

제품이상을 고려한 회분식 공정에서의 중간저장조 설계

정성윤 · 이경범* · 이의수[†]

동국대학교 공과대학 화학공학과

*부경대학교 공과대학 화학공학과

(1998년 5월 27일 접수, 1998년 7월 27일 채택)

Design of Intermediate Storage in Noncontinuous Process under Periodic Batch Failure

Seong Yoon Jeong, Gyeongbeom Yi* and Euy Soo Lee[†]

Dept. of Chemical Engineering, Dongguk University

*Dept. of Chemical Engineering, PuKyong National University

(Received 27 May 1998; accepted 27 July 1998)

요 약

회분식 공정은 공정의 대부분이 비정상상태로 운용되어지므로 중간저장조를 설치하면 공정의 불안정한 요소를 완화시켜주고 공정의 이용도를 증가시키며, 공정의 조업에 유연성을 얻게 된다. 본 논문에서는 회분식 공정에서의 중간저장조 설계를 위하여, 여러 개의 회분장치가 평행하게 놓여 있는 공정구조를 대상으로 제품의 이상과 같은 공정이상 변수를 고려한 중간저장조 크기결정 모델을 제시하였다. 중간저장조의 크기 결정 모델은 상류공정에서 중간저장조로 유입되는 유량과 중간저장조에서 하류공정으로 유출되는 유량의 크기에 따라 두 가지 형태로 구하였다. 회분식 공정에서 여러 개의 장치가 평행하게 놓여 있을 경우 공정의 운용방법은 동상조업과 이상조업으로 대별될 수 있다. 이와 관련하여 상류공정이 다수의 평행한 장치로 구성되고 하류공정은 하나만 존재하는 MISO(Multiple Input/Single Output) 구조에서 동상조업의 경우와 제품이상이 대칭적으로 일어나는 이상조업의 경우에 대한 중간저장조 크기결정 모델을 제시하고 분석적 해를 구하였다. 이를 확장하여 일반화된 MIMO(Multiple Input/Single Output) 구조 및 Serial 구조에서의 중간저장조 크기결정 모델을 제시하였다.

Abstract—Batch process which is operated in a unsteady state mode is subject to various process imbalances. Consequently intermediate storage vessel can take an important role for mitigating parameter variations, increasing plant availability and providing flexibility in sequencing and scheduling. A mathematical model of intermediate storage vessel sizing in parallel batch units subject to batch failure is derived. The case in which the inlet flow rate to the storage vessel is greater than or equal to the outlet flow rate from the storage vessel followed by the opposite case is considered. Two operation mode is considered, that is, in-phase operation and out of-phase operation. In phase operation refers to the delay times in parallel units while out of operation to distinctly different delay times in the set of units. Analytical expressions for the limiting volume are obtained for several network configurations, i.e. multiple input single output(MISO) system, multiple input multiple output(MIMO) system and serial system.

Key words : Intermediate Storage, Batch Failure, Parallel Units, MISO System, MIMO System

1. 서 론

대량 생산에 의한 생산원가절감의 방안으로 규격화된 제품을 연속공정에서 생산하는 방식은 특히 화학공학에 활발히 이용되어 각종 화학제품들을 저가에 효율적으로 생산하는 것이 가능하게 되었다. 이에 따라서 연속공정의 설계 및 공정분석을 위한 여러 가지 수학적 분석방법과 이를 토대로 한 모델 및 공정모사 프로그램들의

개발, 최적화 관련 연구 등이 활발히 진행되고 있다. 그러나 이러한 대규모 화학중간체 제품들이 최종 소비자단계에서는 여러 가지 규격과 양식을 갖춘 다양한 제품으로 생산되게 된다. 이 단계에서는 연속공정의 적용은 비효율적이 되기 쉽고 따라서 더욱 다양한 제품의 요구가 높아지고 있는 현대의 추세와 더불어 다품종 소량생산에 적합한 회분식 공정의 중요성이 점차 높아지고 있다. 회분식 공정은 공정의 목적에 따라 다양하게 활용되고 있다. 즉 일련의 동일한 단위 공정을 이용하여 제조방법과 조건이 비슷한 여러 가지의 제품을 생산하기도 하고, 계절상품의 경우에 있어서는 구성된 공정내의 단

[†]E-mail : eslee@cakra.dongguk.ac.kr

위장치 중 필요한 장치만을 이용하여, 여러 가지 제품을 다양한 제조조건 하에서 생산하기도 한다. 그러나 회분식 공정은 연속공정에 비하여 그의 해석이 대단히 복잡하다. 상기의 다양한 생산계획방법 뿐만 아니라, 단일공정내에서도 여러 공정단계가 있게 되고, 어떠한 경우에 있어서는 동일한 장치가 여러 가지 다른 용도로 사용되기도 한다. 결과적으로 공정변수가 대단히 많이 존재하고 이들 공정간에 밀접한 상호작용으로 인하여 공정의 효율적 운용이 어렵고 따라서 연속공정에 비하여 생산성이 떨어지게 된다.

이에 따라 회분식 공정에서는 중간저장조가 대단히 중요한 역할을 하게 된다[1]. 즉 중간저장조는 인접한 공정의 상호작용을 분리시켜줌으로써 공정간의 간섭으로 인한 허비시간(idle time)을 줄여 주어 공정의 활용도와 생산성을 높게 된다. 또한 복잡한 공정단계의 운용에 따른 공정이상이나 운전자의 실수를 줄일 수 있는 완충역할을 함으로써 공정 운용의 효율을 높일 수가 있다. 즉 중간저장조는 공정의 불안한 요소를 완화시켜주고, 공정의 주기를 감소시킴으로써 공정의 이용도를 증가시키며, 공정의 조업순서 및 스케줄링에 유연성을 제공한다[2,3]. 이들 이외에도 장기적으로 볼 때에는 제품 규격의 이상이나, 장치의 이상에 따른 공정상의 장애를 최소화할 수 있게 해 준다[4,5]. 따라서 중간저장조의 적절한 설계 및 운용은 전체 비연속 공정의 운용성에 직접적인 영향을 미치고, 결국에는 제품 제조원가에 커다란 영향을 미치게 된다.

일반적으로 회분식 공정에서 중간 저장조의 크기를 결정하는 방법은 크게 3가지로 구분된다. 첫째 여러 가지 경험법칙에 의존하는 방법으로 이 방법은 장치가 너무 크거나 작아질 염려가 있다. 두 번째로는 공정모사를 통한 방법이 있다. 이 방법은 변수 값이 주어진 경우에 대하여 결과를 보여줌으로써 해서 크기가 결정되고, 이후 관심 있는 불확실 인자들의 변동 값에 대해서 모사를 실시하는 방법이다. 이러한 경우에 있어서는 최적의 크기 결정을 위하여 여러 번의 공정 모사를 수행하여야 하는 단점이 있다. 세 번째로는 주어진 공정에 대해서 수학적인 모델을 세우고, 이에 대한 분석적인 해를 통하여 저장조의 크기를 구하는 것이다. 이경우는 단시간에 중간저장조의 크기를 결정할 수 있을 뿐만 아니라 이러한 분석적 해에 의해서 구해진 저장조의 크기값을 공정모사를 실시하기 위한 초기 값으로 활용함으로써 모사의 효율을 높게 된다. 현재까지 분석적 해에 의하여 중간저장조의 크기가 결정된 것은, Karimi 등[6, 7, 10, 11]이 연구한 정상조업의 경우와, Lee 등[8, 9, 12]이 발표한 SISO(Single Input/Single Output)구조에서 제품이상과 장치이상을 고려한 경우에 한하고 있다. 본 연구에서는 중간저장조를 기준으로 상류공정이 다수의 장치가 병행하게 위치하며 하류 공정은 하나만 존재하는 MISO(Multi Input/Single Output)구조를 대상으로 제품이상을 고려할 경우 동상조업 및 대칭적 이상 조업시 중간저장조 크기결정을 위한 모델을 제시하였다. 이의 결과를 확장하여 MIMO(Multi Input/Single Output)구조를 대상으로 중간저장조의 크기결정 모델 및 분석해를 구하는 방법을 제시하고, serial 구조에 대한 적용 방안을 제시함으로써 일반적인 network에서의 중간저장조 크기결정을 위한 모델을 제시하였다.

