 않고 가운데 지역은 줄무늬는 일정하나 쉽게 볼 수 없었다. Dean 수 49에서는 일정한 줄무늬를 볼 수 있었다. Dean 수가 커짐에 따라 가장자리에서는 약한 파동 운동이 일어난다. Dean 수 71부터는 줄무늬가 줄어들고 가장자리에서는 파동 운동이 일어난다. Dean 수 82가 지나면 간격이 상당히 줄어들고 가장자리에서는 강한 파동 운동이 일어나 줄무늬가 사라지다 나타난다. 즉 유류가 비정상상태로 존재한다. Dean 수 100부터는 전체적으로 줄무늬가 파동운동을 하면서 형성된다. 특히 파동 운동으로 줄무늬가 줄어

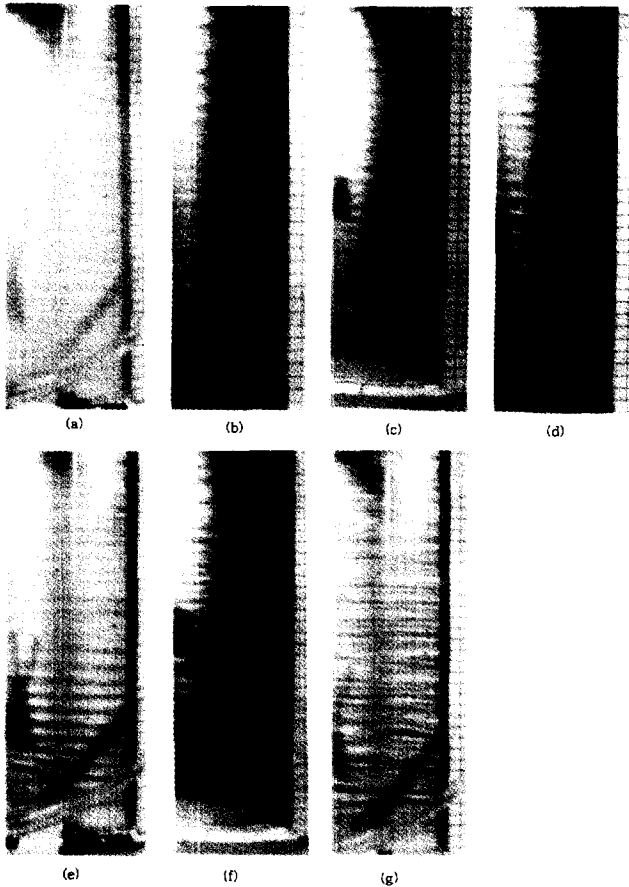


Plate 2. Dean flow of 25 ppm PAAm solution when the Dean numbers is (a) 37; (b) 47; (c) 49; (d) 60; (e) 72; (f) 98; (g) 155.

들었다가 커지곤 한다. Dean 수가 110이 넘으면 완전히 불안정한 상태로 변한다. Plate 2에는 Dean 수 37, 47, 49, 60, 72, 98 및 155에서의 유동을 나타내었다.

Fig. 11에는 Dean 수에 따른 파수 변화를 도시하였다. Dean 수와 줄무늬의 관계를 보면 임계 Dean 수에서는 파수가 상당히 작으나 Dean 수가 증가함에 따라 파수가 증가되어 뉴튼유체의 경우와 유사한 값을 갖게 된다. 이때 Dean 수에 따라 파수가 증가되는 정도는 뉴튼유체의 경우와 비교할 때 완만하였다. Fig. 12에는 Dean 수가 60일 때의 줄무늬를 상처리한 결과를 도시하였다. 그림에서 여러 파수의 와류가 겹쳐진 상태로 나타나는 것을 볼 수 있다. 이러한 현상은 Dean 와류 자체가 불안정함에 따라 생기는 현상이다.

PAAm 100 ppm 수용액에 대한 압력강하와 유량과의 관계를 Fig. 13에 나타내었다. 전체적인 경향은 순수한 용매나 25 ppm 용액의 경우와 유사하지만 Dean 수가 커짐에 따라 압력강하의 증가율이 감소하는데 이것은 전단율이 클 때 고분자 용액의 전단박화(shear thinning) 현상에 의한 결과로 생각된다. 추적자를 넣고 유동을 관찰한 결과 정성적으로는 25 ppm 용액의 경우와 유사하였다. 그러나 용액이 진하여짐에 따라 추적자를 많이 넣지 않으면 와류를 관찰하기가 어려웠다. 이러한 줄무늬 강도의 감소는 와류의 세기가 약해짐에 의하여 생길 수도 있으나, 유동에 진동이 있을 경우 추적자 박편이 유동장에서 일정한 방향을 유지하지 못하기 때문에 생길 수도 있을 것으로 생각된다. 본 실험의 경우 Fig. 13에서와 같이 불안정성의 시작점 이후 압력 증가의 정도가 뉴튼유체에 비하여 크지 않은 것으로부터 와류 세기가 작을 것임을 유추할 수 있다. 한편 최근 Renardy[24,

