

## 품질 제어 기능이 통합된 회분/반회분 공정의 모델 예측 제어 기법

진인식 · 이광순<sup>†</sup> · 이재형\*

서강대학교 화학공학과

\*미국 Purdue대학교 화학공학과

(1998년 9월 22일 접수, 1999년 1월 23일 채택)

### A Model Predictive Control Technique for Batch and Semi-batch Processes Combined with Quality Control

In Shik Chin, Kwang Soon Lee<sup>†</sup> and Jay H. Lee\*

Department of Chem. Eng., Sogang Univ.

\*Department of Chem. Eng., Purdue Univ.

(Received 22 September 1998; accepted 23 January 1999)

#### 요 약

피제어 공정 변수의 추적 제어와 함께 최종 생산물 품질을 예측치에 근거하여 실시간에서 제어하는 회분/반회분 공정의 새로운 모델 예측 제어 기법을 제안하였다. 제안된 제어 기법은 회분 단위의 되먹임 기능을 통해 상당한 모델 오차가 존재하는 경우에도 회분이 반복되며 제어 오차가 영으로 수렴하는 성능을 가진다. 회분 및 반회분 반응기 모델에서의 수치 모사를 통해 본 연구에서 제안한 제어기의 성능을 검증하였다.

**Abstract**—In this study, we propose a model predictive control technique for batch and semi-batch processes which can conduct prediction-based control of final product quality together with tracking variables. The proposed control technique can dwindle the tracking as well as quality control error to zero by feeding back the previous batch information to the current batch. Performance of the proposed control technique has been demonstrated through numerical simulation with batch and semi-batch reactors.

**Key words:** Batch Process Control, Quality Control, Model Predictive Control, Iterative Learning Control, Inferential Control

#### 1. 서 론

회분 공정은 고분자 중합, 정밀 화학, 반도체, 재료 등 다양한 산업 분야에의 핵심 공정으로 폭넓게 사용되고 있다. 1980년대 중반 이후 고급 제어(advanced control)가 정유, 석유 화학을 중심으로 한 연속 공정에서 널리 채택되며 많은 운전 이익을 가져 오고 있는데 반하여 [13], 회분 공정의 고급 제어가 사실상 개념조차 정립되고 있지 않은 것은 무엇보다 회분 공정의 운전 요구 사항이 연속 공정의 그것과는 다르며, 회분 공정의 특성이 일반적으로 연속 공정에 비해 까다로운 많은 요소를 가지고 있기 때문으로 생각된다.

일반적으로 회분 공정의 운전에서 가장 중요한 것은 최종 생산물의 품질이지만, 이것은 운전 종료 후에만 측정할 수 있는 것으로 직접적인 제어가 불가능하다. 이에 따라 대부분의 실제 공정들은 온도 등 실시간에서 제어가 가능한 변수들을 정해진 기준 제어를 따라 제어하는 일만을 수행하고 있는 것이 현실이다. 그러나 생산물 품질의 중요성으로 인하여 제어 성능을 개선하기 위한 노력은 많은 연구자들에 의해 수행되고 있다. 현재 많이 수행되고 있는 연구는 축적된 회분 운전 자료를 처리하여 최종 생산물 품질과 피제어 공정 변수 및

기타 이차 측정 변수와의 회귀 모델을 구성하고 이를 이용하여 운전 조건을 개선하는 것이다[6, 8-10]. 이러한 연구는 PCA(Principal Component Analysis), PLS(Partial Least Squares) 등 소위 chemometric 기법, 혹은 신경망 회로 등 비선형 회귀 모델의 발달로 좋은 성과를 거두고 있으나 일종의 off-line 최적화 기법이라 할 수 있다. 이러한 회귀 모델로 실시간에서 최종 품질을 예측하고 이를 품질 제어에 이용하는 실시간에서 이용하는 방법을 최근 Russell 등[12]이 제안하였으며 Nylon 6 반응기의 품질 제어에 수치적으로 적용하여 좋은 결과를 얻은 바 있다.

품질 제어가 회분 공정의 가장 중요한 제어 항목이긴 하지만 피제어 공정 변수의 추적 제어도 매우 중요한 문제이다. 그것은 설정된 공정 변수의 기준 제적이 공정의 여러 제약 조건을 고려하여 표준 운전 상황에서 원하는 품질을 주도록 이미 최적화된 것이기 때문이다.

회분 공정의 제어계 설계를 어렵게 하는 가장 큰 원인은 넓은 운전 영역에서 운전되며 심하게 노출되는 비선형성이라 할 수 있다. 이러한 비선형성은 신뢰성있는 공정 모델을 얻기 어렵게 하며 이로 인하여 잘 정립된 선형 제어 방법들도 제한된 성능을 나타낼 수밖에 없게 된다. 이러한 문제점을 극복하기 위하여 비선형 제어[3], 앞먹임 보상[5] 등 여러 방법들이 시도되었으나 일반적으로 적용될 수 있는

<sup>†</sup>E-mail : kslee@ccs.sogang.ac.kr

방법은 아니며 정확한 모델을 요구하는 문제점이 있다. 모델 의존성을 벗어나기 위하여 적응 제어[13]도 연구되고 있으나, 파라미터 적응 과정의 성능 저하는 피할 수 없다.

이러한 회분 공정의 문제점에 착안하여 본 연구에서는 상당한 모델 오차가 존재하는 경우에도 뛰어난 성능을 보이며 최종 생산물 품질 제어와 공정 변수의 추적 제어를 동시에 수행하는 새로운 회분/반회분 공정용 모델 예측 제어 기법을 제안하였다. 제안된 제어 기법은 예측 모델에 근거하여 품질 및 공정 변수의 실시간 제어를 수행하며, 이전 회분의 운전 정보를 현 회분의 제어 입력 계산 과정에 반영시키는 학습 제어[1] 기능을 결합시킴으로써 상당한 크기의 모델 오차가 존재하는 경우에도 회분이 반복되며 제어 오차를 점차적으로 제거할 수 있는 뛰어난 성능을 지니고 있다. 제안된 제어기의 성능은 회분 및 반회분 반응기에서의 수치 모사를 통하여 검증하였다.

## 2. 회분 공정의 모델 유도

대상으로 하는 회분 공정은 한정된 이산 시간 영역  $[1, \dots, N]$ 에서 운전되며,  $n_u$ 개의 입력 변수  $u$ ,  $n_y$ 개의 피제어 공정 변수  $y$ ,  $n_x$ 개의 이차 측정 변수  $y_s$ , 그리고  $n_q$ 개의 품질 변수  $q$ 로 구성되어 있다고 하자.

