

## 도매창고에서의 불확실한 수요를 고려한 다지역 회분식 공장의 생산 및 분배

이호경 · 이인범<sup>†</sup>

포항공과대학교 지능자동화연구센터  
(1998년 2월 28일 접수, 1998년 4월 28일 채택)

### Production and Distribution of Multisite Batch Plants Considering an Uncertain Demand at Warehouses

Ho-Kyung Lee and In-Beum Lee<sup>†</sup>

Automation Research Center, Pohang University of Science and Technology  
(Received 28 February 1998; accepted 28 April 1998)

#### 요 약

본 논문에서는 다지역 회분식 공장들과 여러 개의 도매창고로 구성된 통합된 생산 및 분배 시스템에 대한 내용을 다룬다. 생산 및 분배 시스템의 통합은 생산 및 분배를 각각 고려하는 것과 비교해 볼 때 비용 측면에서 많은 절감을 가져 온다. 다지역 회분식 공장의 최적 생산 및 분배를 위해서 여기서 사용하는 접근 방법은 수학적 모델이다. 여기서 다루는 내용은 여러 지역에 있는 도매창고의 불확실한 수요를 만족시키기 위해서 두 개 이상의 다제품 생산용 회분식 공장에서 어떤 제품을 얼마만큼 생산하고 어떻게 분배하는가에 대한 세부적인 공정 변수의 결정에 있다. 각 도매창고에서의 불확실성을 가진 제품의 수요는 연속 정규 분포 함수로 표현된다. 이 문제를 해결하기 위해서 혼합 정수 비선형 계획법이 제안되었고 최적해는 GAMS/DICOPT++로 구해진다. 제안된 접근 방법의 효율성은 적용 예제를 통해서 자세히 설명된다.

**Abstract**—In this paper we develop a model of an integrated production and distribution system comprised of multisite batch plants and several warehouses. An integration of production and distribution system may generate significant savings by trading off the costs associated with the whole, rather than minimizing production and distribution costs separately. The mathematical approach is presented in this research. The problem consists of two or more multiproduct batch plants producing several products to supply several warehouses. The demands of each product at warehouses are treated as uncertain parameters described by normal distribution functions. A mixed integer nonlinear programming(MINLP) formulation is proposed. The effectiveness of the application of the suggested approach for the production and distribution of multisite batch plants will be illustrated with an example problem. The problem is solved with GAMS/DICOPT++.

**Key words:** Multisite Batch Plants, Warehouse, Uncertain Demand Distribution, MINLP

#### 1. 서 론

오늘날, 소비자들의 다양한 소비 욕구와 계절에 따른 소비 패턴의 변화 등을 수용하기 위해서 화학 공정 산업은 다제품 소량의 고부가가치 제품 생산에 알맞은 회분식 공정으로의 계속적인 전환을 피하고 있다. 이러한 동향을 바탕으로 회분식 공정에 대한 많은 연구가 국내외에서 이루어졌으며[2, 4-7] 지금 현재에도 보다 실제적이고 큰 문제에 적용하기 위한 쪽으로 많은 연구가 진행되고 있다[8]. 하나 혹은 두 개 이상의 생산 라인을 가진 다제품 생산용 회분식 공장과 다목적 생산용 회분식 공장에 대한 설계, 계획, 그리고 스케줄링 등의 생산에 관한 연구는 많은 발전을 보이고 중요한 결과가 나왔지만 두 개 이상의 회분식 공장을 가진 다지역(multisite) 회분식 공장의 생산 및 도매

창고로의 분배 문제를 동시에 다룬 문제는 지금까지 상대적으로 많은 연구자들의 주의를 끌지 못했다. 오늘날과 같은 국제 경쟁 시대에서는 대부분의 생산이 국내의 수요뿐만 아니라 무역이 활발한 국제 시장을 고려해야 하기 때문에 제품을 생산하는 공장에서는 국내뿐만 아니라 국외에 퍼져 있는 도매창고의 수요에 따른 유동적인 생산과 빠르고 값싼 수송 및 재고 관리가 경쟁의 무기가 된다. 이런 이유에서 국내 및 국외의 도매창고에서의 수요를 만족시키기 위한 다지역 회분식 공장의 최적 생산 및 분배는 미국 및 영국을 비롯한 선진국뿐만 아니라 국내에서도 중요한 연구 과제이다. 이 연구의 목적은 두 개 이상의 회분식 공장을 가진 회사에서 국내외에 있는 도매창고의 수요에 충족하는 회분식 공장의 설계, 생산 계획, 그리고 최적 분배의 수립에 있다. 다시 말하면 어떤 시점에서 모든 도매창고의 수요를 만족시키기 위해서 어떤 공장에서 어떤 제품을 얼마나 생산하고 어떤 공장에서 어떤 도매창고로 얼마만큼의 양을 보내면 그 회사의 순수 이익이 최

<sup>†</sup>E-mail: iblee@postech.ac.kr

대가 될 것이냐를 결정하는 문제이다.