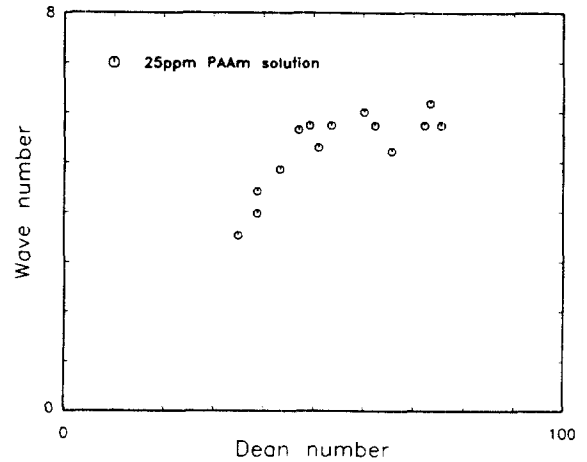


Fig. 11. Wave number as a function of Dean number for 25 ppm PAAm solution.

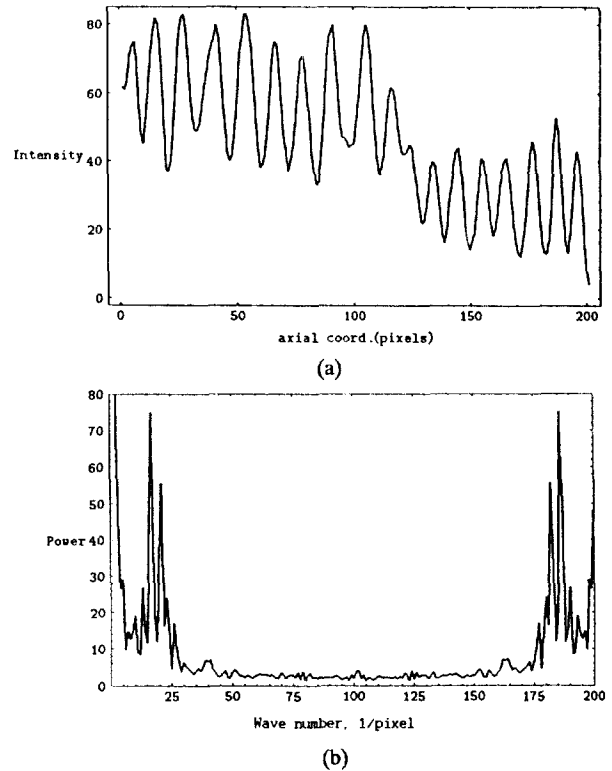


Fig. 12. Image analysis of the stripe for the flow of 25 ppm PAAm solution when $Dn = 60$.

(a) Intensity profiles along the axial coordinate(spanwise direction), (b) Discrete Fourier Transform of the intensity profile.

25]는 마찰 감소의 메카니즘 Reiner-Rivlin 유체에 대한 이론적인 해석을 통하여 용액의 점탄성이 흐름방향의 와류의 강도를 약하게 하는 효과가 있음을 보였다. 또한 이러한 효과는 이차수직응력차에 의하여도 유도될 수 있음을 보였다. 이차수직응력차이는 고분자용액에 대하여도 측정하기 쉽지 않은 것으로 잘 알려져 있으므로 Renardy의 이론의 직접적인 검증은 현재로서는 불가능하지만 묶은 용액의 경우 와류의 강도가 약해질 수 있음은 본 실험의 결과와 일치하고 있다. 100 ppm의 경우에는 임계점에서의 줄무늬는 상당히 큰 줄무늬를 형성하나 일정한 무늬라고는 할 수 없었다. 종합적으로 유

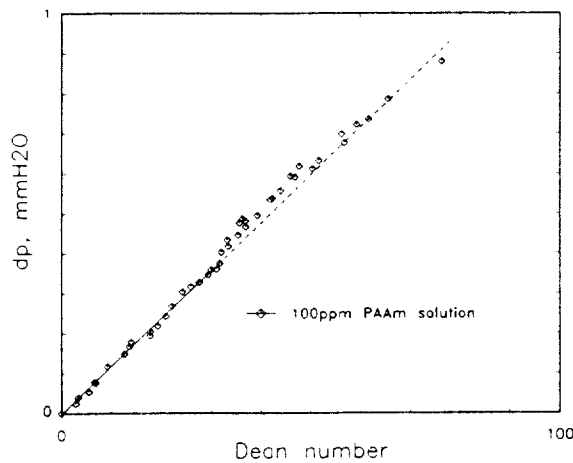


Fig. 13. Pressure drop(dp) vs. Dean number(Dn) for the flows of 100 ppm PAAm solutions.

