

## 직렬구조의 회분식 공정에서 저장시간제약을 고려한 다품종생산 공정운용 모델개발

하진국 · 이범석\* · 이인범\*\* · 이의수†

동국대학교 공과대학 화학공학과

\*경희대학교 공과대학 화학공학과

\*\*포항공과대학교 화학공학과

(1998년 6월 1일 접수, 1998년 9월 2일 채택)

## Completion Times in Serial Multiproduct Batch Processes with Storage Time Restriction

Jin Kuk Ha, Bom Sock Lee\*, In-Beum Lee\*\* and Euy Soo Lee†

Dept. of Chem. Eng., Dongguk Univ.

\*Dept. of Chem. Eng., Kyunghee Univ.

\*\*Dept. of Chem. Eng., POSTECH

(Received 1 June 1998; accepted 2 September 1998)

### 요 약

회분식 공정은 공정내의 중간저장조의 크기, 위치 및 역할에 따라 UIS, NIS, FIS, ZW 등 4가지로 공정운용 방안을 분류할 수 있다. 이들 4가지 공정 mode를 대상으로 생산계획을 최적화하기 위하여 현재까지 개발된 공정운용 모델들은 중간저장조의 저장시간에 제약이 없는 경우에만 국한하고 있으므로 실제의 응용에 많은 제약이 있는 실정이다. 본 연구에서는 이러한 제약을 완화하는 보다 일반화된 모델인 각 제품에 중간저장조의 저장시간이 제약이 있을 경우의 회분식 공정운용의 모델개발 제시하였다. 다루어진 공정운용 모델은 실제 산업현장에서 사용되고 있는 NIS와 ZW 공정운용 방안으로, 이때 각각에 대한 생산완료시간 예측 모델을 개발하였다. 또한 NIS-ZW 공정운용 방안과 ZW-NIS 공정운용 방안에 대한 생산계획 모델을 제시하고, 이들 결과를 바탕으로 일반적인 직렬구조의 회분식 공정에서 NIS와 ZW 운용방안이 번갈아 발생하는 형태의 공정운용에서의 조업완료시간 예측 모델을 개발하였으며, 이들 모델에 대한 수식해를 구하였다.

**Abstract**— The scheduling literature dealing with serial multiproduct systems has focussed on the determination of completion times for the various types of the intermediate storage policies such as UIS, FIS, NIS and ZW. In practical applications, time limitations will exist while storing the intermediate products in the storage vessel due to the time dependent changes of the chemical and physical properties. This paper presents an completion time calculation model for serial multiproduct batch process with storage time constraints. A set of recurrence relations for serial multiproduct processes in ZW and NIS policy is suggested. These results are used to describe an completion time algorithm for the case where NIS and ZW mode is used between pair of processing stages. Finally, these models were extended to treat the more usual case involving both policies in serial systems. The effectiveness of the proposed model is illustrated with a example.

Key words : Intermediate Storage, NIS, ZW, Storage Time Restriction

### 1. 서 론

과거의 화학공정은 대규모 연속식 생산공정으로써의 대량 생산체제를 지향하여 왔으나, 최근산업은 양적 생산체제에서 질적 생산체제로 전환되고 있다. 또한 소비 형태나 소비자의 취향이 매우 다양해지면서 점점 짧은 시간내에 변동하는 수요에 대응할 수 있는 다품

종, 고부가가치, 소량생산의 회분식 화학공정이 점차 각광을 받기 시작하였다. 이러한 회분식 조업이 관심의 대상이 됨에 따라 연속 공정에서와는 달리 회분식 공정에서 일어날 수 있는 여러 가지 문제점들의 연구가 시작되었다. 이러한 연구는 1980년대 초에 시작되어 1980년대 중반부터 매우 활기를 띄어 왔다. 화학공학에서의 이러한 회분식 공정에서 일어나는 문제는 주로 다수의 주어진 생산품들을 제조하는데 드는 총 조업시간을 최소화할 수 있는 제품의 조업순서 즉 생산계획(production sequencing and scheduling)을 결정하는데 있

†E-mail : eslee@cakra.dongguk.ac.kr

으며 생산설비의 유형에 따라 생산될 제품들이 원료로부터 제품까지의 제조과정이 모두 일정하게 주어진 다품종(multi-product) 조업과 생산순서가 각 제품별로 다를 수 있거나 일정치 않은 다목적(multi-purpose) 조업 문제로 나눌 수 있다. 본 연구는 이들 중 다품종조업 최적 생산계획 문제로 그 연구방향을 설정하였다. 이들 다품종 생산계획에 관한 연구는 매우 활발하여 Reklaitis[1]와 Ku 등[2]이 여러 차례 review하기도 하였다.

회분식조업에서 생산효율의 증대방안에 관한 기술 중 하나가 각 회분식 장치들 사이에 중간저장조를 두어 한 장치에서 병목현상(bottleneck)이 생길 때, 그 장치 이전의 모든 장치에 생기는 조업대기현상을 완화시키는 역할을 한다. 이런 중간저장조를 사용하는 혹은 중간저장조없이 조업하는 공정 특성상 그 사용 유형에 따라 UIS(unlimited intermediate storage), NIS(no intermediate storage), FIS(finite intermediate storage), ZW(zero waste) 등으로 나눈다. 그 외에 Wiede Jr.와 Reklaitis[3]는 기본적인 4가지 유형의 중간저장조 운용방안을 조합적으로 사용하여야 하는 경우인 MIS(mixed intermediate storage)를 제안하였고 Ku와 Karimi[7]는 FIS의 운용방안을 응용하여 중간저장조를 공유하는 shared storage block을 제안하였다. 또한 Jung 등[6]은 Ku와 Karimi의 중간저장조의 공유화(shared storage)를 전 공정에 적용하는 CIS(common intermediate storage) 전략을 제안하였다.

생산공정이 다양한 만큼 전체생산계획법도 다양한 방법으로 개발되어지고 있다. 현재까지 개발되어 발표되어진 전체생산계획의 방법론으로는 공정을 수학적으로 정확히 표현한 후 최적화 문제를 풀이하는 최적화 기법, 경험적 법칙을 이용하여 최적 해답을 얻는 방법, BAB(branched and bound) search방법, 모든 가능성을 다 조사하는 combinatorial exhaustive search법 및 인공지능 응용법 등이 있으며 최근에는 시행착오적 방법의 단점을 보완한 simulated annealing(SA) 기법을 이용한 최적화법 등이 연구되고 있다. 또한 각 단계의 단위공정에 제품을 생산하는 순서를 지정하여 주는 상세일정계획은 회분식 공정에서 생산성 효율의 최적화를 위해 생산되는 제품들의 순서와 그 순서에 의한 제품 시간도(time table)를 작성하는 것을 포함하고 있다. 중간저장조가 개입된 상세일정계획을 다루면서 연구되어야 할 것이  $i$  장치가  $j$  번째의 제품의 조업을 완료하는 시간의 적절한 표현법(completion time algorithm)이다. 이들 조업완료시간 표현법은 주로 수학적 회귀공식(recurrence relation)으로 표현되어졌고, 또 Gantt chart로 얻어지기도 하였다. 조업완료시간 표현법은 여러 가지 생산계획 기법에 필수적으로 사용되어지고 있으며, 최근 Wiede Jr.와 Reklaitis[3]는 2-unit FIS, multi-unit FIS 그리고 MIS 방안에 있어서의 조업완료시간을 얻어내는 알고리즘을 개발하여 발표하였으며, 그후 Rajagopalan과 Karimi[8]는 전달시간과 조업준비시간을 고려한 MIS방식에서의 조업완료시간을 구하는 방법을 수식화하였다. Ku와 Karimi[7]는 shared storage block 운용방안에 대한 조업완료시간을 얻어내는 알고리즘을 발표하였다. Jung 등[6]은 CIS 방안에 대한 조업완료시간을 얻어내는 알고리즘을 개발하였다. 조업완료시간을 나타내는 알고리즘의 개발에서 본 바와 같이 점차 실제공정에서 일어나는 세부적이고 특수한 상황을 표현해 주는 방법을 개발하는 방향으로 발전되어져 가고 있음을 알 수 있다. 이상의 연구들에서는 제품이 중간저장조에 저장되는 경우에 있어서의 저장시간제약을 고려하지 않았다. 그러나 일반적으로 화학반응을 수반하는 회분식 공정에서 반응기내에 체류되는 조건은 최적화된 조건으로 주어지므로 회분식 반응기에서의 공정이 완료된 제품들은 즉시 다음 단계로 이송되어야 하며, 그렇지 않을 경우 제품의 규격 이상이 발생할 수 있다(ZW 공정). 기타 분리 정제 등의 목적으로 사용되는 회분식 공정 장치의 경우, 하류공정의 운용상황에 따라 필요한 경우 중간제품을 저장할 수 있으나 이 역시 저장시간에 어느 정도의 제약을 갖게 된

