

기포탑에서 기-액 흐름계에 내재한 질서의 추적

강 용[†] · 우광재 · 조용준 · 송평섭 · 고명한 · 김상돈*

충남대학교 화학공학과

*한국과학기술원 화학공학과

(1997년 1월 22일 접수, 1997년 7월 22일 채택)

Search for the Intrinsic Order of Gas-Liquid Flow in a Bubble Column

Yong Kang[†], Kwang-Jae Woo, Yong-Jun Cho, Pyung-Seob Song, Myung-Han Ko and Sang-Done Kim*

Department of Chemical Engineering, Chungnam National University, Taejeon 305-764, Korea

*Department of Chemical Engineering, Korea Advanced Institute of Science and Technology,
Taejeon 305-701, Korea

(Received 22 January 1997; accepted 22 July 1997)

요 약

기포탑(직경 0.152 m, 높이 2.5 m)에서 기체-액체 흐름 거동에 내재한 질서의 추적을 위하여 기체-액체 흐름계를 통과하는 laser intensity 변동 신호를 결정론적 chaos 이론을 도입하여 해석하였다. 즉, 각 실험조건에서 기포탑의 기체-액체 흐름계를 통과하는 레이저 광선의 강도변동 자료들로부터 Kolmogorov 엔트로피, Lyapunov 지수 그리고 위상공간 투영과 같은 동적계의 chaos 특성을 나타내는 파라미터를 구하였다. 기포탑에서 기체-액체 흐름 거동을 해석한 Lyapunov 지수는 작은 값을 나타내었으나 양수였으며, Kolmogorov 엔트로피는 기체의 유속이 증가함에 따라 증가하는 경향을 나타내고, 액체 유속이 증가됨에 따라 국소적인 최소값을 나타내었다. 기포탑에서 기체-액체의 무작위적이고 chaotic한 거동을 time-delay 방법으로 재구성된 attractor로 추정하여 매우 효과적으로 그 거동을 해석할 수 있었고 기체-액체의 흐름 거동을 정량화할 수 있었다. 기포탑에서 laser intensity 변동 특성은 한정된 양수의 Kolmogorov 엔트로피 값으로부터 결정론적 카오스 거동이라 특정 지을 수 있었다. 기포탑에서 기체-액체의 접촉과 흐름 거동을 나타내는 레이저 강도 변화 자료의 Lyapunov 지수와 Kolmogorov 엔트로피가 양의 유한값에 접근하는 것으로 보아 기포탑에서의 기체-액체 흐름 거동은 결정론적 chaotic 거동을 나타낸다고 할 수 있다.

Abstract—Laser intensity fluctuation signals from a bubble column(0.152 m ID and 2.5 m in height) have been analyzed by resorting to the deterministic chaos theory, to search for the intrinsic order of gas-liquid flow in the column. Some typical chaotic parameters such as Lyapunov exponent and Kolmogorov entropy and attractor in the phase space portrait from the time series of laser intensity fluctuations have been obtained with the variations of operating variables. The attractor which has been constructed with the optimum choice of time lag has been utilized to predict the chaotic behavior of gas-liquid flow in the bubble column. The values of Lyapunov exponent were small but positive; the Kolmogorov entropy increased gradually with an increase in the gas flow rate, however, it exhibited local minimum with the variation of liquid flow rate. It has been found from the results of this study that the dynamic phenomena of gas-liquid contact and flow in the bubble column could be quantified easily. The gas-liquid flow in the column showed the deterministic chaotic behavior in that the Lyapunov exponent and Kolmogorov entropy were finite and positive.

Key words: Bubble Column, Laser Intensity Fluctuations, Attractor, Lyapunov Exponent, Kolmogorov Entropy

1. 서 론

기포탑(bubble column)은 기체와 액체의 접촉 효과가 좋기 때문에 기체-액체 반응에 효과적으로 응용될 수 있으며, 연속 조작이 용이하고 저렴한 원가 소요뿐만 아니라 조작변수가 적다는 등의 장점을 가지고 있어 최근 공업적 응용에 대한 연구들이 매우 활발하게 진행되고 있다[1, 2]. 일반적으로 기포탑은 액상 및 기체상의 운전조건에 따

라 bubbly, churn turbulent 흐름 영역의 형태로 조작되므로 이 영역에서의 연구가 주로 이루어져 왔고, 기포탑의 대형화 기술에 필요한 자료로서 압력변동 특성, 상체류량 특성, 액상분산 특성, 열 및 물질 전달 특성, 기포특성에 대한 연구가 이루어지고 있다[1, 3].

