

생산계획을 고려한 무배관 공정의 최적 설계

유동준 · 이호경 · 정재학* · 이인범†

포항공과대학교 화학공학과/환경공학부

*영남대학교 공과대학 화학공학과

(1996년 3월 2일 접수, 1996년 7월 12일 채택)

Optimal Design of Pipeless Processes with Scheduling

Dong Joon Yoo, Ho-Kyung Lee, Jae Hak Jung* and In-Beum Lee†

Department of Chemical Engineering, School of Environmental Engineering, Pohang University of Science and Technology

*Department of Chemical Engineering, College of Engineering, Yeungnam University

(Received 2 March 1996; accepted 12 July 1996)

요 약

회분식 공정의 새로운 형태인 무배관 공정(pipeless processes)은 배관을 통해 이루어진 기존 회분식 공정의 물질 수송 방식 대신, 물질을 실은 이동성 반응 용기가 역(station)으로 불리는 공정 단위들 사이를 오가며 생산하는 방식이다. 본 연구에서는 생산계획과 공정 구성을 동시에 고려한 무배관 공정의 최적 설계 문제를 다루었다. 제시된 혼합정수선형계획(Mixed Integer Linear Programming, MILP)문제는 장치 비용, 운전 비용, 제품 판매 수익 등을 고려하여 실제적인 최적 설계 결과를 내며, 비교적 적은 수의 정수 변수(integer variable)로 인해 일반적인 생산 절차를 갖는 다양한 제품을 생산하는 많은 수의 장치들로 구성된 공정으로의 적용이 쉬워졌다. 제안된 대기 과업(waiting task) 및 대기 비용(waiting cost) 개념은 대기역(waiting station)의 수를 계산해 주고, 불안정한 상태의 물질이 대기하는 일을 생산계획으로부터 제외한다. 본 연구에서 제시한 접근 방법의 효용성은 예제를 통해 검증하였다.

Abstract—Instead of pipework-based material transportation in conventional batch processes, the pipeless process, a new type of conventional batch process, adopts vessel-based one, where materials are transported by movable vessels traveling among process units called stations. This paper deals with an optimal design problem of pipeless processes considering the structural aspects of the plant and the associated production schedules simultaneously. The proposed MILP(Mixed Integer Linear Programming) problem yields the optimal design solution accounting for capital costs, operating costs and revenues. And a relatively small number of integer variables in the MILP problem makes it applicable to practical processes composed of numerous units producing various products of general recipes. By the concepts of waiting task and waiting cost, the number of waiting stations required can be calculated, and waitings of materials in unstable states can be excluded from the schedule. The usefulness of the approach has been verified through an example.

Key words: Pipeless, Design, Scheduling, MILP

1. 서 론

다양화되어 가는 소비자의 개성으로 인해 나날이 줄어드는 제품의 수명 그리고 계절에 따라 변화하는 시장 수요에 융통성있게 대처하기 위해 오늘날의 생산 방식은 소품종 대량 생산에서 다품종 소량 생산으로 전환되고 있다. 그러나 지금까지 다품종 소량 생산에 적용되어 온 회분식 공정은 노동 집약적이며, 생산성이 낮고, 생산 품목의 증가에 따라 배관의 수 및 배관 세척의 빈도가 증가하고, 수명을 다한 제품에서 새로 기획된 제품으로 전환될 경우 배관을 일일이 재배치하여야 하는 번거로움이 따르는 등의 단점을 가지고 있다.

회분식 공정의 다품종 소량 생산에서의 우수성을 간직한 채, 이

러한 단점들을 보완하기 위한 방안으로 무배관 회분식 공정(pipeless batch process, 이하 무배관 공정)이 제안되기 시작했다[1-5]. 무배관 공정은 원료, 중간 제품, 최종 제품을 배관을 통하여 운송한다는 기존의 개념을 바꾸어, 이동성을 갖는 회분식 반응기를 기차로, 최종 생산에 필요한 각 공정을 역으로 생각하여, 원료 도입역, 반응역, 혼합역, 제품 방출역, 세척역 등을 원하는 순서에 맞추어 회분식 반응기가 움직이면서 제품을 생산하는 형태를 말한다(Fig. 1). 이로써, 공장이 세워짐과 동시에 생산물의 종류 및 양이 결정되어 버리는 기존 공정의 한계가 극복되어 생산 활동의 자유도가 높아지고, 수시로 변하는 시장의 요구에 민첩하게 대응할 수 있다. 이와 같은 여러 가지 장점을 가진 무배관 공정은 Lee 등[6]에 의해 국내에 소

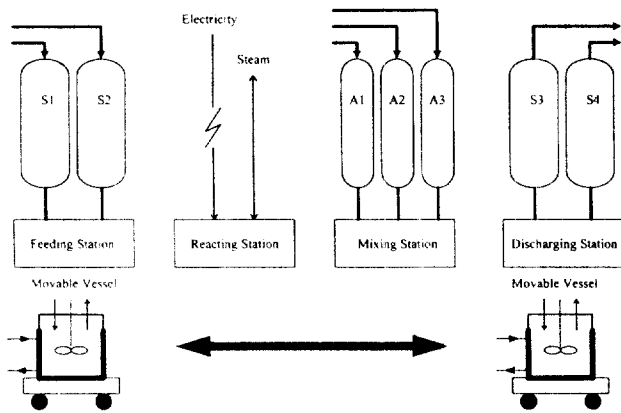


Fig. 1. Pipeless process.

개된 바 있다.

이와 같은 높은 유연성(flexibility)으로 인해 무배관 공정은 기존 회분식 공정의 대체 공정으로서 주목받게 되었으나, 한편 설계상에 있어서는 많은 어려움을 안게 되었다. 무배관 공정을 구성하는 이동 용기, 각종 역 등의 장치들은 각 제품 생산시 공용되는 다목적(multipurpose) 장치들로, 잘 알려진 바와 같이, 다목적 공정(multipurpose process)의 설계시에는 공정의 구성(즉, 각종 장치의 수 및 용량)뿐만 아니라 생산계획(scheduling)까지도 함께 고려해야 최적 설계 결과를 얻을 수 있다.

본격적인 무배관 공정의 설계는 Hasebe와 Hashimoto[7]로부터 시작되었다. 그들은 생산 절차가 간단한 제품들을 생산하는 동일 용량의 장치들로 구성된 무배관 공정의 설계를 위한 알고리즘을 제안하였다. 그러나, 생산계획은 고려되지 않았으며, 생산 절차가 다양한 제품 생산의 경우 적용이 어려웠다.

