

Zero-Wait 방안에서 다품종 회분식 공정의 Size와 Scheduling의 동시결정

문성득 · 복진광 · 박선원[†]

한국과학기술원 화학공학과
(1996년 9월 25일 접수, 1997년 7월 7일 채택)

Simultaneous Sizing and Scheduling of Multiproduct Batch Plants under Zero-Wait Policy

Sungdeuk Moon, Jinkwang Bok and Sunwon Park[†]

Dept. of Chemical Engineering, KAIST
(Received 25 September 1996; accepted 7 July 1997)

요 약

Zero-Wait(ZW) 방안의 다품종 회분식 조업에 있어서 장치의 크기와 조업순서를 동시에 결정하면서, 설계비용을 최소로 하는 새로운 MINLP 모델식을 제안하였다. 설계식은 Birewar와 Grossmann[1]이 제안한 모델을 이용하였고, scheduling의 제약식은 ZW 방안에서 makespan을 최소화하는데 효과적인 결과를 보인 Moon 등[10]의 모델식을 이용하였다. 기존의 발표된 모델에서는 정수(integer)변수 처리를 위해 어림법(round off) 방식을 이용한 반면, 본 논문에서는 이진표현법을 이용해서 정확한 정수해를 구했다. 제안한 새로운 MINLP 모델식의 결과와 비교하기 위해 Birewar와 Grossmann의 모델도 이진표현법을 이용해서 재구성하였다. 또한 모델식의 효용성을 증명하기 위해 Birewar와 Grossmann[1]이 적용했던 동일한 예제의 단독생산방식과 혼합생산방식에 적용·비교해 보았다. 그 결과 보다 이전의 해법에서는 feasible solution조차 찾지 못하고 근사치의 결과만 얻을 수 있는 반면, 본 논문에서 제시된 모델식으로 계산된 결과는 보다 최적의 비용을 갖는 새로운 설계 및 scheduling의 해를 얻을 수 있었다. 또한 계산 시간도 기존의 모델식보다 더 적게 걸렸다.

Abstract—This paper addresses a new MINLP model for determining the batch size incorporating batch sequences in multiproduct batch processes. The ZW scheduling model[10] is added to the design equation proposed by Birewar and Grossmann[1]. While they used the RO(Round Off) method to handle integer variable leading to an infeasible solution, we make the problem solvable by the BR(Binary Representation) of the integer variable and reformulate the Birewar's model for comparison. The model was applied to the same examples illustrated by Birewar with SPC(Single Product Campaign) and MPC(Multiple Product Campaign). The new model resulted in a new design and scheduling with a lower investment cost in much shorter computation time than the Birewar's model.

Key words: Sizing and Scheduling, Multiproduct Scheduling, ZW Scheduling

1. 서 론

회분식 혹은 반회분식 공정은 약품, 고분자, 식료품 등의 소량 고부가가치 제품을 제조하는데 사용되어왔다. 이들은 여러 단계 공정을 거쳐야하는 복잡한 조업제약을 요구하고 있고 조업성격에 따라 다목적 회분식과 다품종 회분식 조업으로 분류되고 있다. 다품종 회분식 공정이란 모든 제품들이 장치에서 조업시간은 다르지만 거쳐야하는 경로가 일정한 경우이고, 다목적 회분식이란 각기 다른 고유의 조업경로를 갖고 있는 형태로써 경우에 따라서는 두 개 이상의 제품이 동시에 생산될 수 있는 특성을 갖고 있다. 다품종 회분식 조업은 조업정책에 따라 zero-wait(ZW), unlimited intermediate storage(UIS), finite intermediate storage(FIS), no intermediate storage(NIS), mixed intermediate storage(MIS), 그리고 common intermediate storage

(CIS)로 분류되고 각 경우에 따른 모델식과 예제는 Jung[5]이 제안하였다. 화학공정은 화학반응으로 인해 공정조업이 조금이라도 지연되는 경우 부반응에 의한 원하지 않는 부산물이 생기기 쉬운 가능성 때문에, 대부분의 경우에 있어서 ZW 정책에 따라 조업이 운영된다. 또한 생산정책에 따라 분류를 하면 단독생산방식(Single Product Campaign, SPC)과 혼합생산방식(Mixed Product Campaign, MPC)으로 분류하는데 전자의 경우는 한가지 제품에 대한 생산을 모두 마친 다음에 또 다른 제품에 대한 생산을 들어가는 방식이며, 후자의 경우는 각 제품에 대한 생산순서가 혼합 가능한 생산방식을 따르게 된다. ZW 정책에 따라 makespan을 최소화하는데 효과적인 방안을 제시한 논문으로는 Birewar와 Grossmann[2], Jung 등[6], 그리고 Moon 등[10]이 있다. 특히 Moon 등[10]은 이동시간과 준비시간을 모두 고려한 MILP 모델을 제안하였고 이를 MPC 문제와 SPC에 대해서 확