그러나, 기포탑은 기포의 합체 및 분쇄 현상으로 인한 난류계를 형성하므로 탑내부에서의 기체-액체 흐름 현상은 dynamic하며 무작위적 거동을 한다. 이와 같은 다상의 흐름 거동을 효율적으로 해석하

는 것은 이 system에서의 전달현상 해석에도 매우 중요한 요소가 된다고 할 수 있다. 따라서 이들의 해석에 적합하고 또 실제 계의 특성을 잘 살릴 수 있는 해석 방법의 개발도 매우 중요한 일이라 할 수 있다.

기포탐을 해석하고 모델링하려는 시도는 deterministic 방법보다 효과적이며 실제 기포탐내의 현상에 좀더 접근할 수 있는 통계학적 해석방법들(stochastic, spectral, fractal 해석 등)에 대한 연구로 이어져 왔으며 현재도 이에 대한 연구가 매우 활발히 진행되고 있다[4-9].

본 연구에서는 기포탐에서 기체-액체의 접촉과 흐름현상에 의해 나타나는 고유의 동력학적(dynamic) 특성을 복합적으로 고찰하기 위해서 기포의 무작위적 거동과 기체-액체의 접촉 및 상호작용을 직접 측정할 수 있는 기포탐 내부에서의 laser intensity 변동 특성을 chaotic 처리 방법을 사용하여 해석함으로써 기포탐의 복합적 동특성을 보다 효과적으로 규명하고자 한다.

이와 같은 연구의 결과들은 기포탐내의 거동 특성이 열전달 및 물질전달, 기포특성, 그리고 액상의 분산 및 혼합특성 등 제 전달현상에 미치는 영향을 규명하는데 매우 중요한 정보를 제공할 수 있을 것으로 예견된다.

2. 해 석

기포탐 내부에서 기체-액체의 접촉과 흐름현상의 해석을 위해 자료의 chaotic 거동해석에 중요한 파라미터인 Lyapunov 지수와 Kolmogorov 엔트로피의 개념을 도입하였으며, 상공간 투영에 의한 attractor의 변화 양상을 고찰하였다[11-13].

2-1. Lyapunov Exponent

주어진 자료의 chaotic 거동 양상을 해석하기 위해 인접한 초기조건들로부터 시작하여 시스템에 내재된 특성이 발산되는 속도를 나타내는 척도인 Lyapunov 지수를 도입할 수 있다. 예측의 한계성은 이러한 발산속도로부터 결정된다. Wolf[13]는 Lyapunov 지수의 spectrum이 phase space에서의 인접한 궤도나 궤적의 발산 또는 수렴의 평균 지수율을 나타낸다고 하였다.

즉, Attractor 상에서 초기 두 궤적(trajecory)의 거리가 $d(0)$ 이면, t 시간 후에 두 궤적의 거리는 다음 식과 같이 나타낼 수 있으며 지수 L 의 값을 구하기 위해서 식 (1)은 식 (2)와

$$d(t) = d(0)2^{Lt} \quad (1)$$

같이 나타낼 수 있으며, L 은 Lyapunov 지수이다[13].

$$L = \frac{1}{t_n - t_0} \sum \log_2 \frac{d(t_i)}{d(t_{i-1})} \quad (2)$$

Lyapunov 지수의 크기는 attractor의 운동을 정보감각(information sense)으로 정량화시킨 것으로, Lyapunov 지수가 크면 클수록 더욱더 예측이 힘든 시스템이라 할 수 있다[11-13].

2-2. Kolmogorov Entropy

Kolmogorov entropy는 chaotic system에서 양수인 Lyapunov 지수의 합으로 나타낼 수 있는데, 결국 chaos 거동의 직접적인 척도가 될 수 있으며, 가장 큰 양수의 Lyapunov 지수값에 의해 지배적이라 할 수 있다. Kolmogorov 엔트로피는 시스템에서 정보가 생성 또는 소멸되는 속도를 정량적으로 특성화시킨 크기로 나타낼 수 있는데 그 값은 식 (3)과 같이 나타낼 수 있다.

$$K_2 = \sum_{i=1}^n L(t_i) \text{ [if } L(t_i) > 0] \quad (3)$$

또한 Kolmogorov 엔트로피는 m 차원의 상공간에서 임의로 주어진 γ_0 보다 가까운 두 궤적들의 분율로 구할 수 있으므로 이를 식으로 나타내면 식 (4)와 같다[11-13].

$$C(\gamma_0, m) \sim \exp(-K_2 m \tau) \quad (4)$$

2-3. 위상공간 투영(Phase Space Portrait)[13,14]

기체-액체가 흐르는 기포탐에 투사된 레이저 광선의 강도(intensity)의 시간에 따른 변화자료인 $\{X(t_k); t_k = k\Delta t, k=1, \dots\}$ 는 다차원 위상공간 투영에 의해 재구성될 수 있는데, 이 투영은 m -차원 공간에서 $\{X(t_k), X(t_k + \tau), \dots, X(t_k + (m-1)\tau)\}$ 의 점들을 지나게 된다. 이때 m 은 embedding 차원이 되며 τ 은 소요시간(time delay)이 된다.