Realff 등[8]은 일반적인 생산 절차를 갖는 제품 생산을 위한 다양한 특성의 장치들로 이루어진 무배관 공정의 설계를 혼합정수선형계획(Mixed Integer Linear Programming, MILP) 문제의 형태로 나타내었다. 그런데, 그들의 방법은 결과를 내기 위해 대단히 큰 규모의 MILP 문제를 풀어야 하기 때문에 극히 적은 수의 제품을 생산하는 소규모의 공정 설계시 적용하는 것으로 만족해야 했다. 또한, 그들은 역의 배치(layout)도 고려하여 설계하고자 했는데, 이로 인해 문제의 복잡도가 커졌고, 새 제품이 기획되어 생산되는 제품의 구성이 달라질 때마다 역들을 다시 배치해야 하는 등 무배관 공정 고유의 유연성을 감소시킬 여지가 있었다.

상기 이유로, 본 논문에서는 공정 구성과 생산계획을 동시에 고려하여 무배관 공정의 설계 문제를 풀었다. 공정 설계 방법론으로 MILP를 채택했고, MILP 상의 정수 변수의 수가 작아지도록 하여 실제 공정의 설계에 적용 가능하도록 했다. 목적 함수에서는 장치비 외에도 운전 비용, 제품 판매 수익 등을 고려하였다. 특히, 대기 과업의 개념을 도입하여 필요한 대기역의 수를 계산할 수 있었다. 이 대기 과업은 불안정한 상태의 물질(원료, 중간 제품, 최종 제품)이 대기하는 일을 생산계획으로부터 배제하고자 할 때, 해당 대기비용을 크게 잡는 식으로 활용될 수 있다. 제시된 방법의 응용 예로 다양한 생산 절차와 생산 목표량을 갖는 제품들을 생산하는 무배관 공정의 최적 설계를 들었다. 최적 설계 결과와 함께 최적 생산계획을 보여 최적 설계된 무배관 공정의 특징을 밝혔다.

2. 무배관 공정 설계

무배관 공정 설계에 있어 가해진 사항은 다음과 같다.

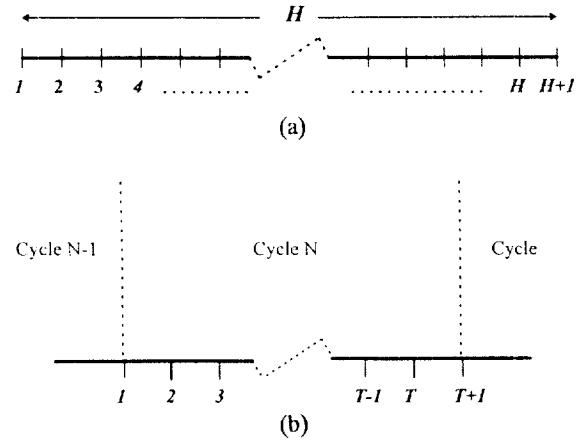


Fig. 2. Time discretization.

첫째, Kondili 등[9]이 제안한 바와 같이 스케줄링은 이산 시간(discrete time)에 기초한다. Fig. 2의 (a)와 같이 계획 시간(planning horizon, H)은 동일한 길이를 갖는 시간 간격(time interval, Δt)들로 나뉘어 지고 모든 사건(event)들은 두 이웃하는 시간 간격의 경계에서만 일어난다.

둘째, 용기(vessel)와 AGV(Automated Guided Vehicle)는 Realff 등[8]이 가정한 바와 같이 붙어 있는 것으로 본다. 용기와 AGV가 분리 가능한 것으로 가정하고 무배관 공정 설계 문제를 푼 예로 Hasebe와 Hashimoto[7]가 있는데, 그들은 스케줄링을 고려하지 않았고 공정도 단순한 경우로 한정했다.

셋째, 모든 용기의 용량(capacity)은 같고, 모든 역들의 용량도 같다. 여기서 용기의 용량은 용기가 최대로 담을 수 있는 물질의 질량(또는 부피)을 말하고, 역의 용량은 역이 수용할 수 있는 최대 용기의 용량을 말한다. 최근 Realff 등[8]은 용기의 용량이 서로 다를 수 있도록 하여 문제를 풀었는데, 제시된 혼합정수선형계획(MILP) 문제의 크기가 매우 커졌고, 조업은 용기 가득히 생산하는 것으로 한정됐다. 이상의 가정들을 기반으로 무배관 공정을 설계하기 위해서는 제품, 장치 및 운전에 대한 정보가 요구된다.

제품에 대한 정보란 제품들을 어떤 방법으로 얼마만큼 생산할지와 제품 및 원료의 가격을 말한다. 제품 생산 방법(recipes)은 Kondili 등[9]이 제안한 바, STN(State Task Networks)으로써 나타낼 수 있다. 기존의 STN은 상태 정점(state nodes), 과업 정점(task nodes) 등 2종류의 정점(nodes)과 이들을 잇는 방향 모서리(directed arcs)로 이루어지며, 이들 중 원료로 표시되는 상태 정점은 원료, 중간 제품, 최종 제품을 가리키고, 사각형으로 표시되는 과업 정점은 물질을 한 상태에서 다른 상태로 변화시키는 과업을 나타낸다. 그런데, 무배관 공정에서는 기존의 STN에 포함되어 있던 반응 과업, 혼합 과업 외에도 반응물의 도입 및 생성물의 방출을 위한 원료 도입 과업, 제품 방출 과업, 그리고 용기를 여러 제품 생산에 다목적(multipurpose)으로 사용하며 용기내 불순물을 제거하기 위한 용기 세척 과업 등의 새로운 과업이 추가적으로 필요하다. 또 상태에 대해서도 용기 내 물질의 상태뿐만 아니라 용기의 세척된 상태, 비세척된 상태 등의 새로운 상태가 요구된다.

간단한 예로서, 무배관 공정에서 원료 S1으로부터 제품 S3가 다음과 같은 절차에 따라 생산된다고 하자.

- 과업 1(T1): 세척된 용기에 원료 S1을 주입하여 S1이 채워진 용기를 만든다. 0.5시간 소요.

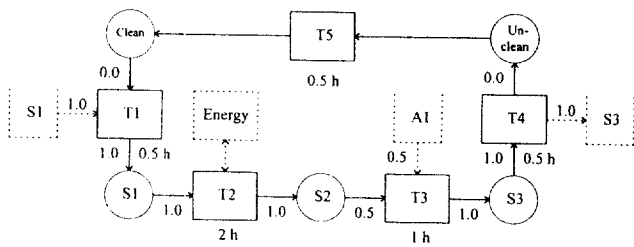


Fig. 3. STN(state task networks).

• 과업 2(T2): 원료 S1을 반응시켜 중간 제품 S2를 생산한다. 비율은 S1 1단위 질량 대 S2 1단위 질량이며 2시간 소요된다.