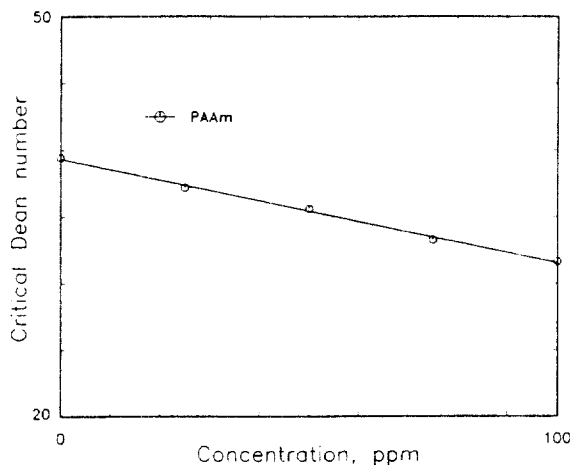


Fig. 14. Critical Dean number vs. concentration of PAAm.

동관찰 결과로 기본적인 굽은 유로에서의 Poiseuille 유동뿐만 아니라 Dean 불안정성에 의하여 생성되는 와류도 용액의 탄성에 의하여 더욱 불안정하여지는 것을 알 수 있었다.

PAAm 농도에 따른 임계 Dean 수의 변화는 Fig. 14에 도시하였다. 농도가 증가할수록 임계 Dean 수가 단조적으로 감소함을 보이며, 0-100 ppm까지의 농도 범위에서

$$Dn_c = 39 - 0.078c \quad (8)$$

의 관계를 갖고 있다. 따라서 용액의 탄성은 Dean계의 유동을 더 불안정하게 하는 것으로 결론지을 수 있다. 또한 임계점에서의 파수는 고분자용액의 경우 3.0-3.5 범위의 값을 갖는 것을 알 수 있었다. 그러나 파수의 경우 줄무늬가 약하고, 특히 농도가 진하여짐에 따라 줄무늬가 바로 비정상상태로 전이되어 뉴튼유체의 경우에 비하여 재현성이 좋지 않았다. 용액의 탄성이 Dean 유동을 불안정화하며, 이때 임계파수가 뉴튼유체의 경우와 비교할 때 작은 값을 갖는 본 연구의 결과는 Oldroyd B유체에 대한 Joo[17]의 이론적인 결과와 임계 Dean 수에서는 일치하나 파수의 크기에서는 상반된 결과를 나타낸다. 그러나 이론적인 묶은 고분자 용액이 같은 구성방정식을 갖을 것인가에 대하여는 현재까지 논란의 여지가 많다. 이러한 실험결과를 정량적으로 비교하기 위하여는 앞으로 이 분야에 묶은 고분자용액에 대한 연구가 더욱 필요할 것이며, 궁극적으로는

실험과 이론의 상호검증으로 적절한 구성방정식이 도출되어야 할 것이다.

5. 결 론

본 연구에서는 유체의 탄성이 Dean 유동을 안정화 혹은 불안정화시킬 것인지의 문제를 100 ppm 이내의 묶은 폴리악릴아마이드 수용액을 대상으로 실험하였다. 먼저 뉴튼유체인 증류수를 대상으로 실험하여 장치를 검증하였고, 그 결과를 비뉴튼유체와의 비교시에 도 이용하였다. 뉴튼유체의 경우에는 최근 이론적으로만 발표된 결과를 처음으로 실험적으로 증명할 수 있었다. 마찰감소유체의 경우 탄성은 유동을 불안정하게 하며, 임계점에서의 파수가 작은 것으로 나타났으나 유동의 전이형태는 뉴튼유체와 유사하였다. 유동관찰 결과로 기본적인 굽은 유로에서의 Poiseuille유동뿐만 아니라 Dean 불안정성에 의하여 생성되는 와류도 용액의 탄성에 의하여 더욱 불안정하여지는 것을 알 수 있었다.