2. 중간저장조 크기결정 모델링

2-1. 공정구조 및 공정운용의 분류

중간 저장조가 있는 회분식 공정은 Fig. 1과 같이 한 개의 상류공정과 한 개의 하류공정 사이에 중간저장조가 위치해 있는 SISO 구조, 병행하게 위치하는 L개의 상류공정이 1개의 하류공정에 대해 중간저장조를 공유하고 있는 MISO 구조 및 Fig. 2에 나타낸 바와 같이 L개의 상류공정과 M개의 하류공정이 각각 병행하게 위치하는 MIMO 구조로 분류될 수 있다. 또한 직렬구조는 각 회분사이에서 저장조가 위

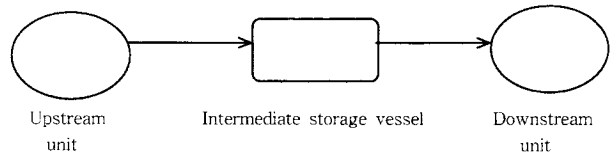


Fig. 1. SISO system.

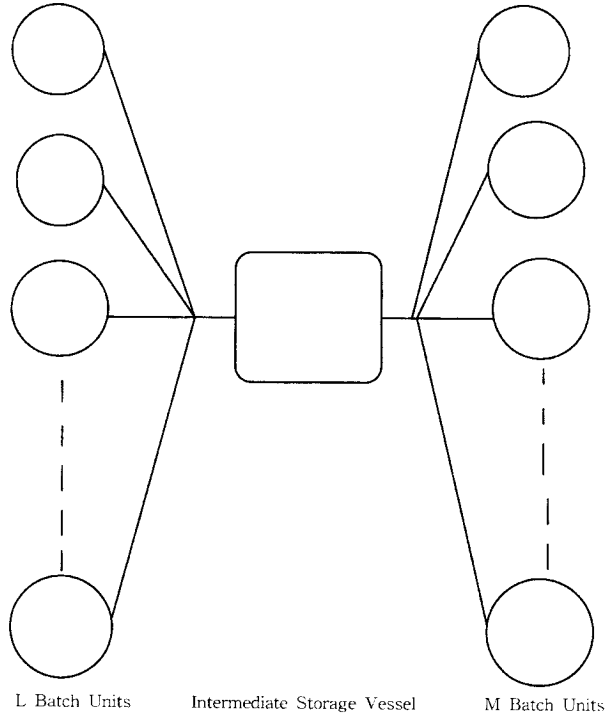


Fig. 2. MIMO system.

치해 있는 경우로서 이는 SISO 구조가 subsystem으로 들어가 있게 된다(Fig. 3). 따라서 일반적인 회분식 공정은 MIMO-Serial 구조로 구성되어짐을 알 수 있다.

한편, 공정의 운용과 관련하여서는 공정이상에 따라 다음과 같이 분류를 할 수 있다.

- 정상상태(normal operation): 어떠한 공정이상도 고려하지 않은 경우
- 제품이상(batch failure): 원하는 규격의 제품이 생산되지 않았을 경우
- 장치이상(equipment failure): 회분식 공정의 장치 자체에 기계적인 고장이 발생한 경우

2-2. 중간저장조 크기결정 모델 관련 가정 및 변수

총 N개의 회분 공정이 각각 L개의 상류공정과 M개의 하류공정으로 구성된 MIMO구조에서 중간저장조의 크기와 관련한 수학적인 모델을 세우기 위하여 다음의 가정을 도입한다.

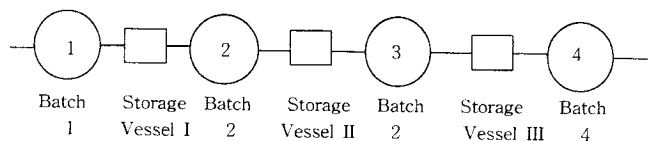


Fig. 3. Serial system.

① 상류공정 각 장치의 volume은 동일하다.

$$(V_1=V_2=V_3=\dots=V_L)$$

② 하류공정 각 장치의 volume은 동일하다.

$$(V_{L+1}=V_{L+2}=V_{L+3}=\dots=V_M)$$

③ 각각의 공정은 고정된 회분크기와 공정주기를 갖는다.

④ 공정순환시간 ω 은 준비시간(T_p), 공정진행시간(T_R), 유입시간(T_f) 방출시간(T_e)으로 구성되며, 하류공정 유입비(x_i)와 상류공정 방출비(x_i)는 각각 유입시간 및 방출시간에 대한 공정순환시간의 비로 정의한다.

$$\omega = T_p + T_R + T_f + T_e$$

$$x_i = (T_f)_i / \omega_i$$

$$x_j = (T_e)_j / \omega_j$$

⑤ 상류공정과 하류공정의 productivity는 같고, 중간저장조로 들어오고 나가는 유량(U_i)은 일정하다.

$$\sum_{i=1}^L \frac{V_i}{\omega_i} = \sum_{i=L+1}^M \frac{V_i}{\omega_i} \quad (1)$$

⑥ ω 의 최소 공배수 Ω 가 존재한다.

$$\text{i.e. } \Omega = \text{LCM}(\omega_1, \omega_2, \omega_3, \dots, \omega_{N+1}) = \beta \omega$$

⑦ 중간저장조의 크기(V^*)는 maximum holdup으로 한다.

⑧ 제품의 이상주기(γ)는 공정운용 중 발생하는 예상 제품 이상주기의 평균값을 적용한다.

공정변수 중 제품이상이 있는 회분식 공정에서 각 장치에 대한 유량을 U_i 로 표시하면, 각 회분장치의 크기는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$V_i = U_i x_i \omega_i \quad (2)$$

중간저장조의 크기결정 과정에 고려되어지는 추가의 변수는 공정지연 시간이다. 중간저장조를 기준으로 공정지연시간은 기준시간으로부터 상류공정의 경우 각 장치에서 저장조로 채워지기 시작하는 시간과의 차이를 뜻하며, 하류공정의 경우에는 저장조에 있던 제품이 하류공정의 장치로 채워지기 시작하는 시간과의 차이를 나타낸다. 이 지연시간을 t_i 로 표시할 경우 공정지연시간의 비는 다음과 같이 정의된다.

$$y_i = t_i / \omega_i$$

한편, 중간저장조에서 시간에 따른 holdup을 $V(t)$, 각 회분 공정에서 중간저장조로의 시간에 대한 유입 및 방출량을 $F_i(t)$ 로 나타낼 경우,

$$\frac{dV(t)}{dt} = \sum_{i=1}^N F_i(t - t_i) \quad (3)$$

의 관계식이 주어지므로, holdup은 다음의 식으로 주어진다.

$$\therefore V(t) = \sum_{i=1}^N \int_0^t c_i F_i(\tau - t_i) d\tau = V(0) + I(t) \quad (4)$$

한편, $F_i(t)$ 는 주기함수이므로, Fourier expansion으로 나타낼 수 있다.

$$F_i(t) = \frac{V_i}{\omega_i} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2U_i}{n\pi} \sin n\pi x_i \cos 2n\pi \left(\frac{t}{\omega_i} - \frac{x_i}{2} \right) \quad (5)$$

$$V(t) = V(0) + \sum_{i=1}^N \left[c_i \left(\frac{V_i}{\omega_i} \right) + \frac{1}{2} c_i U_i \omega_i h(u_i, y_i, z_i) \right] \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \text{단 } h(u_i, y_i, z_i) &= \frac{1}{n^2 \pi^2} [\cos 2n\pi(u_i - z_i) - \cos 2n\pi(z_i) \\ &\quad - \cos 2n\pi(u_i - y_i) + \cos 2n\pi(y_i)] \end{aligned} \quad (7)$$

위의 식 $h(u_i, y_i, z_i)$ 는 다음의 관계에 의해서 더 간단하게 표현될 수 있다(Tuma[13]).