이와 같은 다차원 위상공간의 투영에 의한 재구성 방법으로 시간의 변화에 따른 자료의 상공간 투영을 기하학적으로 표현할 수 있다.

3. 실 험

본 연구에서 사용한 실험장치는 Fig.1에서 보는 바와 같이 직경 0.152m이고 높이가 2.5m인 투명한 아크릴관을 사용하였으며, 연속상인 액체는 물을 분산상인 기체로는 건조된 압축공기를 사용하였다. 실험범위는 기체 유속이 0.00-0.08 m/s이고, 액체 유속은 0.00-0.12 m/s이었다. 기체와 액체가 기포탐내에 잘 분산되도록 하기 위하여 기체와 액체를 같은 면에서 기포탐에 주입시킬 수 있도록 분산판을 제작하였다[4].

기포탐에서의 전체 압력강하 및 기체 체류량(holdup) 측정을 위하여 column 벽면에 분산판으로부터 0.15m의 높이에서부터 0.15m 간격으로 압력탭을 설치하여 이들을 액체 마노미터에 연결하여서 정압력강하(static pressure drop)를 측정하였다[4,9].

기포탐에서 각 상(phase)들에 의해 나타나는 고유의 동력학적(dynamic) 특성을 복합적으로 고찰하기 위해서 기포의 무작위적 거동과

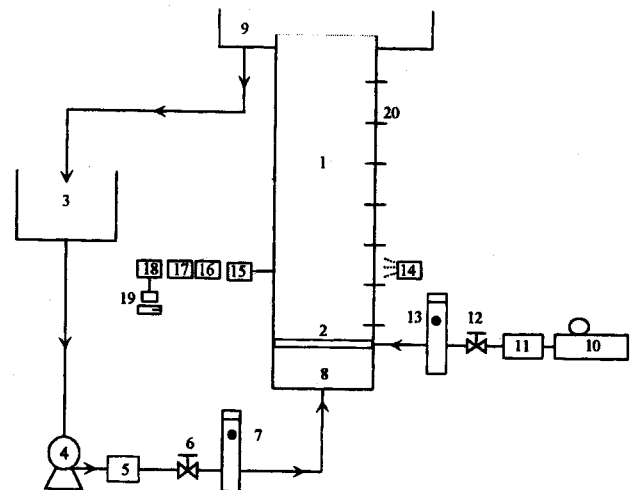


Fig. 1. Schematic diagram of experimental apparatus.

- | | |
|-----------------------|------------------------|
| 1. Main column | 11. Filter & Regulator |
| 2. Distributor | 12. Valve |
| 3. Liquid reservoir | 13. Rotameter |
| 4. Pump | 14. He-Ne laser source |
| 5. Filter & Regulator | 15. Photo-transistor |
| 6. Valve | 16. Amplifier |
| 7. Rotameter | 17. Comparator |
| 8. Calming section | 18. A/D converter |
| 9. Weir | 19. Computer |
| 10. Compressor | 20. Pressure taps |

기체-액체의 접촉 및 상호작용을 직접 측정할 수 있는 레이저 광선 (laser beam)을 사용하여 기포탑 내부에서의 laser intensity fluctuation을 chaotic 해석 방법을 사용하여 처리하였다. Laser source로는 He-Ne laser(25.0mw)를 사용하였으며, 레이저 원의 반대편에서 기포탑 내부의 laser intensity를 측정할 수 있도록 광섬유 센서를 분산판으로부터 0.2m에 laser source와 수평이 되게 설치하였는데, 이와 같은 설치구조는 기포탑 내부에서 기포와 충돌하여 부딪혀 굴절 또는 산란되는 레이저광선의 강도 변화를 잘 측정하도록 되어 있다. 기포탑 내부를 통과한 laser beam은 photo-transistor를 사용하여 volt-time 신호로 바꾸어 증폭기와 A/D 변환기를 거쳐 자료(100 Hz)를 자료수집계(data aquisition system, SC-1 SpectraCard, Acton Research Co.)에 의해 PC에 입력시켰으며, RD-Card software와 Origin41 software를 이용하여 off-line process로 chaotic 처리하였다. 각 실험조건에서 sample의 크기는 5,000 points였으며 sampling rate는 100 Hz로 50초 동안 자료를 수집하였는데, 이는 각 조건에서의 laser intensity 요동의 전체 스펙트럼을 해석하는데 충분하였다.