• 과업 3(T3): 중간 제품 S2에 첨가물 A1을 혼합하여 최종 제품 S3를 생산한다. 비율은 S2 0.5단위 질량 및 A1 0.5단위 질량 대 S3 1단위 질량이며 1시간 소요된다.

• 과업 4(T4): 최종 제품 S3가 들어 있는 용기에서 S3를 배출시키고 세척되지 않은 용기를 내놓는다. 0.5시간 소요.

• 과업 5(T5): 세척되지 않은 용기를 세척하여 세척된 용기를 만든다. 0.5시간 소요.

(여기서, 과업의 소요시간은 용기 이동 시간, 과업 준비 시간, 과업 마무리 시간을 포함한 시간으로 단위 시간 Δt 의 정수배이다.) 이 절차를 STN을 사용하여 Fig. 3으로 나타낼 수 있다. STN에서 원은 용기의 상태를 나타내고, 사각형은 용기의 상태를 변화시키는 과업을 가리킨다. 용기가 방향 모서리를 따라 STN을 한 바퀴 돌 때마다 한 회분(batch)의 제품이 생산된다. 용기의 수는 여러 개가 될 수도 있으며, 이 경우에는 여러 용기가 STN을 따라 동시에 돌며 생산하게 된다.

장치에 대한 정보로는 설치 가능한 역의 종류(이하 역종), 역종과 과업간의 대응 관계, 장치 가격, 이용 가능 용량의 집합(set of available capacities) 및 장치의 최대 설치 대수 등이 있다. 역종으로는 대개 원료 도입역, 반응역, 혼합역, 제품 방출역, 세척역, 대기역 등이 있는데, 경우에 따라서 반응역과 혼합역이 합쳐진 반응혼합역이나 혼합역과 방출역이 합쳐진 혼합방출역 등으로 통합되거나, 반대로 같은 기능의 역종을 가격, 과업 시간(task time), 처리 가능 과업 등에 따라 구분할 수 있다. 역종과 과업간의 대응 관계는 Table 1로 표현된다. 이 표에 따르면 원료 도입 과업 T1은 도입역(feeding station)에서, 반응 과업 T2는 반응역(reacting station)에서, 혼합 과업 T3는 혼합역(mixing station)에서, 제품 방출 과업 T4는 방출역(discharging station)에서, 그리고 용기 세척 과업 T5는 세척역(cleaning station)에서 수행 가능하다. 대기역은 용기가 한 과업의 수행 후 후속 과업으로 바로 이어지지 않을 때 일시적으로 머무르게 되는 특수한 역종으로, 역종의 집합에 포함시키지 않고 독립적으로 취급된다.

운전에 대한 정보로는 운전 정책(operating policy, 주기적 또는 비주기적), 계획 시간(planning horizon), 월간 조업 시간, 시간 간격 그리고 주기적인 운전 정책을 택할 경우에 한하여 이용 가능 주기 시간의 집합(set of available cycle times) 등이 있다. 운전 정책 중 주기적 운전은 Shah 등[10]이 제안한 것으로, 계획 시간 H 동안 주기적 생산계획(cyclic schedule)이 주기 시간(cycle time) T마다 반복 수행되는 운전 형태를 말한다(Fig. 2의 (b)참조). 주기적 운전 정책을 택할 경우 한 주기내의 과업의 수행 시점, 용기의 대기 시점, 각 회분의 크기 등이 정해지면 전체 계획 시간 동안의 모든 생산계획이 결정되므로 계획 구간의 길이가 줄어드는 장점이 있다. 본 논문에서도 주기적 운전을 전제로 문제를 풀어 최적화 문제의 크기를 줄였다.

주기적 운전에서는 한 과업의 수행이 한 주기 내에 끝나지 못하고 그 다음 주기에서 끝나는 wraparound[10]가 생길 수 있다. 이 wraparound가 적절히 다루어지기 위해서 주기 시간 T는 최대 과업 시

Table 1. Station characteristics

n	Station type	Suitability
1	Feeding station	Task T1
2	Reacting station	Task T2
3	Mixing station	Task T3
4	Discharging station	Task T4
5	Cleaning station	Task T5

간(maximum task time)보다 길거나 같아야 한다. 주기 시간 T의 최대값은 상한이 없으나 너무 크게 잡으면 최적화 문제의 크기가 커져서 문제의 답을 구할 수 없다.

이상의 정보를 토대로 다음의 최적화 문제를 풀면 최적 무배관 공정이 설계된다.

• 주어진 정보:

(1) 제품 정보 - 제품들의 최대, 최소 생산량, 제품 생산 절차(STN), 과업 시간, 제품 및 원료의 가격.

(2) 장치 정보 - 역종, 역종과 과업간의 대응 관계, 장치 가격, 장치의 최대 설치 대수.

(3) 운전 정보 - 운전 정책(주기적 또는 비주기적), 계획 시간, 월간 조업 시간, 시간 간격, 운전 비용(대기비용 포함).

• 결정 사항:

(1) 공정 구성 - 용기 수, 각 역종의 수(대기역 포함), 장치의 용량.

(2) 공정 운전 - (최적) 주기 시간, 과업 수행 시점(대기 과업 포함), 회분 크기(batch size).

• 목적 함수:

(1) 총 장치비의 최소화.
(2) 총 공정 이익의 최대화(제품 및 원료 가격, 운전 비용, 장치의 감가상각비를 고려한). 목적 함수는 상황에 맞추어 둘 중 하나를 택일.

3. 최적 설계

무배관 공정 설계 문제를 혼합정수선형계획(MILP) 문제화하는데 필요한 집합, 상수 및 변수는 다음과 같다.

3-1. 집합

과업(Task) $i \in I$ = 과업의 집합, $i=1, \dots$, 과업수(NTasks)

역종(StationType) $n \in N$ = 역종의 집합, $n=1, \dots$, 역종수(NStationTypes) — 단, 대기역은 집합에서 제외

상태(State) $s \in S$ = 상태의 집합, $s=1, \dots$, 상태수(NStates)

$I_n = \{i: \text{역종 } n \text{에서 수행 가능한 과업 } i \text{의 집합}\}$

$N_i = \{n: \text{과업 } i \text{를 수행할 수 있는 역종 } n \text{의 집합}\}$

$F_i = \{i: \text{상태 } s \text{를 도입(feed)하는 과업 } i \text{의 집합}\}$

$D_i = \{i: \text{상태 } s \text{를 방출(discharge)하는 과업 } i \text{의 집합}\}$

$SF = \{s: \text{원료의 상태 } s \text{의 집합}\}$

$SP = \{s: \text{제품의 상태 } s \text{의 집합}\}$

$SM = \{s: \text{물질의 상태 } s \text{의 집합}\}$ — 여기서, 물질이란 이동 용기를 채울 수 있는 실체물을 말하며 비세척 상태 및 세척 상태는 이 집합에서 제외