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos 2n\pi A}{n^2 \pi^2} = \frac{1}{6} - |A| + A^2 \quad (|A| \leq 1) \quad (8)$$

$$\therefore h(u_i, y_i, z_i) = \frac{1}{2} [|u_i - y_i| - |u_i - z_i| + (2u_i - 1)(y_i - z_i)] \quad (9)$$

$$\text{where, } u_i = \text{mod} \left(\frac{t}{\omega_i}, 1 \right), z_i = \text{mod}(x_i + y_i, 1)$$

이때, 중간저장조에서의 최소 체류량을 V_{min} 라 하고, 최대 체류량을 V_{max} 라 할 때 중간저장조 크기(V)와 중간저장물질의 초기 저장량[$V(0)$]은 다음과 같이 주어진다.

$$V_{max} = \max I(t), \quad V_{min} = \min I(t) \quad (10)$$

$$V^* = \max I(t) + V(0), \quad V(0) \geq -\min I(t) \quad (11)$$

한편 제품이상이 없는 정상상태 운용시에는 가정에 의해 상류공정의 productivity와 하류공정의 productivity가 같기 때문에, 상류공정과 하류공정의 유량 관계는 식 (12)로 표시된다.

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^L U_i x_i &= \sum_{i=L+1}^M U_i x_i \\ \therefore U_{L+1} &= \frac{L}{M} U_L \left(\frac{x_L}{x_{L+1}} \right) \end{aligned} \quad (12)$$

그러나 공정에서의 제품이상이 발생할 경우에는 실제의 상류공정은 제품이상이 있는 회분만큼 중간저장조에 유입되는 양이 감소하므로, 제품이상의 주기(γ)가 일정한 값으로 주어질 경우 시간에 따른 중간저장조내의 저장물질의 holdup은 다음의 식으로 표시된다.

$$V(t) - V(0) = - \sum_{i=1}^L \left(\frac{U_i x_i}{\gamma} \right) t + \sum_{i=1}^N \frac{1}{2} c_i U_i \omega_i h(u_i, y_i, z_i)$$

위의 식에서 본 바와 같이 식 (12)에서 주어지는 유량으로 공정이 운용될 경우 시간이 경과함에 따라 $V(t) = V(0) - \infty$ 가 되므로 중간저장조의 크기는 무한대가 되어야 한다. 그러므로, 유한한 중간저장조의 크기를 갖기 위해서는 하류공정의 유량을 조절해야만 한다.

즉, 상류공정에서 제품이상이 발생한 경우 이를 극복할 수 있는 방법은 제품의 순도가 맞지 않는 제품에 대해서 중간저장조로 보내는 것이 아니라, 다시 한번 더 반응시키거나 by-pass시키게 된다. 이 경우 중간저장조 입장에서는 제품이상에 의한 유입량의 감소는 마치 정상적으로 들어온 양에서 제품이상이 발생한 양만큼 빼어준 것과 마찬가지로 결과가 생기게 되는 것이다. 이러한 개념은 Fig. 4에 나타내었다. Fig. 4에서 검은 색으로 표시된 공정의 흐름은 제품이상을 표시한다. 즉 제품이상을 고려한 공정의 흐름은 정상상태에서의 상류공정과 하류공정 이외에 일종의 하류공정이라 할 수 있는 가상 흐름이 하나 더 생기게 되는 것과 동일한 형태로 나타난다. 이때 하류공정의 조절유량(\bar{U})은 상류공정의 유입유량의 감소분을 반영하여 조절되어야 하며 다음의 식으로 주어진다.

$$\sum_{i=1}^L U_i x_i - \sum_{i=1}^L \frac{U_i x_i}{\gamma} = \sum_{i=L+1}^M U_i x_i$$

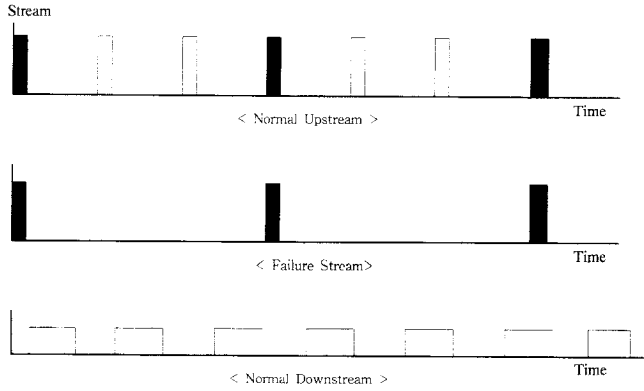


Fig. 4. Hypothetical failure stream under batch failure.

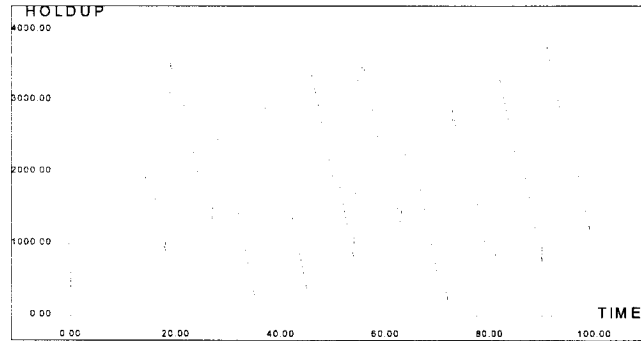


Fig. 5. Typical examples of intermediate storage holdup under batch failure.

$$\therefore \bar{U}_{L+1} = \frac{L}{M} U_L \left(\frac{x_L}{x_{L+1}} \right) \left(\frac{\gamma-1}{\gamma} \right)$$

이와 같이 제품이상에 의해서 조절된 하류공정을 가진 회분식 공정은 가정 6에서 나타난 Ω 만큼의 주기를 가지고, 저장조에서 체류량 변화를 한다. 참고로 특별한 경우에 대하여 중간저장조내의 hold-up변화를 Fig. 5에 나타내었다.

한편, 대칭적 이상조업의 경우에는 제품이상은 제품이상의 주기 내에서 상류공정의 갯수에 따라 대칭적으로 일어난다고 가정하였으므로 제품이상 지연비를 \bar{y}_i 라 했을 때 다음과 같이 정의된다.

$$\bar{y}_i = \frac{i-1}{L} = \frac{t_{fi}}{\gamma\omega_L}$$

여기서 t_{fi} 는 초기제품이상 시작시간이다. 만약 상류공정의 공정 시작시간을 t_{wi} 로 표시할 경우, $t_{fi} = t_{wi} + j\omega_L$ (j 는 정수)의 관계가 성립된다. 기준시간을 상류공정의 첫 번째 장치로부터 중간저장조에 저장물이 유입되는 시간으로 하면 $y_i = 0$, $\bar{y}_i = 0$ 이 되며, 나머지 장치들의 제품이상 지연시간은 $\bar{y}_i = \frac{t_{wi} + j\omega}{\gamma\omega_L} = \frac{y_i}{\gamma} + \frac{j}{\gamma}$ 로 표시된다.