4. 결과 및 고찰

기포탑이 일정조업조건에서 정상상태에 도달된 다음, 기포탑 한쪽면의 point에서 투사된 레이저 광선을 그 반대편에서 측정한 레이저 강도 변동은 Fig. 2와 3에서 보는 바와 같이 시간의 변화에 따라 레이저 강도-시간 신호로 나타났다. 이 자료들은 통계적 방법으로 평균값을 구하고 평균값을 기준으로 재정리한 자료들이다. 기포탑

에서 기체 유속의 증가는 Fig. 2에서 볼 수 있듯이 레이저 강도 신호의 주기의 증가를 가져오는데, 이는 기체 유속의 증가에 따라 기포탑 내부에 형성되는 기포의 수와 기체 체류량이 증가되기 때문이라 해석할 수 있다. 또한, 액체 유속의 증가에 따라 레이저 강도 자료가 변화하는 양상을 Fig. 3에 나타내었는데, 이 그림에서 볼 수 있듯이 액체 유속이 상대적으로 낮은 경우($U_L=0, 4$ cm/s)와 높은 경우($U_L=16$ cm/s)보다 액체 유속이 중간인 경우($U_L=8$ cm/s)의 레이저 강도 변동의 진폭과 주기가 대체로 규칙적으로 나타나는데, 이는 액체 유속이 8 cm/s인 경우가 기포탑내에 형성되는 기포의 크기가 균일하고 기포탑의 거동이 비교적 주기적인 균일기포흐름영역(homogeneous bubble flow regime)을 형성하기 때문으로 해석할 수 있다[15].

시스템에 내재한 정보의 특성을 기하학적 형태의 attractor로 재구성하기 위해서는 적절한 time-lag의 선정이 우선이라 할 수 있는데, 이를 위해서는 τ 의 변화에 따른 attractor의 기하학적 형태를 고려해야 할 뿐만 아니라 attractor의 수치해석이 필수불가결하다 하겠다. 따라서 본 연구에서는 Fraser[16]가 보고한 바 있는 상호정보함수(mutual information function)를 도입하여 시간의 변화에 따른 정보상호간의 상호정보함수가 최초로 최소가 되는 때의 τ 값을 선정하였다 [16].

Fig. 4와 5는 기포탑으로부터 측정한 레이저 강도 변동을 time-delay 방법에 의해 같은 scale로 2차원의 위상공간(phase space)상에 strange attractor로 재구성한 것이다. Fig. 4에서 기체유속의 증가는 attractor의 궤적을 분산시키고 attractor의 내부구조를 복잡하게 하는데, 이는 기체유속의 증가에 따라 기포탑내에서 분산상으로 존재하는 기포의

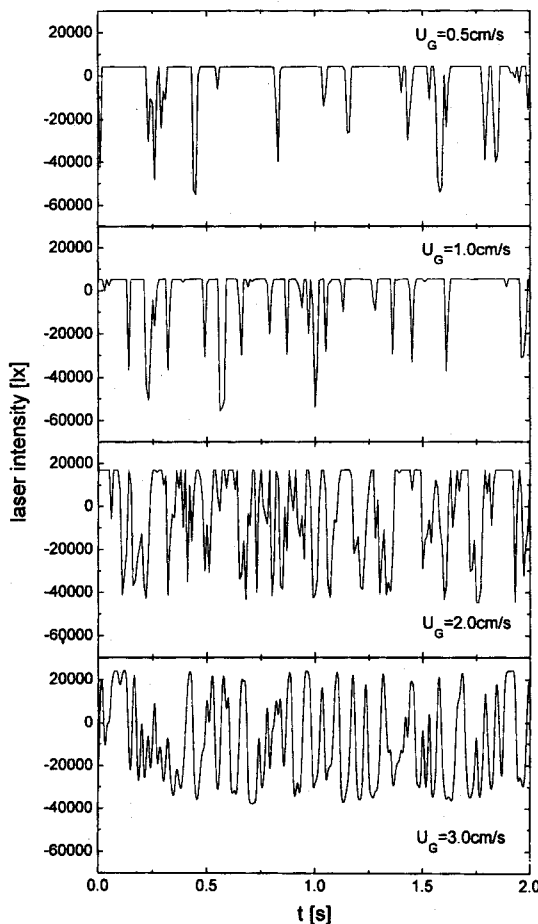


Fig. 2. Typical laser intensity fluctuations in bubble columns($U_L=6$ cm/s).