### 2-1. 피제어 공정 변수와 입력 변수 간의 모델

공정의 운전은 회분 구간 동안 동적인 상태에서 이루어지나, 회분 구간 전체에 걸친 입·출력 벡터간의 관계는 대수적이므로 간단한 형태로 회분 공정을 나타낼 수 있다. 우선 다음과 같이 입력 변수와 피제어 공정 변수, 그리고 외란 벡터를 정의한다.

$$\begin{aligned} u^T &\triangleq [u^T(0) u^T(1) \cdots u^T(N-1)] \\ y^T &\triangleq [y^T(1) y^T(2) \cdots y^T(N)] \\ d^T &\triangleq [d^T(0) d^T(1) \cdots d^T(N-1)] \end{aligned} \quad (1)$$

다양한 형태의 외란이 작용하는 비선형 회분 공정의 경우 일반적으로 다음과 같이 대수적 관계를 갖는 것으로 표현할 수 있다.

$$y^p = N(u, d) \quad (2)$$

이제  $y_d$ 와  $u_d$ 를 각각 기준 출력 궤적과 그에 대응하는 기준 입력 궤적이라 하면 기준 궤적 부근에서의 비선형 회분 공정의 입·출력 관계식은 다음과 같은 선형화된 모델로 근사할 수 있다.

$$e^p = G^p(u_d - u) + e^{p,d} \quad (3)$$

여기서

$$e^p \triangleq y_d - y^p, \quad G^p = \frac{\partial y}{\partial u} \bigg|_{u_d} \quad (4)$$

이며, 이때  $G^p$ 는 동특성 공정의 인과성(causality)으로 인하여 다음과 같이 시변 펄스 응답 계수들로 이루어진 lower-block-triangular 형태로 나타내어진다.

$$G^p = \begin{bmatrix} g_{1,0} & 0 & \cdots & 0 \\ g_{2,0} & g_{1,1} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ g_{N,0} & \cdots & \cdots & g_{N,N-1} \end{bmatrix}, \quad g_{i,j} \in \mathbb{R}^{n_y \times n_u} \quad (5)$$

여기서  $g_{i,j}$ 는 시점  $j$ 에서 가해진 단위 펄스 입력에 대한  $i$  시점 후의 응답을 나타낸다.  $G^p$ 는 모델 인식 실험을 통해 결정할 수도 있다.

$e^{p,d}$ 는 외란의 영향, 선형화 모델에 포함하지 못한 부분 등을 포괄적으로 포함한 추계적(stochastic) 잡음으로, 회분별로 독립적으로 나

타나는 요소와 매 회분 지속되는 요소로 나누어 볼 수 있다. 이러한 잡음은 다음과 같은 상태 공간 모델로 합리적으로 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} x_{k+1}^e &= x_k^e + w_k^p \\ e_{k+1}^{p,d} &= x_k^e + v_k^p \end{aligned} \quad (6)$$

여기서  $w_k^p$ 와  $v_k^p$ 는 각각 0을 평균으로 갖는 백색 잡음 벡터이며 하첨자  $k$ 는 회분 수를 나타낸다.

이제  $\bar{e}_k^p$ 와  $\Delta u_{k+1}$ 을 다음과 같이 정의한다.

$$\begin{aligned} \bar{e}_k^p &\triangleq e_k^p - v_k^p \\ \Delta u_{k+1} &\triangleq u_{k+1} - u_k \end{aligned} \quad (7)$$

$k+1$ 번째 회분과  $k$ 번째 회분에서의 식 (3)을 구성하고 이들의 차를 구한 다음, 식 (7)을 결과식에 대입하면 다음과 같은 회분 색인에 관한 추적 오차의 전이 모델을 얻을 수 있다[2,7].

$$\begin{aligned} \bar{e}_{k+1}^p &= \bar{e}_k^p - G^p \Delta u_{k+1} + w_k^p \\ e_k^p &= \bar{e}_k^p + v_k^p \end{aligned} \quad (8)$$

### 2-2. 이차 측정 변수와 입력 변수간의 모델

이차 측정 변수는 직접 제어는 되지 않으나 실시간에 측정이 가능하며 최종 생산물 품질과 강한 상관 관계를 가지고 있어 품질 예측에 사용될 수 있는 변수이다. 이차 측정 변수와 입력 변수도 식 (2)와 같은 형태의 모델을 가정할 수 있으며, 식 (8)과 유사한 모델을 얻을 수 있다.  $y_s^p$ ,  $y_d^s$ 를 각각 이차 측정 변수 및 기준 입력 궤적에 대응하는 이차 측정 변수의 기준 궤적이라 하고,  $e^s = y_d^s - y^s$ 라 할 때

$$\begin{aligned} \bar{e}_{k+1}^s &= \bar{e}_k^s - G^s \Delta u_{k+1} + w_k^s \\ e_k^s &= \bar{e}_k^s + v_k^s \end{aligned} \quad (9)$$

로 표현된다. 이차 측정 변수는 매 샘플링 시점마다 측정되는 경우도 있으나, 긴 주기로만 측정이 가능한 경우도 많다. 후자의 경우, 모델  $G^s$ 를 실험적으로 결정하기 위해서는 측정된 변수 값을 내삽하여 각 샘플링 시점에서의 값을 추정하는 일이 필요하며, 이에 따라 모델 오차가 커질 가능성이 높다.

### 2-3. 품질 변수와 입력 변수간의 모델

최종 생산물 품질 변수는 전체 회분 구간에 걸친 피제어 공정 변수, 이차 측정 변수 및 입력 변수와 다음과 같은 비선형 상관관계를 가질 것이다.

$$q = F(y, y^s, u, d^q) \quad (10)$$

$q_d$ 를 모든 변수가 기준 궤적을 따라 움직였을 때의 품질, 즉, 품질 목표치라 하고  $e^q = q - q_d$ 라 할 때에, 기준 궤적 부근에서는 다음과 같은 선형 모델로 근사가 가능하다.

$$e^q = A^p e^p + A^s e^s + B(u_d - u) + \bar{e}^q \quad (11)$$

품질 목표치  $q_d$ 가 반드시 입출력 변수들의 기준 궤적에 대응되는 값일 필요는 없으며 어느 정도의 오차는 문제가 되지 않는다. 이에 따른 오차는  $\bar{e}^q$ 에 흡수된다.