다(NIS 공정). 따라서 실제 산업현장의 회분식 공정의 운용은 NIS와 ZW의 두 가지 운영형태가 번갈아 발생하는 형태로 주어진다. 또한 대부분의 정밀화학 제품들은 시간의 경과에 따라 제품의 물성이 민감하게 변하는 경시변화를 수반한다. 따라서 생산과정의 중간 제품을 일시적으로 저장하거나, 최종제품을 출하를 위하여 저장할 경우에 있어서 대부분의 경우 제품의 품질변화를 최소화하기 위해 중간저장조에서의 저장시간의 제약을 받게 된다. 본 연구에서는 이와 같이 실제 산업현장의 회분식 공정의 운용 방안인 ZW와 NIS 운영 방안 각각에 대해서 그리고 ZW와 NIS의 운영형태가 번갈아 발생하는 방안에 대해서 중간저장조의 저장시간에 제약이 있을 경우의 회분식 공정운용의 모델개발, 제시하였으며 각 모델에 대한 조업완료시간을 구하는 방법을 제시하였다. 또한 이들 모델에 대한 수식해를 그래프 기법을 이용하여 구하였으며, 몇 가지 예를 통하여 결과를 검증하였다.

## 2. 저장시간제약하에서의 공정 조업완료시간 결정 모델

실제 산업현장의 회분식 공정의 운용 방안인 ZW와 NIS 운영 형태에서 중간저장조의 저장시간에 제약이 있을 경우의 생산계획 모델 개발을 위하여 도입된 가정은 다음과 같다.

- ① 모든 제품은 모든 장치에서 같은 순서로 처리되어진다.
- ② 현재 진행되고 있는 공정이 항상 우선이다.
- ③ 중간저장조의 상류 단위 공정에서의 중간 생성물은 중간저장조 하류 단위공정이 비어 있어도 반드시 중간저장조를 거쳐서 다음 단위 공정으로 이동한다.
- ④ 중간저장조는 공유되어지지 않고 장치와 장치사이에 존재한다.
- ⑤ 중간저장조에서 다음 단위공정으로의 이동시간은 이전 단위공정에서 중간저장조로의 전달시간과 동일하다.
- ⑥ 각 제품에 대한 중간저장조의 사용 시간이 제한되어 있다.
- ⑦ 중간저장조의 cleaning time은 무시한다.
- ⑧ 회분식 공정의 특성이 공장 전체에 적용된다. 즉 중간생성물을 합치거나 나누지 않는다.

이상의 조건하에서 전체적인 생산계획이 주어졌을 때 제품  $j$ 가 단위공정  $i$ 에서 빠져나가는 시간 즉 각 단위공정에서의 조업완료시간  $C_{ij}$  및 makespan을 구하고자 한다. 구체적인 모델개발 대상공정 형태는 첫 번째로 실제 화학공정에서의 회분식 공정의 일반적인 운용 방안인 ZW와 NIS 운용 형태에서 중간저장조의 저장시간에 제한이 있을 경우의 조업완료시간 결정 모델을 개발하였다. 이후 ZW 운용방식을 채택하고 있는 serial 구조, ZW-NIS 운용방식 및 NIS-ZW 운용방식을 채택하고 있는 serial 구조의 각각에 대한 조업완료시간을 구하였으며, 최종적으로는 이들 각각의 방식이 하나로 모여져 있는 일반적 공정운용 형태인 NIS-ZW-NIS 운용방식을 채택한 serial 구조에 대한 조업완료시간을 구하였다. 이러한 운용방식에서 ZW 방침을 사용하는 경우에는 마지막 공정에서의 holding을 허용한 경우와 허용하지 않은 경우로 나누어 고려함으로써 모델의 적용범위를 넓혔다. 본 논문에서 사용되는 주요 변수들의 정의는 다음과 같다.

$N$ : 생산 제품의 수

$M$ : 각 단위 공정들의 수

$U_i$ :  $i$ 번째 단위공정

$t_{ij}$ : 단위공정  $i$ 에서 제품  $j$ 를 처리하는 시간(processing time)

$a_{ij}$ : 단위공정  $i$ 에서 외부로 제품  $j$ 를 이송시키는 시간(전달시간)

$s_{kij}$ : 단위공정  $k$ 에서 제품  $i$ 를 내보낸 후 제품  $j$ 를 처리하기 위해

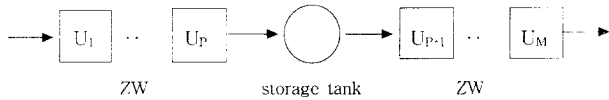


Fig. 1. A serial multiproduct process with ZW.

준비하는 시간(조업준비시간)

$C_{ij}$ : 단위공정  $i$ 에서  $j$ 번째 제품까지 처리하는데 걸리는 시간 (Completion time)

$\alpha_{ij}$ : 단위공정 사이에 존재하는  $i$ 번째 중간저장조에서  $j$  제품을 저장할 때의 저장제한시간

$z_i$ : 단위공정  $i$ 와  $i+1$  사이에 존재하는 중간저장조의 수

## 2-1. ZW 운용방안을 채택하고 있는 Serial 구조

첫 번째로 고려된 공정구조는 ZW 모드로 운영되는 공정 사이에 중간저장조가 위치하는 경우로써(Fig. 1) 각 공정에서의 전달시간 (transfer time)과 조업준비시간(set-up time)을 고려한 경우이다. 기존의 논문에서는 ZW 운용방안의 마지막 공정에서의 holding을 허용하였으나, 본 논문에서는 ZW 운용방안의 본래의 목적에 맞게 마지막 공정에서의 holding을 허용하지 않는 경우를 고려하였다.

ZW 방침을 사용하는 단위공정은 중간제품이 기다림 없이 다음 단위공정을 수행한다는 의미이므로 ZW 방침을 사용하는 구간의 맨 첫 단위공정에 들어올 제품들은 적절한 시간동안 공정의 시작을 미루어야 할 필요가 생긴다. 이러한 지연시간(delay time)을 계산하는 방법은 Reddi와 Ramamurthy[10]가 제안하였고, Rajagopalan와 Karimi[8]가 transfer time과 set-up time을 고려한 지연시간을 계산하는 방법을 제안하였다. 이를  $d_{ij}$ 로 표시하며 이는 제품  $i$  다음에 제품  $j$ 가 처리된다고 할 때 제품  $i$ 와  $j$  사이의 지연시간을 나타낸다. 본 대상구조에서는 중간저장조를 중심으로 Unit 1( $U_1$ )-Unit P( $U_P$ )와 Unit P+1( $U_{P+1}$ )-Unit M( $U_M$ )의 공정은 각각 ZW 방침을 사용하고 있다. 따라서 Unit 1( $U_1$ )-Unit P( $U_P$ )와 Unit P+1( $U_{P+1}$ )-Unit M( $U_M$ )의 각각의 공정에 대한 지연시간을 따로 계산해야하며 이를 각각  $d1_{ij}$ 와  $d2_{ij}$ 로 표시하였다.