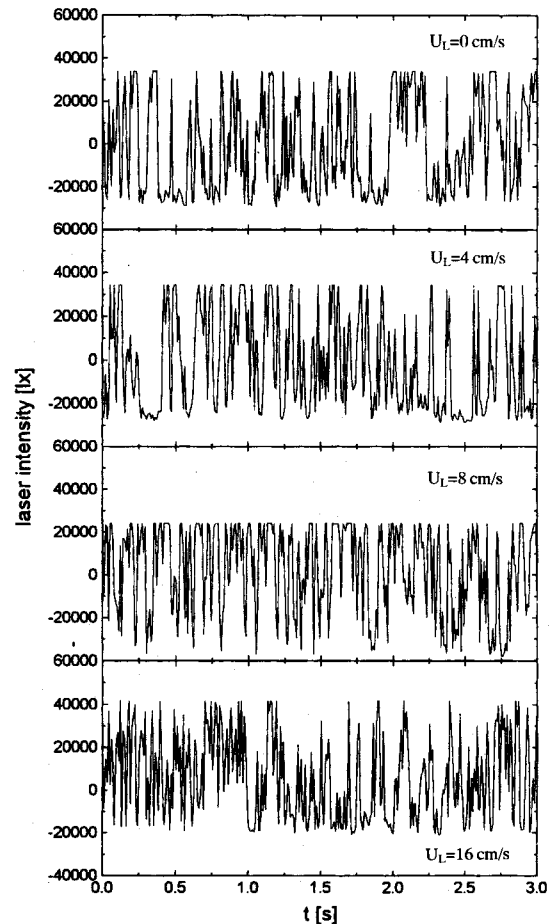


Fig. 3. Typical laser intensity fluctuations in bubble columns($U_G=3$ cm/s).

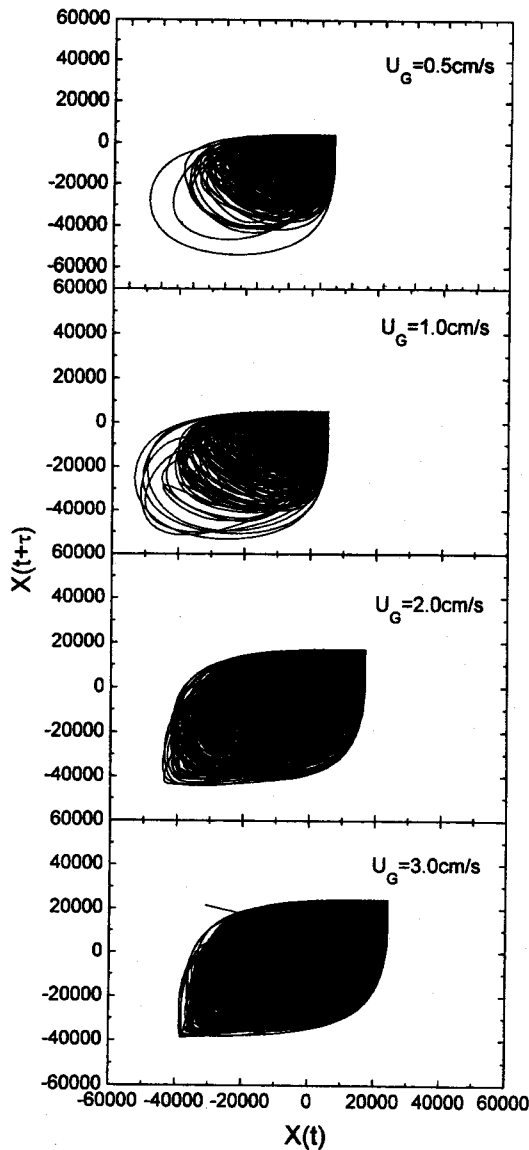


Fig. 4. Attractor plots of laser intensity fluctuations in bubble columns ($U_L=6$ cm/s, $\tau=0.02$ s).

체류량이 증가하고 기포의 흐름 형태가 더욱 무작위하게 되기 때문에 해석할 수 있다. 또한 기체 유속의 증가에 따라 기포의 크기가 증가하여 기체-액체 흐름의 난류강도가 증가하기 때문에 attractor의 중심이 오른쪽으로 옮겨가는 것을 알 수 있다. 기포탑에서 액체 유속의 증가에 따라 attractor가 변화하는 양상을 Fig. 5에 나타내었는데, 액체의 유속이 중간상태인 8 cm/s 정도에서 attractor는 전체투영이 상대적으로 왼쪽 그리고 밑 부분을 차지하고 있는 것을 알 수 있다. 이로부터 이 조건으로 조업될 때 기포탑에서 기체-액체 흐름이 상대적으로 균일하다고 판단할 수 있다[15].

기체-액체의 흐름거동을 파라미터화하기 위한 하나의 방법으로 기포탑에서 레이저 광선의 강도변화 자료로부터 나타나는 Lyapunov 지수를 Fig. 6에 나타내었다. Fig. 6에서 보는 바와 같이 Lyapunov 지수는 측정시간에 따라 지수함수적으로 감소하고 있으며 자료채취 시간인 t_g 5초 이상에서는 거의 일정한 0의 값을 나타내었다. Fig. 6에서, 기체의 유속이 0인 경우에는 Lyapunov 지수가 매우 작은 음의 값을 나타내다 0으로 되는 반면, 기체의 유속이 3 cm/s나 7 cm/s인 경우에는 Lyapunov 지수가 양의 수를 나타내다 0으로 수렴해 가는