$T_i^{\text{in}} = \{i: \text{상태 } s \text{인 용기를 받는 과업 } i \text{의 집합}\}$

$T_i^{\text{out}} = \{i: \text{상태 } s \text{인 용기를 주는 과업 } i \text{의 집합}\}$

$V^{\text{in}} = \{V: \text{이용 가능한 용량 } V \text{의 집합}\}$

$T^{\text{in}} = \{T: \text{이용 가능한 주기 } T \text{의 집합}\}$

3-2. 상수

P_s^{max} =제품 s의 최대 생산량
 P_s^{min} =제품 s의 최소 생산량
 ρ_{is}^{out} =과업 i로 생성되는 총 물질 중 상태 s가 차지하는 비율
 ρ_{is}^{in} =과업 i에 소요되는 총 물질 중 상태 s가 차지하는 비율
 p_i =과업 i의 소요 시간(이동 시간, 준비 시간, 마무리 시간 포함)
 v_s =제품 s의 단위 질량당 가격
 p_s =원료 s의 단위 질량당 가격
 $CC(V)$ =용량 V인 이동 용기의 가격
 $CC_n(V)$ =용량 V인 역종 n의 가격
 $CC_{wait}(V)$ =용량 V인 대기역의 가격
 M^{max} =이동 용기의 최대 설치 대수
 S_n^{max} =역종 n인 역의 최대 설치 대수
 S_{wait}^{max} =대기역의 최대 설치 대수
 CCF =capital charge factor
 H =계획 시간
 $HoursPerMonth$ =월간 조업 시간
 Δt =시간 간격
 $OC_i^0(V)$ =용량 V인 역에서 과업 i의 회분당 고정 운전 비용
 $OC_i^1(V)$ =용량 V인 역에서 과업 i의 회분 크기당 운전 비용
 $OC_s(V)$ =용량 V인 역에서 상태 s인 이동 용기의 대기 비용

3-3. 변수

(1) 정수 시간 변수(time variable):
 T =공정 주기(cycle time, 시간 간격 Δt 의 정수배)
 (2) 정수 공정 구성 변수(integer structural variables):
 M =이동 용기(movable vessels)의 수
 S_n =역종 n인 역의 수(예: n=1(도입역), 2(반응역), 3(혼합역), 4(방출역), 5(세척역))
 S_{wait} =대기역의 수
 (3) 연속 용량 변수(continuous capacity variables):
 V =이동 용기 및 역의 용량 [kg]
 (4) 정수 할당 변수(integer allocation variables):
 W_{it} =시간 t에 과업 i의 수행을 시작하는 회분의 수
 W_{sit} =시간 t에 대기하는 상태 s인 회분의 수
 (5) 연속 크기 변수(continuous size variables):
 B_{it} =시간 t에 과업 i의 수행을 시작하는 회분의 총 크기 [kg]
 B_{sit} =시간 t에 대기하는 상태 s인 회분의 총 크기 [kg]
 이들로부터 MILP 문제를 구성하면 다음과 같다.

3-4. 목적함수

(1) 장치비의 최소화(minimization of capital cost)

$$\min OF_1 = MCC_1(V) + \sum_{n \in N \cup \{wait\}} S_n CC_n(V) \quad [\text{\$}] \quad (1)$$

(2) 공정이익의 최대화(maximization of the plant profit)

$$\begin{aligned} \max OF_2 = \sum_{t=1}^T \left[\sum_{s \in SPt \in D_s} B_{it} v_s - \sum_{s \in SFi \in F_s} B_{sit} p_s \right. \\ \left. - \sum_{i \in I} \{W_{it} OC_i^0(V) + B_{it} OC_i^1(V)\} - \sum_{s \in S} W_{sit} OC_s(V) \right] \\ \times \frac{HoursPerMonth}{T} - OF_1 \times CCF \quad [\text{\$month}] \quad (2) \end{aligned}$$

여기서는 두 가지의 목적함수가 고려되었는데, 상황에 따라 한 가지를 선택하여 사용하면 된다. 첫번째는 이동용기의 가격과 역의 가격을 포함하는 총 장치비의 최소화과 관련된 것이고, 두번째는 공정

이익의 최대화와 관련된 것이다. 공정 이익은 제품 판매 수익에서 원료 비용, 운전 비용 및 장치에 대한 월간 투자 비용을 뺀 값으로 정의된다. 장치에 대한 월간 투자 비용은 첫번째 목적 함수에서의 장치비에 Douglas[11]에 의해 정의된 CCF(capital charge factor)를 곱하여 구할 수 있다. 공정 이익에서 첫번째 항은 제품 판매 수익(생산 목표량내의 제품은 모두 판매된다는 가정하의), 두번째 항은 원료 비용, 세번째 항은 운전 비용, 네번째 항은 대기 비용이다. Hour-PerMonth/T는 한달 동안 반복된 생산 주기의 회수이다. 장치 비용 $[CC_1(V), CC_n(V)]$ 및 운전 비용 $[OC_i^0(V), OC_i^1(V), OC_s(V)]$ 은 장치 용량 V의 함수이지만 V가 주어짐으로써 상수가 된다.

3-5. 제약 조건

3-5-1. 장치 할당 및 장치수 제약

장치 할당에 관한 기본 가정은

- ① 어느 시간 간격에서나, 각 장치는 쉬고 있던지 한 가지 과업을 수행한다.
- ② 과업은 일단 시작되면 끝날 때까지 계속 이어진다. 즉, 과업 수행 중에 다른 과업의 수행을 위해 장치를 넘겨 주지 못한다(non-pre-emptive).
- ③ 두 주기간에 걸쳐 과업이 수행될 수 있다(wraparound).

와 같다.

$$\sum_{i \in I: t="} W_{it} \leq M \quad \forall t = 1, \dots, T \quad (3)$$

$$\sum_{n \in N_i} \sum_{t \in I_n: t="} W_{it} \leq \sum_{n \in N_i} S_n \quad \forall i \in I, t = 1, \dots, T \quad (4)$$

$$\sum_{s \in S} W_{sit} \leq S_{wait} \quad \forall t = 1, \dots, T \quad (5)$$

$$0 \leq M \leq M^{max} \quad (6)$$

$$0 \leq S_n \leq S_n^{max} \quad \forall n \in N \quad (7)$$

$$0 \leq S_{wait} \leq S_{wait}^{max} \quad (8)$$

여기서, t'' 는 $t - p_i + 1 > 0$ 이면 $t - p_i + 1$, 그렇지 않으면 $t - p_i + 1 + T$ 이다. $t - p_i + 1 > 0$ 은 시간 간격 t까지 진행되는 과업 i의 수행 중 wraparound가 일어나지 않았을 경우이고 $t - p_i + 1 \leq 0$ 은 wraparound가 발생했을 경우이다.