ZW 방침을 사용하는 공정에서는 제품간의 지연시간을 고려해야 하므로 첫 단위공정에서의 제품  $j$ 의 조업완료시간은 다음의 관계를 만족하여야 한다.

$$C_{1j} = C_{1(j-1)} + a_{1(j-1)} + d1_{1j} + t_{1j} \quad (1)$$

Unit 2-Unit P 단위공정에서는 첫 단위공정에서 제품간의 지연시간을 고려함으로써 제품  $j$ 는  $i-1$  단위공정에서 공정을 끝낸 후 바로 다음 단위공정  $i$ 로 바로 보내어져 공정을 시작할 수 있기 때문에 제품  $j$ 에 대한 각 단위공정에서의 조업완료시간  $C_{ij}$ 는 다음 관계를 만족하여야 한다.

$$C_{ij} = C_{(i-1)j} + a_{(i-1)j} + t_{ij} \quad (i = 2, 3, \dots, P) \quad (2)$$

단위공정 P에서 공정을 마친 제품  $j$ 는 단위공정 P+1에서 제품을 받을 준비가 되어 있어 중간저장조를 거쳐서 바로 단위공정 P+1로 이동할 수 있는 경우와 중간저장조에 제품  $j-1$ 이 채워져 있어 단위공정 P에서 holding을 해야 하는 경우 및 중간저장조는 비워져 있고 단위공정 P+1이 아직 준비가 되어 있지 않아 중간저장조를 사용해야 하는 경우로 나눌 수 있다. 두 번째 경우에 제품  $j$ 는 단위공정 P+1이 제품  $j-1$ 을 내보낸 후 다음 제품을 받을 준비가 되어있을 때까지 단위공정 P에서 일정시간 holding한 후 중간저장조를 사용해야 한다. 또한 세 번째 경우에서도 제품  $j$ 가 단위공정 P에서 공정을 끝낸 후 중간저장조를 사용할 수는 있지만 단위공정 P+1이 제품을 받을 준

비가 될 때까지 중간저장조에서 제품  $j$ 가 머무는 시간이 중간저장조에서의 저장제한시간을 초과할 수가 있다. 이와 같은 두 경우에 제품  $j$ 는 단위공정 P에서 일정시간 holding을 한 후 중간저장조를 사용해야 한다.

위와 같은 두 경우, 제품  $j$ 는 단위공정 P에서 공정을 마친 후 바로 다음 공정이나 중간저장조를 사용하지 못하고 일정시간 단위공정 P에서 머물러야 한다. 하지만 단위공정 P는 ZW운용을 하기 때문에 단위공정 P에서 공정을 마친 제품  $j$ 는 바로 다음 공정으로 이동해야 한다. 이러한 단위공정 P에서 발생할 수 있는 제품  $j$ 의 holding 시간을 없애기 위해 제품  $j$ 가 공정을 시작하기 전에 단위공정 P에서의 holding 시간을 미리 계산하여 지연시간(delay time)에 고려해야 한다.

이와 유사한 경우로 Rajagopalan와 Karimi[8]는 MIS 운용방침을 사용하는 공정에서 ZW의 마지막 공정에서 발생하는 이런 holding 시간인  $W$ 로부터 실제 지연시간  $d_{ij}$ 를 구하였다.

본 논문에서는 제품  $j$ 가 단위공정 P에서 발생하는 holding 시간인 기다리는 시간  $\theta_j$ 를 유도하였으며 식 (3)과 같다.

$$\theta_j = [C_{(P+1)(j-1)} + a_{(P+1)(j-1)} + d2_{(j-1)j}] - [C_{P(j-1)} + d1_{(j-1)j}^* + a_{P(j-1)} + s_{P(j-1)j} + t_{Pj} + a_{(P-1)j} + \alpha_{1j}] \quad (3)$$

Rajagopalan와 Karimi[8]의 기다리는 시간인  $W_i$ 는 단위공정 P에서 제품  $i$ 의 holding 시간을 구하여 제품  $i$ 와 제품  $j$ 의 실제지연시간  $d_{ij}$ 를 구하였으나 본 논문의  $\theta_j$ 는 제품  $j$ 가 공정을 시작하기 전에 단위공정 P에서 제품  $j$ 의 holding 시간을 미리 구하여 제품  $i$ 와 제품  $j$ 의 실제지연시간  $d1_{ij}$ 를 구하였다.

즉 ZW 운용방안에서 기다리는 시간  $\theta_j$ 가 존재할 경우 실제지연시간  $d1_{ij}$ 를 구하여 제품  $j$ 가 단위공정 P에서 공정이 끝난 후 다음 단위공정이나 중간저장조를 사용할 수 있도록 기다리는 시간  $\theta_j$ 를 구하여 실제지연시간  $d1_{ij}$ 를 구해야 한다. 기다리는 시간  $\theta_j$ 는 식 (3)으로 구할 수 있으며, 실제지연시간  $d1_{ij}$ 는 다음 식으로 구할 수 있다.

$$d1_{ij} = d1_{ij}^* \quad \text{if } \theta_j \leq 0 \quad (4)$$

$$d1_{ij} = d1_{ij}^* + \theta_j \quad \text{if } \theta_j > 0 \quad (5)$$

식 (4)와 (5)를 하나로 쓰면 다음과 같다.

$$d1_{ij} = d1_{ij}^* + \max\{0, \theta_j\} \quad (6)$$

여기서

$$d1_{ij}^* = \max\{s_{1ij} + a_{0j}, \sum_{k=2}^P [t_{ki} + a_{ki}] + s_{1ik} - t_{1j} - \sum_{k=2}^{P-1} [t_{kj} + a_{(k-1)j}]\} \quad (7)$$

$$d1_{ij}^{**} = d1_{ij}^* + t_{ij} + \sum_{k=2}^{P-1} [t_{ki} + a_{(k-1)i}] - s_{1ij} - \sum_{k=2}^P [t_{ki} + a_{ki}] \quad (8)$$

$$d2_{ij}^* = \max\{s_{(P+1)ij} + a_{Pj}, \sum_{k=P+2}^M [t_{ki} + a_{ki}] + s_{mik} - t_{1j} - \sum_{k=P+2}^{M-1} [t_{kj} + a_{(k-1)j}]\} \quad (9)$$

Unit P+1 단위공정에서는 제품  $j$ 가 단위공정 P에서 공정이 끝났을 때 다음 단위공정 P+1이 제품  $j$ 를 받을 준비가 되어 있을 경우와 제품  $j$ 를 받을 준비가 되어 있지 않을 경우로 나누어 생각할 수 있다. 이상의 경우는 다음의 식 (10)으로 나타내어진다.

$$C_{(P+1)j} = \max\{C_{Pj} + k_i a_{Pj} + t_{(P-1)j}, C_{(P+1)(j-1)} + d2_{(j-1)j} + t_{(P+1)j}\} \quad (10)$$

여기서  $k_i$ 는 위에서 제품  $j$ 가 단위공정 P에서 공정이 끝났을 때 다음 단위공정 P+1이 제품  $j$ 를 받을 준비가 되어 있을 경우 제품  $j$ 는 단위공정 P에서 공정이 끝난 후 바로 중간저장조를 거쳐서 다음 단위공정 P+1로 이동하므로 중간저장조를 거쳐 가는 시간을 고려한 것

으로 단위공정  $i$ 와  $i-1$  사이에 중간저장조가 존재할 때에  $k=2$ 이며, 중간저장조가 없을 경우에는  $k=1$ 이 된다. 또한 단위공정  $P+1-M$ 에서의 실제지연시간  $d2_j$ 는 단위공정  $M$ 에서 제품  $j$ 가 공정을 끝마친 후 바로 내보내지기 때문에 단위공정  $M$ 에서 제품  $j$ 가 holding 시간  $\theta_j$ 는 zero이므로 실제지연시간  $d2_j$ 는  $d2_j^*=d2_j^*$ 를 만족한다. 여기서  $d2_j^*$ 는 식 (9)에서 구할 수 있다.

Unit  $P+2$ -Unit  $M$  단위공정에서는 단위공정  $P+1$ 에서 제품간의 지연시간을 고려함으로써 제품  $j$ 는  $i-1$  단위공정에서 공정을 끝낸 후 바로 다음 단위공정  $i$ 로 바로 보내어져 공정을 시작할 수 있기 때문에 제품  $j$ 에 대한 각 단위공정에서의 조업완료시간  $C_{ij}$ 는 다음 관계를 만족하여야 한다.

$$C_{ij} = C_{(i-1)j} + a_{(i-1)j} + t_{ij} \quad (i=P+2, 3, \dots, M) \quad (11)$$

여기서 제품  $j$ 는 단위공정  $M$ 에서 공정을 끝내는 즉시 제품 저장조로 보내어져야 하므로, 이는 단위공정  $M$  이후의 저장능력은 무한하다는 의미( $z_M=\infty$ )와 동일하게 된다.

이상과 같이 Fig. 1의 ZW운용방안의 serial 구조에서의 각 단위공정의 조업완료시간은 식 (1)-(11)을 이용하여 구할 수 있으며, 제품  $j$ 와 다음 제품간의 실제지연시간은 식 (6)과 (7), (9)로 구할 수 있다.