회분식 공장에서는 수많은 불확실성의 인자가 존재한다. 크게 단기 불확실성과 장기 불확실성으로 나눌 수 있는데 단기 불확실성에는 조업상에서의 유속, 온도 등의 변동을 들 수 있다. 최종 제품의 수요, 원료 물질의 공급량, 그리고 공급 가격 등은 장기 불확실성에 속하는 것들이다. 여기서는 각 도매창고에서의 불확실성을 가진 제품의 수요를 연속 정규 분포(normal distribution)로 나타낼 수 있다고 가정하고 이러한 정규분포를 이산 분포(discrete distribution)로 바꾼 뒤 시나리오 접근법으로 불확실성을 가진 수요 문제를 다룬다.

본 연구에서는 생산 및 분배를 동시에 고려하는 것과 도매창고에서의 제품의 불확실성을 가진 수요를 수식에 고려하는 것이 이전의 연구들과 다른 부분이다. 생산 및 분배 모델의 연결은 각 공장에서의 생산량과 각 도매창고에서의 수요에 따른 제품 수송량 사이의 수지식(balance equation)을 이용하여 접근한다. 회분식 공장의 불확실성을 다루었던 이전의 연구들[3, 9-12]에서는 주로 단일 공장의 제품 수요 및 장치 이용에 대한 불확실성 문제를 다루었지만 여기서는 도매창고에서의 제품 수요의 불확실성을 고려한다. 이 논문은 다음과 같이 구성되어 있다. 먼저, 일종의 공급-체인망(supply-chain) 문제인 다지역 회분식 공장에 대해 보다 자세한 정의를 내리고 불확실성을 가지는 수요를 어떻게 수식으로 표현했는지를 설명한다. 3장에서는 이러한 문제의 최적해를 구하기 위한 혼합 정수 비선형 계획법에 대해 자세히 언급한다. 이러한 접근 방법의 효율성을 증명하기 위해서 예제 문제에 적용하고 그 결과에 대해서 논의한다.

## 2. 문제 정의

### 2-1. 다지역 회분식 공장

오늘날 일반적인 화학 제품의 생산 및 분배는 매우 복잡한 다단계 과정을 거친다. 공장에서 제품을 생산해서 실제 소비자까지 오기까지는 일반적으로 다섯에서 여섯 가지의 단계를 거치는 것으로 알려져 있다. 생산 라인에서 생산된 최종 제품은 공장에서 바로 각 지역의 제품 수요를 담당하는 도매창고로 직접 운반될 수도 있지만 대부분의 경우 공장에 있는 창고에서 일정 기간동안 머무르는 것이 일반적이다. 최종 제품뿐만 아니라 중간 제품도 이를 필요로 하는 다른 공장으로 판매될 수 있다. 이와 같이 공장에서 만들어진 제품은 트럭, 기차, 선박, 그리고 항공 등의 운반 수단을 통해서 생산 라인, 공장내의 재고 창고, 각 지역의 도매창고, 도매 상인, 소매 상인, 마지막으로 실수요자의 단계까지 매우 복잡한 체인망을 형성하고 있다. 이러한 문제를 일반적으로 공급-체인망 문제라고 하며 이러한 분야의 연구는 산업 공학적인 측면에서 시작되었다. 본 연구에서는 문제를 단순화시키기 위해서 회분식 공장의 생산 및 분배를 상위 두 단계인 제품을 생산하는 공장과 각 지역의 제품 수요를 담당하는 도매창고로 표현하였다.

이러한 도매창고의 개념은 하드웨어적인 실제 창고의 의미도 있지만 어떤 특정 지역에서의 그 제품의 수요를 의미한다. 예를 들어서 여러 가지 음료수를 생산하는 어떤 기업에서 경기도와 전라남도 음료 공장을 가지고 있다고 가정할 때 각 도의 음료 수요를 하나의 도매창고 개념으로 생각하는 것을 의미한다. Fig. 1은 공급-체인망 문제를 그림으로 설명하고 있다. Fig. 1에서는 2개의 공장과 최종 소비자를 담당하는 네 개의 도매창고로 구성되어 있지만 실제적인 문제에서는 거미줄 같은 매우 복잡한 공급-체인망을 이룬다. 앞에서 언급했듯이 본 연구에서는 모델의 복잡성을 피하기 위해서 제품을 생산하는 공장과 도매창고의 두 단계만을 다루고 최종 소비자의 단계는 고려하지 않았다. 다지역 회분식 공장의 생산 및 분배 문제를 풀기 위해서 주어지는 값과 문제를 풀고 난 후에 나오는 값