따라서, 지연시간의 비 y_i 와는 다음과 같은 관계를 가진다.

$$y_i = \gamma\bar{y}_i - j = \text{mod}(\gamma\bar{y}_i, 1) \\ \text{where, } j = \text{trunc}(\gamma\bar{y}_i)$$

2-3. 분석적 해에 대한 Review

2-3-1. 정상상태 운용시, SISO 구조에서의 중간저장조 크기결정 모델

상류 및 하류 공정이 각각 하나씩 존재하는 SISO 구조에서 정상상

태로 공정이 운용될 경우, 유량은 다음의 관계식으로 주어진다.

$$U_2 = U_1 \frac{x_1}{x_2}$$

여기서 밀첨자 1은 상류공정을 나타내고 2는 하류공정을 나타낸다. 이 경우 Karimi[6]에 의하여 유도된 중간저장조의 크기는 다음 식으로 주어진다.

$$V_{min} = U_2\omega_L[Z_1 - x_2(1 - kp) - s] \quad (13)$$

$$V_{max} = U_2\omega_L[Z_2 + x_2(kp + \delta) - s] + U_1\omega_L x_1(1 - x_1) \quad (14)$$

$$\text{where, } s = \max[0, x_2 + y_2 - 1]$$

① $U_1 \geq U_2$ 일 경우

$$Z_1 = \min[y', px_2], \quad Z_2 = \max[y' - p + x_2p, 0]$$

② $U_1 < U_2$ 일 경우

$$Z_1 = \min[(U_1/U_2)y', px_2], \quad Z_2 = \max[(U_1/U_2)(y' - p) + x_2p, 0]$$

2-3-2. 정상상태 운용시, MIMO 구조에서의 중간저장조 크기모델
상류와 하류공정이 각각 동일한 크기의 장치로 평행하게 설치된 경우, 대칭적인 지연시간에 의한 공정운용의 경우에 대한 중간저장조 내의 V_{max} 및 V_{min} 값의 분석적 해는 다음의 식으로 주어진다(Karimi [7]).

① $U_1 \geq U_2$ 일 경우

$$V_{max} = V_1^*(1 - x_1') + V_2^* \left[y_2' - y_2' + \frac{S_{max} - s}{x_2'} \right] \\ S_{max} = \max[0, y_2' - p'(1 - x_2')] \quad (15)$$

$$V_{min} = -V_2^*(1 - x_2') + V_2^* \left[y_2' - z_2' + \frac{S_{max} - s}{x_2'} \right] \\ S_{min} = \min[z_2'', p'x_2'] \quad (16)$$

② $U_1 < U_2$ 일 경우

$$V_{max} = V_1^*(1 - x_1') - \frac{V_1^*y_2'}{m^*} + V_2^* \left[y_2' + \frac{rS_{max} - s}{x_2'} \right] \\ S_{max} = \max[0, y_2' - p'(1 - x_1')] \quad (17)$$

$$V_{min} = -V_2^*(1 - x_2') - \frac{V_1^*z_2'}{m^*} + V_2^* \left[y_2' + \frac{rS_{max} - s}{x_2'} \right] \\ S_{min} = \min[z_2'', p'x_1'] \quad (18)$$

이때 첨자 *는 다음식으로 표현된다.

$$\begin{aligned} \omega_1^* &= \omega_L/L, & \omega_2^* &= \omega_{L+1}/M, \\ U_1^* &= U_L(1 + \mu_1), & U_2^* &= U_N(1 + \mu_2), \\ x_1^* &= \text{mod}\{(Lx_L), 1\}, & x_2^* &= \text{mod}\{Mx_{L+1}, 1\}, \\ \mu_1 &= \text{trunc}(Lx_L), & \mu_2 &= \text{trunc}(Mx_{L+1}) \end{aligned}$$

2-3-3. 제품이상을 고려한 SISO 구조

SISO 구조 회분식 공정에서 제품이상의 빈도가 일정하다고 가정하였을 경우 저장조의 체류량에 대한 분석적 해는 Lee[8]에 의하여 다음의 식으로 유도되었다.

① $U_1 \geq U_2$ 일 경우

$$V_{min} = \bar{U}_2\omega_L[Z_1 - x_2(1 - kp) - s] - \frac{U_1\omega_L x_1}{\gamma} \zeta \quad (19)$$

$$V_{max} = \bar{U}_2\omega_L[Z_2 + x_2(kp + \delta) - s]$$

$$+ U_1 \omega_1 x_1 (2 - x_1) \left(1 - \frac{1}{\gamma} \right) - \frac{U_1 \omega_1 x_1}{\gamma} \zeta \quad (20)$$

where, $Z_1 = \min[y', px_2]$, $Z_2 = \max[y' - p + x_2 p, 0]$

② $U_1 < U_2$ 일 경우

$$V_{min} = \bar{U}_2 \omega_2 [Z_4 - x_2 (1 - kp) - s] - \frac{U_1 \omega_1 x_1}{\gamma} \zeta \quad (21)$$

$$V_{max} = \bar{U}_2 \omega_2 [Z_3 + x_2 (kp + \delta) - s] + U_1 \omega_1 x_1 (2 - x_1) \left(1 - \frac{1}{\gamma} \right) - \frac{U_1 \omega_1 x_1}{\gamma} \zeta \quad (22)$$

where, $Z_4 = \min[(U_1/U_2)y', px_2]$, $Z_3 = \max[(U_1/U_2)(y'' - p) + x_2 p, 0]$

3. 제품이상을 고려한 중간저장조 크기결정 모델

3-1. MISO 구조에서의 제품이상을 고려한 중간저장조의 모델

MISO 구조는 상류공정에는 동일한 크기와 주기를 가진 장치가 L개가 있고, 하류공정에는 1개의 장치가 있는($M=1$) 경우이다. 제품이상을 고려할 경우 상류공정과 productivity를 일치시키기 위해 하류공정의 조절유량 \bar{U}_{L+1} 는 다음과 같이 된다.

$$\bar{U}_{L+1} = LU_L \left(\frac{x_L}{x_{L+1}} \right) \left(\frac{\gamma - 1}{\gamma} \right) \quad (23)$$

3-1-1. 동상조업(In-phase Operation)

상류공정에 있는 장치 L개 모두에서 초기제품이상이 같은 시간대에 일어날 경우를 동상조업이라 말한다. 이러한 경우는 SISO 구조에서의 공정운용과 동일하며 다만 상류공정으로부터의 유입 유량이 L배만큼 늘어난 결과가 된다(Fig. 6 참조). 따라서 이때의 중간저장조내에서의 최대 체류량과 최소 체류량은 SISO 구조의 식[식 (19)-(22)]과 유사한 형태가 된다.

① $U_1 \geq U_2$ 일 경우

$$V_{min} = \bar{U}_{L+1} \omega_{L+1} [Z_1 - x_{L+2} (1 - kp) - s] - \frac{LU_L \omega_L x_L}{\gamma} \zeta \quad (24)$$

$$V_{max} = \bar{U}_{L+1} \omega_{L+1} [Z_2 + x_{L+1} (kp + \delta) - s] + LU_L \omega_L x_L (2 - x_L) \left(1 - \frac{1}{\gamma} \right) - \frac{LU_L \omega_L x_L}{\gamma} \zeta \quad (25)$$

where, $Z_1 = \min[y', px_{L+1}]$, $Z_2 = \max[y' - p + x_{L+1} p, 0]$

② $U_1 < U_2$ 일 경우

$$V_{min} = \bar{U}_{L+1} \omega_{L+1} [Z_4 - x_{L+1} (1 - kp) - s] - \frac{LU_L \omega_L x_L}{\gamma} \zeta \quad (26)$$

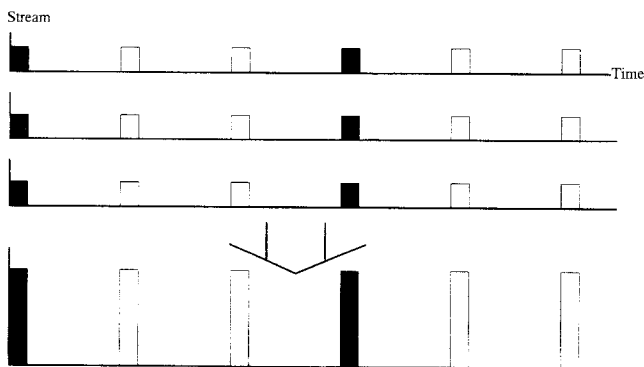


Fig. 6. Superimposed upstream in the in-phase operation.

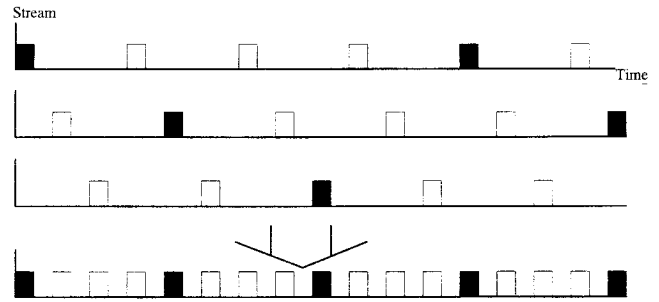


Fig. 7. Superimposed upstream in the out-of-phase operation for $g=1$.