이동 용기 할당 제약 (3)은 각 시간 간격 t에 진행 중인 과업의 총합이 이동 용기의 수 M을 넘지 못하도록 제한한다. 역종 할당 제약 (4)는 각 시간 간격에서 과업을 수행하는데 필요한 역종의 수가 모자라지 않도록 한다. 대기역 할당 제약 (5)는 각 시간 간격에서 대기하는 이동 용기의 총합이 대기역의 수 S_{wait} 을 넘지 못하도록 보장한다. 장치수 제약 (6)-(8)은 장치의 수가 장치의 최대 설치 대수내에 있도록 한다.

3-5-2. 회분 크기 및 대기 회분 크기 제약

$$0 \leq B_{it} \leq W_{it} V \quad \forall i, t \quad (9)$$

$$0 \leq B_{sit} \leq W_{sit} V \quad \forall s, t \quad (10)$$

회분 크기 제약 (9)는 각 과업을 위한 회분의 크기가 용기의 용량을 넘지 못하도록 제한하고, 대기 회분 크기 제약 (10)은 대기 과업을 위한 회분의 크기가 용기의 용량을 넘지 못하도록 제한한다.

3-5-3. 회분 상태 수지 및 회분 크기 수지

$$\sum_{i \in I_s} \sum_{t=1}^T W_{it} = \sum_{i \in T_s} \sum_{t=1}^T W_{it} \quad \forall s \in S \quad (11)$$

$$\sum_{i \in T_s^-} \sum_{t=1}^T \rho_{is}^{in} B_{it} = \sum_{i \in T_s^+} \sum_{t=1}^T \rho_{is}^{out} B_{it} \quad \forall s \in SM \quad (12)$$

회분 상태 수지 (11)은 한 주기내의 상태 s 인 회분을 내는 과업의 수와 받는 과업의 수를 같도록 하여 주기가 진행됨에 따라 각 상태 s 인 회분의 수가 점점 증가하거나 감소하는 현상을 예방한다. 회분 크기 수지 (12)는 각 회분 속의 물질의 양에 대해 (11)과 같은 기능을 한다.

3-5-4. 대기 회분 수지 및 대기 회분 크기 수지

$$W_{st} = W_{st-1} + \sum_{i \in T_s^-} W_{it} - \sum_{i \in T_s^+} W_{it} \quad \forall s \in S, t=1, \dots, T \quad (13)$$

$$B_{st} = B_{st-1} + \sum_{i \in T_s^-} \rho_{is}^{in} B_{it} - \sum_{i \in T_s^+} \rho_{is}^{out} B_{it} \quad \forall s \in SM, t=1, \dots, T \quad (14)$$

여기서, $t'' = t - p$, $p > 0$ 이면 $t - p$ 이고 그렇지 않으면 $t - p + T$ 이다. W_{st} 와 B_{st} 는 각각 W_{it} 와 B_{it} 로부터 계산한다.

대기 회분 수지 (13)에서 각 상태 s 로 대기하는 회분의 수는 바로 전시간 간격의 상태 s 로 대기하는 회분의 수에 바로 전시간 간격에 수행을 끝낸 상태 s 인 회분을 내는 과업의 수를 더하고 현재시간 간격부터 수행을 시작하는 상태 s 인 회분을 받는 과업의 수를 뺀 것과 같다. 대기 회분 크기 수지 (14)는 대기 회분 속의 물질의 양에 대해 (13)과 같은 역할을 한다.

3-5-5. 제품 생산량 제약

$$P_s^{min} \leq \sum_{i \in D_s} \sum_{t=1}^T B_{it} \frac{H}{T} \leq P_s^{max} \quad \forall s \in SP \quad (15)$$

제품 생산량 제약 (15)는 계획 시간 동안 각 제품의 생산량이 주어진 최소, 최대 생산량 안에 들게 한다. (15)에서 H/T 는 계획 시간 동안의 주기의 수이고, $\sum_{i \in D_s} \sum_{t=1}^T B_{it}$ 는 한 주기내의 제품 s 의 방출량이다.

목적 함수 (1), (2)와 제약 조건 (3)-(15)는 주어진 T , V 에 대해 최적 무배관 공정 구성 및 최적 생산계획을 구하는 MILP 문제를 정의한다. 주기 T 및 용량 V 의 가능한 값이 여러 개 있다면 (T , V)의 모든 조합에 대한 MILP 문제의 최적해를 구하여 전체적인 최적해를 얻을 수 있다.

MILP로부터 나온 결과 중 생산계획을 나타내는 정수 할당 변수 W_{it} , W_{it} 및 연속 크기 변수 B_{it} , B_{it} 를 분석함에 있어 한 가지 주의할 점이 있다. W_{it} , W_{it} 는 각각 시간 간격 t 에 과업 i 를 수행하는 회분의 수와 상태 s 인 대기 회분의 수이고, B_{it} , B_{it} 는 각각 시간 간격 t 에 과업 i 를 수행하는 물질의 총량과 대기 중인 상태 s 인 물질의 총량으로, 이 변수들은 각 시간 간격에서 과업 i 를 수행하는 대기 회분의 수와 상태 s 인 대기 회분들의 총 크기를 알려 줄 뿐, 각 회분 안에 어느 정도의 물질이 들어 있는지까지 일일이 알려 주지 않는다. 이로 인해, B_{it} 와 B_{it} 가 실제 상황과 조금 다르게 나올 수 있으나, 모든 시간 간격 t 에서의 동일 과업, 동일 상태에 대한 운전 비용, 대기 비용이 일정하고[즉, $OC_i^0(V)$, $OC_i^1(V)$, $OC_i^2(V)$ 이 t 의 함수가 아니고], 대기 비용이 대기 회분의 총 크기 B_{it} 에는 무관하고 대기 회분의 수 W_{it} 에만 관계하는 한, 두 목적 함수 (1), (2)의 값에는 영향이 없고 계산된 B_{it} , B_{it} 의 값을 조금 수정하는 것으로 언제나 개연성있는 생산계획을 얻을 수 있다.

한편, 제시된 MILP 문제의 해를 구하는데 있어 정수 할당 변수 W_{it} 를 정수 변수로 지정하면, 목적 함수와 제약 조건에 의해 최적 해에서 다른 정수 변수는 모두 정수값을 갖게 된다. 따라서, 본 MILP 문제의 필요한 정수 변수의 수는 과업의 수에 시간 간격의 수 T 를 곱한 값과 같다. Realff 등[8]이 제안한 방법에서는 이진 변수(binary variable)가 적어도 '과업의 수 × 역의 수 × 이동 용기 종류의 수 × 시

간 간격의 수'만큼 필요하다(이진 변수 W_{it} 만 고려해도). 이로부터 제시된 방법이 다양한 제품을 생산하는 많은 수의 장치들로 구성된 무배관 공정의 설계시 보다 적합함을 알 수 있다.