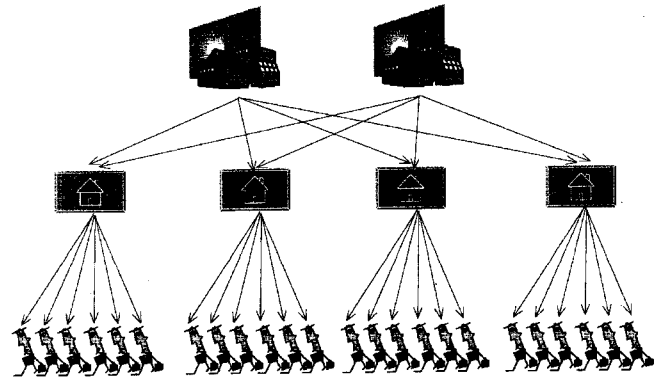


Fig. 1. Supply-Chain Problem.

을 정리하면 다음과 같다.

#### 주어지는 데이터

- 생산해야 하는 제품의 수
- 크기 인자(최종 제품 단위 생산을 위해 필요한 장치 크기)
- 각 장치에서의 각 제품의 처리 시간
- 단위 제품 판매 가격, 재고 비용, 수송비용, 주문량을 못맞추었을 때의 벌금
- 각각의 작업을 수행하기 위해 필요한 장치
- 연속 분포로 표현되는 수요를 이산 분포화하는데 대한 정보

#### 결정되는 변수

- 각 공장에서의 장치 크기(unit capacities), 일회생산량
- 회분의 수, 일회 회전 시간
- 이상 조업(out-of-phase mode)을 고려한 평행한 장치의 수 결정
- 각 공장의 제품 생산량 할당, 즉 어떤 제품이 어느 공장에서 얼마만큼 생산되느냐에 대한 결정
- 공장에서 도매창고로의 수송량 결정

### 2-2. 불확실한 제품 수요의 표현

일반적으로 불확실성을 가진 공정 데이터는 연속 분포의 형태로 표현되는 경우가 많다. 실제적인 문제에서 연속 분포를 고려하기 위해서는 적분항이 들어가므로 수식의 비선형성을 피할 수 없기 때문에 이런 단점을 보완하기 위해 이산 분포로 문제 형태를 바꾼다. 제품 수요의 불확실성을 다루는 여러 산업체의 문제에서도 수요의 불확실성을 나타내기 위해서 이산 분포를 사용하는 경우가 많다[11].

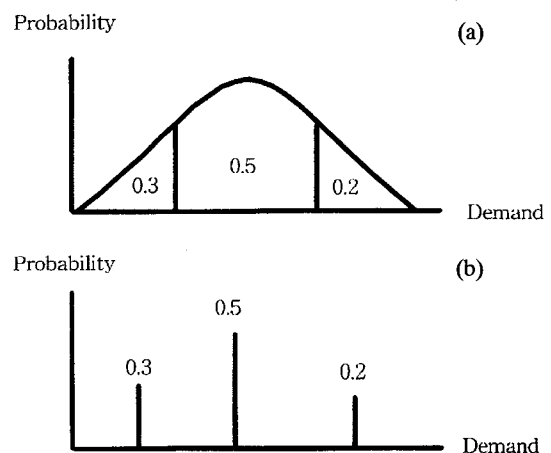


Fig. 2. Discrete representation of a continuous distribution.

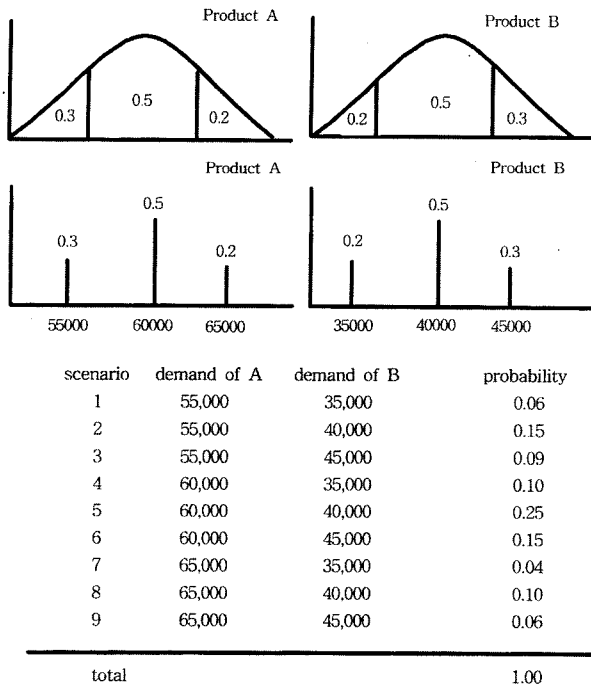


Fig. 3. Scenario generation from a discrete distribution.