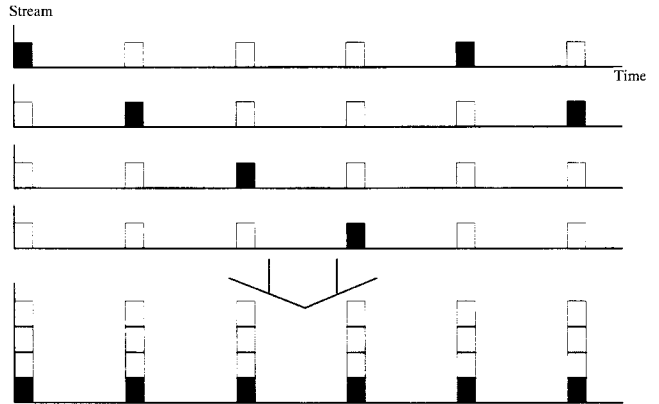


Fig. 8. Superimposed upstream in the out-of-phase operation for $g>1$.

$$V_{max} = U_{L+1} \omega_{L+1} [Z_3 + x_{L+1} (kp + \delta) - s] + LU_L \omega_L x_L (2 - x_L) \left(1 - \frac{1}{\gamma} \right) - \frac{LU_L \omega_L x_L}{\gamma} \zeta \quad (27)$$

where, $Z_4 = \min[(U_L/U_{L+1})y', px_{L+1}]$, $Z_3 = \max[(U_L/U_{L+1})(y'' - p) + x_{L+1} p, 0]$

3-1-2. 이상 조업(Out-of-phase Operation)

본 장에서는 동일한 장치의 크기를 가진 L개의 상류공정에서 초기제품이상이 대칭적으로 나타나는 경우, 중간저장조내의 체류량 변화를 모델링하고자 한다. 대칭적 이상조업의 경우에는 각 장치에 대한 유입형태가 마치 하나의 공정이 운용되는 것처럼 합쳐질 수가 있다. 각 장치의 상류공정에서 중간 저장조로 들어가는 시간에 대한 유량의 그래프를 합하면 Fig. 7과 같이 유입되는 유량은 동일하나 공정주기가 변하는 형태가 되거나, Fig. 8과 같이 공정주기는 일정하나 유입되는 유량이 증가하는 두 가지 형태로 주어진다. 이러한 형태는 다음과 같이 정의된 함수를 도입함으로써 구별할 수 있다.

$$g = GCM(L, \gamma)$$

즉 Fig. 7에서와 같이 $g=1$ 일 경우에는 각 장치의 제품이상에 의해서 공정순환 지연시간이 서로 다르게 나타나므로 이를 하나로 합하면 유량의 증가를 보이지 않지만, Fig. 8에서와 같이 $g>1$ 일 경우에는 g 값에 따라서 공정순환시간이 겹치는 결과를 초래하게 되어 유량의 증가가 발생한다.

이상조업시 중간저장조의 크기 결정 모델의 유도과정은 SISO 구조에서의 모델링 과정과 유사하다. 우선 MISO 구조의 각각의 변수와 parameter를 아래와 같이 뒀참자*를 가진 SISO 구조의 식으로 나타낸다.

$$\begin{aligned} \gamma^* &= \gamma/g, \quad \zeta^* = \zeta - k^* = \gamma^* - 1 = (\gamma/g) - 1 \\ \omega_1^* &= g(\omega_1/L), \quad \omega_2^* = \omega_{L+1}, \quad \omega_3^* = \gamma^* \omega_1^* = (r/g) \omega_1^* = (r/L) \omega_1 \\ U_1^* &= gU_L(1 + \mu_1), \quad U_2^* = \bar{U}_{L+1}, \quad U_3^* = (U_1^*/G) = U_L \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \cdot x_1' &= \text{mod}\{(Lx_i)/g, 1\}, x_2' = x_{L+1}, x_3' = x_{L+1} = x_1'/\gamma^* \\ \cdot \mu_1 &= \text{trunc}(Lx_i/g) \end{aligned}$$

① $U_i \geq U_2$ 일 경우 저장 요구량

조절된 하류공정의 유량에 의해 holdup은 다음과 같이 된다.

$$I(t) = \sum_{i=1}^3 c_i I(t) = \sum_{i=1}^3 \frac{1}{2} c_i U_i' \omega_i' h(u_i', y_i', z_i') \quad (28)$$

초기제품이상을 k_i 으로 표시했을 때, 시간에 대한 holdup의 변화는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \frac{\Delta V}{dt} &\geq 0 \quad (iy' + j - \zeta') \omega_1' \leq t < (iy' + j - \zeta') \omega_1' + x_1' \omega_1' \\ \frac{\Delta V}{dt} &< 0 \quad (iy' + j - \zeta') \omega_1' + x_1' \omega_1' \leq t < (iy' + (j+1) - \zeta') \omega_1' \end{aligned}$$

여기서 i 와 j 는 정수이고, $\zeta' = \gamma' - k_i'$ 이다.

$V(t)$ 는 주기 Ω 를 가진 주기함수이며, holdup의 local 최대값과 local 최소값에 대한 시간은 다음과 같이 주어진다.

$$\begin{aligned} t_{max} &= (\alpha_1 \gamma' + \alpha_2 - \zeta') \omega_1' + x_1' \omega_1' \\ t_{min} &= (\alpha_1 \gamma' + \alpha_2 - \zeta') \omega_1' \end{aligned} \quad (29)$$

α_1, α_2 는 정수이며, 그 범위는 $0 \leq \alpha_1 \leq \beta_3$ 이고, $0 \leq \alpha_2 \leq \gamma' - 2$ 이다. 그 밖의 ζ' 의 범위는 $0 \leq \zeta' \leq \gamma' - 1$ 이 된다. 주어진 공정순환시간과 제품이상 빈도수, t_{min} 으로부터 local 최소점에 대한 $h(u_i', y_i', z_i')$ 값을 계산할 수 있다. 즉

$$u_1' = \text{mod} \left[\frac{t_{min}}{\omega_1'}, 1 \right] = \text{mod} \left[\frac{(\alpha_1 \gamma' + \alpha_2 - \zeta') \omega_1'}{\omega_1'}, 1 \right] = 0$$

$y_1' = u_1' = 0$ 이고, $z_1' = x_1'$ 이 되므로 h_1 의 값은 0이 된다. 한편 h_2 는 다음의 두 가지 경우로 나누어 표시된다.

$$\begin{aligned} (1) \quad \alpha_1 p + y' - x_2' \geq 0 \text{일 경우 } h_2 \text{값} \\ h(u_2', y_2', z_2') = 2x_2'(\alpha_1 p + y') - 2x_2'(x_2' + y_2') + 2s \end{aligned} \quad (30)$$

$$\begin{aligned} (2) \quad \alpha_1 p + y' - x_2' < 0 \text{일 경우 } h_2 \text{값} \\ h(u_2', y_2', z_2') = 2(x_2' - 1)(\alpha_1 p + y') - 2x_2'(x_2' + y_2') + 2x_2' + 2s \end{aligned} \quad (31)$$

where, $s = \max(0, x_2' + y_2' - 1)$

h_3 의 경우에는

$$h_3 = |u_3' - y_3'| - |u_3' - z_3'| + (2u_3' - 1)(y_3' - z_3') \quad (32)$$

$$\therefore h(u_3', y_3', z_3') = \frac{2x_1'(\zeta' - \alpha_2)}{\gamma'^2} \text{가 되고,}$$

$$V_{min} = \min I(t) = \min \sum_{i=1}^3 \frac{1}{2} c_i U_i' \omega_i' h(u_i', y_i', z_i')$$

가 되므로, 다음의 결과를 얻는다.