이상의 결과로부터 ZW운용방안을 채택하고 있는 serial구조의 회분식 공정에서 중간저장조의 제약시간을 고려할 경우의 조업완료시간결정 모델식은 다음과 같이 주어진다.

$$\begin{aligned} C_{1j} &= C_{1(j-1)} + a_{1(j-1)} + d1_{(j-1)j} + t_{1j} \\ C_{ij} &= C_{(i-1)j} + a_{(i-1)j} + t_{ij} \quad (i=2, 3, \dots, P, P+2, \dots, M) \\ C_{(P+1)j} &= \max\{C_{Pj} + k_j a_{Pj} + t_{(P+1)j}, C_{(P+1)(j-1)} + d2_{(j-1)j} + t_{(P+1)j}\} \\ \text{Makespan} &= C_{MN} + a_{MN} \end{aligned}$$

위에서

$$\begin{aligned} \theta_j &= [C_{(P+1)(j-1)} + a_{(P+1)(j-1)} + d2_{(j-1)j}] \\ &\quad - [C_{P(j-1)} + d1_{(j-1)j}^* + a_{P(j-1)} + s_{P(j-1)j} + t_{Pj} + a_{(P-1)j} + \alpha_{1j}] \\ d1_{ij} &= d1_{ij}^* + \max\{0, \theta_j\} \\ d2_{ij} &= d2_{ij}^* \\ d1_{ij}^* &= \max\{s_{1ij} + a_{0j}, \sum_{k=2}^P [t_{ki} + a_{ki}] + s_{1ik} - t_{1j} - \sum_{k=2}^{P-1} [t_{kj} + a_{(k-1)j}]\} \\ d1_{ij}^{**} &= d1_{ij}^* + t_{1j} + \sum_{k=2}^{P-1} [t_{ki} + a_{(k-1)j}] - s_{1ij} - \sum_{k=2}^P [t_{ki} + a_{ki}] \\ d2_{ij}^* &= \max\{s_{(P+1)ij} + a_{Pj}, \sum_{k=P+2}^M [t_{ki} + a_{ki}] + s_{Mik} - t_{1j} - \sum_{k=P+2}^{M-1} [t_{kj} + a_{(k-1)j}]\} \end{aligned}$$

## 2-2. ZW-NIS 운용방안을 채택하고 있는 Serial 구조

실제 산업현장의 회분식 공정의 운용은 NIS와 ZW의 두 가지 운용형태가 번갈아 발생하는 형태로 주어진다. 즉 Fig. 2에서와 같이 상류공정이 ZW 공정운용을 하류공정이 NIS 공정운용 방식을 채택한 경우이다. 이러한 공정운용에서 조업완료시간 결정모델의 개발을 위하여 transfer time과 set-up time을 함께 고려하였으며, 또한 ZW 공정의 마지막 공정에서의 holding이 허용되지 않는 경우와 허용되는 경우로 나누어 고려하였다.

앞 장에서 언급한 바와 같이 ZW 방침을 사용하는 단위공정은 중간제품이 기다림 없이 다음 단위공정을 수행하여야 한다. 따라서 단위공정  $P$ 에서의 제품  $j$ 는 공정이 끝나는 즉시 중간저장조를 거쳐 단위공정  $P+1$ 로 이동하거나 중간저장조를 사용할 수 있어야 한다. 식 (15)의 경우 단위공정  $P$ 에서 제품  $j$ 는 공정이 끝난 즉시 다음 단위공정이나 중간저장조로 이동할 수 없으므로 단위공정  $P$ 에서 일정시간 holding을 해야 한다. 즉 기다리는 시간  $\delta_j$ 가 생기게 된다. 제품  $j$ 가 단위공정  $P$ 에서 기다리는 시간  $\delta_j$ 는 식 (16)으로부터 구할 수 있다.

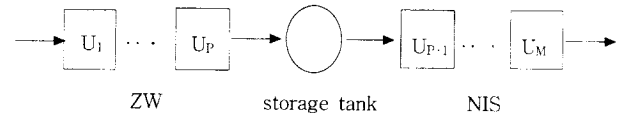


Fig. 2. A serial multiproduct process with ZW/NIS.

한 각 단위공정에서의 조업완료시간  $C_{ij}$ 는 식 (2)와 유사한 다음의 형태로 주어진다.

$$C_{ij} = C_{(i-1)j} + a_{(i-1)j} + t_{ij} \quad (i=2, 3, \dots, P-1) \quad (12)$$

한편 Unit  $P$  단위공정에서는 제품  $j$ 가 단위공정  $P$ 의 밖으로 내보내지기 시작하는 시간은 다음 세 가지의 경우로 발생할 수 있다.

Case 1: 단위공정  $P$ 에서 제품  $j$ 가 공정을 끝낸 후 바로 단위공정  $P+1$ 로 이동하거나 중간저장조를 사용할 수 있어야 한다. 만약 단위공정  $P$ 와  $P+1$  사이의 중간저장조가 비워져 있고 단위공정  $P+1$ 이 다음 제품을 받을 준비가 되어 있을 경우가 있다. 이 경우 제품  $j$ 는 단위공정  $P$ 에서 공정을 끝낸 후 바로 중간저장조를 거쳐서 단위공정  $P+1$ 로 이동할 수 있기 때문에 제품  $j$ 에 대한 단위공정  $P$ 에서의 조업완료시간  $C_{ij}$ 는 다음 관계를 만족하여야 한다.

$$C_{Pj} = C_{(P-1)j} + a_{(P-1)j} + t_{Pj} \quad (13)$$

Case 2: 단위공정  $P$ 와  $P+1$  사이의 중간저장조가 비워져 있고 단위공정  $P+1$ 이 다음 제품을 받을 준비가 되어 있지 않을 경우가 있다. 이 경우에는 다음 두 가지의 경우로 발생하는데, 첫 번째 경우는 제품  $j$ 가 단위공정  $P+1$ 이 준비가 되어질 때까지 중간저장조를 사용할 수 있을 경우로 이때는 제품  $j$ 는 단위공정  $P$ 에서 공정이 끝난 후 즉시 중간저장조를 사용할 수 있다. 따라서 단위공정  $P$ 에서 제품  $j$ 의 조업완료시간은 다음과 같이 주어진다.

$$C_{Pj} = C_{(P-1)j} + a_{(P-1)j} + t_{Pj} \quad (14)$$

두 번째 경우는 중간저장조가 단위공정  $P+1$ 이 준비되어질 때까지 제품  $j$ 를 저장할 수 없을 경우로 단위공정  $P$ 에서의 제품  $j$ 의 조업완료시간은 다음과 같다.

$$C_{Pj} = C_{(P+1)(j-1)} + a_{(P+1)(j-1)} + s_{(P+1)(j-1)j} - \alpha_{1j} \quad (15)$$

Case 3: 단위공정  $P$ 와  $P+1$  사이의 중간저장조가 제품  $j-1$ 이 저장되어 있을 경우가 있다. 이 경우는 단위공정  $P$ 에서의 제품  $j$ 의 조업완료시간은 제품  $j-1$ 이 단위공정  $P+1$ 에서 공정을 마치고 단위공정  $P+1$ 이 다음 제품을 받을 준비가 되어 있을 때까지 기다려야 하므로 결과적으로 case 2의 두 번째 경우와 같다. 그러므로 식 (15)와 동일하다.

여기서 ZW 운용방안을 사용하는 단위공정은 중간제품이 기다림 없이 다음 단위공정을 수행하여야 한다. 따라서 단위공정  $P$ 에서의 제품  $j$ 는 공정이 끝나는 즉시 중간저장조를 거쳐 단위공정  $P+1$ 로 이동하거나 중간저장조를 사용할 수 있어야 한다. 식 (15)의 경우 단위공정  $P$ 에서 제품  $j$ 는 공정이 끝난 즉시 다음 단위공정이나 중간저장조로 이동할 수 없으므로 단위공정  $P$ 에서 일정시간 holding을 해야 한다. 즉 기다리는 시간  $\delta_j$ 가 생기게 된다. 제품  $j$ 가 단위공정  $P$ 에서 기다리는 시간  $\delta_j$ 는 식 (16)으로부터 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} \delta_j &= [C_{(P+1)(j-1)} + a_{(P+1)(j-1)} + s_{(P+1)(j-1)j} + a_{Pj}] \\ &\quad - [C_{P(j-1)} + d1_{(j-1)j}^{**} + a_{P(j-1)} + s_{P(j-1)j} + t_{Pj} + a_{(P-1)j} + \alpha_{1j}] \end{aligned} \quad (16)$$