4. 적용 사례

제시된 방법의 응용 예로 두 가지 원료($S1$, $S2$)와 세 가지 첨가물($A1$, $A2$, $A3$)로부터 다섯 가지 제품($S3$, ..., $S7$)을 생산하는 무배관 공정 설계를 들었다. 주어진 정보로는 제품 생산 방법을 나타내는 STN(Fig. 4)과 제품 정보, 장치 정보 및 운전 정보에 관한 사용자 정

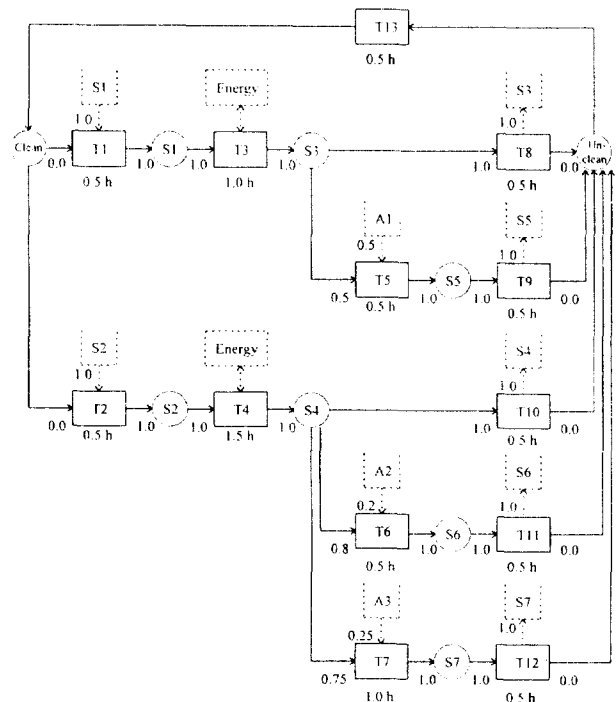


Fig. 4. STN for example.

Table 2. User-defined parameters for example

Parameter	Value
Value of unit mass of product s	$v_s = \$1.0/\text{kg} \quad \forall s \in SP$
Price of feeds to produce unit mass of product s	$p_s = \$0.5/\text{kg} \quad \forall s \in SP$
Maximum production of product	$P_s^{max} = 2,000,000 \text{ kg/month}$ for $S3 \text{ \& } S4$, $4,000,000 \text{ kg/month}$ for $S5, S6 \text{ \& } S7$
Minimum production of product	$P_s^{min} = 1,000,000 \text{ kg/month}$ for $S3 \text{ \& } S4$, $2,000,000 \text{ kg/month}$ for $S5, S6 \text{ \& } S7$
Maximum number of movable vessels	$M^{max} = \text{Unlimited}$
Maximum number of stations of type n	$S_n^{max} = \text{Unlimited}$
Maximum number of waiting stations	$S_{wait}^{max} = \text{Unlimited}$
Capital charge factor	$CCF = 0.0167 \text{ month}^{-1}$
Scheduling horizon	$H = 480 \text{ hour}$
Monthly working hours	$\text{HoursPerMonth} = 480 \text{ hour/month}$
Unit time	$\Delta t = 0.5 \text{ hour}$
Cycle time	$T = 5, 6 \text{ i.e. } 2.5, 3.0 \text{ hour/cycle}$
Capacity of vessels	$V = 2000, 10000, 50000 \text{ kg}$

Table 3. Station characteristics for example

n	Station type	Suitability
1	Feeding station	Task T1, T2
2	Reacting station	Task T3, T4
3	Mixing station	Task T5, T6, T7
4	Discharging station	Task T8, T9, T10, T11, T12
5	Cleaning station	Task T13

Table 4. Capital costs for example

		V		
		2,000 [kg]	10,000 [kg]	50,000 [kg]
Movable vessels	[\$/unit]			
	CC _i (V)	10,000	30,000	100,000
Station types	[\$/unit]			
Feeding	CC _{n=1} (V)	35,000	50,000	100,000
Reacting	CC _{n=2} (V)	50,000	75,000	150,000
Mixing	CC _{n=3} (V)	50,000	75,000	150,000
Discharging	CC _{n=4} (V)	35,000	50,000	100,000
Cleaning	CC _{n=5} (V)	50,000	75,000	150,000
Waiting	CC _{n=6} (V)	35,000	50,000	100,000

Table 5. Operating and waiting costs for example

		V		
		2,000 [kg]	10,000 [kg]	50,000 [kg]
Fixed costs	[\$/batch]			
Feeding	OC _{n=1,2} ⁰ (V)	25	50	100
Reacting	OC _{n=3,4} ⁰ (V)	50	100	200
Mixing	OC _{n=5,7} ⁰ (V)	50	100	200
Discharging	OC _{n=8,12} ⁰ (V)	25	50	100
Cleaning	OC _{n=13} ⁰ (V)	25	50	100
Variable costs	[\$/kg]			
Feeding	OC _{n=1,2} ⁰ (V)	0.05	0.05	0.05
Reacting	OC _{n=3,4} ⁰ (V)	0.10	0.10	0.10
Mixing	OC _{n=5,7} ⁰ (V)	0.10	0.10	0.10
Discharging	OC _{n=8,12} ⁰ (V)	0.05	0.05	0.05
Cleaning	OC _{n=13} ⁰ (V)	0.05	0.05	0.05
Waiting costs	[\$/batch/Δt]			
	OC _{n=6} ⁰ (V)	100	200	400

의 상수(Table 2)와 역과 과업간의 대응 관계(Table 3), 장치 가격(Table 4) 그리고 운전 비용(Table 5)이 있다.

Fig. 4의 STN에서 T1, T2는 도입 과업, T3, T4는 반응 과업, T5-T7은 혼합 과업, T8-T12는 방출 과업, T13은 세척 과업이고, 각 과업 정점(사각형)의 밑에 있는 시간은 과업 시간을 나타낸다. 용기의 상태로는 물질 상태(S1-S7)와 세척 상태(clean), 비세척 상태(unclean) 등 총 9가지 상태가 있다. 방향 모서리(화살표)의 밑이나 옆의 수는 과업에 소요되는 또는 과업에 의해 생성되는 물질의 비율을 나타낸다. 예를 들어, 과업 T7은 S4와 A3를 0.75:0.25로 혼합하여 S7을 생산하는 과업이다. 각각 장치 비용과 운전 비용을 나타내는 Table 4와 5에서 장치의 용량 V가 증가함에 따라 비용도 증가함을 볼 수 있다(단, 반드시 비용이 용량에 비례하여 증가할 필요는 없다).