$A^p$ ,  $A^s$ 와  $B$ 는 측정된 회분 운전 자료를 이용한 선형 회귀를 통해 구할 수 있다. 사실  $y_d^s$ 와  $u_d$ 는 미리 알 수 없으므로,  $k+1$  및  $k$  시점에서의 식 (11)의 차로 구성된 관계

$$(q_{k+1} - q_k) = A^p (y_{k+1} - y_k) + A^s (y_{k+1}^s - y_k^s) + B \Delta u_{k+1} - \bar{e}^q \quad (12)$$

를 이용할 필요가 있다. 일반적으로 품질 변수  $q$ 는 작은 차원의 벡터인 반면,  $y$ ,  $y^s$ ,  $u$ 는 매우 큰 차원의 벡터이므로 회귀 과정에서

PCA나 PLS 등의 방법을 도입하는 것이 바람직하다.

이제 식 (11)을  $k+1$  및  $k$  시점에서 쓰고 이들의 차를 구한 후, 식 (8)과 (9)를 대입하여  $e^p$ ,  $e^s$ 를 소거하며 정리하면, 다음과 같은 회분 색인에 대한 품질변수 오차의 상태 공간 모델을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned}\bar{e}_{k+1}^q &= \bar{e}_k^q - G^q \Delta u_{k+1} + w_k^q \\ e_{k+1}^q &= e_k^q + v_k^q\end{aligned}\quad (13)$$

여기서  $G^p = A^p G^p + A^s G^s + B$ 이다.

## 2-4. 모델의 통합

이제 품질 제어 기능이 통합된 모델 예측 제어기를 설계하기 위해서 다음과 같이 정의된 확장된 상태와 행렬  $G$  및 잡음 벡터를 고려한다.

$$e_k \triangleq \begin{bmatrix} e_k^p \\ e_k^s \\ e_k^q \end{bmatrix}, G \triangleq \begin{bmatrix} G^p \\ G^s \\ G^q \end{bmatrix}, w_k \triangleq \begin{bmatrix} w_k^p \\ w_k^s \\ w_k^q \end{bmatrix}, v_k \triangleq \begin{bmatrix} v_k^p \\ v_k^s \\ v_k^q \end{bmatrix}\quad (14)$$

식 (8), (9), (13)은 식 (14)에서 정의된 확장된 상태  $e$ 에 대하여 다음과 같은 모델을 통합된다.

$$\begin{aligned}\bar{e}_{k+1} &= \bar{e}_k - G \Delta u_{k+1} + w_k \\ e_k &= \bar{e}_k + v_k\end{aligned}\quad (15)$$

## 3. 품질 제어 기능이 통합된 모델 예측 제어기의 설계

### 3-1. 상태 공간 모델의 구성

식 (15)는 회분 색인에 관한 상태 공간 모델이므로 제어기의 설계를 위해서는 시간에 대한 상태 공간 모델을 유도하는 일이 필요하다. 이를 위해 식 (8)로부터  $G$ 를 시간에 대응하는 열 벡터로 나눈 뒤 다음과 같이 정의한다.

$$G \triangleq [G(0) \ G(1) \ \cdots \ G(N-1)], G(j) \in \mathbb{R}^{n_e \times n_u}\quad (16)$$

이제 상태  $e_k(t)$ 를  $\Delta u_k(t) = \cdots \Delta u_k(N-1) = 0$ 일 때의 출력 오차 벡터로 정의한다. 식 (8)로부터 다음의 관계가 있음을 알 수 있다.

$$e_k(t) = \bar{e}_{k-1} - G(0)\Delta u_k(0) - \cdots - G(t-1)\Delta u_k(t-1) + w_{k-1} + v_k\quad (17)$$

위의 정의에 의해  $e_k(N) = e_k$ 이다. 이제  $e_k(t+1)$ 과  $e_k(t)$ 의 차를 내면 다음과 같은 식을 얻는다.

$$e_k(t+1) = e_k(t) - G(t)\Delta u_k(t), e_k(0) = \bar{e}_{k-1}(N) + w_{k-1} + v_k\quad (18)$$

$e_k(t)$ 의 초기 조건이  $\bar{e}_{k-1}(N)$ 에 의해 결정되므로,  $\bar{e}_k(t)$ 에 대한 전이식도 구성할 필요가 있다.  $\bar{e}_k(t)$ 를  $e_k(t)$ 와 같은 방법으로 정의하고 또한 같은 과정을 적용하면 다음의 관계식을 얻는다.

$$\bar{e}_k(t+1) = \bar{e}_k(t) - G(t)\Delta u_k(t), \bar{e}_k(0) = \bar{e}_{k-1} + w_{k-1}\quad (19)$$

이제 식 (18)과 (19)를 결합하여 시간에 대한 상태 공간 모델을 다음과 같이 구성한다.

$$\begin{aligned}\begin{bmatrix} \bar{e}_k(t+1) \\ e_k(t+1) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{e}_k(t) \\ e_k(t) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} G(t) \\ G(t) \end{bmatrix} \Delta u_k(t) \\ e_k(t) &= \begin{bmatrix} 0 & H(t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{e}_k(t) \\ e_k(t) \end{bmatrix}\end{aligned}\quad (20)$$

측정 벡터  $e(t)$ 와 측정 행렬  $H(t)$ 는 피제어 공정 변수, 이차 측정 변수 그리고 품질 변수의 측정주기가 서로 다르기 때문에 시간에 따라 구조가 달라진다.

먼저 피제어 공정 변수만이 측정되는 시점에서는

$$e(t) = e^p(t), H(t) = [H^p(t) \ 0 \ 0]\quad (21)$$

피제어 공정 변수와 이차 측정 변수가 함께 측정되는 시점에서는

$$e(t) = \begin{bmatrix} e^p(t) \\ e^s(t) \end{bmatrix}, H(t) = \begin{bmatrix} H^p(t) & 0 & 0 \\ 0 & H^s(t) & 0 \end{bmatrix}\quad (22)$$

마지막으로 회분 운전 종료 시점에서는

$$e(N) = \begin{bmatrix} e^p(N) \\ e^q(N) \end{bmatrix}, H(N) = \begin{bmatrix} H^p(N) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I \end{bmatrix}\quad (23)$$

로 표현된다. 여기서  $H^p(t)$ 는  $e^p(t)$  벡터에서  $t$  번째 요소를 선택하는 것으로

$$H^p(t) = \begin{bmatrix} 0 & I & 0 \\ n_p \times (t-1) \cdot n_s & n_s \times n_s & n_p \times (N-1) \cdot n_s \end{bmatrix}\quad (24)$$

로 표현되며  $H^s(t)$ 도 유사한 구조를 갖는다.