여기서

$$d1_{ij}^{**} = d1_{ij}^* + t_{1j} + \sum_{k=2}^{P-1} [t_{ki} + a_{(k-1)j}] - s_{1ij} - \sum_{k=2}^P [t_{ki} + a_{ki}]$$

2-1장에서 언급한 바와 같이 ZW운용방식의 마지막 공정에서 holding을 허용하지 않기 때문에 제품 j가 단위공정 P에서 공정이 끝나는 즉시 다음 단위공정이나 중간저장조를 사용하기 위해 공정을 시작하기 전에 기다리는 시간  $\delta_j$ 를 구하여 실제지연시간  $d_{ij}$ 를 구해야 한다. 기다리는 시간  $\delta_j$ 는 식 (16)으로부터 구할 수 있으며, 실제지연시간  $d_{ij}$ 는 다음 식으로 나타낼 수 있다.

$$d_{ij} = d_{ij}^* \quad \text{if } \delta_j \leq 0 \quad (17)$$

$$d_{ij} = d_{ij}^* + \delta_j \quad \text{if } \delta_j > 0 \quad (18)$$

여기서

$$d_{ij}^* = \max\{s_{iij} + a_{0j}, \sum_{k=2}^P [t_{ki} + a_{ki}] + s_{rk} - t_{ij} - \sum_{k=2}^{P-1} [t_{kj} + a_{(k-1)j}]\}$$

식 (17)과 (18)은 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$d_{ij} = d_{ij}^* + \max\{0, \delta_j\} \quad (19)$$

이상과 같이 제품 j가 단위공정 P에서의 공정완료시간은 식 (13)-(15)를 하나로 합한 식 (20)으로 표현할 수 있다.

$$C_{pj} = \max\{C_{(p-1)j} + t_{pj} + a_{(p-1)j}, C_{(p+1)(j-1)} + a_{(p+1)(j-1)} + s_{(p+1)(j-1)j} - \alpha_j\} \quad (20)$$

한편 Unit P+1-Unit M 단위공정은 NIS 운용방안이므로 각 단위공정에서 holding이 허용된다. 또한 제품 j는 단위공정 M에서 공정을 끝내는 즉시 제품저장조로 내보내어야 하므로, 단위공정 M 이후의 저장능력은 무한한 것으로 가정할 수 있다.

제품 j가 단위공정 i의 밖으로 내보내어지기 시작하는 시간은 다음 세 가지 경우로 발생할 수 있다.

첫 번째 경우는 단위공정 i가 제품 j를 받을 준비가 된 채로 비워져 있을 경우인데 이 경우에는 제품 j가 단위공정 i-1에서 공정을 끝마친 후 바로 중간저장조를 거쳐서 다음 단위공정으로 이동하여 공정을 시작할 수 있다. 그러므로 단위공정 i에서 제품 j의 공정 완수시간은 다음의 관계식을 만족하여야 한다.

$$C_{ij} = C_{(i-1)j} + k_i a_{(i-1)j} + t_{ij} \quad (i=P+1, P+1-M) \quad (21)$$

여기서  $k_i$ 는 단위공정 i와 i-1 사이에 중간저장조가 있을 경우에  $k_i=2$ 이며, 중간저장조가 없을 경우에는  $k_i=1$ 이 된다.

두 번째 경우는 단위공정 i가 제품 j-1로 채워져 있는 경우인데 이 경우에는 단위공정 i가 제품 j-1을 내보낸 후 다음 제품을 받을 수 있게 준비가 되어 있어야 제품 j는 단위공정 i에서 공정을 시작할 수 있다. 그러므로 단위공정 i에서 제품 j의 공정 완수시간은 다음과 같이 주어진다.

$$C_{ij} = C_{(i-1)j} + t_{ij} + a_{(i-1)j} + s_{i(i-1)j} + a_{(i-1)j} \quad (22)$$

세 번째 경우는 제품 j가 단위공정 i에서 공정을 끝마쳤지만, 단위공정 i+1에 제품 j-1이 채워져 있는 경우로 제품 j는 단위공정 i+1이 제품 j를 받을 준비가 될 때까지 단위공정 i에서 holding해야 하는 경우로 관계식은 다음과 같다.

$$C_{ij} = C_{(i+1)(j-1)} + a_{(i+1)(j-1)} + s_{(i+1)(j-1)j} \quad (23)$$

식 (21)-(23)을 통합하여 하나로 나타내면 식 (24)의 형태가 된다.

$$C_{ij} = \max\{C_{(i-1)j} + t_{ij} + k_i a_{(i-1)j}, C_{(i-1)j} + t_{ij} + a_{(i-1)j} + s_{i(i-1)j} + a_{(i-1)j}, C_{(i+1)(j-1)} + a_{(i+1)(j-1)} + s_{(i+1)(j-1)j}\} \quad (i=P+1-M) \quad (24)$$

만약 Fig. 2와 같이 ZW-NIS운용방안을 채택한 serial 구조에서 ZW

공정의 마지막 단위공정에서 제품 j를 일시적으로 머물게 할 수 있도록 공정을 운용할 경우에는 ZW 공정의 마지막 단위공정에서 holding을 허용하지 않을 때의 식 (1), 식 (12)-(16)과 식 (20)-(24)는 모두 동일하며, 단지 ZW운용방안의 마지막 공정에서 holding 시간인  $W_j$ 가 존재할 경우 실제지연시간  $d_{ij}$ 의 식이 다음과 같이 달라질 뿐이다.

$$d_{ij} = d_{ij}^* \quad \text{if } W_i = 0 \quad (25)$$

$$d_{ij} = d_{ij}^* + \{W_i - d_{ij}^*\} \quad \text{if } W_i > 0 \quad (26)$$

여기서

$$d_{ij}^* = d_{ij}^* + t_{ij} + \sum_{k=2}^{P-1} [t_{ki} + a_{(k-1)k}] - s_{ij} - \sum_{k=2}^P [t_{ki} + a_{ki}]$$

$$W_i = [C_{ii} - C_{(P-1)i}] - [a_{(P-1)i} + t_{Pi}]$$

식 (25)와 (26)은 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$d_{ij} = d_{ij}^* + \max\{0, W_i - d_{ij}^*\} \quad (27)$$

### 2-3. NIS-ZW운용방안을 채택하고 있는 Serial 구조

본 장에서 고려된 대상구조는 Fig. 3에서와 같이 상류 공정이 NIS 공정운용을 하류공정은 ZW 공정운용을 채택한 경우이다. 이 경우에도 역시 transfer time과 set-up time을 모두 고려하였다.

Unit 1-Unit P-1 단위공정은 NIS운용방안이므로 각 단위공정에서 holding이 허용되며, 제품 j가 단위공정 i의 밖으로 내보내어지기 시작하는 시간은 다음 세 가지 경우로 발생할 수 있다.

첫 번째 경우는 단위공정 i가 제품 j를 받을 준비가 된 채로 비워져 있을 경우로 제품 j가 단위공정 i-1에서 공정을 끝마친 후 바로 다음 단위공정으로 이동하여 공정을 시작할 수 있다. 그러므로 단위공정 i에서 제품 j의 공정 완수시간은 다음의 관계식을 만족하여야 한다.

$$C_{ij} = C_{(i-1)j} + a_{(i-1)j} + t_{ij} \quad (28)$$

두 번째 경우는 단위공정 i가 제품 j-1로 채워져 있는 경우인데 이 경우에 제품 j-1이 단위공정 i가 받을 준비가 되어진 후에 공정을 시작할 수 있다. 그러므로 단위공정 i에서 제품 j의 공정 완수시간은 다음의 관계를 만족해야 한다.

$$C_{ij} = C_{(i-1)j} + t_{ij} + a_{i(i-1)} + s_{i(i-1)j} + a_{(i-1)j} \quad (29)$$

세 번째 경우는 단위공정 i+1에서 제품 j-1이 작업 중인 경우로 제품 j는 단위공정 i+1이 받을 준비가 되어야 단위공정 i를 떠날 수 있는 경우로 다음과 같은 관계를 만족해야 한다.

$$C_{ij} = C_{(i+1)(j-1)} + a_{(i+1)(j-1)} + s_{(i+1)(j-1)j} \quad (30)$$

이상의 경우를 하나의 식으로 표현하면 다음의 식 (31)로 나타내어진다.

$$C_{ij} = \max\{C_{(i-1)j} + t_{ij} + a_{(i-1)j}, C_{(i-1)j} + t_{ij} + a_{i(i-1)} + s_{i(i-1)j} + a_{(i-1)j}, C_{(i+1)(j-1)} + a_{(i+1)(j-1)} + s_{(i+1)(j-1)j}\} \quad (i=1-P-1) \quad (31)$$

한편 Unit P의 단위공정에서는 NIS 공정의 마지막 단위공정으로

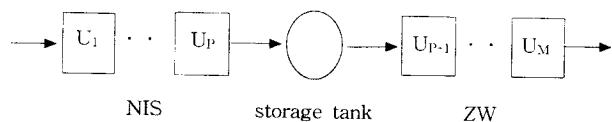


Fig. 3. A serial multiproduct process with NIS/ZW.