대하여 적용하였다. Moon 등[10]의 경우는 각 장치에서 head time, tail time 그리고 idle time 개념을 이용해서 makespan을 최소화하는 모델식을 세웠고, 결과적으로 Birewar와 Grossmann[2]의 경우 보다 이진변수의 숫자뿐만 아니라 제한조건의 수를 현저히 감소시킴으로써 그 효율성을 입증하였다.

최근 들어서는 회분식 조업에 있어서 scheduling 문제를 design 단계에서 동시에 고려하는 연구가 활발해지고 있다[1, 4, 7-9, 11-13]. 다시 말하면, 조업순서의 결정을 고려해 조업하는 장치의 크기를 구하는 문제를 의미한다. 하지만 장치의 크기를 구하는 문제에서 scheduling의 제약조건을 설명하기가 어려웠기 때문에 대부분의 연구는 단순한 scheduling 정책, 다시 말하면, 하나의 제품에 대해 중간처리 장치가 없는 경우를 다루고 있다[4, 11, 13]. 이런 모델의 경우, 장치의 크기를 결정하는 단계에서의 단순화된 scheduling 정책은 실제문제에 대해 시간적인 요구조건에 대한 과오를 범하기 쉽기 때문에 이에 대한 보완으로 Birewar와 Grossmann[1]은 새로운 모델을 제안하였다. ZW 방안에서 회분 크기와 scheduling을 동시에 고려하기 위해서 MINLP 모델을 제안하였는데 현재까지의 MINLP solver들이 정수변수들을 다루지 못하고 있다. 때문에 비선형(NLP)형태로 relaxation해서 해석한 결과를 어림법(round off)을 이용해 정수해를 얻어냈다. 결국, 최적값과 많이 동떨어진 결과를 보이기도 하고 경우에 따라서는 실행불가능한 해를 만들기도 한다. 이에 본 논문에서는 기존의 모델식이 안고 있는 문제점 즉 비이진 정수변수를 처리하는 알고리즘인 이진표현법(binary representation)과 함께 Moon 등[10]이 제시한 스케줄링 알고리즘을 구현해서 회분의 크기를 결정하는 design문제와 회분의 조업순서를 결정하는 스케줄링 문제를 동시에 해결하는 새로운 MINLP 식을 제안하고자 한다. 본 논문에서 대한 진행 내용은, 2절에서는 대상으로 하고자 하는 문제에 대해서 설명하고 기존의 모델을 분석해 보기로 한다. 3절에서는 MINLP 모델에 나타난 비이진 정수변수를 다루기 위한 이진표현법에 대한 내용을 설명하고, 이것을 이용해 보다 효율적인 모델로써 제안된 MINLP 모델을 4절에서 다룬다. 5절에서는 예제로써 이미 발표된 문제를 대상으로 기존의 모델과 새로운 모델의 결과를 비교함으로써 우수성을 보이도록 하겠다.

2. Sizing and Scheduling Model

다품종 회분식 공정은 전형적으로 다음과 같이 나타낼 수 있다. 공정은 M개의 장치로 구성되어 있고 N_p 개의 제품들을 총 N개의 회분만큼 생산한다. 각 제품 $i(i=1, \dots, N_p)$ 에 대한 생산 회분수는 n_i 개이며, 각 장치 $k(k=1, \dots, M)$ 에 대하여 조업시간 P_k 과 수송시간 T_k 이 주어졌다고 가정한다. 각 회분에 대한 크기를 부피 V_k 로 나타내고 제품에 따른 요구량은 Q_i 로 나타낸다. 공정의 모든 주기는 주어진 scheduling horizon, H내에 끝나야 하고, 회분조업에 필요한 조업비를 최소화함으로써 회분의 크기와 조업순서를 결정한다.