기타 필요한 사용자 정의 상수는 Table 2와 같다. 여기서, 모든 제품의 가격은 \$1.0/kg으로 모든 원료의 가격은 \$0.5/kg으로 가정하였다(이들 숫자들은 물론 서로 다르게 가정할 수 있다). 제품 생산량은 S3, S4의 경우 월간 1×10^3 ~ 2×10^3 ton, S5-S7의 경우 월간 2×10^3 ~ 4×10^3 ton으로 잡았다.

Table 6. Result of example

		V		
		2,000 [kg]	10,000 [kg]	50,000 [kg]
T=5	OF2 [\$ /month]	2,636,267	3,390,517	3,255,233
(2.5 [hour])	M [unit]	54	12	7
	S ₁ [unit]	12	2	1
	S ₂ [unit]	25	6	3
	S ₃ [unit]	9	3	1
	S ₄ [unit]	12	2	1
	S ₅ [unit]	12	2	1
	S _{unclean} [unit]	0	0	1
	P ₃₃ [kg/month]	2,000,000	1,920,000	2,000,000
	P ₃₄ [kg/month]	1,920,000	1,920,000	2,000,000
	P ₃₅ [kg/month]	3,840,000	3,840,000	4,000,000
	P ₃₆ [kg/month]	3,840,000	4,000,000	4,000,000
	P ₃₇ [kg/month]	3,840,000	3,840,000	4,000,000
T=6	OF2 [\$ /month]	2,636,850	3,248,083	3,328,000
(3.0 [hour])	M [unit]	56	15	6
	S ₁ [unit]	14	5	1
	S ₂ [unit]	28	8	3
	S ₃ [unit]	9	4	2
	S ₄ [unit]	14	5	1
	S ₅ [unit]	14	5	1
	S _{unclean} [unit]	1	1	1
	P ₃₃ [kg/month]	1,920,000	2,000,000	2,000,000
	P ₃₄ [kg/month]	1,920,000	2,000,000	2,000,000
	P ₃₅ [kg/month]	2,720,000	4,000,000	4,000,000
	P ₃₆ [kg/month]	2,880,000	3,200,000	4,000,000
	P ₃₇ [kg/month]	3,840,000	4,000,000	4,000,000

4×10^3 ton으로 잡았다. 장치들의 최대 설치 대수는 무제한으로 정하였다. CCF는 장치의 수명이 약 5년인 것으로 보고 0.0167 month⁻¹로 정하였다. 계획 시간은 480시간, 월간 조업 시간은 480시간, 시간 간격의 길이는 0.5시간으로 정했다. 끝으로 주기는 5시간 간격, 6시간 간격 등의 두 가지를, 용량은 2 ton, 10 ton, 50 ton 등 세 가지를 시도하며, 총합 6(=2×3)가지의 경우에 대해서 각각 최대 공정 이익을 목적 함수로 최적해를 구하였다.

계산 결과는 Table 6과 같다. (T, V)의 6가지 조합 중에서 최적 설계는 주기 T가 5 시간 간격(=2.5[hour])이고 용량 V가 10,000[kg]일 경우로, $\$3.39 \times 10^6$ /month의 공정 이익을 내는 것으로 나왔다. 이때, 이동 용기 12대, 도입역 2개소, 반응역 6개소, 혼합역 3개소, 방출역 2개소, 세척역 2개소가 필요하고, 대기 과업이 발생하지 않았기 때문에 대기역은 필요치 않았다. 월간 제품 생산량은 표에서 보는 바와 같이 최대 생산량만큼 생산된 S6을 제외하고는 모두 최소 생산량과 최대 생산량 사이의 값으로 계산되었다.

최적 설계된 무배관 공정의 최적 생산계획은 Fig. 5와 같이 구해졌다. 여기서, 한 시간 간격은 30분이고, 5시간 간격(2시간 30분)이 한 주기가 된다. 직사각형은 한 과업의 수행을 의미하고 직사각형내에는 어느 제품을 생산하는 어느 과업인지가 적혀 있다. 예를 들어, “S3-1:T1”은 S3을 생산하는 제 1회분이 도입 과업 T1을 수행함을 말한다. 이 최적 생산계획에서는 대기 과업이 발생하지 않았는데, 이는 모든 과업이 끝남과 동시에 바로 후속 과업으로 이어짐을 의미한다. 한 예로, 제품 S5를 생산하는 제 1회분을 보면, 제 1시간 간격(t=1)에 도입역에서 과업 T1(“S5-1:T1”)을 수행하고, 계속 이어서 제 2-3시간 간격(t=2, 3) 동안 반응역에서 과업 T3(“S5-1:T3”)를, 제 4시간 간격(t=4)에 혼합역에서 과업 T5(“S5-1:T5”)를, 제 5시간 간격(t=5)에 방출역에서 과업 T9(“S5-1:T9”)을, 끝으로 다음 주기의 제 1시간

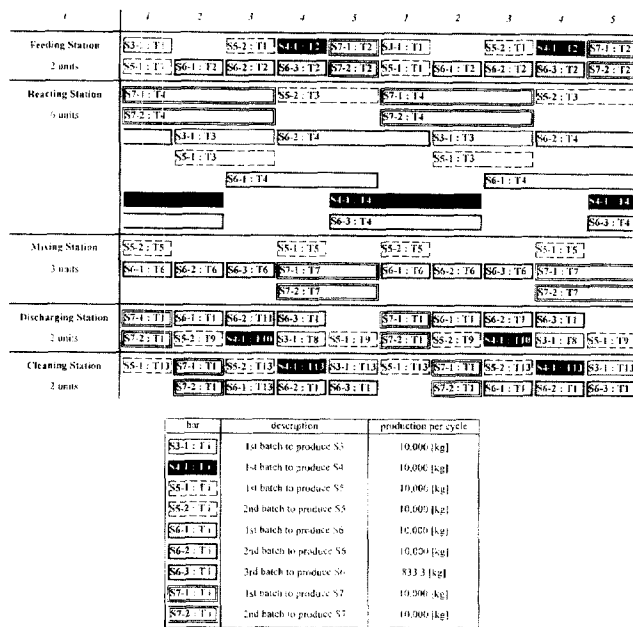


Fig. 5. Optimal scheduling of example.