제품  $j$ 가 단위공정  $P$ 의 밖으로 내보내어지는 시간은 다음 세 가지 경우로 발생될 수 있다.

Case 1: 단위공정  $P$ 가 다음 제품을 받을 준비가 된 채 비워져 있을 경우인데 제품  $j$ 는 단위공정  $P-1$ 에서 공정이 끝나는 즉시 단위공정  $P$ 로 이동하여 공정을 시작할 수 있으므로 다음과 같은 식을 만족해야 한다.

$$C_{Pj} = C_{(P-1)j} + a_{(P-1)j} + t_{Pj} \quad (32)$$

Case 2: 단위공정  $P$ 에서 제품  $j-1$ 이 작업 중일 경우로 제품  $j$ 는 단위공정  $P$ 가 제품  $j-1$ 의 공정을 마친 후 다음 제품을 받을 준비가 될 때 단위공정  $P$ 에서 공정을 시작할 수 있기 때문에 단위공정  $P$ 에서 제품  $j$ 의 공정 완수시간은 식 (33)으로 나타낼 수 있다.

$$C_{Pj} = C_{P(j-1)} + t_{Pj} + a_{P(j-1)} + s_{P(j-1)} + a_{(P-1)j} \quad (33)$$

Case 3: 단위공정  $P$ 와  $P+1$  사이에 있는 중간저장조가 비워져 있을 때로 제품  $j$ 는 단위공정  $P$ 에서 공정을 끝나는 즉시 중간저장조를 사용할 수 있다. 하지만 중간저장조의 저장시간이 제한되어 있기 때문에 중간저장조의 다음 단위공정  $P+1$ 이 제품  $j$ 를 받을 준비가 되어 있는 경우와 받을 준비가 되어 있지 않은 경우 두 가지로 나누어 발생된다.

첫 번째 경우로 단위공정  $P+1$ 이 제품  $j$ 를 받을 준비가 되어 있는 경우이다. 제품  $j$ 는 단위공정  $P+1$ 이 받을 준비가 되어 있어 단위공정  $P$ 에서 공정을 끝마친 후 바로 중간저장조를 거쳐 단위공정  $P+1$ 로 갈 수 있지만 단위공정  $P+1$ 은 ZW 방침을 사용하는 구간의 맨 첫 단위공정이므로 들어올 제품들은 적절한 시간 동안 공정의 시작을 미루어야 할 필요가 생긴다. 이때 제품  $j$ 는 중간저장조를 사용하면 되지만 중간저장조의 저장할 수 있는 저장시간이 제한되어 있는 관계로  $d_{ij} \leq \alpha_{ij}$ 인 경우는 제품  $j$ 는 단위공정  $P$ 에서 공정을 끝마친 후 즉시 중간저장조로 이동할 수 있으며,  $d_{ij} > \alpha_{ij}$ 인 경우는 제품  $j$ 는 단위공정  $P$ 에서 공정이 끝난 후 바로 중간저장조로 이동할 수도 있고 또한 단위공정  $P$ 에서 일정시간만큼 holding해야 할 때로 나누어 발생한다. 첫 번째 경우의 조업완료시간을 식으로 나타내면 다음과 같다.

$$\text{if } d_{ij} \leq \alpha_{ij} \\ C_{Pj} = C_{(P-1)j} + a_{(P-1)j} + t_{Pj} \quad (34)$$

$$\text{if } d_{ij} > \alpha_{ij} \\ C_{Pj} = C_{(P+1)(j-1)} + a_{(P+1)(j-1)} - (\alpha_{ij} - d_{(j-1)j}) \quad (35)$$

$$C_{Pj} = C_{(P-1)j} + a_{(P-1)j} + t_{Pj} \quad (36)$$

두 번째 경우는 단위공정  $P+1$ 이 제품  $j$ 를 받을 준비가 되어 있지 않을 경우로 제품  $j$ 는 단위공정  $P+1$ 이 준비가 될 때까지 기다려야 한다. 또한 단위공정  $P+1$ 은 ZW 방침을 사용하는 구간의 맨 첫 단위공정이므로 들어올 제품들은 적절한 시간 동안 공정의 시작을 미루어야 한다. 이러한 시간 동안 제품  $j$ 는 중간저장조를 사용할 수 있다. 그러나 제품  $j$ 에 대한 중간저장조의 사용 제한시간이 있는 관계로 중간저장조에서 저장할 수 있는 저장시간의 크기에 따라 제품  $j$ 는 단위공정  $P$ 에서 일정 시간만큼 holding해야 하는 경우와 바로 중간저장조를 사용할 수 있는 경우로 나누어진다. 두 번째 경우의 조업완료시간을 식으로 나타내면 다음과 같다.

$$C_{Pj} = C_{(P-1)j} + a_{(P-1)j} + t_{Pj} \quad (37)$$

$$C_{Pj} = C_{(P+1)(j-1)} + a_{(P+1)(j-1)} - (\alpha_{ij} - d_{ij}) \quad (38)$$

위에서 Unit  $P$ 의 단위공정에서 제품  $j$ 가 밖으로 내보내어지기 시작하는 경우들을 만족하는 식 (32)-(38)에서 단위공정  $P$ 에서의 제품

$j$ 의 조업완료시간은 다음과 같이 표현된다.

$$C_{Pj} = \max\{C_{(P-1)j} + t_{Pj} + a_{(P-1)j}, C_{P(j-1)} + t_{Pj} + a_{P(j-1)} + s_{P(j-1)} + a_{(P-1)j}, C_{(P+1)(j-1)} + a_{(P+1)(j-1)} - \alpha_{ij} + d_{(j-1)j}\} \quad (39)$$

또한 Unit  $P+1$ 의 단위공정에서 제품  $j$ 가 밖으로 내보내어지기 시작하는 시간을 고려하면 다음의 두 가지 경우가 있다.

첫 번째 경우는 단위공정  $P+1$ 이 다음 제품을 받을 준비가 되어 있는 경우로 제품  $j$ 는 단위공정  $P$ 에서 공정이 끝나는 즉시 중간저장조를 거쳐 단위공정  $P+1$ 로 이동하여 공정을 시작할 수 있다. 그러므로 단위공정  $P+1$ 에서의 제품  $j$ 의 조업완료시간은 식 (40)과 같다.

$$C_{(P+1)j} = C_{Pj} + k_j a_{Pj} + t_{(P+1)j} \quad (40)$$

두 번째 경우는 단위공정  $P+1$ 이 다음 제품을 받을 준비가 되어 있지 않은 경우로 이 경우 단위공정  $P+1$ 은 ZW 방침을 사용하는 구간의 맨 첫 단위공정이므로 들어올 제품들은 적절한 시간 동안 공정의 시작을 미루어야 할 필요가 생기며 단위공정  $P+1$ 이 다음 제품을 받을 준비가 될 때까지 기다려야 한다. 그러므로 단위공정  $P+1$ 에서의 제품  $j$ 의 조업완료시간은 식 (41)과 같다.

$$C_{(P+1)j} = C_{(P+1)(j-1)} + a_{(P+1)(j-1)} + d_{(j-1)j} + t_{(P+1)j} \quad (41)$$

따라서 Unit  $P+1$ 의 단위공정에서 제품  $j$ 가 밖으로 내보내어지기 시작하는 경우들을 만족하는 식 (40)-(41)에서 단위공정  $P+1$ 에서의 제품  $j$ 의 공정 완수시간은 다음과 같이 표현된다.

$$C_{(P+1)j} = \max\{C_{Pj} + k_j a_{Pj}, C_{(P+1)(j-1)} + d_{(j-1)j} + a_{(P+1)(j-1)}\} + t_{(P+1)j} \quad (42)$$

여기서 제품  $i$ 의 실제지연시간  $d_{ij}$ 는 단위공정  $M$ 에서  $z_M = \infty$ 이므로 다음의 관계를 만족하여야 한다.