도매창고에서의 각 제품들의 불확실성을 가진 수요를 Fig. 2의 (a)와 같이 연속 정규 분포로 나타낼 수 있다고 가정한다. 이렇게 연속 분포로 표현되는 각 제품의 수요는 이미 알고 있는 확률을 바탕으로 임의의 비율로 나누고 이렇게 나누어진 각 부분들은 (b)와 같이 불연속인 몇 개의 대표값으로 근사하게 나타낼 수 있다. 정확하게 연속 분포를 불연속적으로 나타내기 위해서는 되도록 많은 부분으로 나누고 이렇게 나누어진 부분의 대표값을 취하면 되지만 계산 시간이 길어지는 단점이 있다. 그러므로, 계산 시간과 정확한 연속 분포 표현을 저울질해서 알맞게 조정하는 것이 필요하다.

Fig. 3은 어떤 도매창고에서의 제품 A, B의 불확실성을 가진 수요가 연속 정규 분포로 나타낼 수 있다고 가정하고 이러한 연속 분포를 이산 분포로 나타내는 과정을 간단하게 설명하는 예제이다. 연속 분포로 표시되는 제품 A의 수요를 0.3, 0.5, 0.2의 확률을 가진 세 부분으로 나누고 이렇게 나누어진 각 부분의 수요에 대한 대표값을 취한다. 마찬가지로 제품 B에 대해서도 0.2, 0.5, 0.3의 확률을 가진 세 부분으로 나누고 각 부분에 대한 수요의 대표값을 계산한다. A, B 각 제품의 세가지 경우를 조합하면 아홉 가지의 시나리오를 가진 이산 분포 모델을 만들 수 있다. 그러나 이러한 접근법은 제품의 수가 늘어나면 시나리오의 수가 지수적으로 증가하기 때문에 경우의 수를 이용해서 한정된 수의 시나리오를 선택할 수 있다. 이러한 과정에서 확률이 높은 시나리오를 우선적으로 선택하는 것이 보다 정확한 모델 표현을 위해 필요하다.

### 3. 수식 모델

이 장에서는 다지역 회분식 공장의 최적 생산 및 분배를 위한 혼합 정수 비선형 계획법을 자세하게 설명한다. 목적함수는 순이익을 최대화 하는 것인데 여기서 순이익이란 물건을 팔아서 남는 이윤에서 장치 자본비 그리고 공장에서 도매창고까지의 제품 운반비, 주문량을 못맞추었을 때의 벌금, 그리고 공장에서의 재고 비용을 뺀 것으로 정의한다. 여기서 재고 비용이란 공장에서의 제품을 만들어서 도매창고로 수송하기 전까지의 시간에 대한 것이다. 본 모델에서는 일

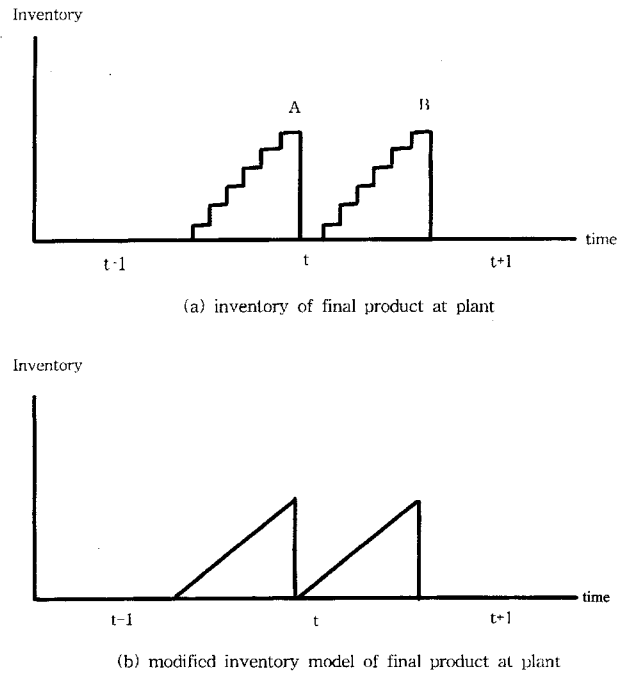


Fig. 4. Inventory models.

년동안 공장에서의 총 조업시간을 6,000 시간으로 보고 효율적인 재고 관리 및 유동적인 생산을 위해 몇 개의 시간 간격으로 나누어서 생각한다. 예를 들어 두 개의 시간 간격으로 나누면 하나의 시간 간격은 3,000 시간이다. 그리고 각 시간 구간에서 제품의 생산은 단순 생산 캠페인(single production campaign)으로 진행된다고 가정한다. 단순 생산 캠페인이란 두 가지 제품을 생산하는 공장이 있을 때 처음 제품을 다 만든 후에 다음 제품을 만드는 방법을 말한다. 이러한 생산 캠페인은 재고 비용이 혼합 생산 캠페인(mixed production campaign)보다는 다소 높지만 생산 제품의 변경에 따른 준비(set up) 비용이 적게 드는 장점이 있다. 각 제품에 대한 한 회분의 크기가 일정하다고 가정할 때 제품의 재고는, 제품의 수송이 각 시간 간격에서 각 제품의 생산이 끝나는 시점이라고 가정할 때, 일회 회전 시간마다 계단식으로 쌓인다. A, B 두 가지 제품을 생산하는 공장이 있을 때 시간 간격 t에서의 제품 A와 B에 대한 재고는 Fig. 4(a)와 같은 계단 모양으로 나타낼 수 있다. 회분의 수가 클 때는 Fig. 4의 (b)와 같이 각 제품의 재고를 직선 모양으로 생각할 수 있다. 아래 식은 목적 함수를 나타내고 있다.

$$\begin{aligned}
 \text{목적 함수} &= \sum_{t=1}^T \sum_{s=1}^S PP_{st} \sum_{w=1}^W \sum_{i=1}^N SP_{it} \sum_{k=1}^N X_{ikwst} \\
 &- \sum_{k=1}^K \sum_{j=1}^M NOPU_{jk} \alpha_{jk} V_{jk}^{\beta} \\
 &- \sum_{t=1}^T \sum_{s=1}^S PP_{st} \sum_{w=1}^W \sum_{k=1}^K SC_{kwst} \sum_{i=1}^N X_{ikwst} \\
 &- \sum_{t=1}^T \sum_{s=1}^S PP_{st} \sum_{w=1}^W \sum_{i=1}^N PC_{it} \left( D_{iwt} - \sum_{k=1}^K X_{ikwst} \right) \\
 &- \sum_{t=1}^T \sum_{s=1}^S PP_{st} \sum_{k=1}^K \sum_{i=1}^N ICP_{ikt} \cdot \frac{Q_{ikt} \cdot T_{ikt}}{2}
 \end{aligned} \quad (1)$$

여기서부터는 제약 조건을 자세하게 알아 본다. 식 (2)는 각 공장에서의 각 장치의 필요한 부피를 결정하기 위한 제약 조건이다.

$$V_{jk} \geq S_{ijk} B_{ik} \quad \forall i, j, k \quad (2)$$

아래 식은 이상 조업을 고려한 일회 회전 시간에 관한 제약 조건이다. 이 식은 우변의 분모에 변수를 가지고 있으므로 비선형성을 내포하고 있다.

$$TL_{ik} \geq \frac{t_{ijk}}{NOPU_{jk}} \quad \forall i, j, k \quad (3)$$

식 (4)는 각 공장에서의 제품  $i$ 의 생산량에 관한 제약 조건이다. 이 식 또한 비선형성을 가지고 있다.

$$Q_{ikst} = n_{ikst} \cdot B_{ik} \quad \forall i, k, s, t \quad (4)$$

식 (5)는 공장에서의 각 제품의 재고를 고려하기 위해서 생산 시간을 계산한 것이다. 이 식은 평행하게 놓이는 장치가 두 개 이하일 때 각 제품의 생산 시간을 계산한다.

$$\sum_{j=1}^M pt_{ijk} + (n_{ikst} - 1) \cdot TL_{ik} = T_{ikst} \quad \forall i, j, k, s, t \quad (5)$$

아래 식은 각 시간 간격에서 총 생산 시간의 제약을 나타내고 있다.  $n_{ikst}$ 와  $TL_{ik}$  둘 다 변수이므로 이 제약 조건 또한 비선형성을 가지고 있다. 이 식은 평행한 장치가 두 개 이하일 때의 각 제품의 생산 시간과 다른 제품 생산을 위한 준비 시간을 고려한 식이다.

$$\sum_{j=1}^{M-1} pt_{ijk} + \sum_{i=1}^N [pt_{imk} + (n_{iks} - 1) \cdot TL_{ik}] + ST_{i(i+1)jk} \leq H_{kt} \quad \forall k, s, t \quad (6)$$

(7)과 (8) 식은 분배에 관한 제약 조건이다. (7) 식은 각 공장에서의 각 도매창고로의 제품 수송량에 대한 제약 조건이다. (8) 식은 각 공장에서의 제품 수송량은 각 도매창고에서의 제품 수요량보다는 작거나 같다는 제약 조건이다.

$$Q_{ikst} = \sum_{w=1}^W X_{ikwst} \quad \forall i, k, s, t \quad (7)$$

$$\sum_{k=1}^K X_{ikwst} \leq D_{iwt} \quad \forall i, w, s, t \quad (8)$$

(9) 식은 각 도매창고의 용량 제한에 대한 제약 조건이다.

$$\sum_{k=1}^K \sum_{i=1}^N X_{ikwst} \leq C_{wt} \quad \forall w, s, t \quad (9)$$

식 (10)과 (11)은 이상으로 평행하게 놓을 수 있는 장치의 수를 이진 변수로 표현한 식들이다.

$$NOPU_{jk} = \sum_{p=1}^P P \cdot Y_{jpk} \quad \forall j, k \quad (10)$$

$$\sum_{p=1}^P Y_{jpk} = 1 \quad \forall j, k \quad (11)$$

이상의 혼합 정수 비선형 계획법은 목적 함수 및 몇 개의 제약 조건의 모양이 볼록(convex)이므로 다음 변수를 지수 치환(exponential transformation)함으로서 비볼록(nonconvex)한 형태로 만든다.

$$V_{jk} = e^{v_{jk}} \quad (12)$$

$$B_{jk} = e^{b_{jk}} \quad (13)$$

$$NOPU_{jk} = e^{nopu_{jk}} \quad (14)$$

$$N_{ikst} = e^{n_{ikst}} \quad (15)$$

$$TL_{ik} = e^{t_{ik}} \quad (16)$$

$$Q_{ikst} = e^{q_{ikst}} \quad (17)$$

$$T_{ikst} = e^{t_{ikst}} \quad (18)$$

아래의 목적함수와 제약 조건은 (12)에서 (18)까지의 지수치환을 이용하여 다시 정리한 것이다.

$$\begin{aligned} \text{목적 함수} & \sum_{t=1}^T \sum_{s=1}^S PP_{st} \sum_{w=1}^W \sum_{i=1}^N SP \sum_{k=1}^N X_{ikwst} \\ & - \sum_{k=1}^K \sum_{j=1}^M \alpha_{jk} e^{nopu_{jk} + v_{jk} \beta_{jk}} \\ & - \sum_{t=1}^T \sum_{s=1}^S PP_{st} \sum_{w=1}^W \sum_{k=1}^K SC_{kwt} \sum_{i=1}^N X_{ikwst} \\ & - \sum_{t=1}^T \sum_{s=1}^S PP_{st} \sum_{w=1}^W \sum_{i=1}^N PC \left( D_{iwt} - \sum_{k=1}^K X_{ikwst} \right) \\ & - \sum_{t=1}^T \sum_{s=1}^S PP_{st} \sum_{k=1}^K \sum_{i=1}^N ICP_{ikt} \cdot \frac{\exp(q_{ikst} + t_{ikst})}{2} \end{aligned} \quad (19)$$

제약 조건

$$e^{v_{jk}} \geq S_{ijk} e^{b_{jk}} \quad \forall i, j, k \quad (20)$$

$$e^{t_{ik}} \geq \frac{t_{ijk}}{e^{nopu_{jk}}} \quad \forall i, j, k \quad (21)$$

$$q_{ikst} = n_{ikst} + b_{ik} \quad \forall i, k, s, t \quad (22)$$

$$\sum_{j=1}^M pt_{ijk} + e^{n_{ikst} + t_{ik}} - e^{t_{ik}} = e^{t_{ikst}} \quad \forall i, j, k, s, t \quad (23)$$

$$\sum_{j=1}^{M-1} pt_{ijk} + \sum_{i=1}^N (pt_{imk} + e^{n_{iks} + t_{ik}} - e^{t_{ik}}) + ST_{i(i+1)jk} \leq H_{kt} \quad \forall k, s, t \quad (24)$$

$$e^{q_{ikst}} = \sum_{w=1}^W X_{ikwst} \quad \forall i, k, s, t$$

$$\sum_{k=1}^K X_{ikwst} \leq D_{iwt} \quad \forall i, w, s, t$$

$$\sum_{k=1}^K \sum_{i=1}^N X_{ikwst} \leq C_{wt} \quad \forall w, s, t$$

$$e^{nopu_{jk}} = \sum_{p=1}^P P \cdot Y_{jpk} \quad \forall j, k$$

$$\sum_{p=1}^P Y_{jpk} = 1 \quad \forall j, k \quad (25)$$

## 4. 적용 예제

이 장에서는 앞에서 제시된 다지역 회분식 공장의 최적 생산 및 분배를 위한 혼합 정수 비선형 계획법을 간단한 예제를 통해서 설명한다. 여기서 채택된 예제는 네 곳의 도매창고에 A, B의 제품을 공급하는 두 개의 다제품 생산용 회분식 공장으로 구성되어 있다. 도매창고의 위치는 공장에서 창고까지의 운반 비용을 다르게 책정함으로써 구분한다. Table 1의 (a)와 (b)는 각 도매창고에서의 제품 A, B의 불확실성을 내포한 수요를 아홉 가지의 시나리오로 나타내고 있다. Table 2는 각 시나리오의 확률을 나타내고 있다. Table 3은 각 제품의 크기 인자, 공정 시간, 단위 판매 가격, 주문을 맞추지 못한 경우의 벌금, 공장에서의 도매창고까지의 수송 비용, 장치에 대한 비용 계수 및 지수, 각 도매창고의 저장 한계를 나타내고 있다. Table 1-3에서의 주어진 데이터를 이용하여 앞장에서 설명한 혼합 정수 비선형 프로그램을 구성하고 GAMS DICOPT++를 이용하여 최적해를 구한다. 이 문제는 781개의 제약 조건과 605개의 연속 변수 및 12개의 이산 변수를 가지고 있으며 IBM RS 6000 워크스테이션에서 최적해를 구하는데 287초(sec) CPU 시간이 걸렸다. 회분식 공장의 생산 및 분배에 관한 여러 결과를 얻을 수 있지만 그 중에서 몇몇 중요한 결과를 Table 4에 나타내었다.

**Table 1. Demand of each product at each warehouse with scenario s at time period t**

(a) time period 1

Product. warehouse	Demand at each scenario								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
A.1	110000	110000	110000	130000	130000	130000	150000	150000	150000
B.1	145000	155000	165000	145000	155000	165000	145000	155000	165000
A.2	155000	155000	155000	165000	165000	165000	175000	175000	175000
B.2	135000	140000	145000	135000	140000	145000	135000	140000	145000
A.3	80000	80000	80000	85000	85000	85000	90000	90000	90000
B.3	90000	94000	98000	90000	94000	98000	90000	94000	98000
A.4	75000	75000	75000	77500	77500	77500	78000	78000	78000
B.4	83000	84000	85000	83000	84000	85000	83000	84000	85000

(b) time period 2

Product. warehouse	Demand at each scenario								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
A.1	110000	110000	110000	120000	120000	120000	130000	130000	130000
B.1	145000	150000	155000	145000	150000	155000	145000	150000	155000
A.2	155000	155000	155000	160000	160000	160000	165000	165000	165000
B.2	135000	140000	145000	135000	140000	145000	135000	140000	145000
A.3	70000	70000	70000	75000	75000	75000	85000	85000	85000
B.3	90000	94000	98000	90000	94000	98000	90000	94000	98000
A.4	85000	85000	85000	87500	87500	87500	88000	88000	88000
B.4	83000	84000	85000	83000	84000	85000	83000	84000	85000

**Table 2. Probabilities of each scenario at time period t**

Scenario	Time period	
	1	2
1	0.06	0.06
2	0.1	0.1
3	0.04	0.04
4	0.15	0.15
5	0.25	0.25
6	0.1	0.1
7	0.09	0.09
8	0.15	0.15
9	0.06	0.06

**Table 3. Data for application example**

(a) size factor

Product	Plant I			Plant II		
	1	2	3	1	2	3
A	2.3	3.2	2.6	2.3	3.2	2.6
B	3.3	4.1	2.8	3.3	4.1	2.8

(b) processing time

Product	Plant I			Plant II		
	1	2	3	1	2	3
A	3	4	6	3	4	6
B	4	4	8	4	4	8

(c) shipping cost of unit product from plant to warehouse

Plant	Time period 1				Time period 2			
	1	2	3	3	1	2	3	4
I	0.05	0.06	0.07	0.09	0.05	0.06	0.07	0.09
II	0.08	0.06	0.05	0.04	0.08	0.06	0.05	0.04

**Table 3. Continued**

(d) selling price per unit product

I	t	1	2
		1.0	1.0
A			
B		1.2	1.2

(e) penalty cost per unit product in case of unfilled order

I	t	1	2
		0.5	0.5
A			
B		0.6	0.6

(f) cost data of units

Stage	Cost coefficient		Cost exponent	
	I	II	I	II
1	300	300	0.6	0.6
2	350	350	0.6	0.6
3	400	400	0.6	0.6

**Table 4. Result of application example**

(a) unit capacity of each plant

Stage	Plant	
	I	II
1	2415	1653
2	3000	2053
3	2131	1402

(b) cycle time at each plant

Product	Plant	
	I	II
A	4	4
B	4	4

Table 4. Continued

(c) batch size at each plant

Product	Plant	
	I	II
A	824	539
B	732	501

(d) number of units in parallel at each plant

Stage	Plant	
	I	II
1	1	1
2	1	1
3	2	2

## 5. 결 론

본 연구는 불확실성을 가진 도매창고들의 수요를 고려한 다지역 회분식 공장들의 생산 및 분배에 관한 것이다. 오늘날 대부분의 공장들은 제품의 수송 비용을 줄이기 위해 가장 큰 수요가 있는 지역에 위치한다. 반대로 이야기해서 수송 비용을 최소화하는 공장 위치를 선정하는 것도 최적화 문제의 하나로 생각할 수 있다. 불확실성을 가진 도매창고의 수요를 수식 모델로 표시하기 위해서 본 연구에서는 시나리오 접근 방법을 이용하였다. 각 제품의 최적 생산 및 분배를 위한 접근론으로 혼합 정수 비선형 계획법을 이용하였고 최적해를 구하기 위해서 GAMS DICOPT++를 사용하였다. 본 연구에서 제시한 혼합 정수 비선형 계획법의 효율성은 적용 예제를 통해서 검증하였다.

## 감 사

본 연구는 한국학술진흥재단의 국외박사후연수과정 지원 사업의 연구비 지원으로 이루어졌으며 연구비를 지원해 주신 한국학술진흥재단에 감사드립니다.

## 사용기호

- $B_{ik}$  : batch size of product  $i$  at plant  $k$   
 $C_{wt}$  : capacity limit of warehouse  $w$  at time period  $t$   
 $D_{iwt}$  : demand of product  $i$  at warehouse  $w$  with scenario  $s$  at time period  $t$   
 $H_{kt}$  : time horizon at plant  $k$  at time period  $t$   
 $ICP_{ikt}$  : inventory carrying cost of product  $i$  at plant  $k$  at time period  $t$   
 $N_{ikt}$  : number of batches of product  $i$  at plant  $k$  with scenario  $s$  at time period  $t$   
 $NOPU_{jk}$  : number of parallel units in stage  $j$  at plant  $k$

- $PC_{it}$  : penalty cost of product  $i$  in case of unfilled order at time period  $t$   
 $PP_{st}$  : probability of scenario  $s$  at time period  $t$   
 $Q_{ikt}$  : production quantities of product  $i$  at plant  $k$  with scenario  $s$  at time period  $t$   
 $SC_{kwt}$  : shipping cost from plant  $k$  to warehouse  $w$  at time period  $t$   
 $S_{ijk}$  : size factor of product  $i$  in stage  $j$  at plant  $k$   
 $SP_{it}$  : selling price of product  $i$  at time period  $t$   
 $ST_{i(i+1)jk}$  : set up time between product  $i$  and product  $i+1$  in stage  $j$  at plant  $k$   
 $T_{ikt}$  : production time of product  $i$  at plant  $k$  with scenario  $s$  at time period  $t$   
 $TL_{ik}$  : limiting cycle time of product  $i$  at plant  $k$   
 $pt_{ijk}$  : processing time of product  $i$  in stage  $j$  at plant  $k$   
 $X_{ikwt}$  : shipments of product  $i$  from plant  $k$  to warehouse  $w$  with scenario  $s$  at period  $t$   
 $V_{jk}$  : volume capacity in stage  $j$  at plant  $k$   
 $Y_{jpk}$  : 1 if there are  $p$  parallel units in stage  $j$  at plant  $k$  or 0 otherwise

## 참고문헌

1. Birewar, D.B. and Grossmann, I.E.: *Computers and Chemical Engineering*, **13**, 141(1993).
2. Byun, S.H., Lee, H.P., Kim, K.S. and Yoo, K.O.: *HWAHAK KONGHAK*, **35**, 877(1997).
3. Ierapetritou, M.G. and Pistikopoulos, E.N.: *Ind. Eng. Chem. Res.*, **35**, 772(1996).
4. Lee, H., Lee, I. and Chang, K.S.: *HWAHAK KONGHAK*, **30**, 237(1992).
5. Lee, H., Jung, J.H., Moon, I. and Lee, I.: *HWAHAK KONGHAK*, **33**, 89(1995).
6. Moon, S., Bok, J. and Park, S.: *HWAHAK KONGHAK*, **35**, 599(1997).
7. Reklaitis, G.V.: *FOCAPO Proceedings*; Elsevier, New York, 241(1990).
8. Rippin, D.W.T.: *Computers and Chemical Engineering*, **17**, S1(1993).
9. Shah, N. and Pantelides, C.C.: *Ind. Eng. Chem. Res.*, **31**, 1325(1992).
10. Straub, D.A. and Grossmann, I.E.: *Computers and Chemical Engineering*, **16**, 69(1992).
11. Subrahmanyam, S., Pekny, J.F. and Reklaitis, G.V.: *Ind. Eng. Chem. Res.*, **33**, 2688(1994).
12. Wellons, H.S. and Reklaitis, G.V.: *Computers and Chemical Engineering*, **13**, 115(1989).