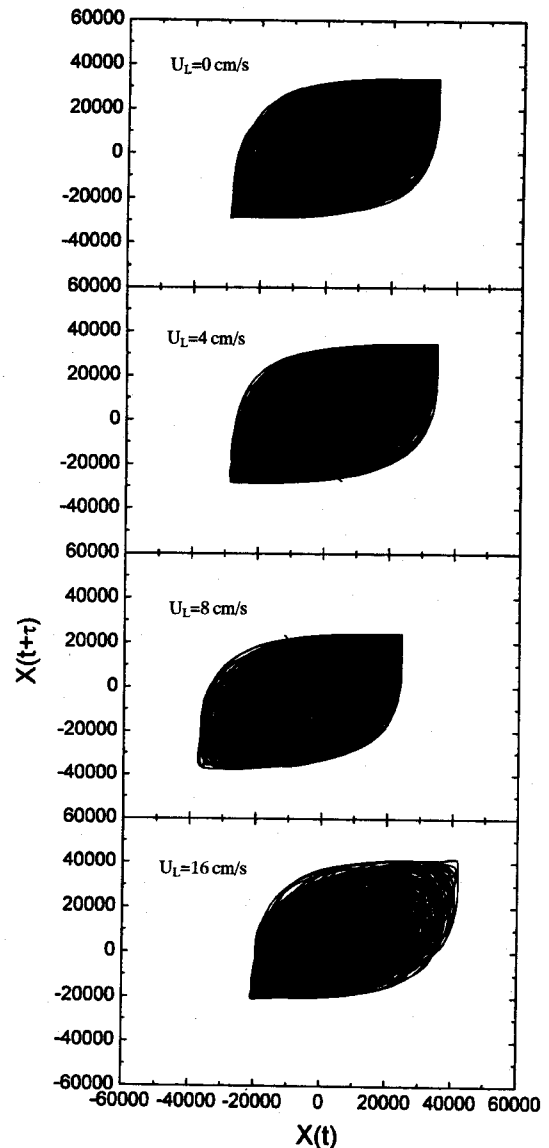


Fig. 5. Attractor plots of laser intensity fluctuations in bubble columns ($U_G=3$ cm/s, $\tau=0.02$ s).

것을 알 수 있다. 따라서, 기체 유속이 없는 액체의 흐름만 있는 경우에는 계(system)의 거동이 비교적 규칙적이라고 할 수 있는 반면, 기체의 유속이 3 cm/s나 7 cm/s인 기포탑의 경우에는 기체-액체의 흐름현상이 chaotic 거동을 나타낸다고 하겠다. 또한, 기체 유속의 증가에 따라 최대 Lyapunov 지수값도 증가하므로 계의 정보는 더욱더 예측이 힘든 양상으로 변화하고 있음을 알 수 있다[11-13].

이와 같은 기체-액체의 접촉과 흐름거동을 좀더 정량화하기 위해 기포탑에서 얻은 레이저 강도의 변화자료로부터 strange attractor의 Kolmogorov 엔트로피를 구하여 Fig. 7에 나타내었다. 이 그림에서 볼 수 있듯이 각 실험조건에서 Kolmogorov 엔트로피인 K_2 값은 60 이하의 일정한 양수의 값으로 나타났으므로 기포탑에서의 기체-액체의 흐름거동은 결정론적 카오스계(deterministic chaotic system)의 특성을 나타낸다고 할 수 있다[11-13].

일반적으로 기포탑에서 낮은 기체 유속에서는 기포의 크기가 작고 균일하여 그 거동특성이 매우 규칙적으로 보이는 균일기포흐름형태이나, 기체 유속이 증가됨에 따라 기포군이 형성되어 기포탑의 중앙에서 소용돌이치면서 나선형태로 기포가 탑위로 상승하는 와류-나

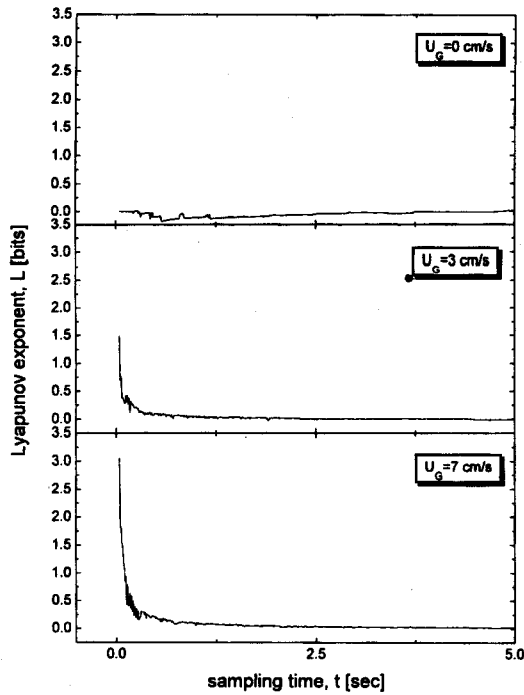


Fig. 6. Typical examples of the largest Lyapunov exponent of laser intensity fluctuations in bubble columns ($U_L = 6$ cm/s).