$$d_{ij} = d_{ij}^* \\ d_{ij}^* = \max\{s_{(P+1)ij} + a_{Pj}, \sum_{k=P+2}^M [t_{ki} + a_{ki}] + s_{Mik} - t_{(P+1)j} - \sum_{k=P+2}^{M-1} [t_{kj} + a_{(k-1)j}]\}$$

Unit  $P+2$ -Unit  $M$  단위공정에서는 단위공정  $P+1$ 에서 제품간의 지연시간을 고려함으로써 제품  $j$ 는  $i-1$  단위공정에서 공정을 끝낸 후 바로 다음 단위공정  $i$ 로 바로 보내어져 공정을 시작할 수 있으므로 제품  $j$ 에 대한 각 단위공정에서의 조업완료시간  $C_{ij}$ 는 다음 관계를 만족하여야 한다( $z_M = \infty$ ).

$$C_{ij} = C_{(i-1)j} + a_{(i-1)j} + t_{ij} \quad (i=P+2-M) \quad (43)$$

#### 2.4. NIS-ZW-NIS 운영방안을 채택하고 있는 Serial 구조

실제 산업현장의 회분식 공정은 일반적인 직렬구조의 회분공정으로 NIS와 ZW의 두 가지 운영형태가 번갈아 발생하는 경우로 Fig. 4의 형태로 주어진다.

이 대상구조는 2-2장 및 2-3장에서 고려한 구조의 연결된 구조로 transfer time과 set-up time 그리고 ZW의 마지막 공정에서의 holding을 허용하지 않은 경우로 2-2장과 2-3장에서 구한 모델로부터 제품  $j$ 의 각 단위공정에서의 조업완료시간  $C_{ij}$  및 makespan을 계산하는 모델식을 구하면 다음과 같이 주어진다. 여기서 각 제품에 대한 중간저장조의 저장제한시간을  $\alpha_{ij}$ ,  $\alpha_{oj}$ 로 표시하였다.

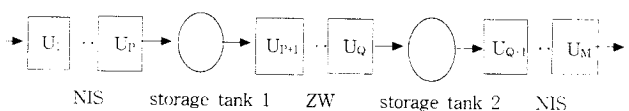


Fig. 4. A serial multiproduct process with NIS/ZW/NIS.

ZW 운용방침을 사용하는 첫 단위공정을 P+1, 마지막 공정을 Q라 하고  $z_M = \infty$ 이면,

$$C_{ij} = \max\{C_{(i-1)j} + t_{ij} + k_i a_{(i-1)j}, C_{i(j-1)} + t_{ij} + a_{i(j-1)} + s_{i(j-1)j} + a_{(i-1)j}, C_{(i+1)(j-1)} + a_{(i+1)(j-1)} + s_{(i+1)(j-1)j}\} \quad (i=1, 2-P-1, Q+1-M) \quad (44)$$

$$C_{Pj} = \max\{C_{(P-1)j} + t_{Pj} + a_{(P-1)j}, C_{P(j-1)} + t_{Pj} + a_{P(j-1)} + s_{P(j-1)j} + a_{(P-1)j}, C_{(P+1)(j-1)} + a_{(P+1)(j-1)} - \alpha_{1j} + d_{(j-1)j}\} \quad (45)$$

$$C_{(P+1)j} = \max\{C_{Pj} + k_i a_{Pj}, C_{(P+1)(j-1)} + d_{(j-1)j} + a_{(P+1)(j-1)}\} + t_{(P+1)j} \quad (46)$$

$$C_{ij} = C_{(i-1)j} + a_{(i-1)j} + t_{ij} \quad (i=P+2-Q-1) \quad (47)$$

$$C_{Qj} = \max\{C_{(Q-1)j} + t_{Qj} + a_{(Q-1)j}, C_{Q(j-1)} + t_{Qj} + a_{Q(j-1)} + s_{Q(j-1)j} + a_{(Q-1)j}, C_{(Q+1)(j-1)} + a_{(Q+1)(j-1)} + s_{Q(j-1)j} - \alpha_{2j}\} \quad (48)$$

$$\text{Makespan} = C_{MN} + a_{MN}$$

여기서

$$d_{ij} = d'_{ij} + \max\{0, \delta_j\} \quad (49)$$

$$d'_{ij} = \max\{s_{(P+1)j} + a_{Pj}, \sum_{k=P+2}^Q [t_{ki} + a_{ki}] + s_{Qij} - t_{(P+1)j} - \sum_{k=P+2}^{Q-1} [t_{ki} + a_{(k-1)j}]\} \quad (50)$$

$$d''_{ij} = d'_{ij} + t_{(P+1)j} + \sum_{k=P+2}^{Q-1} [t_{ki} + a_{(k-1)j}] - s_{Qij} - \sum_{k=P+2}^Q [t_{ki} + a_{ki}] \quad (51)$$

$$\delta_j = [C_{(Q+1)(j-1)} + a_{(Q+1)(j-1)} + s_{(Q+1)(j-1)j} + a_{Qj}] - [C_{Q(j-1)} + d''_{(j-1)j} + a_{Q(j-1)} + s_{Q(j-1)j} + t_{Qj} + a_{(Q-1)j} + \alpha_{2j}] \quad (52)$$

### 3. 예제 및 풀이

Fig. 5와 같이 6개의 회분공정 장치가 NIS와 ZW의 두 가지 운영 형태가 번갈아 발생하는 공정구조에서 4가지 제품을 생산할 경우로 단위공정 3과 4는 ZW 공정운용을 하며 각 중간저장조의 저장제한시간  $\alpha_i = \alpha_o = 10$ 으로 제한시간을 주었으며  $z_M = \infty$ 이다. 이때 제품 순서와 제품들의 각 공정시간, 이동시간(transfer time)과 공정준비시간(set-up time)은 Table 1에 나타내었다.

식 (44)-(51)을 이용하여 제품들의 각 단위공정에서의 조업완료시간과 makespans을 계산한 결과값은 다음과 같다.

우선 제품 1의 각 단위공정에서의 조업완료시간을 구하면 다음과 같다.

$$\text{식 (44)에서 } C_{11} = \max\{0+1+1 \cdot 2, 0+1+0+0+2, 0+0+0\} = 3$$

$$\text{식 (45)에서 } C_{21} = \max\{3+8+3, 0+8+0+0+3, 0+0-10+0\} = 14$$

$$\text{식 (46)에서 } C_{31} = \max\{14+2 \cdot 2, 0+0+0\} + 5 = 23$$

$$\text{식 (48)에서 } C_{41} = \max\{23+8+4, 0+8+0+0+4, 0+0+0-10\} = 35$$

$$\text{식 (44)에서 } C_{51} = \max\{35+4+2 \cdot 1, 0+4+0+0+1, 0+0+0\} = 41$$

$$\text{식 (44)에서 } C_{61} = \max\{41+6+1 \cdot 3, 0+6+0+0+3, 0+0+0\} = 50$$

다음으로 제품 2의 각 단위공정에서의 조업완료시간을 구하기 전에 먼저 제품 1과 제품 2와의 실제지연시간  $d_{ij}$ 값을 구하여야 하며 식 (49)-(52)로부터 계산할 수 있다.

$$\text{식 (50)에서 } d'_{1j} = \max\{5+3, 8+1+5-7\} = 8$$

$$\text{식 (51)에서 } d''_{1j} = 8+7-5-8-1 = 1$$

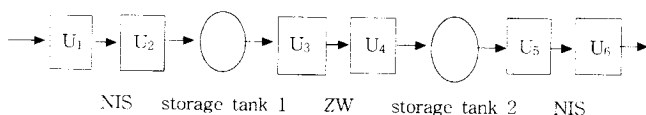


Fig. 5. A serial multiproduct process with NIS/ZW/NIS.