$$\begin{aligned} I(t) &= \sum_{i=1}^3 \frac{1}{2} c_i U_i' \omega_i' h_i \\ &= \frac{1}{2} U_1' \omega_1' h_1 - \frac{1}{2} U_2' \omega_2' h_2 - \frac{1}{2} \frac{U_1'}{g} \gamma' \omega_1' h_3 \\ &= -\frac{1}{2} U_1' \omega_2' h_2 - \frac{1}{g} U_1' \omega_1' x_1' \frac{\zeta'}{\gamma'} + \frac{1}{g} U_1' \omega_1' x_1' \frac{\alpha_2}{\gamma'} \\ \therefore V_{min} &= U_2' \omega_2' [Z_1 - x_2' y' + x_2'^2 + x_2' y_2' - x_2' - S] - \frac{1}{g} \frac{U_1' \omega_1' x_1' \zeta'}{\gamma'} \end{aligned} \quad (33)$$

$$= U_2' \omega_2' [Z_1 - x_2' (kp - 1) - s] - \frac{1}{g} \frac{U_1' \omega_1' x_1' \zeta'}{\gamma'}$$

where, $Z_1 = \min(y', px_2')$, $s = \max(0, x_2' + y_2' - 1)$

최종적으로 최소 체류량은 다음과 같이 표현된다.

$$V_{min} = U_2' \omega_2' [Z_1 - x_2' (1 - kp) - s] - \frac{U_1' \omega_1' x_1' \zeta'}{g \gamma'} \quad (35)$$

위와 같은 과정으로 최대 체류량을 구하면 다음과 같다. 즉 최대 체류량이 나타나는 지점인 시간 t_{max} 에서의 각 unit에 대한 각각의 h_1, h_2 및 h_3 값은 다음과 같이 나타난다.

$$h_1 = |u_1' - y_1'| - |u_1' - z_1'| + (2u_1' - 1)(y_1' - z_1') = 2x_1'(1 - x_1') \quad (36)$$

$$\begin{aligned} (1) \quad \alpha_1 p + y' + x_2' - 1 \geq 0 \text{일 경우의 } h_2 \\ h(u_2', y_2', z_2') = 2(x_2' - 1)(\alpha_1 p + y') - 2x_2'(x_2' - 1) + 2x_2' y_2' + 2s \end{aligned} \quad (37)$$

$$\begin{aligned} (2) \quad \alpha_1 p + y' + x_2' - 1 < 0 \text{일 경우의 } h_2 \\ h(u_2', y_2', z_2') = 2x_2'(\alpha_1 p + y') - 2x_2' y_2' + 2s \end{aligned} \quad (38)$$

where, $s = \max(0, x_2' + y_2' - 1)$

$$h_3 = \left| \frac{\alpha_2 + 1 + x_1'}{\gamma'} \right| - \left| \frac{\alpha_2 + 1}{\gamma'} \right| + \left(2 \frac{\alpha_2 - \zeta' + x_1'}{\gamma'} + 1 \right) \left(\frac{x_1'}{\gamma'} \right) \quad (39)$$

$$\therefore h(u_3', y_3', z_3') = \frac{2x_1'(\zeta' - \alpha_2 - x_1')}{\gamma'^2} \quad (40)$$

이상의 경과로부터 최대 체류량은 다음과 같이 구해진다.

$$\begin{aligned} I(t) &= \sum_{i=1}^3 \frac{1}{2} c_i U_i' \omega_i' h_i \\ &= \frac{1}{2} U_1' \omega_1' h_1 - \frac{1}{2} U_2' \omega_2' h_2 - \frac{1}{2} \frac{U_1'}{g} \gamma' \omega_1' h_3 \end{aligned} \quad (41)$$

$$\begin{aligned} V_{max} &= U_2' \omega_2' [Z_2 + x_2' (k'p + \delta) - s] \\ &+ \frac{1}{g} U_1' \omega_1' x_1' \left[1 + g(1 - x_1') - \frac{1}{\gamma'} (2 - x_1') \right] - \frac{U_1' \omega_1' x_1' \zeta'}{g \gamma'} \end{aligned} \quad (42)$$

where, $Z_2 = \max[y' - p + x'p, 0]$

② $U_i < U_2$ 일 경우 저장조 요구량

하류공정의 유량이 더 큰 경우에는 저장조의 요구량은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} I(t) &= \sum_{i=1}^3 c_i I(t) = \sum_{i=1}^3 \frac{1}{2} c_i U_i' \omega_i' h(u_i', y_i', z_i') \\ \frac{\Delta V}{dt} &\geq 0 \quad t_0 + i\omega_3' + x_2' \omega_2' \leq t < t_0 + (i+1)\omega_3' + x_2' \omega_2' \\ \frac{\Delta V}{dt} &< 0 \quad t_0 + i\omega_3' \leq t < t_0 + i\omega_3' + x_2' \omega_2' \end{aligned} \quad (43)$$

local 최소값과 local 최대값은 다음 시간에서 일어난다.

$$\begin{aligned} t_{max} &= t_0 + \alpha_3 \omega_3' \\ t_{min} &= t_0 + \alpha_3 \omega_3' + x_2' \omega_2' \end{aligned}$$

여기서, h_2 는 다음의 식으로 주어진다.

$$h(u_2', y_2', z_2') = -2x_2'(x_2' + y_2' - 1) + 2s \quad (44)$$

또한 h_1 은 다음과 같이 유도된다.

$$(1) \quad \alpha_2 p' + \frac{y'}{m} - x_1' \geq 0 \text{인 경우}$$

$$h(u_1^*, y_1^*, z_1^*) = -2x_1^* \left(\alpha_2' + \frac{y_1'}{m} \right) + 2x_1^* \quad (45)$$

$$(2) \alpha_2 p' + \frac{y_1'}{m} - x_1^* < 0 \text{ 일 경우}$$

$$h(u_1^*, y_1^*, z_1^*) = -2 \left(\alpha_2' + \frac{y_1'}{m} \right) (x_1^* - 1) \quad (46)$$

h_2 의 경우에도 다음처럼 두 가지 경우로 나뉜다.

$$(1) \alpha_3 p'' + \frac{y_1'}{\gamma_1 m} - \frac{x_1^*}{\gamma_1} \geq 0 \text{ 일 경우}$$

$$h(u_1^*, y_1^*, z_1^*) = -2 \frac{x_1^*}{\gamma_1} \left(\alpha_3 p'' + \frac{y_1'}{\gamma_1 m} - 1 + \frac{k_1^*}{\gamma_1^*} \right) \quad (47)$$

$$(2) \alpha_3 p'' + \frac{y_1'}{\gamma_1 m} - x_1^* \frac{x_1^*}{\gamma_1} \geq 0 \text{ 일 경우}$$

$$h(u_1^*, y_1^*, z_1^*) = -2 \left(\alpha_3 p'' + \frac{y_1'}{\gamma_1 m} \right) \left(\frac{x_1^*}{\gamma_1} \right) - 2 \frac{x_1^*}{\gamma_1} \left(\frac{k_1^*}{\gamma_1^*} \right) \quad (48)$$

식 (28)에 의해서 위에서 구한 h_1 , h_2 , h_3 를 대입하면, 다음과 같은 결과를 얻는다.

$$V_{min} = U_2^* \omega_2^* [Z_3 + x_2^* (kp - 1) - S] - \frac{U_1^* \omega_1^* x_1^*}{g\gamma^*} \xi^* \quad (49)$$

$$\text{where, } Z_3 = \min \left[\frac{y_1'}{g} \left(\frac{U_1^*}{U_2^*} \right), y_1' \left(\frac{U_1^*}{U_2^*} \right) \left(\frac{1}{g} - 1 \right) + px_2^* \right],$$

$$S = \max(0, x_2^* + y_2^* - 1)$$

$$V_{max} = U_2^* \omega_2^* [Z_4 + x_2^* (k'p + \delta) - S]$$

$$U_1^* \omega_1^* x_1^* \left[\frac{1}{g} \left(1 - \frac{2}{\gamma^*} + g \right) - x_1^* \frac{1}{g} \left(g - \frac{1}{\gamma^*} \right) \right] - \frac{U_1^* \omega_1^* x_1^*}{g\gamma^*} \xi^* \quad (50)$$

$$\text{where, } Z_4 = \max \left[\left(\frac{U_1^*}{U_2^*} \right) (y_1' - p) + px_2^*, 0 \right], S = \max(0, x_2^* + y_2^* - 1)$$