식 (18)과 (19)에 의해, 상태 공간식 (20)의 초기 조건은 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} \bar{e}_k(0) \\ e_k(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{e}_{k-1}(N) \\ \bar{e}_{k-1}(N) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I \\ I \end{bmatrix} w_{k-1} + \begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix} v_k\quad (25)$$

### 3-2. 예측기의 구성

이제 얻어진 상태 공간 모델을 사용하여 모델 예측 제어기를 구성한다.

먼저 식 (25)의  $w$ 와  $v$ 를 외란을 표현하기 위해 도입된 백색 잡음이며, 식 (20)의 상태는 추계적 신호가 된다. 이에 따라 최적 예측기는  $t$  시점에서의 최적 상태 추정치를 구한 후, 이에 근거하여 구성한다. 이를 위해 상태의 조건부 평균(conditional mean)을 다음과 같이 정의한다.

$$\begin{bmatrix} \bar{e}_k(t|t_1) \\ e_k(t|t_1) \end{bmatrix} \triangleq E \left\{ \begin{bmatrix} \bar{e}_k(t) \\ e_k(t) \end{bmatrix} \middle| I_k(t_1) \right\}\quad (26)$$

여기서  $I_k(t_1) = \{e_1, \dots, e_{k-1}, e_k(1), \dots, e_k(t_1)\}$ 는  $k$ 번째 회분의 시간  $t_1$ 까지의 가용한 모든 정보를 나타낸다.  $t$  시점에서의 최적 상태 추정은 다음과 같은 Kalman 필터를 이용하여 구할 수 있다.

$$\begin{aligned}\begin{bmatrix} \bar{e}_k(t|t-1) \\ e_k(t|t-1) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \bar{e}_k(t-1|t-1) \\ e_k(t-1|t-1) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} G(t-1) \\ G(t-1) \end{bmatrix} \Delta u_k(t-1), \\ \begin{bmatrix} \bar{e}_k(0|0) \\ e_k(0|0) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \bar{e}_{k-1}(N|N) \\ \bar{e}_{k-1}(N|N) \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} \bar{e}_k(t|t) \\ e_k(t|t) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \bar{e}_k(t|t-1) \\ e_k(t|t-1) \end{bmatrix} + K_k(t) [e_k(t) - H(t)e_k(t|t-1)]\end{aligned}\quad (27)$$

여기서 동적 Kalman 이득  $K_k(t)$ 는 상태 추정 오차의 공분산 행렬의 함수로 주어지며, 공분산 행렬은 표준적인 Riccati 방정식의 해로 주어진다[4].

이제  $e_k(t+m|t)$ 를 시간  $t$ 에서부터  $t+m-1$ 까지의 미래 입력이 주어졌을 때의 시간  $t$ 에서 구한 출력 오차의 예측치라고 하고

$$G^m(t) = [G(t), \dots, G(t+m-1)], \Delta u_k^m(t) = \begin{bmatrix} \Delta u_k(t) \\ \vdots \\ \Delta u_k(t+m-1) \end{bmatrix} \quad (28)$$

로 정의하면, 식 (17)로부터  $e_k(t+m|t)$ 는 다음과 같이 표현된다.

$$e_k(t+m|t) = e_k(t|t) - G^m(t) \Delta u_k^m(t) \quad (29)$$

$e_k(t+m|t)$ 는 식 (14)의 정의에 의하여 회분 전 구간에서의 피제어 변수, 이차 측정 변수의 제적 및 최종 생산물의 품질 예측치를 오차의 형태로 표현하여 미래에 가할 입력의 함수로 나타낸 것이다. 이제  $e_k(t+m|t)$ 의 구성 요소 중  $e_k^u(t+m|t)$ ,  $e_k^y(t+m|t)$ 를 최소화시키는 제어 입력을 구하도록 하면 원하는 제어계의 구성이 이루어진다.

식 (25)에서 제어 구간  $m$ 은 시간  $t$ 가 회분 구간 종료 시점에 다가가게 되면 점차 감소시킨다.

### 3-3. 입력 변수의 계산

이제 입력 변수는 그 크기, 시간과 회분에 대한 변화량 그리고 출력변수의 크기에 대한 다양한 형태의 제약 조건들을 만족시키며, 출력 예측치를 최소화하도록 구해야 한다. 각 항목에 대한 제약 조건이 선형으로 주어지는 경우, 제약 조건은 언제나 다음과 같은 표준 형태로 정리된다[7].

$$C(t) \Delta u_k^m(t) \geq B_k [e_k(t), t], e_k(t) \geq 0 \quad (30)$$

입력 변수에 대한 제약 조건은 가능 집합(feasible set)이 존재하도록 미리 설정할 수 있으나, 출력 예측치는 외란에 따라 변하는 것이기 때문에 미리 예측하는 것이 불가능하며, 따라서 출력 예측치의 제약 조건을 함께 만족시키는 입력이 존재하지 않을 수도 있다. 이러한 문제를 해결하기 위하여 출력 예측치의 제약 조건은 완화 변수(slack variable)를 도입하여 완화시키는 것이 필요하며[15]  $\epsilon_k(t)$ 는 이 완화 변수를 의미한다.

이제 매 샘플링 시간마다 다음과 같은 이차 프로그래밍(QP)을 풀어 입력 변수의 해를 구한 뒤 이 중 첫 번째 요소  $[\Delta u_k(t)]$ 만을 공정에 적용한다.

$$\min_{\Delta u_k^m(t), \epsilon_k(t)} \frac{1}{2} \{ e_k^T(t+m|t) Q(t) e_k(t+m|t) + \Delta u_k^m(t) R(t) \Delta u_k^m(t) + \epsilon_k(t)^T S(t) \epsilon_k(t) \} \quad (31)$$

$$\text{제약조건 : 식 (29)와 (31)} \quad (32)$$

$\epsilon_k(t)$ 은 가능한 한 작은 것이 좋으므로 위 식과 같이 목적함수에 함께 포함시킨다.