Table 1. Processing time data for the example

	Processing times				Transfer times				Set-up times			
	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4
					2	4	5	1	0			
1	1	6	9	5	3	1	2	4	1			
2	8	2	6	2	2	3	3	5	2	1	-	5
3	5	7	3	7	4	2	2	4	3	2	1	-
4	8	2	3	4	1	5	4	3	4	3	3	4
5	4	9	10	1	3	3	4	2	5	4	4	2
6	6	6	8	3	3	4	4	3	6	product		
unit										unit		

\*Restricted storage time  $\alpha_{1j} = \alpha_{2j} = 10$

$$\text{식 (52)에서 } \delta_2 = [41+3+5+15] - [35+1+1+5+2+10] = 0$$

$$\text{식 (49)에서 } d_{12} = 8+0 = 8$$

$$\text{식 (44)에서 } C_{12} = \max\{0+6+1 \cdot 4, 3+6+3+5+4, 14+2+5\} = 21$$

$$\text{식 (45)에서 } C_{22} = \max\{21+2+1, 14+2+2+5+1, 23+4-10+8\} = 25$$

$$\text{식 (46)에서 } C_{32} = \max\{25+2 \cdot 3, 23+8+4\} + 7 = 42$$

$$\text{식 (48)에서 } C_{42} = \max\{42+2+2, 35+2+2+5+2, 41+3+5-10\} = 46$$

$$\text{식 (44)에서 } C_{52} = \max\{46+9+2 \cdot 5, 41+9+3+5+5, 50+3+5\} = 65$$

$$\text{식 (44)에서 } C_{62} = \max\{65+6+1 \cdot 3, 50+6+3+5+3, 0+0+5\} = 74$$

위와 동일한 식을 이용하여 제품 3과 4의 각 단위공정에서의 조업완료시간은 다음과 같다.

$$d'_{23} = 6, d'_{24} = 0, \delta_3 = 6, d_{23} = 12$$

$$C_{13} = 38, C_{23} = 46, C_{33} = 59, C_{43} = 64, C_{53} = 84, C_{63} = 96$$

$$d'_{34} = 6, d'_{35} = 5, \delta_4 = 0, d_{34} = 6$$

$$C_{14} = 47, C_{24} = 57, C_{34} = 74, C_{44} = 82, C_{54} = 101, C_{64} = 106$$

따라서 주어진 생산순서의 makespan은  $C_{64} + a_{64} = 109$ 이다.

이상의 결과를 Gantt chart로 나타내면 Fig. 6 및 7과 같다.

한편 ZW의 마지막 공정에서 holding을 허용하지 않으며 중간저장조에서 저장시간의 제약이 없을 경우에 대한 제품들의 각 단위공정에서의 조업완료시간과 makespan은 다음과 같이 주어진다.

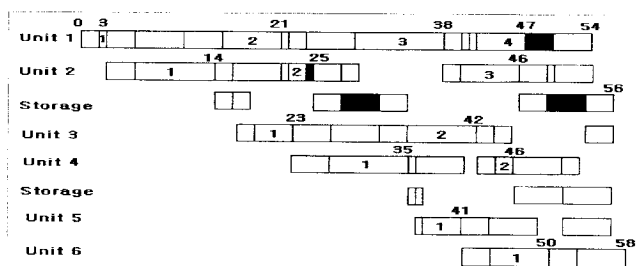


Fig. 6. Production schedule for the example.

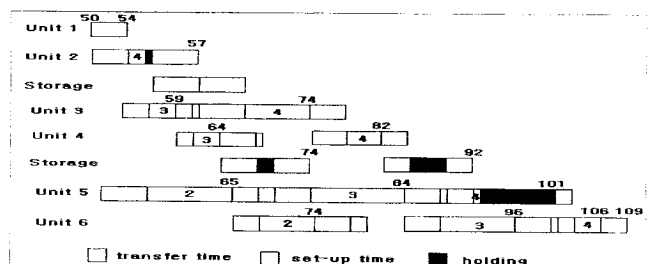


Fig. 7. Production schedule for the example(continued).

$C_{11}=3, C_{21}=14, C_{31}=23, C_{41}=35, C_{51}=41, C_{61}=50$   
 $C_{12}=21, C_{22}=24, C_{32}=42, C_{42}=46, C_{52}=65, C_{62}=74$   
 $C_{13}=38, C_{23}=46, C_{33}=55, C_{43}=60, C_{53}=84, C_{63}=96$   
 $C_{14}=50, C_{24}=56, C_{34}=73, C_{44}=81, C_{54}=101, C_{64}=106$   
 $Makespan=C_{64}+a_{64}=109$

위 예제에서 중간저장조의 저장시간에 제약이 있는 경우와 없는 경우에 대한 전체 makespan의 값이 같게 나온 것은 단위공정 5, 6의 운용방안이 NIS방안을 사용하기 때문이다. 그러나 첫 번째 중간저장조의 앞 단위공정인  $U_2$ 와 ZW 방안을 사용하는 단위공정에서의 각 제품에 대한 조업완료시간은 차이가 남을 알 수 있다. 따라서 위 예제에서 중간저장조의 저장시간에 제약이 있고 없음에 따라 전체 makespan에는 큰 영향이 없지만 제품들의 각 단위공정에서의 조업 완료시간에는 많은 영향을 준다는 것을 알 수 있다.

#### 4. 결 론

조업완료시간을 나타내는 알고리즘의 개발은 점차 실제공정에서 일어나는 세부적이고 특수한 상황을 표현해 주는 방법을 개발하는 방향으로 발전되어져 가고 있다. 현재까지 개발된 최적 공정운용을 기본 모델들은, 중간저장조의 저장시간에 제약이 없는 경우에 국한하고 있으므로 실제의 응용에 많은 제약이 있는 실정이다. 본 연구에서는 이러한 제약을 완화하는 보다 일반화된 모델인 각 제품에 중간저장조의 저장시간에 제약이 있을 경우에 대한 실제 산업현장의 회분식 공정의 운용방안인 NIS와 ZW 운용방안의 각각에 대해서 그리고 두 가지 운용형태가 번갈아 발생하는 운용방안에 대한 조업완료시간을 구하는 방법 및 이들 모델에 대한 수식해를 구하였다. 본 연구결과와 기존의 제시된 모델을 통합하여, 화학공정의 특수성을 반영한 회분식 공정의 보다 일반화되고 실제 산업현장에 적용이 가능한 모델개발에 도움이 되리라 기대된다.

#### 감 사

본 연구는 한국과학재단의 특정기초연구(과제번호 96-0502-08-01-3)의 연구비지원에 의해 이루어졌으며 지원해 주신 한국과학재단에 깊은 감사를 드립니다.

#### 사용기호

$a_{ij}$  : transfer time of product j from batch unit i

$C_{ij}$  : completion time of the jth product in the sequence on batch unit i  
 $d_{ij}$  : delay on the first ZW unit, between products i and j  
 $d_{ij}^*$  : delay on the first ZW unit, between products i and j, provided product i does not wait on the last ZW unit  
 $d_{ij}^{**}$  : idle time on the last ZW unit when product j follows product i  
 $M$  : number of batch units or machines  
 $N$  : number of products or jobs  
 $s_{kij}$  : set-up time required for processing product j after product i on batch unit k  
 $t_{ij}$  : processing time of product j on batch unit i  
 $z_i$  : number of storage units between units i and i+1  
 $\theta_i$  : time for which product i has to wait on the last ZW unit with storage time restriction [Eq. (3)]  
 $\delta_j$  : time for which product j has to wait on the last ZW unit with storage time restriction [Eq. (18)]  
 $\alpha_{ij}$  : storage restriction time of product j on i-th intermediate storage  
 $U_i$  : i-th unit

#### 참고문헌

1. Reklaitis, G. V.: *AIChE Symp. Ser.*, **78**, 119(1982).
2. Ku, H. M., Rajagopalan, D. and Karimi, I. A.: *Chem. Engng. Prog.*, **83**, 35(1987).
3. Wiede Jr. W., Kuriyan, K. and Reklaitis, G. V.: *Comput. Chem. Engng.*, **11**, 337(1987).
4. Kim, M. S., Jung, J. H. and Lee, I. B.: *Ind. Eng. Chem. Res.*, **35**, 4058(1996).
5. Jung, J. H., Lee, H. K. and Lee, I. B.: *Comput. Chem. Engng.*, **18**, 537(1994).
6. Jung, J. H., Lee, I. B., Yang, D. R. and Chang, G. S.: *HWAHAK KONGHAK*, **32**, 133(1994).
7. Ku, H. M. and Karimi, I.: *Comput. Chem. Engng.*, **14**, 49(1990).
8. Rajagopalan, D. and Karimi, I.: *Comput. Chem. Engng.*, **13**, 175 (1989).
9. Ku, H. M. and Karimi, I.: *Ind. Eng. Chem. Res.*, **27**, 1840(1988).
10. Reddi, S. S. and Ramamoorthy, C. V.: *Opl. Res. Q.*, **23**, 323(1972).