본 연구의 결과들이 적절한 유체모델에 의한 이론식에 의한 해석결과와 비교 검토되면 기존모델의 유용성이 검증될 수 있을 것이다. 따라서 앞으로는 뉴튼유체의 경우와 같이 안정성 해석, Dean 와류 자체의 안정성 해석, 비선형 해석에 의한 와류연구, 파동형 유동(wavy flow)에로의 전이 등에 관한 연구가 뒤따라야 할 것이다. 본 연구의 결과는 마찰감소유체의 구성방정식의 검증에 이용될 수 있으며, 궁극적으로는 묶은 고분자 용액의 유변적 물성을 이해하는데 이용될 수 있을 것이다.

감 사

본 연구는 한국과학재단 목적기초연구사업(핵심전문과제 KOSEF 931-1100-002-2)으로 지원되었으며 이에 감사드립니다.

사용기호

c	: concentration [ppm]
Dn	: Dean number [-]
d	: gap distance [m]
l	: wave length [m]
M _w	: molecular weight [kg/mol]
p	: pressure [Pa]
R	: radius [m]
R	: gas constant [J/mol·K]
Re	: Reynolds number [-]
r	: radial coordinate
T	: temperature [K]
x	: axial coordinate
u	: velocity [m/sec]
V	: velocity [m/sec]

그리스 문자

η	: viscosity [Pa·s]
θ	: azimuthal angle [-]
λ	: wave number [-]
λ	: relaxation time [sec]
μ	: viscosity [Pa·s]
ν	: kinematic viscosity [m ² /s]
ρ	: density [kg/m ³]

하첨자

- 0 : center
 1 : inner cylinder
 2 : outer cylinder
 c : critical condition
 m : mean

참고문헌

1. Larson, R. G.: *Rheol. Acta*, **31**, 213(1992).
2. Gampert, B.(ed.): "The Influence of Polymer Additives on Velocity and Temperature Fields", IUTAM Symposium, Essen(1984), Germany, Springer-Verlag, Berlin(1985).
3. Gyr, A.(ed.): "Structure of Turbulence and Drag Reduction", IUTAM Symposium, Zurich(1989), Switzerland, Springer-Verlag, Berlin(1990).
4. Sellin, R. H. J. and Moses, R. T.(eds.): "Drag Reduction in Fluid Flows(Techniques for friction control)", Ellis Horwood, Chichester (1989).
5. Drazin, P. G. and Reid, W. H.: "Hydrodynamic Stability", Camb. Univ. Press, Cambridge(1981).
6. Reid, W. H.: *Proc. Roy. Soc. Lond.*, **A244**, 186(1958).
7. Gibson, R. D. and Cook, A. E.: *Q. Jl. Appl. Math.*, **27**, 149(1974).
8. Sparrow, E. M.: *Z. Angew. Math. Phys.*, **15**, 638(1964).
9. Brewster, D. B., Grosberg, P. and Nissan, A. H.: *Proc. Roy. Soc. Lond.*, **A251**, 76(1959).
10. Kelleher, M. D., Flentie, D. L. and McKee, R. J.: *Trans. ASME*, **102**, 92(1980).
11. Ligrani, P. M. and Niver, R. D.: *Phys. Fluids*, **31**, 3605(1988).
12. Finlay, W. H., Keller, J. B. and Ferziger, J. H.: *J. Fluid Mech.*, **194**, 417(1988).
13. Matsson, O. E. and Alfredsson, P. H.: *Phys. Fluids A*, **4**, 1666 (1992).
14. Guo, Y. and Finlay, W. H.: *J. Fluid Mech.*, **264**, 1(1994).
15. Bottaro, A.: *J. Fluid Mech.*, **251**, 627(1993).
16. Joo, Y. L.: Ph. D. dissertation, Stanford University, Stanford (1993).
17. Joo, Y. L. and Shaqfeh, E. S. G.: *Phys. Fluids*, **A3**, 1691(1991).
18. Joo, Y. L. and Shaqfeh, E. S. G.: *Phys. Fluids*, **A4**, 524(1992).
19. Joo, Y. L. and Shaqfeh, E. S. G.: *Phys. Fluids*, **A4**, 2415(1992).
20. Larson, R. G., Shaqfeh, E. S. G. and Muller, S. J.: *J. Fluid Mech.*, **218**, 573(1990).
21. Muller, S. J., Larson, R. G. and Shaqfeh, E. S. G.: *Rheol. Acta*, **28**, 499(1989).
22. Happel, J. and Brenner, H.: "Low Reynolds Number Hydrodynamics", Martinus Nijhoff, Dordrecht(1983).
23. Zimm, B. H. and Crothers, D. M.: *Proc. Nat'l Acad. Sci.*, **48**, 905 (1962).
24. Renardy, M.: *J. Non-Newt. Fluid Mech.*, **59**, 93(1995).
25. Renardy, M.: Abstracts of the 67th Annual Meeting of the Society of Rheology, Sacramento(1995).