간격($t=1$)에 세척역에서 과업 T13("S5-1:T13")을 수행한 후 다음 시간 간격부터는 제품 S6을 생산하는 제 1회분으로서의 기능("S6-1:T2")을 수행한다. Fig. 5의 밑에 보인 바와 같이 각 제품을 생산하는 각 회분은 서로 다른 모양의 막대(bar)로 구분하여 나타내었다. 또한 제품 S6 생산을 위한 제 3회분이 한 주기당 833.3 kg을 생산하는 것을 제외하고는 각 회분은 한 주기당 10,000 kg의 제품을 생산한다. 즉, 대부분의 회분이 이동 용기의 용량인 10,000 kg을 가득 채워서 생산한다.

장치수의 관점에서 최적 생산계획 결과를 보면, 우선 각 시간 간격에서 동시에 진행되고 있는 과업의 수는 12개로 이동 용기의 수와 일치한다. 이로부터 이동 용기의 이용률(utilization rate, 일하는 시간/전체 시간 $\times 100\%$)은 100%임을 알 수 있다. 또한, 각 시간 간격에서 동시에 진행되는 도입 과업의 수는 하나($t=2$) 내지 둘($t=1, 3, 4, 5$)이기 때문에 2개소의 도입역으로도 충분히 도입 과업들을 수행할 수 있다. 다른 역종에 대해서도 같은 논리가 성립된다. 이렇게 적은 수의 장치를 사용하여 주어진 생산 목표량을 달성할 수 있는 까닭은 이동 용기 및 각 역종의 이용 빈도가 전체 시간 간격에 걸쳐 고르게 분포하기 때문이다.

5. 결 론

본 논문에서는 생산계획을 고려한 무배관 공정의 설계를 위한 MILP문제 형태의 최적화 기법을 제시하였다. 제시된 방법에서는 목적 함수가 장치 가격, 운전 비용 및 생산계획 등의 세부 사항을 고려하기 때문에 기존에 Hasebe와 Hashimoto[7]나 Reaff 등[8]에 의해 제시된 방법들을 사용할 때보다 정확한 설계 결과를 얻을 수 있다.

또한, 주기적인 운전 방식을 채택하고, 설계 및 운전에 관련된 변수($M, S_n, S_{max}, W_n, W_{max}$)들을 Reaff 등[8]이 사용한 이진 변수(0 또는 1)가 아닌 정수 변수(0, 1, 2, ...)로 정의하는 기법 등을 통해 MILP 문제의 정수 변수의 수가 현저하게 줄어들어 제품의 수와 과업의 종류가 다양한 실제 무배관 공정 설계로의 적용이 가능하였다.

제한된 대기 과업의 개념을 사용하여 필요한 대기역의 수를 계산할 수 있고, 불안정한 상태에 있는 물질의 대기 배용(OC_i)을 크게 지정함으로써 이들 물질이 대기하는 일을 생산계획 상에서 배제할 수

있다.

예제를 통해 확인된 바, 이동 용기 및 각 역종의 이용 빈도가 전체 시간 간격에 걸쳐 고르게 분포할수록 적은 수의 장치로 많은 수의 과업을 수행할 수 있다. 이를 무배관 공정 최적 생산계획의 특징으로 볼 수 있다.

감 사

본 연구는 한국학술진흥재단의 자유공모/지방대 육성 사업의 연구비 지원으로 이루어졌으며 연구비를 지원해 주신 한국학술진흥재단에 감사드립니다.

사용기호

B_{it} : sum of batch sizes that start undergoing task i 's at the beginning of time period t [kg]

B_{st} : sum of batch sizes in state s that start waiting tasks at the beginning of time period t [kg]

CCF : capital charge factor

$CC_n(V)$: cost of station of type n , a function of V

$CC_v(V)$: cost of movable vessel, a function of V

$CC_{wait}(V)$: cost of waiting station, a function of V

D_i : set of tasks discharging the product of state s

F_i : set of tasks feeding the feed(raw material) of state s

H : planning horizon

HoursPerMonth : monthly working hours

I : set of tasks

I_n : set of tasks suitable in station n

M : number of movable vessels

M^{max} : maximum number of movable vessels

N : set of station types excluding waiting station

N_i : set of station types suitable for task i

$OC_i^f(V)$: fixed operating cost of task i , a function of V

$OC_i^v(V)$: variable operating cost of task i , a function of V

$OC_s(V)$: waiting cost of batch in state s , a function of V

P_s : production of product s

P_s^{max} : maximum production of product s

P_s^{min} : minimum production of product s

S : set of states

SF : set of feed states

SM : set of (physical) material states

SP : set of product states

S_n : number of type n stations(e.g. $n=1$ for feeding, 2 reacting, 3 discharging, 4 cleaning, 5 waiting)

S_n^{max} : maximum number of type n stations

S_{wait} : number of waiting stations

S_{wait}^{max} : maximum number of waiting stations

T : integer variable(multiples of Δt , the elementary step) representing the cycle time

T^{av} : set of T 's available

$T_i^{in(out)}$: set of tasks producing(consuming) the vessel in state s

V : capacity of units(movable vessels and/or stations) [kg]

V^{av} : set of V 's available

W_{it} : number of batches that start undergoing task i at the beginning of time period t

W_s : number of batches in state s that start waiting tasks at the beginning of time period t
 p_i : processing time for task i
 p_s : price of unit mass of feed s
 v_s : value of unit mass of product s

그리스 문자

Δt : elementary step time or unit time
 ρ_u^{in} : proportion of material state s produced by task i
 ρ_u^{out} : proportion of material state s needed for task i

참고문헌

1. Niwa, T.: Proc. Fourth Intl. Symp. on Proc. Systems Engng., Montebello, Canada(1991).
2. Niwa, T.: *Chem. Engng.*, June(1993).
3. Niwa, T.: Proc. 5th Intl. Symp. on Proc. Systems Engng., Kyungju, Korea, 497(1994).
4. Shimatami K. and Okuda, K.: *Chem. Engng.*, **99**, 181(1992).
5. Zanetti, R.: *Chem. Engng.*, June(1992).
6. Lee, H., Jung, J.H. and Lee, I.: *Chemical Industry and Technology*, **13**(3), 272(1995).
7. Hasebe, S. and Hashimoto, I.: Proc. Fourth Intl. Symp. on Proc. Systems Engng., Montebello, Canada(1991).
8. Realf, M. J., Shah, N. and Pantelides, C. C.: Proc. 5th Intl. Symp. on Proc. Systems Engng., Kyungju, Korea, 463(1994).
9. Kondili, E., Pantelides, C. C. and Sargent, R. W. H.: *Comput. Chem. Engng.*, **17**, 211(1993).
10. Shah, N., Pantelides, C. C. and Sargent, R. W. H.: *Annals of Operations Research*, **42**, 193(1993).
11. Douglas, J. M.: "Conceptual Design of Chemical Processes", McGraw-Hill, New York(1988).