Birewar와 Grossmann[1]이 제안한 모델은 다음과 같다.

$$\text{Minimize } \sum_{k=1}^M a_k V_k^{\beta_k} \quad (\text{NLP-I})$$

s.t.

$$V_k \geq S_k B_i \quad k=1, \dots, M; i=1, \dots, N_p$$

$$n_i = \frac{Q_i}{B_i} \quad i=1, \dots, N_p$$

$$\sum_{j=1}^{N_p} \text{NPRS}_{ij} = n_i \quad i=1, \dots, N_p$$

$$\sum_{i=1}^{N_p} \text{NPRS}_{ij} = n_j \quad j=1, \dots, N_p$$

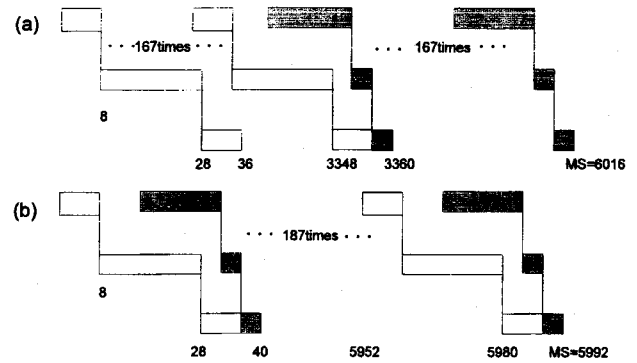


Fig. 1. Schedule generated by Birewar using RO.

(a) SPC-ZW, (b) MPC-ZW

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^{N_p} (n_i t_{ik} + \sum_{j=1}^{N_p} \text{SL}_{ijk} \text{NPRS}_{ij}) &\leq H & k=1, \dots, M \\ V_k &\geq 0 & k=1, \dots, M \\ n_i, B_i &\geq 0 & i=1, \dots, N_p \\ \text{NPRS}_{ij} &\geq 0 & i=1, \dots, N_p; j=1, \dots, N_p \end{aligned}$$

위 모델식에서 목적식은 조업비용을 최소화하기 위한 모델로써 각 장치에 대한 부피의 함수로써 나타내었다. 첫 번째 제약식은 각 장치에서, 크기요소(size factor) S_k 와 회분크기 B_i 의 관계로 요구량에 대한 제약식을 나타내었고, 두 번째 제약식은 각 제품의 정해진 요구량 Q_i 에 대한 한 회분의 크기 B_i 를 구함으로써 회분 회수 n_i 를 결정한다. 세 번째와 네 번째의 제약식은, 전체 주기 중에서 각 제품 i 에 대해 그 다음 생산순서가 제품 j 가 오는 경우의 회수와 각 제품 j 에 대해 제품 i 가 생산되는 경우의 회수를 결정하는 제약식을 나타낸다. 그 다음 제약식은 각 장치에서의 주기, 즉 각 장치에 대한 제품 i 의 총 처리시간 $(n_i t_{ik})$ 과 제품 i, j 간의 idle time의 합은 주어진 H 를 넘어서는 안된다는 조건이다. 목적식과 두 번째 제한조건은 nonconvex 구조를 가지고 있기 때문에 얻어지는 결과가 최적값임을 보장하기 어렵다. 따라서 본 논문에서는 nonconvex한 식을 convex 구조를 가질 수 있도록 reformulation 할 것이다. 문제에 대한 주어진 데이터는 5장에 나타나 있는데, 작은 규모의 예제문제로 2개의 제품이 3개의 장치를 거치는 경우이다[1]. 현재 상용화되어 있는 MINLP solver는 이진(binary) 변수를 다룰 수 있으나 비이진 정수(integer) 변수는 다룰 수가 없기 때문에 Birewar와 Grossmann[1]은 모델식에서 각 제품의 회분수 n_i 를 모든 변수를 연속변수로 가정해서 풀었다. 이 때문에 회분수는 정수값이 아닌 실수로 얻어짐으로써, 이를 해결하기 위해 어림법(round-off[RO])을 사용했다. 결국 이러한 과정은 주어진 제한조건을 만족하지 못하는 결과를 낸다. Fig.1에서 보는 바와 같이 주어진 scheduling horizon을 넘게 되므로, 실제 들어가는 비용에 대한 확실성을 보장할 수 없게 된다. 이에 본 연구에서는 비이진 정수변수에 대한 해결책으로 이진표현법을 제안하기로 한다. 이진표현법을 이용, 어림법으로 풀었던 Birewar와 Grossmann[1]의 모델에 대해 모델식을 수정해서 MINLP로 재구성하였고, 새롭게 제안하는 모델에 대해서도 응용해 보기로 한다.

3. 이진표현법(Binary Representation)

MINLP 모델에서 나타나는 비이진 정수(nonbinary integer)변수를 처리하는 방법에는 다음과 같은 방법이 있다. 우선 MINLP식을 NLP로 relaxation해서 정수변수가 정수값을 갖도록 rounding을 하는 방법이다. Birewar와 Grossmann[1]이 이용한 방법이 바로 이 방법이다. 그러나 대상문제를 그대로 MINLP solver를 이용해서 해를 구하

고자 할 때는 비이진 정수변수를 다른 연속변수(continuous variable)나 이진변수로 표현해야만 한다. 이미 알려진 비이진 정수변수 표현법인 Decimal Representation(DR)은 다음과 같다. 가령, n 이라는 정수는 $n = \sum_{i=1}^n iY_i$, $\sum_{i=1}^n Y_i = 1$ (Y_i 는 이진변수)를 추가함으로써 표현할 수 있다. 하지만 정수변수의 해가 100일 경우, 이진변수의 개수는 100개가 필요하게 되고 계산시간에 막대한 영향을 미칠 것이다. 이러한 문제를 해결하고자 제안된 것이 이진표현법(Binary Representation)이다. 모든 비이진 정수는 이진수로 나타낼 수 있음은 이미 알고 있는 사실이다. 가령 100이라는 십진수에 대해서는 1100100₂로 나타낼 수 있다. 즉 모든 정수변수를 몇 개의 이진변수를 선언함으로써 나타낼 수 있다. 결국 문제가 되고 있는 비이진 정수변수인 각 제품에 대한 회분수에 대해 다음과 같은 등식 제한조건을 사용함으로써 정수값임을 나타낼 수 있다.

$$n_i = 2^0 \times Y_{i1} + 2^1 \times Y_{i2} + 2^2 \times Y_{i3} + 2^3 \times Y_{i4} + 2^4 \times Y_{i5} \dots$$

$$= \sum_{j=0}^{N_i} 2^j Y_{(j+1)i}, \text{ 여기서 } Y_{\mu} \text{는 이진변수}(0 \text{ 또는 } 1)$$

처리해야 하는 제품수의 증가에 따라 이진변수의 수가 많아짐으로 계산시간이 커지는 단점이 있기는 하지만 본 문제의 경우처럼 비이진 정수변수가 많지 않은 경우는 적절하게 이용할 수 있는 알고리즘이다. 하지만 이진표현법이 항상 DR보다 우월한 결과를 보이는 것은 아니다. 정수변수의 값 자체가 작은 경우는, DR의 SOS1에 의한 Branch and Bound 속도가 빠르기 때문에 이진표현법보다 빠른 시간에 해를 구하기도 한다. 하지만 본 문제의 경우는 얻어지는 n_i 의 값이 크기 때문에 이진표현법이 더욱 효과적이다.

4. A New MINLP Model for Sizing and Scheduling

본 절에서는 ZW에 대해 지연시간 및 head와 tail을 동시에 최소화하여 최적의 조업순서를 결정하기 위해 제안한 방법[10]을 이용해, 회분의 크기와 조업순서를 동시에 결정하도록 문제를 풀 수 있도록 모델을 제안하고자 한다. Head와 tail을 계산하기 위해, 다음의 이진변수들에 대한 정의와 이에 대한 제약조건을 다음과 같이 나타낸다.

(a) 사용 변수

YH_i : 제품 i 의 공정순서가 가장 처음이면 1 나머지 경우는 0

YL_i : 제품 i 의 공정순서가 가장 마지막이면 1 나머지 경우는 0

X_{ij} : 제품 j 가 제품 i 다음에 처리되면 1 나머지 경우는 0

HD_k : 장치 k 에서 제품 i 에 대한 head time

TL_k : 장치 k 에서 제품 i 에 대한 tail time

T_k : 장치 k 에서 제품 i 의 이동시간

t_k : $T_{i(k-1)} + P_{ik} + T_{ik}$

D_{jk} : 장치 k 에서 처리되는 순서가 제품 i 에서 j 로 바뀔 때의 지연시간

(b) 제약 조건

① 조업순서에서의 처음과 마지막에 제조되는 제품은 각각 하나씩이다.

$$\sum_{i=1}^{N_i} YH_i = 1 \quad (1)$$

$$\sum_{i=1}^{N_i} YL_i = 1 \quad (2)$$

② 처음으로 조업되는 제품과 마지막으로 조업되는 제품은 같을

수 없다.

$$YH_i + YL_i \leq 1 \quad i = 1, \dots, N_p \quad (3)$$

제한조건 (3)은 단순조업 정책 하, 즉 각 제품들이 한 번의 회분씩만 제조된다는 가정일 경우, 혹은 여러 회분들을 생산하지만 SPC의 방안으로 조업되는 경우에 적용할 수 있는 제약조건이다. 그러나, 제품들이 여러 번의 회분으로 제조되어야 하는 MPC와 같은 경우는 처음 제품과 마지막 제품이 같을 수도 있기 때문에 이러한 조건이 적용될 수 없다[10].

③ 처음으로 조업되는 제품 j 는 제품생산에 따르는 주기에 포함되어 있는 모든 제품의 순서쌍(i, j)에서 두 번째 위치에 나타나지는 않는다. 또한, 마지막으로 제조되는 제품도 그들 제품의 처음위치에는 나타날 수 없다.

$$YH_i + \sum_{j=1}^{N_j} X_{ij} = 1 \quad j = 1, \dots, N_p \quad (4)$$

$$YL_i + \sum_{j=1}^{N_j} X_{ij} = 1 \quad i = 1, \dots, N_p \quad (5)$$

④ 각 장치에서의 makespan은 주어진 scheduling horizon을 넘어서는 안된다. 여기서의 makespan을 계산하기 위한 식은 Moon 등 [10]이 제안한 알고리즘을 이용하였다.

$$MS_k = \sum_{i=1}^{N_i} YH_i HD_{ik} + \sum_{i=1}^{N_i} \sum_{j=1}^{N_j} X_{ij} D_{ijk} + \sum_{i=1}^{N_i} YL_i TL_{ik}$$

$$+ \sum_{i=1}^{N_i} [T_{i(k-1)} + P_{ik} + T_{ik}] \leq H \quad k = 1, \dots, M \quad (6)$$

위의 모델의 경우는 단순 조업 정책에 대한 문제이고, 이를 확대해서 MPC와 SPC 모델에 적용시킬 수 있도록 모델식을 수정해보기로 하자.

MPC의 경우는 제약식 (3)이 필요 없고 (4), (5), 그리고 (6)이 다음과 같이 수정되어야 할 것이다.

$$YH_j + \sum_{i=1}^{N_i} X_{ij} = n_j \quad j = 1, \dots, N_p$$

$$YL_i + \sum_{j=1}^{N_j} X_{ij} = n_i \quad i = 1, \dots, N_p \quad (5')$$

(5')식은 각 제품에 대해, 주어진 시간동안 생산해야 하는 회분수를 구하는 계산하는 식이다. 위 식을 고려하면 (6)에서 바뀌어야 하는 것은 head와 tail은 변함없고, 각 제품의 처리시간에 대한 부분이다. 시작되는 제품과 종료되는 제품은 항상 1개씩인 반면 처리동안의 회분수는 n_i 만큼 늘어나기 때문이다.

$$MS_k = \sum_{i=1}^{N_i} YH_i HD_{ik} + \sum_{i=1}^{N_i} \sum_{j=1}^{N_j} X_{ij} D_{ijk} + \sum_{i=1}^{N_i} YL_i TL_{ik}$$

$$+ \sum_{i=1}^{N_i} n_i [T_{i(k-1)} + P_{ik} + T_{ik}] \leq H \quad k = 1, \dots, M \quad (6')$$

각 제품 i 에 대해 조업해야 하는 회수가 n_i 만큼으로 정해져 있기 때문이다. 그리고 다음과 같은 제약식이 추가되어야 할 것이다. MPC 정책인 경우, 동일한 제품에 대해서 그 다음 생산순서가 자기 자신인 경우의 수는 다음과 같은 제약에 받게 될 것이다.

$$X_{ii} \leq n_i - 1 \quad (7)$$

SPC정책에 대해서 조업할 경우, makespan에 관한 제약식은 (6')와 동일하다고 할 수 있지만 (7)의 제약식이 다음과 같이 바뀌어야 한다.

$$X_{ii} = n_i - 1 \quad (7)$$

즉, 각 제품에 대해 다음에도 동일한 제품에 대한 조업이 연속적으로 이루어져 그 제품에 대한 조업이 끝나야 한다는 조업정책의 성격 때문이다. 즉, 하나의 제품이 모두 생산된 다음에 또 다른 제품에 대한 조업을 시작하므로 제품 i 다음에 또 다른 제품 i 를 생산하는 회수는 회분수 i 보다 1만큼 적어야 한다는 의미이다.

2장에서도 언급한 바와 같이 모델식에는 nonconvex한 식들이 있어 위의 모델식을 그대로 사용하면 최적의 해를 얻지 못하게 된다. 따라서 구하여지는 결과가 최적임을 보장하기 위해서는 nonconvex 구조를 가지는 식에 대해 convex구조를 가질 수 있도록 다음과 같이 reformulation하는 것이 중요하다. 우선 다음을 만족하는 변수를 정의한다.

$$n_i = e^{n'_i}, V_k = e^{v_k}, \text{ 그리고 } B_i = e^{b_i}$$

그러면 nonconvex한 목적함수와 제약식은 다음과 같이 convex구조를 가지는 식으로 바뀔 것이다.

$$\text{Minimize } \sum_{k=1}^M a_k V_k^{\beta_k} \Rightarrow \text{Minimize } \sum_{k=1}^M a_k e^{(\beta_k v_k)} \quad (8)$$

$$n_i = \frac{Q_i}{B_i} \Rightarrow e^{n'_i} = Q_i e^{-b_i} \Rightarrow n'_i = \log(Q_i) - b_i \quad (9)$$

또한 비선형 제약식이 선형 제약식으로 바뀌기도 한다.

$$V_k \geq S_{ik} B_i \Rightarrow e^{v_k} \geq S_{ik} e^{b_i} \Rightarrow v_k \geq \log(S_{ik}) + b_i \quad (10)$$

본 논문에서 제안하는 모델식을 정리하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} & \text{Minimize } \sum_{k=1}^M a_k e^{(\beta_k v_k)} && (\text{MINLP} - I) \\ & \text{s.t.} \\ & n'_i = \log(Q_i) - b_i && k=1, \dots, M \quad i=1, \dots, N_p \\ & v_k \geq \log(S_{ik}) + b_i && i=1, \dots, N_p \\ & \sum_{i=1}^{N_i} YH_i = 1 \\ & \sum_{i=1}^{N_i} YL_i = 1 \\ & YH_i + YL_i \leq 1 && i=1, \dots, N_p \\ & YH_j + \sum_{i=1}^{N_i} X_{ij} = n_j && j=1, \dots, N_p \\ & YL_i + \sum_{j=1}^{N_j} X_{ij} = n_i && i=1, \dots, N_p \end{aligned}$$

Table 1. Data for example 1

Products	Processing time[hr]			Size factor for tasks[lit/kg]			Q_i [kg]	H [hr]	α_i [\$/lit]	β_i
	stage1	stage2	stage3	stage1	stage2	stage3				
A	8	20	8	2	3	4	40,000	6,000	250	0.6
B	16	4	4	4	6	3	20,000	6,000	250	0.6

Table 2. Optimal design under MPC for example 1

Method	Volume[lit]			No. of batches		Batch size[kg]		Capital cost[\$]	H [hr]	CPU [sec]
	V_1	V_2	V_3	n_A	n_B	B_A	B_B			
Birewar(RO)	429	643	857	187	187	214	107	35973.5	5992	
Birewar(BR)	427.8	641.7	855.6	187	187	213.9	106.95	35930.2	6000	7.63
Proposed	427.8	641.7	855.6	187	187	213.9	106.95	35930.2	6000	4.35

$$\begin{aligned} MS_k &= \sum_{i=1}^{N_i} YH_i HD_{ik} + \sum_{i=1}^{N_i} \sum_{j=1}^{N_j} X_{ij} D_{ijk} + \sum_{i=1}^{N_i} YL_i TL_{ik} \\ &+ \sum_{i=1}^{N_i} n_i [T_{i(k-1)} + P_{ik} + T_{ik}] \leq H \quad k=1, \dots, M \end{aligned}$$

$$X_{ii} \leq n_i - 1 \quad (\text{MPC인 경우}) \quad i=1, \dots, N_p$$

$$X_{ii} = n_i - 1 \quad (\text{SPC인 경우}) \quad i=1, \dots, N_p$$

$$n_i = \sum_{j=0}^{2^j} Y_{(j+1)i},$$

$$n_i = e^{n'_i}, V_k = e^{v_k}, \text{ 그리고 } B_i = e^{b_i} \quad i=1, \dots, N_p$$

$$YH_i, YL_i \in \{0, 1\}$$

5. 예 제

본 절에서는 새롭게 제안한 모델식의 효율성을 입증하기 위하여, 이미 논문에 발표된 예제를 대상으로 그 결과를 비교 분석해 보도록 하겠다. 두 개의 문제를 예제로 삼아 (i)Birewar와 Grossmann[1]의 모델로써 구한 경우, (ii)Birewar의 모델에서 어림법으로 비이진 정수를 처리하지 않고 이진표현법으로 나타낸 경우, 그리고 (iii)스케줄링 알고리즘을 수정해 새롭게 제안한 모델, 이렇게 세 가지 모델로써 구한 답을 비교해 보도록 하겠다.

5-1. 예제-1

각 제품에 대한 요구량 등의 데이터는 Table 1에 잘 나타나 있고 이에 대해 SPC, MPC 정책 아래 GAMS [3]를 이용해서 모델링하였다. Table 2는 Birewar의 어림법에 의한 결과와 비교하기 위해 이진표현법에 의한 결과, 그리고 제안된 모델에 의한 결과를 보여주고 있다. 같은 Birewar의 모델의 경우, 이진표현법을 이용해 기존의 어림법에 의한 결과보다 설계비용을 적게 하는 회분의 크기와 조업순서를 결정할 수 있었다. 모두 이진표현법을 적용했을 경우, 새롭게 제안된 모델은 Birewar의 결과보다 더욱 빠른 시간내에 해를 발견할 수 있었다. SPC 모델에 대한 결과는 Table 3에서 보여주고 있다. 기존의 어림법에 의한 Birewar의 결과는 주어진 scheduling horizon $H(=6000)$ 을 넘어가는 실행 불가능(infeasible)한 결과를 보여준다. 이는 이진표현법으로 최적해의 결과를 얻어낼 수 있었고, 이진표현법을 적용했을 경우, 역시 제안된 모델의 경우가 Birewar와 Grossmann[1]의 모델보다 해를 찾아내는 속도가 빠름을 보여주고 있다. 이진표현법의 경우, 문제 크기가 작은 경우는 스케줄링에 관계된 이진변수 숫자의 차이가 별로 나지 않으므로(Birewar 모델의 경우 n^2 , 본 모델의 경우 $2 \times n \ln n$ 은 제품 수), 계산시간이 비슷하다. 그래서, 예제 2에서는 문제의 크기가 큰 경우에 대해서 실행해 보았다.

Table 3. Optimal design under SPC for examle 1

Method	Volume[lit]			No. of batches		Batch size[kg]		Capital cost[\$]	H[hr]	CPU[sec]
	V ₁	V ₂	V ₃	n _A	n _B	B _A	B _B			
Birewar(RO)	480	720	960	240	120	240	120	38500	<u>6016*</u>	
Birewar(BR)	481.93	722.89	958.08	167	166	239.52	120.48	38536.7	6000	5.21
Proposed	481.93	722.89	958.08	167	166	239.52	120.48	38536.7	6000	<u>4.86</u>

*denotes an infeasible solution.

Table 4. Data for example 2

Products	Processing times for tasks[hr]				Size factors for tasks[lit/kg]				Q _i	H[hr]
	stage1	stage2	stage3	stage4	stage1	stage2	stage3	stage4		
6000	A	6	2	4	1	2	3	2	6	300,000
	B	1	5	3	5	7	3	1	2	200,000
	C	2	7	3	7	1	4	3	2	400,000
	D	8	1	5	2	5	5	2	6	300,000
	E	4	1	2	2	1	6	3	2	100,000
	F	3	6	2	4	4	2	1	4	100,000

5-2. 예제-2

본 예제에서는 6개의 제품에 대해 4개의 회분을 거쳐야 하는 문제이다[1]. 크기요소, 각 제품의 조업시간과 경제적 고려(economics)는 Table 4에 잘 나타나 있다. 세척시간은 없는 경우로 하였고, ZW에 대해 SPC와 MPC 문제를 만들어 풀어보았다. Table 5에서는 MPC모델에 의한 결과를, Table 6에서는 SPC에 의한 결과를 보여주고 있다.

Table 5. Optimal design under MPC for examle 2

		Birewar(RO)	Birewar(BR)**	Proposed
Volume[lit]	V ₁	6250.0	•	5982.9
	V ₂	7500.0	•	6000.0
	V ₃	4285.7	•	4494.4
	V ₄	7500.0	•	7200.0
No. of batches	A	240	•	250
	B	240	•	234
	C	280	•	267
	D	240	•	251
	E	80	•	100
	F	80	•	67
Capital cost[\$]		190820.0	•	182787.8
Horizon[hr]		6008*	•	6000
CPU[sec]			∞	39.65

*denotes an infeasible solution. **cannot find any solution.

Table 6. Optimal design under SPC for examle 2

		Birewar(RO)	Birewar(BR)**	Proposed
Volume[lit]	V ₁	7407.4	•	7407.4
	V ₂	7352.9	•	7317.1
	V ₃	5504.6	•	5479.5
	V ₄	8823.5	•	8780.5
No. of batches	A	240	•	205
	B	191	•	189
	C	218	•	219
	D	204	•	205
	E	82	•	82
	F	54	•	54
Capital cost[\$]		206812.0	•	206367.8
Horizon[hr]		<u>6008*</u>	•	6000
CPU[sec]			∞	35.8

*denotes an infeasible solution. **cannot find any solution.

어림법의 결과는 이미 논문[1]을 통하여 발표된 결과이다. 표에서 보 여주듯 어림법에 의한 Birewar 모델의 결과는 실행불가능한 해를 구 한다. 이진표현법을 적용할 경우, Birewar의 모델은 스케줄링에 관계 된 이진변수의 숫자가 많기 때문에, 해를 발견하지 못하는 반면, 제 안된 모델은 최적해를 찾아내는 것을 볼 수 있다. SPC 문제의 경우 도 마찬가지로, Birewar의 모델의 경우 어림법을 적용한 경우는 실행 불가능한 해를 구하고 이진표현법을 적용하면 해를 구하지 못한 반 면, 제안된 모델로 풀 경우는 최적해를 발견한다. 결국 실제 규모로 문제의 크기가 커짐에 따라 제안된 모델식만이 적당한 계산시간으로 설계비용의 실행가능한 최적해를 구해냄을 알 수 있다.

6. 결 론

본 연구에서는 ZW 방안의 다품종 회분식 공정에 대한 회분의 크 기 결정 및 생산조업 순서를 결정하는 새로운 MINLP 모델식을 제 안하였다. 크기 결정에 따른 모델식은 Birewar의 모델식을 이용하였 고 생산순서 결정과 관련된 부분은 Moon 등[10]이 제안한 것을 이 용하여 새롭게 모델식을 구성하였다. 기존의 비이진 정수변수 처리 방식은 NLP로 relaxation해서 풀 후, round off 방식을 이용한 반면, 본 연구에서는 비이진 정수변수를 처리하는 이진표현법을 제안하였 고 이를 제안한 모델과 Birewar의 모델에 적용해서, 결과를 서로 비 교해 보았다. SPC 생산방안과 MPC 생산방안 아래, 어림법 방식이 실행가능한 해를 구하지 못하는 문제에 대해서 이진표현법은 실행 가능한 최적해를 제공하였고, 양쪽 모델이 모두 실행가능한 해를 구 할 수 있는 문제에 대하여는 제안된 모델이 기존의 모델보다 훨씬 빠른시간 내에 적은 비용의 설계 방침을 찾아냄으로써 그 효율성을 입증하였다.

감 사

본 연구는 학술진흥재단과 한국과학재단 지정 우수 연구센터인 포항공대의 지능자동화 연구센터를 통한 과학재단의 부분적인 재정 지원에 의해 수행되었으므로 이에 감사를 드립니다.

참고문헌

1. Birewar, D. B. and Grossmann, I. E.: *Computers Chem. Engng.*,

- 13, 141(1989).
2. Birewar, D. B. and Grossmann, I. E.: *Ind. Eng. Chem. Res.*, **29**, 570(1990).
3. Brooke, A., Kendrix, D. and Meeraus, A.: In GAMS: Users Manual, Scientific Press, Redwood City, CA(1992).
4. Grossmann, I. E. Sargent, R. W. H.: *Ind. Eng. Chem. Res.*, **5**, 287 (1979).
5. Jung, J. H.: "Optimal Scheduling and Automation Model for Multi-Product Batch Processes", Ph. D. thesis in POSTECH(1993).
6. Jung, J. H., Lee, H., Yang, D. R. and Lee, I.: *Computers Chem. Engng.*, **18**, 537(1994).
7. Lee, H. K., Lee, I. B. and Chang, K. S.: *HWAHAK KONGHAK*, **30**(2), 237(1992).
8. Lee, H. K., Jung, J. H., Lee, I. B. and Chang, K. S.: *HWAHAK KONGHAK*, **32**(4), 581(1994).
9. Mo, A. K. and Karimi, I. A.: *Computers Chem. Engng.*, **9**, 127 (1989).
10. Moon, S., Park, S. and Lee, W. K.: *Ind. Eng. Chem. Res.*, **35**(10), 3458(1996).
11. Patel, A. N., Mah, R. S. H. and Karimi, I. A.: *Computers Chem. Engng.*, **15**, 451(1991).
12. Sparrow, R. E., Forder, G. J. and Rippin, D. W. T.: *Ind. Eng. Chem. Res.*, **14**, 197(1975).
13. Subrahmanyam, S., Pekny, J. F. and Reklaitis, G. V.: *Ind. Eng. Chem. Res.*, **33**, 2688(1994).
14. Yeh, N. C. and Reklaitis, G. V.: "Synthesis and Sizing of Batch/Semicontinuous Processes", AIChE Annual Meeting, Chicago (1985).