선형 흐름형태를 나타내며, 기체 유속이 더욱 증가되면 기포합체 현상이 뚜렷이 나타나 큰 기포가 형성되어 매우 빠른 속도로 상승하며 기포의 크기가 불규칙하므로 기포탑내에서 기체-액체 흐름이 chaotic하고 dynamic한 난류흐름형태가 존재한다[15]. Fig. 7에서 기체 유속이 2 cm/s 이하인 균일 기포흐름 영역에서의 기체-액체 흐름 거동 특성이 비교적 규칙적이고 주기적(periodic)이며, 기체 유속이 빠른 불균일 난류흐름 영역에서는 기포탑에서 기체-액체 흐름 거동이 매우 무작위적(random)인 것으로 나타났다. 이와 같은 현상은 다른 연구자들의 기포탑에서의 수력학적 특성에 대한 연구결과와도 일치하였다[7, 15].

액체 유속의 증가에 따라 Kolmogorov 엔트로피가 변화하는 양상을 Fig. 8에 나타내었는데, 이 그림에서 볼 수 있듯이 액체 유속이 증가함에 따라 Kolmogorov 엔트로피, K_2 값은 국소적인 최소값을 나타

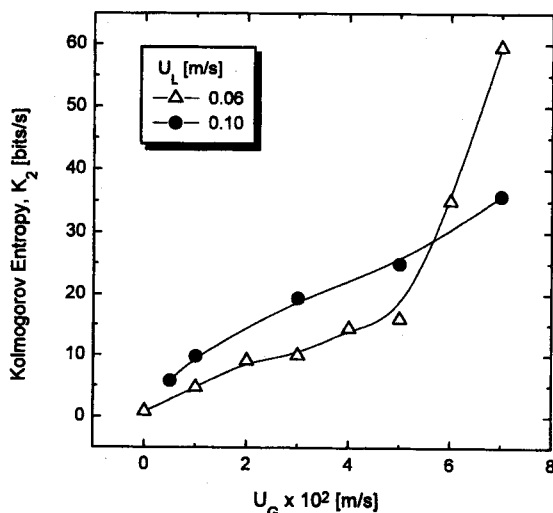


Fig. 7. Effects of U_g on the Kolmogorov entropy of strange attractor in bubble columns.

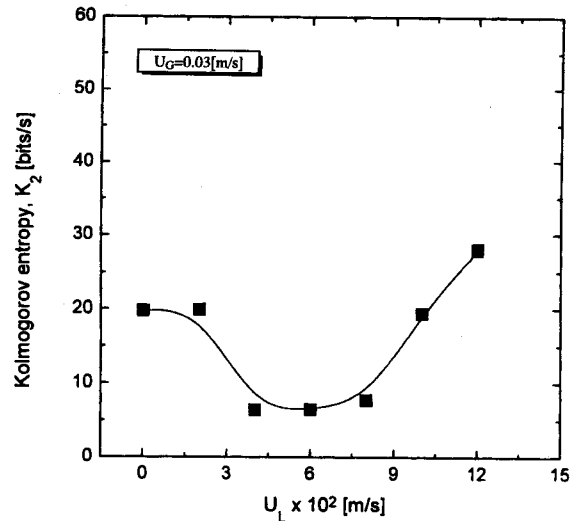


Fig. 8. Effects of U_L on the Kolmogorov entropy of strange attractor in bubble columns.

내었다. 기포탑에서 기체-액체의 흐름형태는 기체 유속의 영향을 크게 받지만 액체 유속의 영향도 받는 것으로 알려져 있다[1-3, 7, 15]. 즉, 일정 기체 유속에서 액체 유속의 증가는 기포탑내에서 액체 유속의 분포를 안정화시켜 기포의 충돌 기회를 감소시키고 작은 와류에 의한 기포의 분쇄가 일어나 균일한 기포분포와 기포탑의 안정화를 유도하나, 낮은 액체 유속의 조건에서는 와류에 의한 기포분쇄 현상보다 유속 분포의 요동의 증가에 의한 기포충돌의 가능성이 더 크기 때문에 기포탑의 거동은 상대적으로 기포에 의한 난류효과가 크다고 할 수 있다. 이와 같은 현상때문에 Fig. 8에서 낮은 액체 유속 ($U_L < 2$ cm/s)의 범위에서의 Kolmogorov 엔트로피는 액체 유속의 중간영역 ($2 \text{ cm/s} < U_L < 8 \text{ cm/s}$)에서의 엔트로피값보다 상대적으로 큰 값을 나타낸다고 할 수 있다. 그러나, 높은 액체 유속 ($U_L > 8 \text{ cm/s}$)의 조건에서는 액상흐름에 따른 기포에 작용하는 drag force의 증가로 기포의 상승속도를 증가시키는 역할을 하며 액상흐름 자체에 의한 난류강도의 증가로 기포탑의 기-액접촉에서 난류현상의 강도를 증가시킨다. 이와 같은 이유 때문에 Fig. 8에서 액체 유속이 8 cm/s 이상에서의 Kolmogorov 엔트로피는 증가하는 경향을 나타내었다.