이차 측정 변수는 제어 대상이 아니므로 가중치 행렬  $Q(t)$ 는 다음과 같이 설계한다.

$$Q(t) = \begin{bmatrix} Q^p(t) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Q^q(t) \end{bmatrix} \quad (33)$$

위와 같이 설계된 제어기는 회분 색인에 대한 반복 학습 제어 기법(초기 조건을 통해 전이되는 이전 회분의 운전 결과 및 이전 회분 제어 입력에서의 변화량  $\Delta u_k(t) = u_k(t) - u_{k-1}(t)$  계산)과 실시간 모델 예측 제어 기능을 겸비하고 있다. 제안된 제어기는 이미 발표된 추적 제어 기능만을 가진 회분 공정 모델 예측 제어기(BMPC)[2, 7]와 동일한 구조를 가지고 있으며, BMPC에서의 연구를 통해 주어진 모델에 오차가 없는 경우는 그 수렴성이 증명되었고, 수치 연구를 통하여 상당한 모델 오차가 주어지는 경우에도 수렴성이 유지되는 것을 보인 바 있다.

이와 같은 수렴성에 근거하여 대상 회분 공정이 충분한 자유도의 입력 변수를 갖는 경우, 피제어 공정 변수와 품질 변수는 회분이 반복되며 모두 제어 오차가 0으로 수렴하게 되며, 자유도가 부족한 경우는 식 (31)을 만족하는 상태에까지 수렴하게 된다. 피제어 공정 변수와 품질 변수의 수렴 속도 및 극한값은  $Q^p(t)$ ,  $Q^q$ 와  $R(t)$ 의 상대적 비에 의해 조절된다.

## 4. 회분 및 반회분기 반응기 모델에서의 수치 연구

### 4-1. 직렬 반응이 일어나는 회분 반응기

첫 번째 예에서는 다음과 같은 일차 직렬, 발열 반응이 일어나는 회분 반응기를 고려하였다.



회분 반응기는 냉각용 재질을 가지고 있으며 재질내의 온도분포는 없고 재질 온도  $T_j$ 를 직접 조작하는 것이 가능하다고 가정하였다. 초기에 성분 A만이 들어 있다고 할 때 회분 반응기는 다음의 모델식으로 표현된다.

$$\begin{aligned} \frac{dT}{dt} &= -\frac{UA}{MC_p} (T - T_j) - \frac{\Delta H_{R1} V}{MC_p} k_{10} e^{-E_1/RT} C_A \\ &\quad - \frac{\Delta H_{R2} V}{MC_p} k_{20} e^{-E_2/RT} C_B, T(0) = T_i \\ \frac{dC_A}{dt} &= -k_{10} e^{-E_1/RT} C_A, C_A(0) = C_{Ai} \\ \frac{dC_B}{dt} &= k_{10} e^{-E_1/RT} C_A - k_{20} e^{-E_2/RT} C_B, C_B(0) = 0 \end{aligned} \quad (35)$$

수치 모사를 위한 상수는 다음과 같이 택하였다.

$$\begin{aligned} UA/MC_p &= 0.0750 (1/\text{min}) \\ \Delta H_{R1} V/MC_p &= -17.50 (^\circ\text{K} \cdot \text{liter/mol}) \\ \Delta H_{R2} V/MC_p &= -11.55 (^\circ\text{K} \cdot \text{liter/mol}) \\ k_{10} &= 1.0317 \times 10^{15} (\text{liter/mol} \cdot \text{min}) \\ k_{20} &= 2.7561 \times 10^{14} (\text{liter/mol} \cdot \text{min}) \\ E_1/R &= 11550 (^\circ\text{K}) \quad C_{Ai} = 0.95 (\text{mol/liter}) \\ E_2/R &= 11700 (^\circ\text{K}) \quad T_i = 24 (^\circ\text{C}) \end{aligned}$$

이 반응기의 운전 목표 및 제어와 관련된 기본 상황은 다음과 같다.

#### ● 공정 상황 및 제어 조건

제어 입력:  $T_j(t)$ , 피제어 공정 변수:  $T(t)$ , 이차 측정 변수:  $C_A(t)$ , 품질 변수:  $C_B(t)$

총 회분 운전 구간:  $t_f = 100 \text{ min}$ , 제어 주기:  $1 \text{ min}$ ,

이차 변수 측정 주기:  $10 \text{ min}$

#### ● 제어 목표

$C_B$ 의 최종치를 0.522에 유지

$T(t)$ 가 주어진 제적을 추적하도록 함.

먼저  $G^p$ ,  $G^r$ 를 구하기 위하여 PID 제어기를 이용하여  $T(t)$ 의 추적 제어만을 수행하고, 다시 동일한 PID 제어기를 수행하며 제어기 출력에 PRBS(Pseudo Random Binary Sequence)를 더하여  $T_j(t)$ 에 가하는 실험을 수행하였다. 이렇게 얻어진 두 회분 운전 결과의 차, 즉  $\Delta T(t) = T_{j,2}(t) - T_{j,1}(t)$ ,  $\Delta T(t) = T_2(t) - T_1(t)$ 를 이용하여

$$\Delta T = \left[ \mu_1(t) \frac{B_1(q^{-1})}{A_1(q^{-1})} + \mu_2(t) \frac{B_2(q^{-1})}{A_2(q^{-1})} \right] \Delta T_j \quad (36)$$

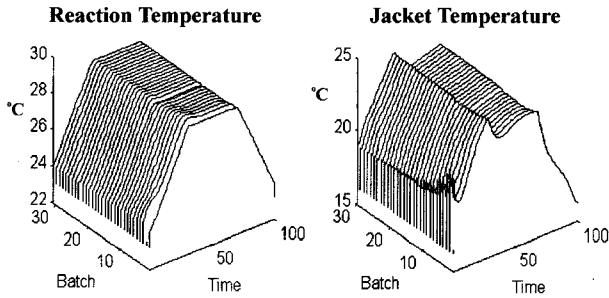


Fig. 1. Controlled and manipulated variables with only tracking control using BMPC(Batch reactor example).

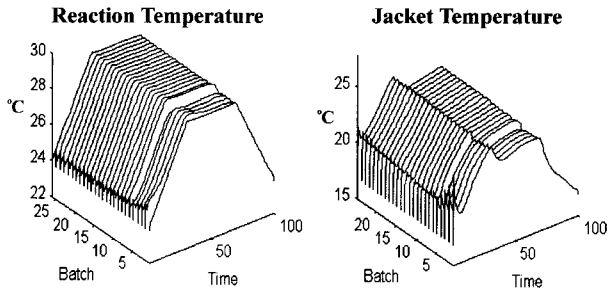


Fig. 2. Controlled and manipulated variables with combined tracking and quality control using proposed control technique.

형태의 간단한 시변 선형 모델을 예측 오차 방법으로 결정한 후, 이 모델로부터  $G^r$ 를 유도하였다.  $G^r$ 도 같은 방법으로 구하였으며, 이때 긴 간격으로 측정된  $C_A(t)$ 를 각 샘플링 시점에 선형으로 내삽하여 사용하였다. 다음, 이렇게 얻어진 모델을 이용하여 BMPC를 구성하고 제어 입력 신호에 적은 크기의 PRBS를 부가하며 반응 온도 추적 제어만을 30회분 시행한 후, 선형회귀를 통해 식 (12)의  $A^r$ ,  $A^s$ ,  $B$ 를 2-3장의 방법에 의해 구했다. 이 과정에서 먼저 제어 입력( $\Delta u_{k+1}$ ), 피제어 공정 변수( $y_{k+1} - y_k$ ), 이차 측정 변수( $y_{k+1}^s - y_k^s$ )에 각각 PCA를 적용한 후 많은 모델 오차가 유입되도록 의도적으로 3개씩의 지배 방향만을 택하여 회귀 모델에 반영하였다.

제약된 제어를 시험하기 위하여 정상적에서 A의 초기 농도가 0.95로 유지되다 10번째 회분에서 0.93으로 감소하는 상황을 설정하였다. 가중치 행렬은  $Q^r=I$ ,  $Q^s=0$ ,  $Q^r=10^3I$ 와  $R=0.2I$ 으로 고정시켰다.

먼저 Fig. 1과 2는 각각 기존의 추적 제어기(BMPC)를 사용하여 추적 제어만 하였을 경우와 제안한 제어를 사용한 경우의 제어 입력과 피제어 변수 궤적을 30회분에 걸쳐 나타낸 것이다. 또한, Fig. 3, 4는 각각의 경우에서 얻어진 품질 변수를 보인 것이다. BMPC를 이용하여 추적 제어만을 수행한 경우 외란 유입 후(10번째 회분) 반응 온도는 회분이 반복되며 정확히 목표 궤적으로 환원되나 품질 변수는 목표치에서 크게 벗어나 버리는 것을 볼 수 있다. 반면, 제안한 제어기는 품질 제어를 함께 수행함으로써 반응 온도 추적 성능이 특히 반응 초기에 저하되는 결과를 보이지만 품질 변수의 오차가 훨씬 줄어든 것을 볼 수 있다.

대상 반응기는 피제어 변수와 제어 입력의 자유도가 같으며 품질 제어를 위한 자유도 여유가 제어 입력에 없다. 따라서, 두 변수의 제어 오차를 완전히 제거할 수는 없으며, 가중행렬의 조절에 의해 적절히 타협된 상태에까지만 도달하게 된다.

#### 4-2. 직·병렬 반응이 일어나는 반회분 반응기

두 번째 다음과 같은 발열, 직·병렬 반응이 일어나는 반회분 반응을 고려하였다.

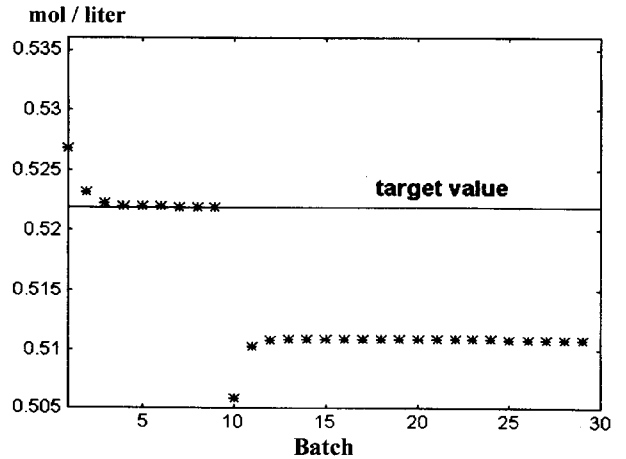


Fig. 3. Quality variables with only tracking control using BMPC.

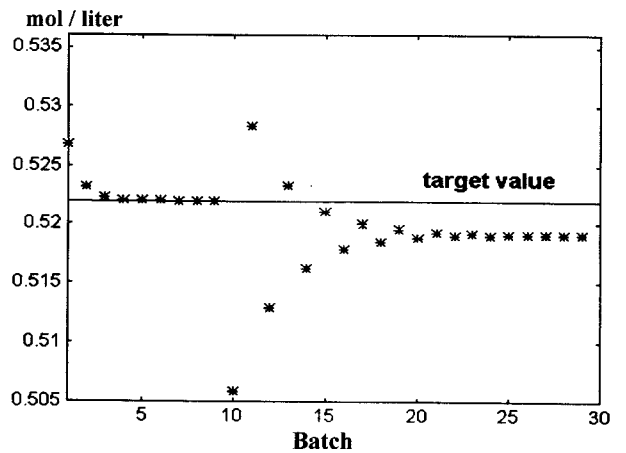


Fig. 4. Quality variables with tracking and quality control using proposed control technique.



초기에 반응기 내부에는 반응물 A가 있고 이를 일정온도까지 가열한 후  $t=30 \text{ min}$ 부터 B가 유입되며 A와 반응을 일으켜 제품 C가 생성된다. 그러나 생성물 C는 B와 추가의 반응을 일으켜 원하지 않는 생성물 D를 생성시킨다. 이 반응기에서는 재킷 온도 뿐 아니라 B의 유입 속도도 함께 조작할 수 있는 것을 가정하였으며 추가의 입력 여유도가 있어 완전한 품질 제어도 수행할 수 있는 조건을 갖추고 있다. 반응기 모델 및 파라미터는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \frac{dT}{dt} = & -\frac{UA}{MC_p}(T-T_j) - \frac{\Delta H_{R1}}{\rho C_p} k_{10} e^{-E_1/RT} \frac{N_A N_B}{V^2} \\ & - \frac{\Delta H_{R2}}{\rho C_p} k_{20} e^{-E_2/RT} \frac{N_B N_C}{V^2}, T(0) = T_i \end{aligned} \quad (38)$$

$$\begin{aligned} \frac{dN_A}{dt} = & -k_{10} e^{-E_1/RT} \frac{N_A N_B}{V}, N_A(0) = N_{A0} \\ \frac{dN_B}{dt} = & F_B - k_{10} e^{-E_1/RT} \frac{N_A N_B}{V} - k_{20} e^{-E_2/RT} \frac{N_B N_C}{V}, N_B(0) = 0 \end{aligned}$$

$$F_B(t) = \begin{cases} 0 & \text{if } t < t_1 \\ F_B(t) & \text{if } t \geq t_1 \end{cases}$$

$$\frac{dN_C}{dt} = k_{10}e^{-E_1/RT} \frac{N_A N_B}{V} - k_{20}e^{-E_2/RT} \frac{N_B N_C}{V}, N_C(0) = 0 \quad (39)$$

UA/MC<sub>p</sub>=0.0750(1/min)

$\Delta H_{R1}/\rho C_p = -28.50(^{\circ}\text{K} \cdot \text{liter/mol})$   $\Delta H_{R2}/\rho C_p = -20.5(^{\circ}\text{K} \cdot \text{liter/mol})$

$k_{10} = 5.0969 \times 10^{16}(\text{liter/mol} \cdot \text{min})$   $E_1/R = 12035(^{\circ}\text{K})$   $N_A = 50(\text{mol})$

$k_{20} = 2.2391 \times 10^{17}(\text{liter/mol} \cdot \text{min})$   $E_2/R = 13450(^{\circ}\text{K})$   $T_f = 25(^{\circ}\text{C})$

이 반응기의 운전 목표 및 제어와 관련된 기본 상황은 다음과 같다.

● 공정 상황 및 제어 조건

제어 입력:  $T_f(t)$ ,  $F_B(t)$ , 피제어 공정 변수:  $T(t)$ ,

이차 측정 변수:  $C_A(t)$ , 품질 변수:  $N_C(t)$

총 회분 운전 구간:  $t_f = 100 \text{ min}$ , 제어 주기: 1 min,

이차 측정 변수 측정 주기: 10 min

● 제어 목표

$N_C$ 의 최종치를 42(mol)에 유지

$T(t)$ 가 주어진 궤적을 추적하도록 함.

제어기 설계를 위한 모델 인식은 4-1의 경우와 유사하게 수행하였으며, 이 과정에서 의도적으로 많은 모델 오차가 유입되도록 하였다.

현재 정상적인 상태에서는 반응기로 유입되는 반응물 B의 농도가 0.95로 유지되다가 외란으로서 B의 농도가 0.9로 감소한 경우(유량은 일정하게 유지)에 대하여 제안한 제어기와 기존의 추적 제어기를 각각 적용하여 전산모사를 수행하였다. 본 예제에서 가중치 행렬  $Q^p$

$=I$ ,  $Q^s=0$ ,  $Q^q=10^3I$ 와  $R_1=0.2I$ 로 사용하였으며 새로운 입력 변수인  $F_B$ 에 대한 가중치 행렬인  $R_2$ 는  $1.0I$ 로 사용하였다.

Fig. 5와 6은 각각 제안한 제어기를 사용한 경우와 기존의 추적 제어기(BMPC)를 사용하여 추적 제어만 하였을 경우의 입력 변수와 피제어 변수를 나타낸 것이다. 또한, Fig. 7, 8은 각각 제안한 제어기를

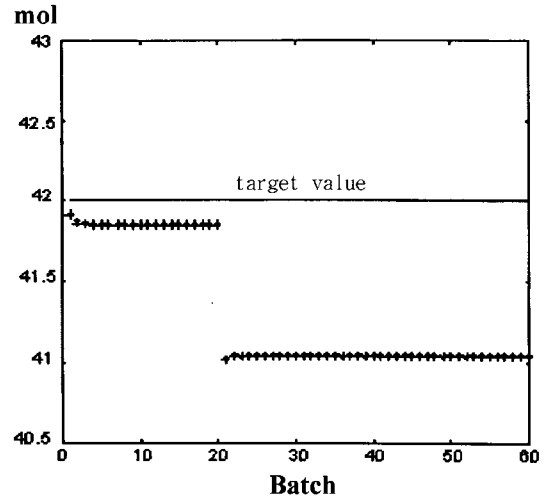


Fig. 7. Quality variables with only tracking control using BMPC.

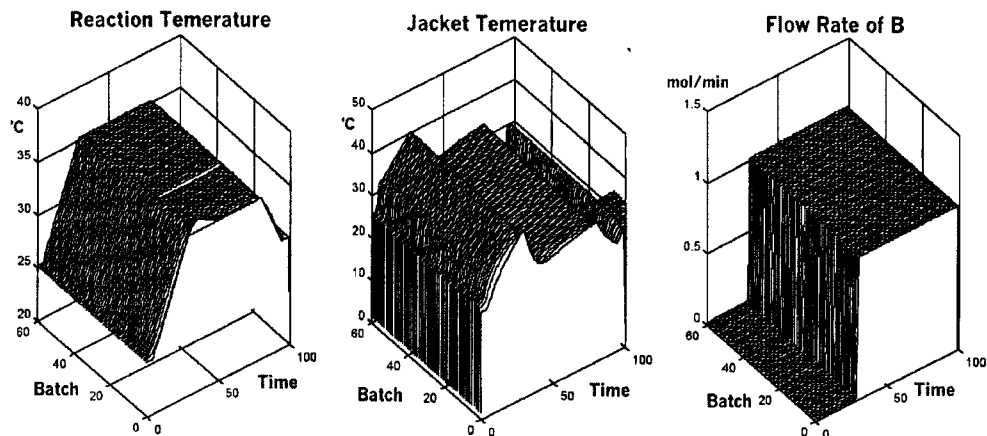


Fig. 5. Controlled and manipulated variables with only tracking control using BMPC(Semi-batch reactor example).