3-2. MIMO 구조에서의 제품이상을 고려한 중간저장조의 분석적 해

중간저장조 입장에서 본 상류공정 제품이상의 경우에는 상류공정 공정순환시간에 직접적인 변화가 주어지므로 저장조 크기에 매우 큰 영향을 미치지 않지만, 하류공정에 대한 제품이상의 경우에는 공정순환시간에 영향을 미치지 못하게 된다. 즉 공정순환시간은 각 회분장치의 준비시간, 공정진행시간, 유입시간, 방출시간으로 구성되는데, 항상 반응이나 공정진행 후에 알 수 있는 제품이상은 다음 공정이나 저장조로 들어가는 방출시간에 영향을 미치게 된다. 그러므로 저장조 입장에서 본 상류공정의 공정순환시간은 방출시간의 비율로 나타내지만, 하류공정의 경우에는 유입시간의 비율로 나타내므로 하류공정의 제품이상은 중간저장조의 크기결정과 관련해서는 의미가 없게 된다. 그러므로 하류공정의 이상조업은 하류공정 공정순환시간 안에서의 장치수에 따라 대칭적으로 일어난다. 즉, 하류공정은 상류공정에서처럼 제품이상 지연시간의 비가 아닌, 공정지연시간의 비

로써 운용되는 이상조업이 되는 것이다. 이 역시도, 첨자 *를 가진 SISO 구조처럼 나타낼 수가 있다.

$$\gamma^* = \gamma/g, \quad \zeta^* = \gamma' - k' = \gamma' - 1 = (\gamma/g) - 1$$

$$\omega_1^* = g(\omega_1/L), \quad \omega_2^* = \omega_{2,i}/M, \quad \omega_3^* = \gamma' \omega_1^* = (r/g) \omega_1^* = (r/L) \omega_1^*$$

$$U_1^* = gU_L(1 + \mu_1), \quad U_2^* = \frac{L}{M} U_L \left(\frac{x_L}{x_{L+1}} \right) \left(\frac{\gamma - 1}{\gamma} \right) (1 + \mu_2),$$

$$U_3^* = (U_1^*/G) = U_L$$

$$x_1^* = \text{mod}\{(Lx_L)/g, 1\}, \quad x_2^* = \text{mod}\{Mx_{L+1}, 1\}, \quad x_3^* = x_{L+1} = x_1^*/\gamma^*$$

$$\mu_1 = \text{trunc}(Lx_L/g), \quad \mu_2 = \text{trunc}(Mx_{L+1})$$

① $U_1^* \geq U_2^*$ 일 경우 저장 요구량

조절된 하류공정의 유량에 의해 holdup은 MISO 구조와 같이 유도되며 그 결과는 다음과 같다.

$$V_{min} = U_2^* \omega_2^* [Z_1 - x_2^* (1 - kp) - s] - \frac{U_1^* \omega_1^* x_1^*}{g\gamma^*} \xi^*$$

$$\text{where, } Z_1 = \min(y_1', px_2^*), \quad s = \max(0, x_2^* + y_2^* - 1)$$

$$V_{max} = U_2^* \omega_2^* [Z_2 + x_2^* (k'p + \delta) - s]$$

$$+ \frac{1}{g} U_1^* \omega_1^* x_1^* \left[1 + g(1 - x_1^*) - \frac{1}{\gamma^*} (2 - x_1^*) \right] - \frac{U_1^* \omega_1^* x_1^*}{g\gamma^*} \xi^*$$

$$\text{where, } Z_2 = \max[y_1' - p + x_1^* p, 0]$$

② $U_1^* < U_2^*$ 일 경우 저장조 요구량

하류공정의 유량이 더 큰 경우에도 중간저장조의 크기모델은 MISO 구조와 유사하다.

$$V_{min} = U_2^* \omega_2^* [Z_3 + x_2^* (kp - 1) - S] - \frac{U_1^* \omega_1^* x_1^*}{g\gamma^*} \xi^*$$

$$\text{where, } Z_3 = \min \left[\frac{y_1'}{g} \left(\frac{U_1^*}{U_2^*} \right), y_1' \left(\frac{U_1^*}{U_2^*} \right) \left(\frac{1}{g} - 1 \right) + px_2^* \right],$$

$$S = \max(0, x_2^* + y_2^* - 1)$$

$$V_{max} = U_2^* \omega_2^* [Z_4 + x_2^* (k'p + \delta) - S]$$

$$+ U_1^* \omega_1^* x_1^* \left[\frac{1}{g} \left(1 - \frac{2}{\gamma^*} + g \right) - x_1^* \frac{1}{g} \left(g - \frac{1}{\gamma^*} \right) \right] - \frac{U_1^* \omega_1^* x_1^*}{g\gamma^*} \xi^*$$

$$\text{where, } Z_4 = \max \left[\left(\frac{U_1^*}{U_2^*} \right) (y_1' - p) + px_2^*, 0 \right], \quad S = \max(0, x_2^* + y_2^* - 1)$$

3-3. 직렬구조에서의 중간저장조 해석

SISO 구조의 해석 결과는 간단한 변형에 의하여 Fig. 3에서와 같은 직렬구조에 쉽게 적용할 수 있다. 직렬구조는 SISO 구조의 결합으로 이루어져 있으므로 직렬구조 공정을 SISO 구조로 분리한 후 각각의 SISO 구조를 위의 분석 결과를 이용하여 중간저장조의 크기를 구할 수 있다. SISO 구조로의 분리시 고려해야 할 점은 전체 직렬구조의 처리량은 각각의 SISO 구조에서 같아야 한다는 사실이다. SISO 구조의 모델식을 이용한 직렬구조에서의 중간저장조 크기결정은 다음의 절차에 의하여 수행된다.

① 기준이 되는 유량을 구한다. 즉 가장 작은 유량을 중심으로 바로 앞 공정의 유량을 기준으로 제품이상을 고려한 조절유량을 계산한다.

Table 1. Intermediate storage vessel size and initial holdup

CASE	V'	V(0)
SISO structure	2588.6 kg	937.5 kg
L=4, M=1 in-phase	10354.4 kg	3750.0 kg
out of-phase	5854.2 kg	750.0 kg
L=5, M=1 in-phase	12943.0 kg	4687.5 kg
out of-phase	2442.7 kg	1312.5 kg
L=4, M=2 out of-phase	5526.1 kg	713.5 kg
L=4, M=3 out of-phase	5489.6 kg	895.8 kg
L=4, M=4 out of-phase	5453.2 kg	1005.3 kg

$$\bar{U}_2 x_i = U_i x_i' (\gamma_i - 1)$$

② ①로부터 구한 \bar{U}_2 를 기준이 되는 유량 \bar{U}_1 라 정의하고, \bar{U}_1 를 기준으로 유출 유량을 \bar{U}_i 로부터 계산한다.

③ 전 공정의 유출 유량을 $\bar{U}_i = U_i \frac{x_i' (\gamma_i - 1)}{x_i' (\gamma_i - 1)}$ 의 식으로부터 구한다.

④ 위 절차로부터 구한 유량을 다음단계로 확대하여 전체 직렬구조의 유량을 결정하고 이의 결과를 SISO 구조에서의 중간저장조 크기 결정 모델식에 적용하여 V(0)와 V'을 구한다.

4. 예 제

상류공정의 유량은 1,500 kg/hr이고, 공정주기는 9 hr이며, discharge 시간은 1 hr이다. 하류공정은 1.5 hr후에 운용되며, 공정주기는 5 hr이고, discharge 시간은 4 hr이다. 제품이상은 평균적으로 8번째 회분마다 일어나며, SISO 구조 및 동상조업시, 초기이상은 3번째 회분에서 일어나는 공정에 대하여 중간 저장조의 크기 및 최초 초기저장요구량을 주어진 모델로부터 계산하여 Table 1에 나타내었다. 표에 나타난 바와 같이 상, 하류공정의 개수와 공정운용형태가 중간저장조의 크기 및 초기저장요구량에 많은 영향을 주는 것을 알 수 있다. 즉 제품이상을 가진 MISO 구조에서 동상조업(in-phase operation)을 실시할 경우에는 장치개 L개 늘어남에 따라 저장조의 크기를 L배시켜 주어야만 한다. 또한 symmetric failure delay를 가진 이상조업(out of phase)을 실시할 경우, 동상조업(in-phase operation)에 비해서 저장조의 크기가 현저하게 줄어드는 것을 알 수 있다. 한편, 이상조업시 정의된 g값에 의해서 장치의 갯수와 제품이상의 주기가 GCM(L, γ)=1인 관계를 가질 경우에는 저장조의 크기가 SISO 구조에 비해서 별로 커지지 않음을 볼 수가 있다. 하지만, GCM(L, γ)>1인 관계에서의 저장조는 SISO 구조보다는 크지만 동상조업시보다는 작은 크기가 결정된다. 하류공정의 경우 제품이상은 저장조의 크기에 영향을 주지 않으나, 공정운용형태는 저장조 크기결정에 영향을 주는 것을 알 수 있다.

5. 결 론

다품종 소량 생산에 유리한 회분식 공정은 다양한 제품의 요구가 높아지고 있는 현재의 산업 추세에 비추어 점차 중요성이 커지고 있다. 이에 따라 회분식 공정의 여러 가지 단점을 보완하는 중요한 역할을 담당하는 중간저장조에 대한 크기결정 및 운용전략 등에 관한 해석이 요구되고 있다. 현재까지는 회분식 공정이 가지는 복잡한 공정 변수로 인하여 중간저장조의 해석은 주로 경험에 의존하였으며, 일부 제한적인 조건에서의 해석이 시도되었다. 본 연구에서는 공정 중에 발생할 수 있는 제품이상을 고려한 중간저장조의 크기결정 모델을 제시함으로써 공정이상을 고려하지 않은 모델에 비하여 실제

공정 상황을 더욱 자세히 표현하게 되어 실제 산업체에서의 적용 범위를 넓혔다. 본 모델의 개발에 적용된 제품이상 변수 값은 공정운용 중 발생하는 예상 제품이상 주기의 평균값을 적용하였으며, 제품이상 주기가 평균값과 달라지는 경우는 가변성 분석을 통하여 중간저장조의 크기결정에 미치는 영향을 분석, 반영할 수 있다. 이에 관한 기법은 향후 논하기로 한다. 또한 대부분의 회분식 공정이 장치설치 후 시장 상황의 변화에 따라 생산량을 늘릴 경우 평행하게 장치를 추가하게 되므로 평행한 장치가 상, 하류에 존재하는 MISO, MIMO 구조에서의 중간저장조 해석을 위한 모델식은 장치의 개조(retrofit)를 위한 공정해석에도 활용될 것으로 기대된다. 본 모델에서는 공정이 동상조업 혹은 이상조업으로 운용되는 경우에 대한 해석이 가능하도록 함으로써 공정의 효율 향상을 위한 공정운용 전략의 수립을 위한 도구로의 사용도 가능하다. 일반적으로 중간저장조의 설치를 위하여는 많은 투자비가 수반되므로 본 연구의 결과를 이용할 경우 최적생산을 위한 공정 운용 전략 및 요구되는 장치의 크기를 결정하기 위한 일차적 해를 제시하여 준다. 최종적인 세부 해석은 공정모사를 통하여 가능할 것이나 본 모델에서는 주어진 조건을 충족시키는 간단한 수식해를 제공해 줌으로써 공정모사 수행 범위를 좁혀주게 되어, 최적값의 도출을 보장하고 빠른 모사가 가능하도록 하여준다.

감 사

본 연구는 한국과학재단의 연구비지원(과제번호 951-1107-013-2)을 받아 수행되었으며, 이에 심심한 감사의 뜻을 전합니다.

사용기호

a_{ij}	: a constant derived from the cycle times and delay times of unit i and j
c	: a coefficient assigned to every unit
f(t)	: general flow rate function for a unit
F(t)	: characteristic flow function for a unit
g	: GCM as defined in L and γ
h	: function defined in u_i , x_i , z_i , and y_i
L	: number of units in the upstream stage
M	: number of units in the downstream stage
N	: total number of units, L+M
N_T	: total number of H functions
t	: time
t_i	: delay time for unit i
T	: set of all the corner points of the holdup function
T_e	: time required to empty a batch unit
T_f	: time required to fill a batch unit
T_i	: shutdown time for a semicontinuous unit
T_{max}	: set of candidates t_{ij} , $t_{ij} \in T$ for $I(t_{ij})=V_{max}$
T_{min}	: set of candidates t_{ij} , $t_{ij} \in T$ for $I(t_{ij})=V_{min}$
T_p	: preparation time and waiting time for a batch unit
T_B	: processing time of a batch unit
T_S	: processing time for a semicontinuous unit
U	: constant input or output flow rate of a unit
u	: mod (t/ω , 1)
V	: batch size of a unit
V(t)	: holdup in the storage vessel
V_{max}	: maximum value of I(t)

V_{min}	: minimum value of $I(t)$
V^*	: limiting size required to decouple the upstream and downstream stage
x	: characteristic fraction for a unit as defined in Assume. 4
y	: fractional delay time variable of a unit
Y	: N-dimensional vector of fractional delay times (y_1, y_2, \dots, y_N)
z	: mod ($x+y, 1$)

그리스 문자

α	: integer variable
β	: characteristic integer of a unit defined as Ω/ω
ω	: cycle time of a unit
Ω	: least common multiple of $\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_N$
τ, θ	: dummy variables

상 · 하첨자

i, j	: units i, j
*	: quantities for the 1-1 system equivalent to an L-M system with symmetric delay times

수학적 기호

GCM()	: greatest common measure of the quantities within the parenthesis
LCM()	: least common multiple of the quantities within the parenthesis
max[]	: maximum of the quantities within the bracket

min[]	: minimum of the quantities within the bracket
mod(x, y)	: z such that $x=ky+z$ for some integer k and $0 \leq z < y$
trunc(x)	: the greatest integer in x
$ \cdot $: absolute value

참고문헌

1. Lee, H. K., Lee, I. B. and Chang, K. S.: *HWAHAK KONGHAK*, **30**, 237(1992).
2. Jung, J. H., Lee, I. B., Yang, D. R. and Chang, K. S.: *HWAHAK KONGHAK*, **32**, 133(1994).
3. Lee, H. K., Kim, M. and Lee, I. B.: *HWAHAK KONGHAK*, **34**, 257(1996).
4. Yi, G. and Reklaitis, G. V.: *Korean J. Chem. Eng.*, **12**, 123(1995).
5. Yi, G. and Reklaitis, G. V.: *Korean J. Chem. Eng.*, **12**, 100(1995).
6. Karimi, I. A. and Reklaitis, G. V.: *AIChE.*, **29**, 588(1983).
7. Karimi, I. A. and Reklaitis, G. V.: *AIChE.*, **31**, 44(1985).
8. Lee, E. S. and Reklaitis, G. V.: *Computer & Chem. Eng.*, **13**, 491 (1989).
9. Lee, E. S. and Reklaitis, G. V.: *Computer & Chem. Eng.*, **13**, 1235 (1989).
10. Karimi, I. A. and Reklaitis, G. V.: *AIChE.*, **31**, 1516(1985).
11. Karimi, I. A. and Reklaitis, G. V.: *AIChE.*, **31**, 1528(1985).
12. Lee, E. S.: *Korean J. Chem. Eng.*, **12**, 358(1995).
13. Jan, J. T.: "Engineering Mathematics Handbook", 2nd ed., McGraw-Hill, New York, NY(1979).