5. 결 론

본 연구의 실험결과 다음과 같은 몇 가지 결론을 얻을 수 있었다.

- (1) 기포탑에 투사된 레이저 광선의 강도 변동자료를 결정론적 chaotic 처리 방법으로 해석한 결과, 위상공간투영과 Lyapunov 지수 그리고 Kolmogorov 엔트로피는 기포탑에서 기체-액체 흐름의 거동과 기포탑의 흐름형태를 판별할 수 있는 매우 유용한 파라미터들을 알 수 있었다.
- (2) 기포탑에 투사된 레이저 광선의 강도 변동자료로부터 얻은 Lyapunov 지수는 측정시간에 따라 지수적으로 감소하고 각 실험조건에서 양의 수를 나타냈으며, 기체 유속의 증가에 따라 최대 Lyapunov 지수도 증가하였다.
- (3) 기포탑에 투사된 레이저 광선의 강도변동 자료로부터 얻은 Kolmogorov entropy는 각 실험조건에서 일정한 양수의 값으로 나타났으며 기체 유속의 증가에 따라 증가한 반면 액체 유속의 증가에 따라서는 국부적인 최소값을 나타내었다.
- (4) 기포탑에서 기체-액체의 접촉과 흐름현상은 기체와 액체의 유

속에 따라 다른 특성을 나타냈으며 본 연구의 실험범위에서 기체-액체의 흐름거동은 결정론적 chaos의 거동을 나타내었다.

사용기호

d : length of the ellipsoidal principal axis
 K_2 : Kolmogorov entropy [bits/s]
 L : Lyapunov exponent [bits]
 k : constant
 m : embedding dimension
 N : data number
 t : sampling time [s]
 U_g : gas velocity [m/s]
 U_l : liquid velocity [m/s]
 X_i : m-dimensional reconstruction vector
 $x(i)$: measured laser intensity [lx]

그리스 문자

τ : time-delay
 γ : radius of hypersphere

하첨자

G : gas
 L : liquid

참고문헌

- Shah, Y. T., Kelkar, B. G., Godbole, S. P. and Deckwer, W. D.: *AIChE J.*, **28**(3), 355(1982).
- Schumpe, A. and Deckwer, W. D.: *Bioprocess Eng.*, **2**, 79(1987).
- Kang, Y., Shim, J. S., Cho, S. H., Choi, M. H. and Lee, K. W.: *J. Chem. Tech. Biotechnol.*, **63**, 313(1995).
- Fan, L. T., Kang, Y., Neogi, D. and Yashima, M.: *AIChE J.*, **39**, 513(1993).
- Fan, L. T., Kang, Y., Neogi, D. and Yashima, M.: *Chem. Eng. Commun.*, **135**, 147(1995).
- Fan, L. T., Yashima, M. and Nassar, R.: *AIChE J.*, **36**, 1529(1990).
- Kwon, H. W., Kang, Y., Kim, S. D., Yashima, M. and Fan, L. T.: *I&EC Research*, **33**, 1852(1994).
- Kang, Y., Min, B. T., Ko, M. H. and Kim, S. D.: *HWAHAK KONGHAK*, **32**, 65(1994).
- Drahos J., Bradka, F. and Puncochar, M.: *Chem. Eng. Sci.*, **47**, 4069(1992).
- Packered, N. H., Crutchfield, J. P., Farmer, J. D. and Shaw, R. S.: *Phys. Rev. Lett.*, **45**, 712(1980).
- Steppan, L. M., Schouten, J. C. and Bleek, C. M.: Proc. 12th Int. Conf. on Fluidized Bed Combustion, San Diego, ASME, **1**, 129(1993).
- Daw, C. S. and Halow, J. S.: Proc. 11th Int. Conf. on Fluidized Bed Combustion, Montreal, ASME, **2**, 777(1991).
- Wolf, A., Swift, J. B., Swinny, H. L. and Vastaro, J. A.: *Physica*, **16D**, 285(1985).
- Takens, F.: "Dynamical and Turbulence", Rand, D. A. and Young, L. S., Eds., Springer-Verlag, New York(1980).
- Chen, R. D., Reese, D. J. and Fan, L. S.: *AIChE J.*, **40**, 1094(1994).
- Fraser, A.: *Physica*, **D34**, 391(1989).

1. Shah, Y. T., Kelkar, B. G., Godbole, S. P. and Deckwer, W. D.: