HWAHAK KONGHAK Vol. 36, No. 4, August, 1998, pp. 607-617
(Journal of the Korean Institute of Chemical Engineers)

균일 기체 유동 속의 물방울의 증발에 복사열전달이 미치는 영향

최문규† · 김형석

홍익대학교 화학공학과
(1998년 3월 26일 접수, 1998년 5월 14일 채택)

The Effects of the Radiative Heat Transfer on the Water Droplet Evaporation in Uniform Gaseous Flow

Moon Kyu Choi† and Hyung Suk Kim

Department of Chemical Engineering, Hong-Ik University, Seoul 121-791, Korea
(Received 26 March 1998; accepted 14 May 1998)

요 약

본 연구에서는 수치모사를 통하여 고온 균일 기체 흐름 속의 물방울에 대하여 증발현상을 고찰하였다. 기존의 연구에서는 액적의 증발에 복사가 미치는 영향을 고려하지 않거나 액적의 증발없이 복사 열전달에 의한 내부 열발생량만을 계산하였다. 고온 환경 속의 액적이 받는 복사열은 주로 적외선이므로 액적의 크기와 유사한 파장을 갖는다. 따라서 적외선은 액적 내부로 침투하여 액적 내부에서 열을 발생시킨다. 본 연구에서는 Mie의 해를 써서 열발생량을 구하여 액적 내부 및 외부의 유체 유동과 물질전달, 열전달을 포괄하여 동시에 풀었다. 수치모사가 올바르게 수행되었는지 검증하기 위하여 정상상태에서의 항력계수와 Nusselt 수, Sherwood 수를 수치적으로 구하여 실험으로부터 얻은 상관식과 매우 잘 일치함을 보여 주었다. 액적의 증발에 복사가 미치는 효과를 고찰하기 위하여 초기온도가 300 K인 물방울과 1,300 K, 1,900 K인 공기를 사용하여 Nusselt 수와 Sherwood 수를 계산하였다. 주위 기상의 온도가 상승할수록 복사로 인해 발생하는 열량이 증가하였다. 그러나 물방울의 경우에 굴절률의 허수부가 매우 작기 때문에 복사가 물방울의 내부유동이나 기-액 전달현상, 증발 등에 미치는 영향은 거의 없었다.

Abstract—The phenomenon of water droplet evaporation in hot gaseous flow is investigated numerically in the present study. In the past researches the effects of radiation on the droplet evaporation have not been taken into consideration or only the internal heat generation due to radiation was calculated without considering the droplet evaporation. Since the infrared light, which the droplet in hot environments is subject to, has a wavelength range comparable to the droplet size, the light transverses to heat generated in the droplet. By employing the Mie solution to obtain heat generation inside the droplet, the fluid flow, the heat transfer and the mass transfer inside and outside the droplet are calculated simultaneously. To prove that the numerical algorithm has been correctly applied, the drag coefficient, the Nusselt number and the Sherwood number calculated numerically at steady state are shown to agree well with experimental correlations. To find out the effects of radiation on the droplet evaporation, the water drop at the initial temperature of 300 K and the air of 1,300 K or 1,900 K are employed for case study, and Nu_f and Sh_f are calculated. The higher the gas phase temperature is, the more heat generation occurred inside the droplet. The radiation, however, made no influence on the flow pattern inside the droplet, the transport phenomena, the evaporation, etc., since the imaginary part of the refractive index for water is very small, resulting in negligible heat generation.

Key words: Radiative Heat Transfer, Water Droplet Evaporation

1. 서 론

고온, 고압 하의 연소실이나 가열로 속으로 노즐을 통해 여러 형태의 크기와 속도를 가지고 분사된 원료 액적은 기상의 흐름을 따라 가속되고 동시에 전도, 대류 및 복사에 의해 가열되면서 증발한다. 이러한 액적의 증발현상은 산업공정에서 빈번히 이용되는 현상으로 고온, 고압의 연소실내로 분사된 연료 액적이나 석탄 슬러리입자가 가열되어 증발하면서 점화되는 경우와 고체 슬러리나 액체 용액을 미세한 액적 형태로 뜨거운 기체 흐름 속으로 분무하여 건조시킴으로써 미립자를 생성하는 공정도 같은 범주에 포함된다. 이와 같은 액

†E-mail : moonkyu@wow.hongik.ac.kr

적의 증발현상을 고찰하는 것이 공정을 구성하는 장치의 성능이나 규모, 안정성 그리고 배출되는 생성물과 오염 물질의 양이나 조성 등을 예측하는데 토대가 된다. 그러나 이 공정들은 열전달, 물질전달 및 기체역학이 모두 함께 어울려 있기 때문에 해석이 매우 복잡하며 전산모사를 하기 위하여 많은 메모리와 CPU 시간을 필요로 한다.

1950년대부터 시작된 액적의 증발에 대한 초기 연구는 기상과 액상 사이에 상대적인 유동이 존재하지 않는 정체 환경하의 액적 증발에 대한 것으로서 액적 직경의 제곱이 시간에 따라 선형적으로 감소한다는 D^2 법칙으로 알려져 있다. 이후 1970년대에 들어서 전산모사를 이용하여 단일 액적 주위의 유동과 열전달, 물질전달을 예측하려고 노력해왔다. Law[1]는 정체 환경하의 액적의 증발에 대하여 열전도율이 유한하기 때문에 액적의 내부온도가 불균일하다는 확산한계 모델을 이용하여 내부 온도장의 발달이 외부에 비해 늦고 균일하지 않음을 이론적으로 보였다. Patnaik[2]은 고온, 고압하의 균일 기체 유동 속으로 분사된 단일 액적의 증발을 수치모사하기 위해서 액적에 고정된 축대칭 원통좌표계에서 기상의 밀도 외의 다른 물리적 매개변수들을 상수라고 가정하여 모사하였다. 위와 같은 초기단계의 액적의 증발에 대한 연구는 물리적 매개 변수들을 상수로 취급하여 식을 전개하고 계산을 수행하였다. 반면에 Chiang 등[3]은 고온의 가스흐름으로 순간적으로 분사된 차가운 연료액적의 유동에 대하여 이동현상에 이용되는 매개변수들을 기상의 온도에 영향을 받는 변수로 하여 초기 액적의 온도와 기상의 온도, Re 수를 변화시키면서 액적내, 외부의 유동장과 온도장 및 농도장에 대하여 연구하였다. 그런데 현재까지의 이러한 연구들은 복사열전달이 기상과 액상의 유동장, 온도장 및 농도장에 미치는 영향을 고려하지 않았다.

복사의 영향을 고찰하기 위하여 Sitarski[4]는 고온 연소로에 놓인 슬러리 미분탄내에서 복사열전달에 의하여 발생되는 내부 열발생량을 계산하고 복사열전달이 액적 붕괴에 미치는 영향을 여러 가지의 입자 반경과 주위 온도에 대하여 고찰하였다. Mie이론으로부터 확장된 소위 "매체이론"을 적용하여 내부 열발생량을 구한 후, 열전도 방정식을 적용하여 슬러리 입자 내부의 온도 분포를 구하였다. 그러나 Sitarski는 기-액 경계면에서의 전달현상을 고려하지 않고 슬러리 입자 내부의 발생열량만을 계산하였기 때문에 복사열전달이 내부유동이나 전달현상에 미치는 영향은 알 수 없었다.

본 연구에서는 위에서 설명한 Patnaik의 연구와 Sitarski 연구의 약점인 복사 효과가 포함되지 않았다는 것과 계면 전달현상을 고려하지 않았다는 것을 상호 보완하기 위해 두 방법을 통합하여 액적 내부 및 외부의 유동장, 온도장 및 농도장을 구하였다. 어느 물질의 액적이던지 사용될 수 있지만 각 파장에 대한 굴절률이 잘 알려진 물방울을 선택하였다. 복사열은 일종의 전자기파이므로 Mie의 해를 사용하여 액적 내부에서의 열발생량을 계산할 수 있다. 따라서 고온의 균일 기상흐름 속에 있는 액적의 열발생량을 계산하기 위하여 액적이 등방의 흑체복사열을 받는다고 가정하여 Mie의 해를 통해 열발생률을 구한 후 이 값을 모든 파장과 방향에 대하여 적분하여 열발생량을 구하였다. 계산된 열발생량을 액상의 에너지 방정식에 포함시켜서 기상과 액상의 온도분포와 그에 미치는 영향을 구할 수 있었다. 기상의 밀도 외에 다른 모든 매개변수들은 상수라고 가정하고 기상과 액상의 지배방정식을 동시에 풀었다. 수치 알고리즘이 정확히 적용됨을 확인하기 위하여 물방울에 대하여 복사열전달이 없는 유사정상상태의 경우에 항력계수와 Nusselt 수, Sherwood 수를 여러 Reynolds 수에 대하여 수치적으로 구하여 Ranz와 Marshall[5]이 제안한 상관식과 비교함으로써 오차가 작음을 확인하였다. 그 다음 물방울에 대하여 복사열전달을 포함시키는 경우와 포함시키지 않은 경우를 계산하여 복사 효과가 액적 증발에 미치는 영향에 대하여 연구하였다.

2. 이 론

2-1. 지배 방정식

기상과 액상에 대하여 각각 지배 방정식, 초기조건 및 경계조건을 만들기 위하여 다음과 같은 가정이 필요하다.

(1) 기상의 밀도 외에 모든 물리적 매개변수들은 일정하다.
(2) 기상과 액상 경계에서는 상평형이 이루어진다.
(3) 기상은 이상기체이다.
(4) 액적은 구형을 유지한 채 증발한다.
(5) 액적 반경의 감소 속도가 기상의 변수들의 변화속도에 비하여 매우 작기 때문에 수치 모사의 시간 간격인 Δt 동안에는 액적의 크기가 고정되어 있다.

기상방정식에서 사용되는 변수들 중 밀도는 온도에 반비례하고 압력에 비례하지만 밀도를 제외한 점도, 열전도도, 확산계수는 온도의 제곱근에 비례한다. 따라서 밀도를 제외한 나머지 매개변수들을 상수라고 가정하여도 큰 영향이 없다. 액적의 형태를 결정하는 Weber 수(We)는 관성력과 표면장력의 비이다. 액적은 증발로 인하여 크기가 감소하고, 항력의 영향으로 액적의 상대 속도가 감소하므로 We 값은 시간의 경과에 따라 작아지게 된다. 따라서 초기 We 값이 충분히 작으면(We<1) 액적은 변형없이 구형을 유지하면서 증발한다고 가정할 수 있다. Fig. 1은 액적이 균일 기체의 유동 속으로 노즐을 통하여 분사되어 증발해 가는 과정을 나타낸 그림으로서 액적은 무한 위치에서의 온도가 T'_∞이고 속도가 U'_∞인 균일 기체 흐름 속으로 속도 $\mathbf{u}'$을 가지고 분사된다. 여기서 분사된 액적들은 여러 형태의 크기분포와 속도분포를 가지고 있기 때문에 모든 액적에 대하여 복잡한 계산을 한다는 것은 거의 불가능한 일이다. 따라서 문제를 단순화시키기 위하여 액적의 농도가 희박한 경우에 액적들 간에 상호작용이 없다고 가정함으로써 단일 액적의 증발 현상을 고찰하였다.

지배 방정식은 중력효과를 무시한 기체 및 액체에 대한 질량, 운동량, 에너지 및 농도 보존방정식들이다. Fig. 2는 액적에 고정되어 함께 움직이는 축대칭 원통좌표계로서 이를 이용하여 기상과 액상

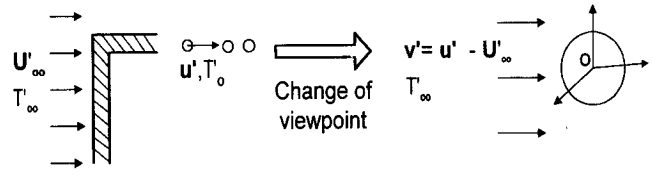


Fig. 1. Schematic diagram of droplet evaporation.

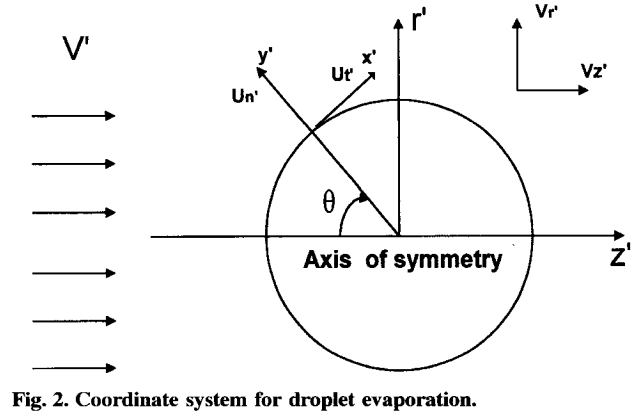


Fig. 2. Coordinate system for droplet evaporation.

의 지배 방정식을 유차원 형태로써 나타낼 수 있다. 그러므로 기체의 상대 속도는 $\mathbf{v}' = \mathbf{u}' - \mathbf{U}'_\infty$이다. 기상에서는 밀도, r과 z방향의 속도, 온도, 농도 및 압력을 구하기 위해 다음과 같은 6개의 방정식을 풀어야 한다. 식 (2)는 벡터식이므로 두 개이다. 여기서 상첨자 ′은 차원이 있음을 나타낸다.

$$\frac{\partial \rho'}{\partial t} + \nabla' \cdot (\rho' \mathbf{v}') = 0 \tag{1}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho' \mathbf{v}') + \mathbf{v}' \cdot (\rho' \mathbf{v}' \mathbf{v}') = -\nabla' p' - \mu_g' \nabla' \times (\nabla' \times \mathbf{v}') + \frac{2}{3}\mu_g' \nabla' (\nabla' \cdot \mathbf{v}') \tag{2}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho' C_p' T') + \nabla' \cdot (\rho' C_p' \mathbf{v}' T') = \kappa' \nabla'^2 T' \tag{3}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho' Y_f) + \nabla' \cdot (\rho' \mathbf{v}' Y_f) = \rho' \nabla'^2 Y_f \tag{4}$$

$$p' = \frac{\rho' R' T'}{M} \tag{5}$$

액상의 밀도는 일정하기 때문에 연속방정식에서 dρ/dt항이 0이 된다. 액상내의 유동을 간단하게 표현하기 위하여 연속방정식을 자동으로 만족시키는 유선 함수가 도입되며, 기상의 운동량 방정식과 대응하는 와도 방정식을 풀어 액상의 유동속도를 구하게 된다. 따라서 액상의 방정식은 와도, 유선함수 그리고 에너지 방정식으로 구성된다. 액상에서는 복사로 인하여 액적 내부에서 열이 발생하므로 에너지 방정식에 $Q'(\tilde{r}')$이 추가된다. 여기서 $\tilde{r}'$는 액적 중심으로부터 측정된 구좌표 반경이다. 따라서 액상 방정식들은 다음과 같이 된다.

$$\frac{\partial \omega'}{\partial t} + \mathbf{v}' \cdot \nabla' \omega' - \omega' \cdot \nabla' \mathbf{v}' = \nu' \nabla'^2 \omega' \tag{6}$$

$$\rho' C_p' \frac{\partial T'}{\partial t} + \rho' C_p' \nabla' \cdot (\mathbf{v}' T') = \kappa' \nabla'^2 T' + Q'(\tilde{r}') \tag{7}$$

$$\nabla'^2 \psi' = \omega' \tag{8}$$

액상내의 속도는 유선함수로부터 다음과 같이 계산할 수 있다.

$$V_r' = \frac{1}{r'} \frac{\partial \psi'}{\partial z'}, \quad V_z' = -\frac{1}{r'} \frac{\partial \psi'}{\partial r'} \tag{9}$$

지배방정식 (1)-(9)들은 유차원이고 복잡하기 때문에 차분화하여 수치계산에 이용하기가 상당히 어렵다. 따라서 수치모사의 단순화를 위하여 무차원화와 좌표변환을 수행하였다. 기상방정식은 무한위치에서의 값들을 이용하여 무차원화하고, 액상방정식은 초기 액상의 값들을 이용하여 무차원화하였다. 본 연구에서 경계조건들 중의 하나는 수학적으로 무한 위치에 있지만 수치모사를 위해 한정된 계산 영역을 사용해야 한다. 따라서 계산영역이 매우 커야 하므로 만일 균일한 격자를 사용하면 계산에 필요한 메모리가 너무 커진다. 따라서 공간적으로 변화가 급격히 일어나는 기-액 경계면 근처에서는 격자를 조밀하게 하고, 액적으로부터 멀어질수록 격자를 성기게 함으로써 효율적인 계산이 가능하다. 이를 위하여 r과 z의 원통좌표계를 ξ와 η의 일반좌표계로 변환하여 사용하였다. 이 과정에서 지배방정식들 (1)-(9)는 적절하게 변환되어야 하고 결과식을 간편히 표현하기 위하여 도입한 연산자 D와 △는 각각 대류 연산자(convection operator)와 확산 연산자(diffusion operator)로서 자세한 내용은 부록에 나타내었다. 지배방정식 (1)-(9)들을 무차원화하고 좌표변환을 한 후의 최종결과식들을 아래에 나타내었다.

-r방향 운동량 보존식-

$$D(\rho_g v_r ; Re) = Re\left((p)_r - \frac{p}{J}\right) + \triangle(v_r ; \mu_g) - \frac{4}{3}\left(\frac{\mu_g v_r}{rJ}\right) + \frac{1}{3}\left(\mu_g \frac{\partial v_r}{\partial r}\right)_r + \frac{1}{3}\left(\mu_g \frac{\partial v_z}{\partial r}\right)_z \tag{10}$$

-z방향 운동량 보존식-

$$D(\rho_g v_z ; Re) = Re(p)_z + \triangle(v_z ; \mu_g) + \frac{1}{3}\left(\mu_g \frac{\partial v_r}{\partial r}\right)_r + \frac{1}{3}\left(\mu_g \frac{\partial v_z}{\partial r}\right)_z \tag{11}$$

-에너지 방정식-

기상 : $D(\rho_g T ; Pe_g) = \triangle(T ; \kappa)$ (12)

액상 : $D(\rho_l T ; Pe_o) = \triangle(T ; \kappa) + Q(\tilde{r})$ (13)

-농도 방정식-

$$D(\rho_g Y_f ; Pe_m) = \triangle(Y_f ; \rho_g D_g) \tag{14}$$

-와도 방정식-

$$D(\rho_l \omega ; Re) = \triangle(\mu_l \omega ; 1) + Re\frac{\rho_l \omega}{rJ}\frac{\partial \psi}{\partial z} - \frac{\mu_l \omega}{rJ} \tag{15}$$

-압력 방정식-

$$Re^2 \triangle(\delta p ; 1) - \frac{r}{J\Delta\tau}\frac{M}{RT}\delta p = D(\rho ; Re) \tag{16}$$

여기서 J는 좌표변환에서 나타나는 Jacobian으로서

$$J = \frac{\partial \xi}{\partial z}\frac{\partial \eta}{\partial r} - \frac{\partial \xi}{\partial r}\frac{\partial \eta}{\partial z} \tag{17}$$

이다. 원통 좌표계(r, z)와 일반좌표계(ξ, η) 사이에는 연쇄율(chain rule)에 의해 다음이 성립한다.

$$\frac{\partial \xi}{\partial r} = -J\frac{\partial z}{\partial \eta}, \quad \frac{\partial \eta}{\partial r} = J\frac{\partial z}{\partial \xi}, \quad \frac{\partial \xi}{\partial z} = J\frac{\partial r}{\partial \eta}, \quad \frac{\partial \eta}{\partial z} = -J\frac{\partial r}{\partial \xi} \tag{18}$$

2-2. 초기 조건과 경계 조건

2-2-1. 초기 조건(τ=0)

기상의 유동이 액적에 영향을 미치지 않는 무한위치에서의 값을 초기 조건으로 사용하고, 액상에서는 내부 유동이 전혀 발달하지 않았기 때문에 식 (20)과 같은 조건을 사용한다. 마찬가지로 초기 액적의 표면에서도 기상의 흐름이 발달하지 않은 단계이므로 액적의 초기 온도와 밀도를 제외한 나머지 값들은 0이 된다.

-초기 기상 조건-

$$v_r = Y_f = p = 0, \quad v_z = T_\infty = \rho_g = 1 \tag{19}$$

-초기 액상 조건-

$$T = T_o, \quad \omega = \psi = 0 \tag{20}$$

-초기 액적 표면 조건(r=1)-

$$v_r = v_z = Y_f = p = 0, \quad T = T_0, \quad \rho_g = 1/T_0 \tag{21}$$

2-2-2. 표면 경계 조건

액적의 표면은 기상과 액상의 사이에 위치하고 있으므로 두 상 사이에서 운동량전달과 물질전달, 에너지전달이 일어난다. 액적 표면에서 기상과 액상의 접선방향속도 및 전단응력이 같으므로 다음과

같이 경계조건을 얻을 수 있다.

$$v'_{g,\theta} = v'_{l,\theta} \tag{22}$$

$$\mu'_g \left(\frac{\partial v'_{g,\theta}}{\partial n'} - \frac{\partial v'_{g,\theta}}{a'} + \frac{1}{a'} \frac{\partial v'_{g,\theta}}{\partial \theta'} \right)_s = \mu'_l \left(\frac{\partial v'_{l,\theta}}{\partial n'} - \frac{\partial v'_{l,\theta}}{a'} + \frac{1}{a'} \frac{\partial v'_{l,\theta}}{\partial \theta'} \right)_s \tag{23}$$

또한, 액적 표면에서는 기상과 액상이 접해 있으며 증발이 일어나므로 이를 이용하여 경계조건을 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$T'_{g,s} = T'_{l,s} \tag{24}$$

$$\kappa'_g \left. \frac{\partial T'_g}{\partial n'} \right|_s = \kappa'_l \left. \frac{\partial T'_l}{\partial n'} \right|_s + \rho'_g v'_{g,n} L' \tag{25}$$

여기서 L'은 액체의 증발잠열을 나타낸다.

표면에서는 기상과 액상 물질이 상평형을 이룬다고 가정하고 또한, 압력이 임계압력보다 상당히 낮으므로 Antoine 식을 적용하여 액상물질의 표면분압을 구한다

$$p'_{fs} = \exp\left(A - \frac{B}{(C + T_s)} \right) \tag{26}$$

여기서 하첨자 f는 액상물질, s는 액적 표면을 나타낸다. 무차원 압력으로부터 전체 압력을 구하는 식은 다음과 같다.

$$p' = \rho_\infty U'^2_\infty p + p'_\infty \tag{27}$$

기상에서 액적 물질의 몰분율은 전체 압력에 대한 분압의 비율이므로

$$X_{fs} = \frac{p'_{fs}}{p'} \tag{28}$$

이 된다. 따라서 위의 몰분율을 질량 분율로 환산하면

$$Y_{fs} = \frac{X_{fs} M_f}{X_{fs} M_f + (1 - X_{fs}) M_0} \tag{29}$$

이다. 위에서 제시된 경계 조건들을 무차원화한 후에 Fig. 3과 같은 제어부피에 적용하여 사용한다.

2-2-3. 유입 및 유출 조건과 대칭축 조건

유입조건은 기상의 유동이 액적에 의하여 전혀 영향을 받지 않는 무한위치에서의 경계조건이므로 온도, 속도, 압력, 농도 등이 고정된 값으로 주어진다. 유출조건은 +z방향으로 온도나 농도, 속도 등이 더 이상 변화가 없어야 하므로 substantial derivative가 0이 된다.

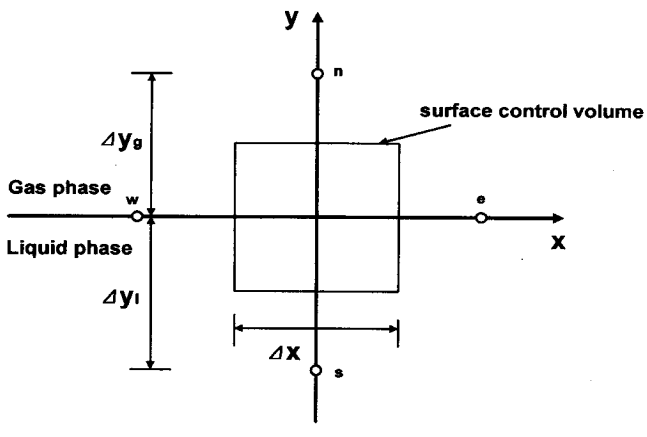


Fig. 3. Schematic diagram of surface control volume.

-유입흐름 $\left(r = r_\infty,\ 0 \le \theta < \frac{\pi}{2} \right)$-

$$v_r = Y_f = p = 0,\ T = \rho_g = v_z = 1 \tag{30}$$

-유출흐름 $\left(r = r_\infty,\ \frac{\pi}{2} \le \theta \le \pi \right)$-

$$\frac{D}{Dt}(v_r) = \frac{D}{Dt}(v_z) = \frac{D}{Dt}(T) = \frac{D}{Dt}(p) = \frac{D}{Dt}(Y_f) = 0 \tag{31}$$

모든 변수들은 축방향으로 대칭이므로 다음과 같이 나타낼 수가 있다.

$$v_r = \frac{\partial v_z}{\partial \theta} = \frac{\partial T}{\partial \theta} = \frac{\partial p}{\partial \theta} = \frac{\partial Y_f}{\partial \theta} = 0,\ \frac{\partial T}{\partial \theta} = \psi = \omega = 0 \tag{32}$$

2-3. 복사 열전달에 의한 액적 내부 열발생량 계산[4]

단일 액적이 연소로내에서 받는 복사파는 주변 온도(T_{bl})에 있는 흑체로부터의 등방 복사라고 가정하며 그에 따른 액적 내부의 열발생량이 액상에서의 에너지 방정식에 사용된다. 먼저 Mie의 해를 써서 어느 한 파장의 복사파로 인해 미립자내에 형성되는 전기장 크기를 계산한 후 열발생률을 계산한다.

$$Q(r;\ \lambda) = I_0 \frac{4\pi \mathrm{Re}(n)\,\mathrm{Im}(n)}{\lambda} \frac{|E(r;\ \lambda)|}{|E_0|^2} \tag{33}$$

여기서 n은 미립자의 굴절률이고 λ는 복사파의 파장이며 **E**는 전기장 벡터이다. 이 식의 $B = |E|^2/|E_0|^2$가 Mie의 해로서 얻어진다.

다음 아래 식과 같이 각 파장에 대한 열발생률을 모든 파장에 대하여 적분함으로서 어느 특정 방향에서 오는 복사파에 의한 열발생량을 얻을 수 있다.

$$Q(r;\ T_{bl}) = \int_0^\infty d\lambda P(T_{bl},\ \lambda) Q(r;\ \lambda) \tag{34}$$

위에서 확률 밀도 P는 Planck의 법칙에 따라 복사파의 파장과 미립자 주위의 흑체온도(T_{bl})의 함수로서 다음 식으로 표현된다.

$$P(T_{bl},\ \lambda) = 15 \frac{\left(\frac{C_2}{\pi \lambda T_{bl}} \right)^4}{\lambda \exp\left(\frac{C_2}{\lambda T_{bl}} - 1 \right)} \tag{35}$$

여기서 C_2의 값은 $C_2 = 1.4388 \times 10^{-2}\ m \cdot K$이다.

마지막으로 복사파는 모든 방향으로부터 미립자에게 입사하므로 식 (34)에 의한 열발생량을 모든 방향에 대하여 또 다시 적분해야 한다. 따라서 비편광 빛에 대하여 국소 열발생량이 다음과 같이 얻어진다.

$$Q(\tilde{r},\ \theta) = \int dI \frac{4\pi \mathrm{Re}(n)\,\mathrm{Im}(n)}{\lambda} B(\tilde{r},\ \theta;\ \lambda,\ \theta_i) \tag{36}$$

여기서 $dI = P(T_{bl},\ \lambda) d\lambda (\sigma T_{bl}^4/\pi) d\Omega_i$는 Ω_i와 $\Omega + d\Omega_i$사이의 고체각(solid angle)에서 입사하는 복사파의 강도이다(Fig. 4 참조). 또한 $B(\tilde{r},\ \theta;\ \lambda,\ \theta_i)$는 입사방향이 θ_i인 단일파장광에 의한 미립자 내부의 한 위치($\tilde{r}$, θ)에서의 B의 값이다. 여기서 $P(T_{bl},\ \lambda)$는 흑체복사가 파장 λ에서 갖는 확률밀도이다. 그런데 액적은 모든 방향으로부터 균일한 복사열을 받으므로 $\int_0^\pi B(\tilde{r},\ \theta;\ \lambda,\ \theta_i) \sin\theta_i d\theta_i$는 θ에 관계없이 일정해야 한다. 따라서 θ=π라고 하자. 또한 Fig. 4에서 $B(\tilde{r},\ \theta;\ \lambda,\ \theta_i) = B(\tilde{r},\ \pi - |\theta_i$

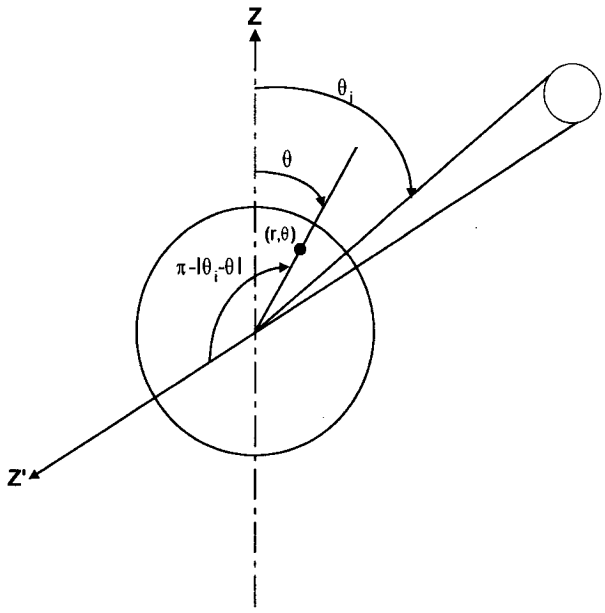


Fig. 4. Coordinate system for radiative heat transfer calculation.

$-\theta|$; λ, π)임을 알 수 있고 $\theta=\pi$를 대입하면,

$$\int_0^{\pi} B(\tilde{r}, \theta; \lambda, \theta_i)\sin\theta_i d\theta_i = \int_0^{\pi} B(\tilde{r}, \theta_i; \lambda, \pi)\sin\theta_i d\theta_i \quad (37)$$

이다. 따라서 액적 중심으로부터의 거리 $\tilde{r}$에서의 열발생량은 다음과 같이 정리된다.

$$Q(\tilde{r}) = \int_0^{\infty} d\lambda P(T_{bl}, \lambda)(\sigma T_{bl}^4)(2)\int_0^{\pi}\frac{4\pi \mathrm{Re}(n)\,\mathrm{Im}(n)}{\lambda} B(\tilde{r}, \theta_i; \lambda, \pi)\sin\theta_i d\theta_i \quad (38)$$

3. 수치해석방법

앞에서 설명한 지배방정식들은 매우 복잡하고 많은 수의 식을 동시에 풀어야 하므로 식의 형태에 맞는 수치해석방법을 적용하여 푸는 것이 효과적이다. 본 수치해를 풀기 사용한 방법들을 구체적으로 설명하면 아래와 같고 Fig. 5는 수치해석에 사용되는 제어부피이다.

3-1. SO(U)R(Successive over or under relaxation)법[8]

타원형 방정식을 푸는데 상당히 유용한 방법인 SO(U)R법을 유선함수나 압력방정식을 푸는데 사용하였다. 완화계수(β)는 압력 방정식에서 압력이 발산하는 것을 막기 위하여 1이하의 값이 사용되고,

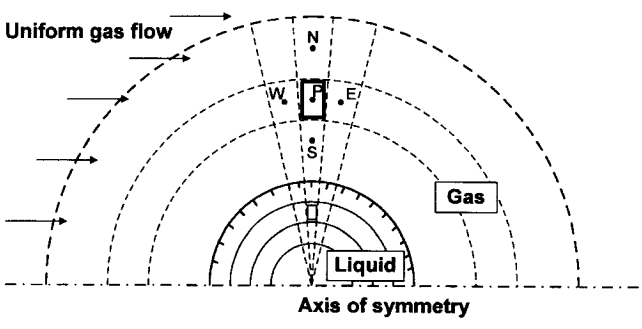


Fig. 5. Schematic diagram of domain for numerical solution.

유선함수의 경우에는 수렴을 빠르게 하기 위하여 1이상의 값을 사용하였다. Poisson 방정식을 예로 들어 설명하면 다음과 같다.

$$\frac{\partial^2\Phi}{\partial\eta^2} + \frac{\partial^2\Phi}{\partial\xi^2} = H(\xi, \eta) \quad (39)$$

이 식에 유한 체적법을 적용하여 차분의 형태로 나타내면

$$\Phi^* = (\Phi_n + \Phi_s + \Phi_w + \Phi_e - H)/4 \quad (40)$$

이고 여기에 완화계수를 추가하게 되면

$$\Phi^{n+1} = \beta\Phi^*/4 + (1-\beta)\Phi^n \quad (41)$$

이다. 여기서 Φ^n은 n번째 반복 계산값이며, Φ^{n+1}은 각 격자에서 구해지는 (n+1)째의 새로운 값이다.

3-2. ADPC(Alternate Direction Predictor Corrector)법[2]

기상에서의 운동량 및 에너지 방정식과 액상의 에너지 및 와도 방정식은 포물선형(parabolic type)이므로 ADPC(alternate direction predictor corrector)법을 사용하고 3중대각행렬을 이용해서 해를 직접적으로 구하였다. 이 방법은 기존의 ADI법을 수정한 것으로서 ADI법은 시간간격($\Delta\tau$)을 둘로 나누어 각 $\Delta\tau/2$시간 동안 ξ와 η방향에 대하여 계산하는 반면에 ADPC법은 시간간격이 $\Delta\tau$이지만 예측과 수정의 두 단계로 구성된다. 아래와 같은 식을 예로 들어 이 방법을 설명하겠다.

$$\frac{\partial\Phi}{\partial\tau} + u\frac{\partial\Phi}{\partial\xi} = \frac{\partial^2\Phi}{\partial\eta^2} + \frac{\partial^2\Phi}{\partial\xi^2} + \frac{\partial^2\Phi}{\partial\xi\partial\eta} \quad (42)$$

먼저 $\Phi^{\tau+\Delta\tau}$의 예측 값인 Φ^*를 구하기 위하여 ξ방향의 미분만을 포함하는 항들에 있는 Φ값들을 음해법으로 구한다.

$$\left(\frac{\Phi^* - \Phi^{\tau}}{\Delta\tau}\right) + u^{\tau}\frac{\partial\Phi^*}{\partial\xi} = \frac{\partial^2\Phi^{\tau}}{\partial\eta^2} + \frac{\partial^2\Phi^*}{\partial\xi^2} + \frac{\partial^2\Phi^{\tau}}{\partial\xi\partial\eta} \quad (43a)$$

이와 같이 차분된 식을 3중대각행렬의 형태로 만들면 예측단계의 운동량 방정식, 에너지 방정식, 농도 방정식의 값을 구할 수가 있다. 그 다음 ξ방향의 미분이 포함된 항들에서 예측값을 사용함으로써, 수정된 해를 η방향의 미분만을 포함하는 항들에 대하여 음해법으로 해를 구하게 되면 최종적으로 $\Phi^{\tau+\Delta\tau}$를 구할 수가 있다.

$$\left(\frac{\Phi^{\tau+\Delta\tau} - \Phi^{\tau}}{\Delta\tau}\right) + u^{\tau}\frac{\partial\Phi^*}{\partial\xi} = \frac{\partial^2\Phi^{\tau+\Delta\tau}}{\partial\eta^2} + \frac{\partial^2\Phi^*}{\partial\xi^2} + \frac{\partial^2\Phi^*}{\partial\xi\partial\eta} \quad (43b)$$

3-3. 압력장의 계산

수치해석의 계산 순서는 SIMPLE 알고리즘을 이용하였다[9]. 먼저 운동량 방정식의 계산을 위해 무차원 압력 p를 예측하여 운동량 방정식에서 예측단계의 속도를 구한 후 압력방정식에서 새로운 p를 구하고 운동량 수정식을 통하여 올바른 v_r, v_z를 구하였다. 구체적으로 설명하면 다음과 같다.

-SIMPLE 알고리즘-

(1) 압력 p^*를 예측한다.

(2) p^*를 가지고 운동량 방정식을 풀어 v_r^*, v_z^*를 예측한다.

(3) v_r^*, v_z^*를 가지고 아래의 식 (44)를 이용하여 압력 수정값인 δp를 구하고 이전 단계와 현재 δp의 값의 차이가 5×10^{-5}보다 작으면 수렴이 이루어졌다고 하였다. 수렴이 되면 식 (45)로 새로운 압력 p를 구한다.

$$Re^2\triangle(\delta p;1)-\frac{r}{J\Delta\tau}\frac{M}{RT}\delta p=D(\rho;Re)^* \quad (44)$$

$$p^{\tau+\Delta\tau}=p^*+\delta p \quad (45)$$

(4) (3)에서 구한 δp를 가지고 운동량 보정식인 식 (46)과 (47)을 사용하여 수정값인 $v_r^{\tau+\Delta\tau}$, $v_z^{\tau+\Delta\tau}$를 구한다.

$$\frac{r\rho v_r^{\tau+\Delta\tau}}{J\Delta\tau}-\frac{r\rho v_r^*}{J\Delta\tau}=-Re\left[(\delta p)_r-\frac{\delta p}{J}\right] \quad (46)$$

$$\frac{r\rho v_z^{\tau+\Delta\tau}}{J\Delta\tau}-\frac{r\rho v_z^*}{J\Delta\tau}=-Re(\delta p)_z \quad (47)$$

(여기서 δp의 하첨자 r과 z는 미분을 뜻하며 전개 과정은 부록을 참조)

(5) (4)에서 구한 $v_r^{\tau+\Delta\tau}$, $v_z^{\tau+\Delta\tau}$로 온도장, 농도장 등을 구한다. 모든 값이 구해지면 연속방정식에서 구한 모든 격자점에서의 미소 압력(δp)의 합을 전체 격자수로 나눈 값이 5×10^{-5}보다 작다는 전체 수렴조건과 비교를 한다. 이 전체수렴조건을 만족시키지 않으면 (2)부터 (4)까지의 순서를 반복하고 만족되면 Δτ 만큼 시간을 증가시키고 (3)에서 구한 압력값 p를 다시 예측값 p*로 하여 (2)부터 다시 시작한다.

4. 결과 및 토론

본 연구에서 사용한 전산 프로그램의 검증을 위하여 초기온도가 700 K인 공기와 300 K인 물방울에 대하여 항력계수와 Nusselt 수, Sherwood 수를 구한 후 실험으로부터 만든 상관식과 비교하였다. 이렇게 전산프로그램을 확인한 후에 복사효과가 액적의 증발에 미치는 영향을 알아보기 위해서 공기의 온도가 1,300 K와 1,900 K인 경우에 물방울에 대하여 동일 프로그램을 사용하여 모사를 수행하였다. 전산모사를 위하여 사용된 물성치를 Table 1에 나타내었다.

4-1. 전산 프로그램의 검증

항력계수를 검증하기 위하여 아래의 상관식[3, 10]과 수치모사에 의해 구한 값을 Fig. 6에 비교하여 나타내었다.

$$C_D=\frac{24}{Re_g}(1+0.1935Re_g^{0.6305})\quad(20<Re_g<260) \quad (48)$$

실험에서 구한 상관식 (48)과 수치계산에 의한 결과가 잘 일치함을 Fig. 6에서 볼 수 있다.

경계면에서의 Nusselt 수(Nu_f)와 Sherwood 수(Sh_f)를 수치계산으로 구하기 위하여 각각 아래의 식을 사용하였다.

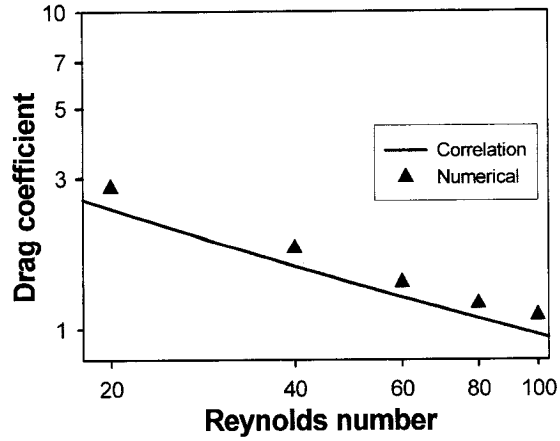


Fig. 6. Comparison of numerical calculations and experimental correlation for the drag coefficient with respect to Reynolds number.

$$Nu_f=\frac{\int_0^\pi \left.\frac{\partial T}{\partial r}\right|_s r d\theta}{1-\overline{T_s}} \quad (49)$$

$$Sh_f=\frac{\int_0^\pi \left.\frac{\partial Y_f}{\partial r}\right|_s r d\theta}{1-\overline{Y_{fs}}} \quad (50)$$

여기서 $\overline{T_s}$와 $\overline{Y_{fs}}$는 무한위치에서와 액적표면에서의 온도와 기상 농도의 산술평균이다. Fig. 7과 8은 액적이 정상상태에 도달한 경우의 Sh_f와 Nu_f를 Ranz와 Marshall의 상관식[5]과 비교한 것이다. 그들의 상관식은 액상의 온도가 300 K이고 기상과의 온도차가 500 K이내이며, 물질전달수인 B_{Mf}가 상당히 작은 경우에 적용한다. 여기서 물질전달수 B_{Mf}와 열전달수 B_{Hf}는 아래와 같다.

$$B_{Hf}=(T_\infty-\overline{T_s})C_p/L \quad (49)$$

$$B_{Mf}=(\overline{Y_{f,s}}-Y_{f,\infty})/(1-\overline{Y_{f,s}}) \quad (50)$$

물방울의 경우 B_{Mf}가 0.04정도이고 B_{Hf}가 1.7정도가 되므로 Ranz와 Marshall의 상관식을 적용하여 검증하였다.

$$Nu_f=2+0.6Re_g^{1/2}Pr_f^{1/3}\quad(2<Re_g<200) \quad (51)$$

$$Sh_f=2+0.6Re_g^{1/2}Sc_f^{1/3}\quad(2<Re_g<200) \quad (52)$$

위의 상관식들과 수치계산에 의한 결과가 잘 일치함을 볼 수 있다. 본 연구에서 결과를 제시하지는 않지만 n-heptane과 같이 휘발성이

Table 1. Input parameters for the case studies of water

Parameter	Value		
Free stream temperature (K)	1900	1300	700
Viscosity (N · sec/m^2), gas phase	62.9×10^{-6}	49.4×10^{-6}	33.1×10^{-6}
Heat capacity (J/kg · K), gas phase	1303.3	1194.0	1074.5
Heat conductivity (J/m · sec · K), gas phase	0.1172	0.08368	0.0505
Prandtl number, gas phase		0.7	
Schmidt number, gas phase		0.56	
Viscosity (N · sec/m^2), liquid phase (300 K)		85.13×10^{-5}	
Prandtl number, liquid phase		10.37	
Molecular weight (kg/kmol)		18.0	
Latent heat (kJ/kg)		2258.3	
Combustor pressure (Pa)		10.1325×10^5	

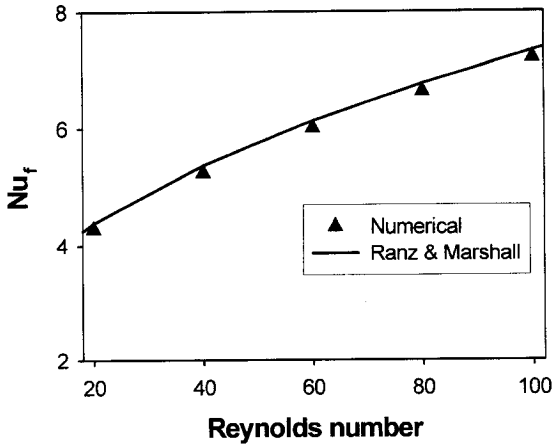


Fig. 7. Comparison of numerical calculations and Ranz and Marshall correlation for the Nusselt number with respect to the Reynolds number.

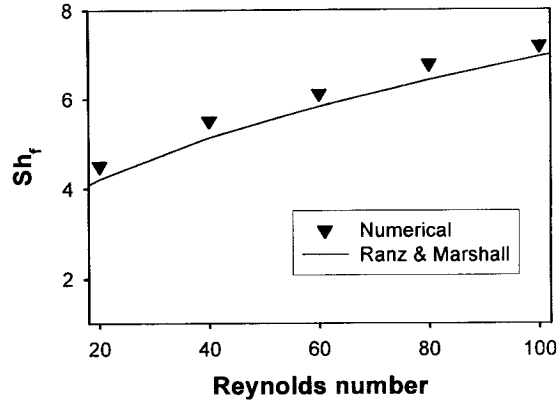


Fig. 8. Comparison of numerical calculations and Ranz and Marshall correlation for the Sherwood number with respect to the Reynolds number.

강한 물질은 B_{Mf}가 0.9정도가 되므로 Renkiszbulut 등[9]이 제안한 아래의 상관식과 비교해야 할 것이다.

$$Nu_f (1+B_{Hf})^{0.7} = 2 + 0.57\,Re_g^{1/2}\,Pr_f^{1/3} \quad (10 < Re_g < 2000) \tag{53}$$

$$Sh_f (1+B_{Mf})^{0.7} = 2 + 0.87\,Re_g^{1/2}\,Sc_f^{1/3} \quad (10 < Re_g < 2000) \tag{54}$$

4-2. 복사효과의 영향

복사효과를 알아보기 위하여 계산에 사용된 기상의 초기 온도는 각각 1,300 K, 1,900 K로서 고온을 설정하였고, 액상은 초기 온도가 300 K인 물방울로 정하였다. 본 연구의 결과에서는 기상의 온도가 1,900 K인 경우를 중점적으로 다루었으며, 기상 온도가 1,300 K일 때의 결과는 문헌[11]의 결과와 비교할 수 있기 때문에 기상 온도가 1,900 K인 경우를 검증하는 역할을 한다. 본 연구에서 기상 온도가 1,300 K일 때의 결과가 문헌[11]의 결과와 다르지 않았다. Fig. 9는 기상 온도에 따른 액적 내부의 열발생량을 나타낸 것이다. 액적내부의 열발생량은 액적의 표면 부근에서 가장 높은 값을 나타내며 이 경향은 온도가 높을수록 심해진다. 그러나 Fig. 10과 12에서 외부 온도가 1,300 K와 1,900 K인 경우에 무차원 시간(τ)의 증가에 따른 Nu_f와 Sh_f의 값의 변화를 보면, 복사가 포함된 경우나 포함되지 않은 경우에서나 뚜렷한 값의 차이가 없다. 여기서 오해를 하지 말아야 할 사항은 복사를 포함시킨 경우의 결과들이 비록 점으로 표시되어

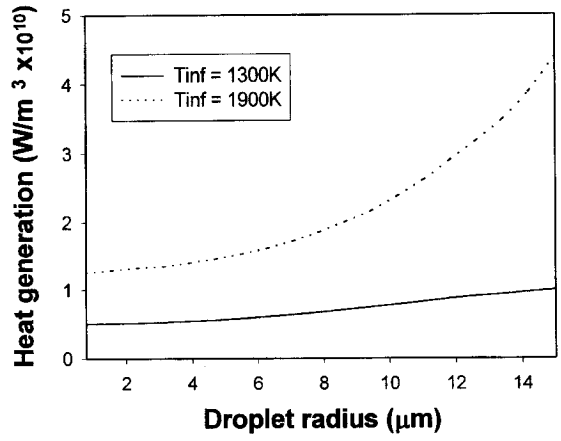


Fig. 9. Heat generation inside a droplet for ambient temperature of 1,300 K and 1,900 K.

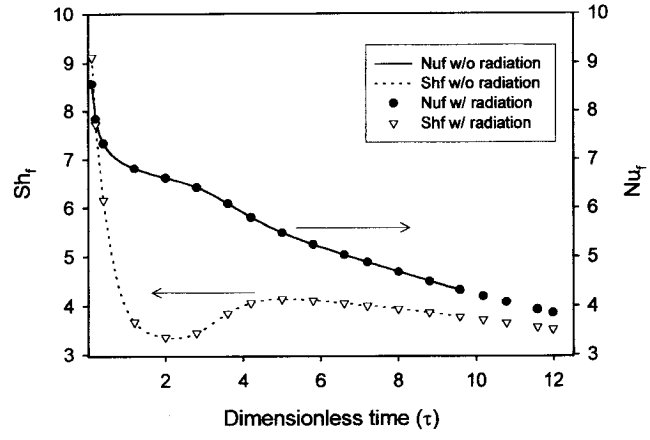


Fig. 10. The Nusselt number and the Sherwood number variations with respect to time for the ambient temperature of 1,300 K. The results calculated with radiation(symbols) and without radiation(lines) are compared.

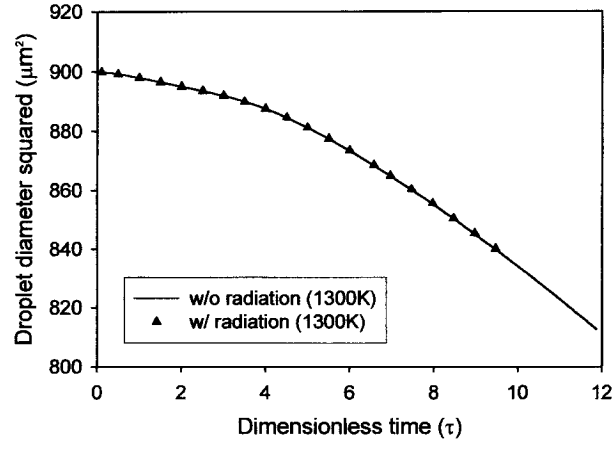


Fig. 11. The variations of water droplet diameter squared with respect to dimensionless time for the ambient temperature of 1,300 K are compared to show the effects of radiation. The two curves are drawn closely enough to be nondifferentiable.

있으나 이는 복사가 포함되지 않은 결과와의 구별하기 위함일 뿐 실제로는 선으로 연속된 값들이다. 마찬가지로 Fig. 11과 13은 외부 온

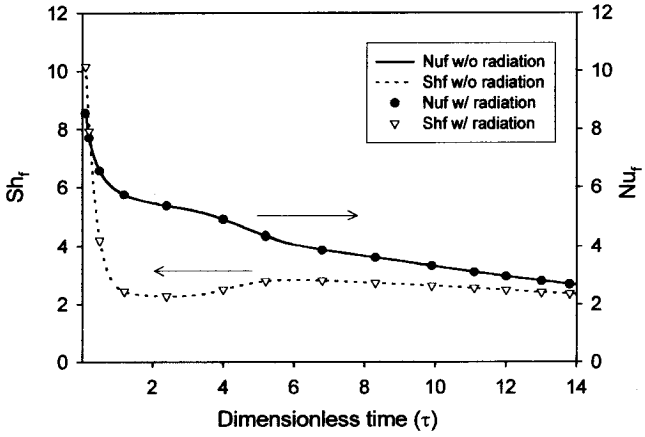


Fig. 12. The Nusselt number and Sherwood number variations with respect to dimensionless time for the ambient temperature of 1,900 K. The results calculated with radiation(symbols) and without radiation(lines) are compared.

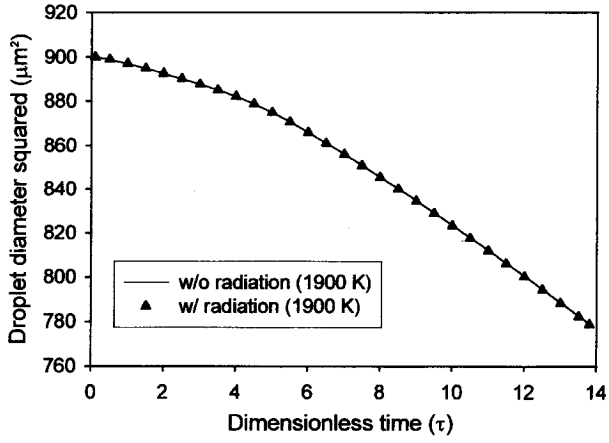


Fig. 13. The variations of water droplet diameter squared with respect to dimensionless time for the ambient temperature of 1,900 K are compared to show the effects of radiation. The two curves are drawn closely enough to be nondifferentiable.

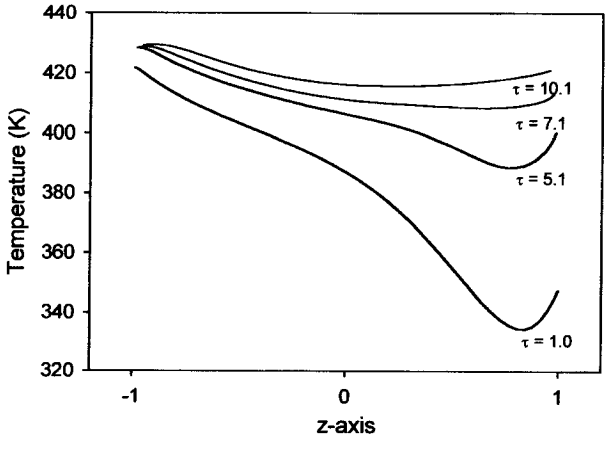
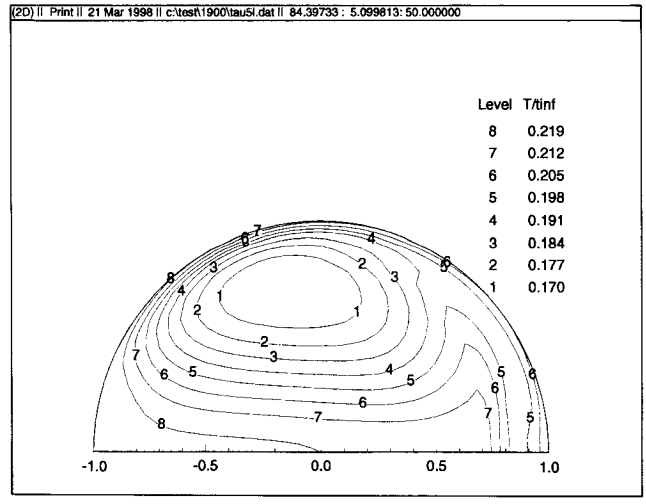
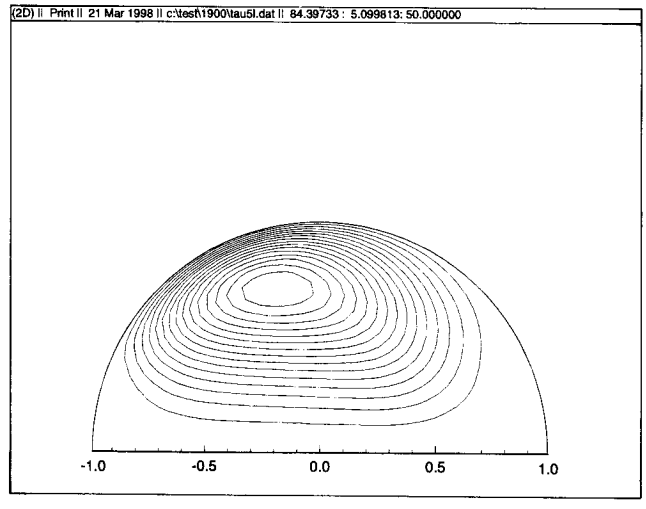


Fig. 14. The temperature variations along the z-axis are shown at various dimensionless times.

도가 각각 1,300 K와 1,900 K인 경우에 시간에 따른 액적 직경의 제곱의 변화를 나타낸 것으로서 복사가 포함된 경우와 포함되지 않은



(a)

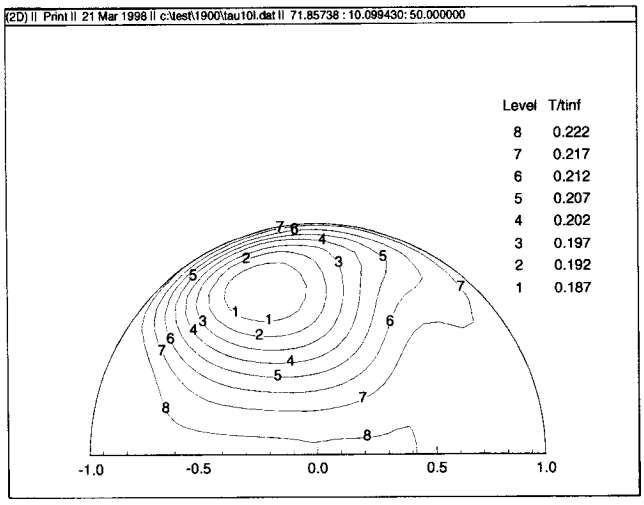


(b)

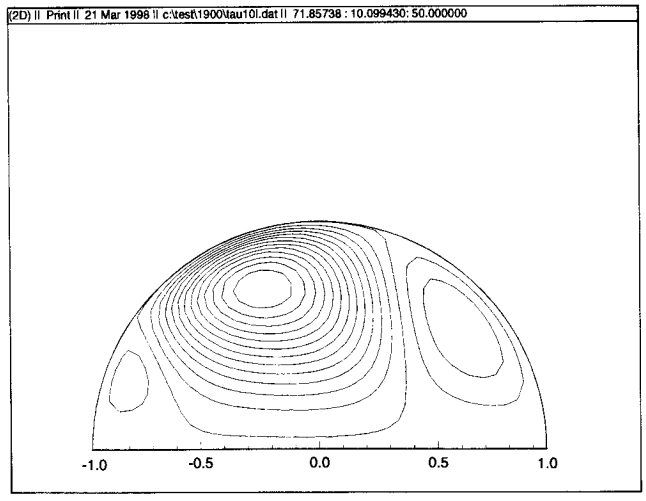
Fig. 15. The isotherms (a) and the stream lines (b) inside the droplet at the dimensionless time of 5.1. The initial diameter was 30 μm and the temperature of environments is 1,900 K.

경우가 값의 차이가 없이 동일 선상에서 감소하고 있으며 약간의 초기 시간 후에 시간에 따라 액적 직경의 제곱이 선형적으로 감소한다는 D^2법칙을 보여 주고 있다. 이와 같이 경계면의 전달현상과 액적 증발에 대하여 복사 영향이 없는 이유는 물방울의 내부 열발생량을 계산하는 식 (33)에서 사용된 굴절률의 허수부가 너무 작아 발생 열량이 매우 작기 때문이다. 액상의 에너지 방정식을 무차원화함으로써 나타나는 액상의 Peclet 수(Pe_o)와 식 (13)의 무차원 열발생량 Q를 비교하면 그 값의 비가 약 $O(10^4)$로서 액상의 Peclet 수(Pe_o)가 훨씬 크다. 즉 방정식내에서 전도와 대류에 의한 항이 복사항에 비하여 훨씬 큰 값을 가지기 때문에 액적 내부 및 외부의 온도 분포와 유동장에 영향을 주지 못한다. 또한 이를 물리적으로 설명하면, 물방울은 투명하기 때문에 물방울 내부로 투사된 복사의 대부분은 물방울을 통과하여 빠져나가고 열로 변환되는 양이 매우 작다.

Fig. 14에서 기상의 온도가 1,900 K인 경우의 무차원 시간에 따라 z축 방향의 액적 내부 온도 변화를 나타낸 것이다. 무차원 시간(τ)이 5.1일 때 부피비는 약 30 % 정도 감소되었으며 10.1정도가 되면 약 60 % 이상 감소하였다. 여기서도 복사가 포함된 경우나 포함되지 않은 두 경우 모두 일치된 값을 나타내고 있다. 기상흐름이 +z 방향을

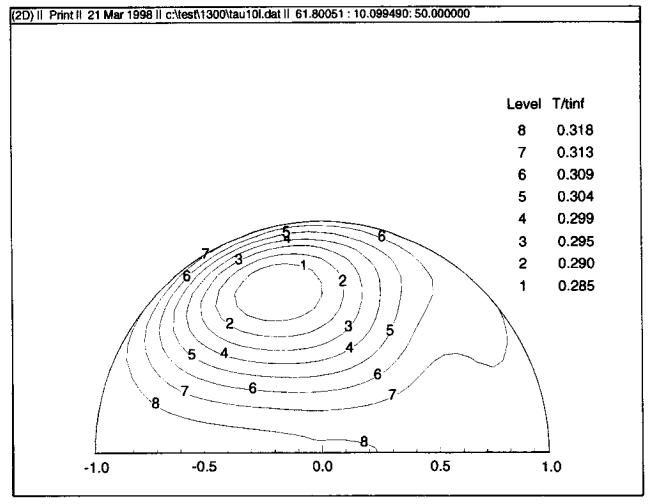


(a)

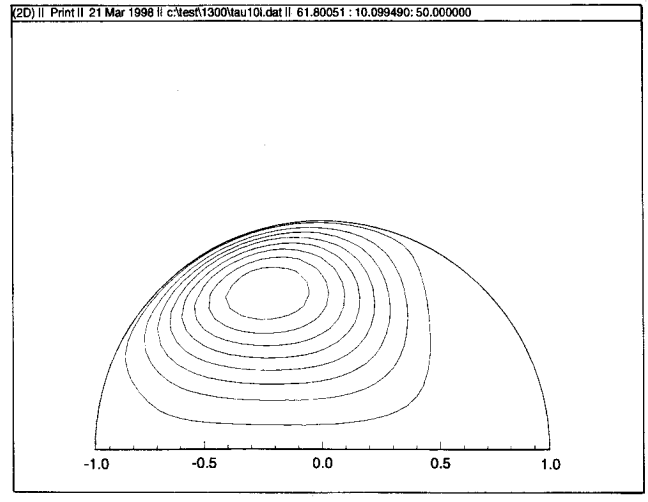


(b)

Fig. 16. The isotherms (a) and the stream lines (b) inside the droplet at the dimensionless time of 10.1. The initial diameter was 30 μm and the temperature of environments is 1,900 K.



(a)



(b)

Fig. 17. The isotherms (a) and the stream lines (b) inside the droplet at the dimensionless time of 5.1. The initial diameter was 30 μm and the temperature of environments is 1,300 K.

향하므로 Fig. 14의 $-z$축 부분이 뜨거운 기상 흐름과 먼저 접촉하는 부분이다. 이 열이 내부로 전달되므로 초기에는 $-z$축 부분의 온도가 $+z$축 부분보다 훨씬 높지만 시간의 경과에 따라 점점 내부 온도가 균일해 진다. $-z$축 부분에서 기상과의 접촉이 많으므로 내부 등온선이 조밀하고 열전달이 빠르게 이루어져서 온도 상승이 빠른 반면에 $+z$축 부분에서는 등온선이 성기고 열전달이 늦게 이루어지며 따라서 온도 상승도 느리다. 그러나 시간이 지남에 따라 물방울의 전체적인 온도가 상승하고 균일해지는 것은 액적 내부의 순환 때문이다. Fig. 15와 16은 외부 온도가 1,900 K이고 무차원 시간이 각각 5.1과 10.1인 경우에 액적 내부의 등온선과 유선을 나타낸 것이다. 등온선과 유선을 비교하여 보면 그 형태가 유사함을 알 수 있는데 이는 액적의 내부 온도 분포가 내부 유선의 형태에 지배받고 있기 때문이다. Fig. 16의 그림 b는 액적의 중앙외에 그 양쪽에 작은 와류(vortex)가 생겨 있다. 이러한 와류를 2차 와류라고 한다[12]. 우측에 보이는 2차 와류는 액적의 후방에서 생겨나는 기상의 와류로 인하여 발생하는 형태로 중앙의 큰 동심원과는 움직이는 방향이 서로 반대가 된다. Fig. 17은 기상의 온도가 1,300 K이고 무차원 시간이 10.1인 경우의 등온선과 내부 유선을 나타낸 것이다. 앞의 두 그림과 마찬가지로 등온선의 형태는 유선함수에 지배받고 있으며 기상의 온도가 1,900 K인 경우에 비하여는 내부 온도 발달이 상당히 늦음을 알 수 있다.

위와 같은 결과를 볼 때 결국 복사효과를 지배하는 요인은 그 물질의 굴절률임을 알 수 있다. 식 (33)에서 볼 수 있듯이 굴절률의 허수부와 실수부가 곱의 형태로써 열발생량에 공헌한다. 보통 굴절률의 실수부는 1-2의 크기를 갖지만 허수부는 매우 작은 값부터 꽤 큰 값까지 분포한다. 투명한 물질의 경우 굴절률의 허수부가 매우 작다. 예를 들어 물의 경우 약 0.05 이하의 값을 갖는다. 따라서 물방울의 경우에 생성되는 열량이 전도항 및 대류항에 비하여 무시할 만큼 작다. 그러나 굴절률이 큰 슬러리 입자의 경우에는 발생 열량도 상당히 많을 것이므로 복사가 CWM(coal water mixture)과 같은 슬러리 입자의 내부 및 외부의 유동장과 온도장, 증발이나 경계면에서의 전달현상 등에 상당한 영향을 주리라고 추측된다.

5. 결 론

고온 균일 기체 유동 속의 액적의 증발에 대하여 복사가 있는 경우와 없는 경우에 대하여 초기온도가 300 K인 물방울을 액상물질로 하

여 수치모사를 행하였다. 사용된 초기 기상의 온도는 1,300 K와 1,900 K이며 계산에 사용된 물리적 매개변수는 밀도 외에는 일정하다고 가정하였다. 초기 기상의 온도가 1,300 K인 경우와 1,900 K인 경우에 대하여 복사효과가 액적의 증발에 미치는 영향을 조사하였다. 물방울의 경우 내부에서 생겨나는 복사열이 액적의 증발이나 표면의 전달현상에 영향을 미칠 만큼 큰 값을 가지지 못하기 때문에 복사가 포함된 경우와 포함되지 않은 경우에서 차이점을 찾아 볼 수 없었다. 이는 내부 복사열을 계산할 때 사용되는 굴절률의 허수부 값이 매우 작아서 열발생량이 액적의 온도변화에 영향을 줄 만큼 크지 않기 때문이다. 따라서 물방울의 경우에서는 복사의 영향을 무시하여도 무방하다.

감 사

본 연구는 한국과학재단 핵심전문연구비(951-1106-051-2)지원으로 수행되었으며 지원에 감사를 드립니다.

부 록

원통좌표계(r, z)에서 일반좌표계(ξ, η)로 변환하는 과정에 생기는 복잡한 항들을 단순한 형태로 나타내기 위하여 여러 형태의 미분 연산자가 사용된다. 대류 연산자(convection operator) D는

$$D(\Phi;N)=\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{r\Phi}{J}\right)+\frac{\partial}{\partial\xi}\left[\frac{r\Phi}{J}\left(\frac{\partial\xi}{\partial t}+Nv_r\frac{\partial\xi}{\partial r}+Nv_z\frac{\partial\xi}{\partial z}\right)\right]+\frac{\partial}{\partial\eta}\left[\frac{r\Phi}{J}\left(\frac{\partial\eta}{\partial t}+Nv_r\frac{\partial\eta}{\partial r}+Nv_z\frac{\partial\eta}{\partial z}\right)\right]$$

이다. 여기서 Φ는 구하고자 하는 변수이고 N은 식의 무차원화할 때 생겨나는 상수나 Re, Pr 등과 같은 무차원수가 된다. 확산 연산자(diffusion operator) △는

$$\triangle(\Phi;N)=\frac{\partial}{\partial\xi}\left[\frac{rN}{J}\left\{\frac{\partial\Phi}{\partial\xi}\left(\frac{\partial\xi}{\partial r}\frac{\partial\xi}{\partial r}+\frac{\partial\xi}{\partial z}\frac{\partial\xi}{\partial z}\right)+\frac{\partial\Phi}{\partial\eta}\left(\frac{\partial\xi}{\partial r}\frac{\partial\eta}{\partial r}+\frac{\partial\xi}{\partial z}\frac{\partial\eta}{\partial z}\right)\right\}\right]+\frac{\partial}{\partial\eta}\left[\frac{rN}{J}\left\{\frac{\partial\Phi}{\partial\eta}\left(\frac{\partial\eta}{\partial r}\frac{\partial\eta}{\partial r}+\frac{\partial\eta}{\partial z}\frac{\partial\eta}{\partial z}\right)+\frac{\partial\Phi}{\partial\xi}\left(\frac{\partial\xi}{\partial r}\frac{\partial\eta}{\partial r}+\frac{\partial\xi}{\partial z}\frac{\partial\eta}{\partial z}\right)\right\}\right]$$

이다. 아래의 식들에서 하첨자 r과 z는 각각 r방향과 z방향의 미분을 나타낸다.

$$(\Phi)_r=\frac{\partial}{\partial\xi}\left(\frac{r\Phi}{J}\frac{\partial\xi}{\partial r}\right)+\frac{\partial}{\partial\eta}\left(\frac{r\Phi}{J}\frac{\partial\eta}{\partial r}\right)$$

$$(\Phi)_z=\frac{\partial}{\partial\xi}\left(\frac{r\Phi}{J}\frac{\partial\xi}{\partial z}\right)+\frac{\partial}{\partial\eta}\left(\frac{r\Phi}{J}\frac{\partial\eta}{\partial z}\right)$$

사용기호

a : dimensionless droplet radius [a'/a'_0]
a' : droplet radius [μm]
A, B, C : coefficients in Antoine equation
B : $|\mathbf{E}|^2/|\mathbf{E}_0|$ calculated by Mie solution
B_{Hf} : heat transfer number [$B_{Hf}=(T'_\infty-\overline{T'_s})C'_p/L'$]
B_{Mf} : mass transfer number [$B_{Mf}=(\overline{Y}_{f,s}-Y_{f,\infty})/(1-\overline{Y}_{f,s})$]
C_2 : a constant used in Eq. (33) [$=1.4388\times10^{-2}$ m · K]
C_D : drag coefficient
D_g : dimensionless mass diffusivity of gas phase [$D'_g/D'_{g,\infty}$]
D'_g : mass diffusivity of gas phase [cm^2/s]
E : electric field vector
J : Jacobian
L' : latent heat [kJ/kg]
Le_g : gas phase Lewis number [Sc_g/Pr_g]
M : moleculat weight
Nu_f : Nusselt number at film condition
p : dimensionless pressure [$p=(p'-p'_\infty)/\rho'_\infty U'^2_\infty$]
P : probability density
Pe_g : gas-phase Peclet number(thermal) [Re_gPr_g]
Pe_o : liquid-phase Peclet number [Re_oPr_o]
Pe_m : gas-phase Peclet number(mass) [Pe_gLe_g]
Pr_f : Prandtl number at film condition
Pr_g : gas-phase Prandtl number [$\mu'_\infty C'_{p\infty}/\kappa'_\infty$]
Pr_o : liquid-phase Prandtl number [$\mu'_o C'_{po}/\kappa'_o$]
Q : dimensionless heat generation $\left[Q'\frac{a'^2_0}{\kappa'_0 T'_\infty}\right]$
Q' : heat generation [W/m^3]
R' : gas constant [8314 J/kg · K]
Sh_f : Sherwood number at film condition
r : radial distance in cylindrical coordinate system [r'/a'_o]
$\tilde{r}$: radial distance in spherical coordinate system [$\tilde{r}'/a'_o$]
Re_g : gas phase Reynolds number [$a'_o U'_\infty \rho'_\infty/\mu'_\infty$]
Re_l : liquid phase Reynolds number [$a'_o U'_o \rho'_o/\mu'_o$]
Sc_g : Schmidt number [Le_g/Pr_g]
T : dimensionless temperature [$T=T'/T'_\infty$]
t : dimensional time [sec]
U' : instantaneous velocity of free stream [m/s]
v_r : velocity of r direction in cylindrical coordinate system [v'_r/U'_∞]
v_z : velocity of z direction in cylindrical coordinate system [v'_z/U'_∞]
Y_f : mass fraction
z : axial distance in cylindrical coordinate system [z'/a'_o]

그리이스 문자

θ : angular coordinate
κ_g : dimensionless heat conductivity of gas phase [κ'_g/κ'_∞]
κ_l : dimensionless heat conductivity of liquid phase [κ'_l/κ'_o]
κ' : heat conductivity [J/m · s · K]
λ' : light wavelength [m]
μ_g : viscosity of gas phase [μ'_g/μ'_∞]

μ_l : viscosity of liquid phase $[\mu_l'/\mu_o']$
μ' : viscosity $[N \cdot s/m^2]$
ξ, η : generalized coordinates
ρ_g : density of gas phase $[\rho_g'/\rho_\infty']$
ρ_l : density of liquid phase $[\rho_l'/\rho_o']$
ρ' : density $[kg/m^3]$
τ : dimensionless time $[t\mu_\infty'/a_0'^2\rho_\infty']$
Φ : general function
ψ : stream function $[\psi'/a_0'^2U_\infty']$
ω : vorticity $[\omega a_0'/U_\infty']$
Ω : solid angle

상첨자

$'$: dimensional
$*$: prediction

하첨자

f : fuel(liquid material), film condition(average of free stream and surface conditions)
g : gas phase
l : liquid phase
n : normal direction
r : radial direction in cylindrical coordinate
s : droplet surface
z : axial direction in cylindrical coordinate
0 : initial condition
θ : tangential direction
∞ : free stream conditions

참고문헌

1. Law, C. K.: *Combustion Flame.* **29**, 175(1977).
2. Patnaik, G.: Ph. D. Dissertation, Carnegie-Mellon Univ., U.S.A. (1986).
3. Chiang, C. H., Raju, M. S. and Sirignano, W. A.: *Int. J. Heat Mass Transfer,* **35**, 1307(1969).
4. Sitarski, M.: *Comb. Sci. and Tech.,* **54**, 177(1987).
5. Ranz, W. E. and Marshall, W. R.: *Chem. Eng. Prog.,* **48**, 141(1952).
6. Haywood, R. J., Nafziger, R. and Renkiszbulut, M.: *J. Heat Transfer,* **111**, 495(1989).
7. Renkiszbulut, M., Nafziger, R. and Li, X: *Chem. Eng. Sci.,* **46**, 2351 (1991).
8. Hoffman, K. A.: "Computational Fluid Dynamics for Engineers", A Publication of Engineering System, Wichita, Kansas(1993).
9. Patankar, S. V.: "Numerical Heat Transfer and Fluid Flow", Hemisphere Publishing Corporation, London(1980).
10. Sadhal, S. S., Ayyaswamy, P. S. and Chung, J. N.: "Transport Phenomena with Drops and Bubbles", Springer-Verlag, New York (1997).
11. Abramzon, B. and Sirignano, W. A.: *Int. J. Heat Mass Transfer,* **32**, 1605(1989).
12. Sundararajan, T. and Ayyaswamy, P. S.: *J. Fluid Mech.,* **149**, 33 (1984).