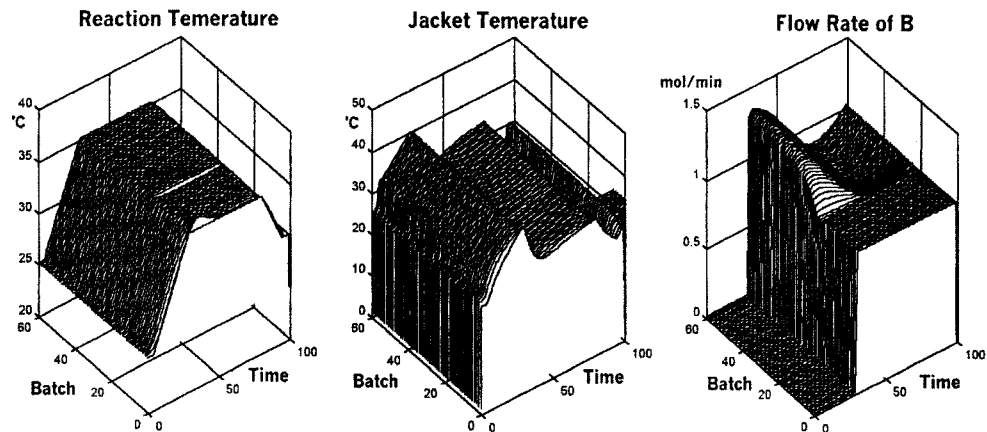


Fig. 6. Controlled and manipulated variables with tracking and quality control using proposed control technique.

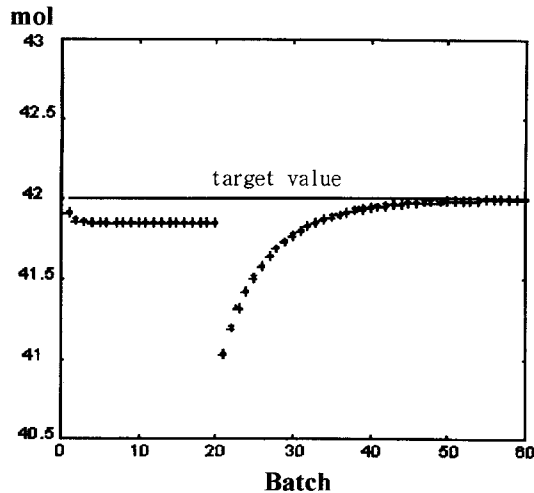


Fig. 8. Quality variables with tracking and quality control using proposed control technique.

사용한 경우와 기존의 추적 제어기를 사용하여 추적 제어만 하였을 경우의 품질 변수를 나타낸 것이다. 전산 모사 결과, 기존의 추적 제어기만을 이용한 추적 제어만을 적용한 경우 품질 변수의 오차는 회분수에 관계없이 일정하게 유지되는 반면, 제안한 제어기의 경우 회분수가 증가함에 따라 품질 변수가 원하는 값을 향해 점진적으로 수렴하고 있음을 알 수 있다. 4-1에서의 예제 경우 입력 변수의 자유도가 충분하지 않았기 때문에 회분수가 증가하여도 추적 오차와 품질 변수에 대한 오차가 모두 원하는 값으로 수렴해가다가 어느 타협점 이하로는 오차가 감소하지 못했으나 본 예제에서는 추가의 입력 변수를 채택하여 완전히 수렴하고 있음을 알 수 있다.

## 5. 결 론

본 연구를 통하여 추적 제어와 생산물 품질 제어 기능을 동시에 수행할 수 있는 회분 공정용 모델 기반 예측 제어기를 제안하였다. 제안한 제어기는 예측 제어 기능에 의하여 실시간에서 나타나는 외란을 대처할 수 있는 기능을 가지고 있을 뿐 아니라, 반복 학습 기능에 의하여 모델 오차를 극복하며 완전 제어에 이를 수 있도록 하는(충분한 제어 입력 자유도가 있는 경우) 뛰어난 성능을 지니고 있다. 이러한 성능을 회분 반응기 및 반회분 반응기에서의 모사 실험을 통하여 확인하였다.

제안된 제어기는 현실감 없는 가정 위에서 연구되어온 기존의 회분 공정 고급 제어 방법들과는 달리, 실제 공정에서 일어날 수 있는 상황을 대부분 수용하며 제어 목표를 만족시킬 수 있는 기능을 지니고 있다. 따라서, 표준화된 기법이 개발되어 있지 않은 회분 공정 고급 제어 분야에서 제안된 제어기는 새로운 방향을 제시한 것이라 생각된다.

## 감 사

본 연구는 포항공과대학교 공정산업의 지능자동화 연구센터를 통한 한국과학재단의 우수연구센터 지원금에 의한 것입니다.

## 사용기호

- T : reactor temperature [°C]  
 $T_j$  : jacket temperature [°C]  
 U : overall heat transfer coefficient [J/m<sup>2</sup> min K]  
 $C_p$  : heat capacity [J/mol K]  
 E : activation energy [J/mol]

## 참고문헌

- Chen, Y.: "ILC Bibliography List", <http://www.ee.nus.sg/~yang-quan/ILC/ilc.bib>(1998).
- Lee, K. S., Lee, J. H., Chin, I. S. and Lee, H. J.: '97 AIChE Annual Meeting, LA, 214u(1997). Also submitted to *AIChE J.*(1997).
- Gibon-fargeot, A. M., Hammouri, H. and Celle, F.: *Chem. Eng. Sci.*, **49**, 2287(1994).
- Goodwin, G. C. and Sin, K. S.: "Adaptive Filtering Prediction and Control", Prentice-Hall, New Jersey, NY(1984).
- Jutan, A. and Uppal, A.: *Ind. Eng. Chem. Proc. Des. Dev.*, **23**, 597(1984).
- Kosanovich, K. A., Piovoso, M. J., Dahl, K. S., MacGregor, J. F. and Nomikos, P.: Proc. of the American Control Conf., Baltimore, 1274(1994).
- Lee, K. S., Lee, J. H. and Chin, I. S.: "A Model-based Predictive Control for Combined Iterative Learning and Real-time Feedback Control of Batch Processes", Submitted to *IEEE Trans. On Automatic Control*(1997).
- MacGregor, J. F.: *Chemical Engineering Process*, 21(1988).
- MacGregor, J. F.: IFAC, ADCHEM preprints(1994).
- Ott, E. R. and Schilling, E. G.: "Process Quality Control", 2nd Ed., McGraw-Hill, New York, NY(1990).
- Prett, D. M. and Garcia, C. E.: "Fundamental Process Control", Butterworth-Heinemann, Stoneham, MA(1988).
- Russel, A. P., Robertson, D. G., Lee, J. H. and Ogunnaike, B. A.: Submitted to the *AIChE J.*(1997).
- Qin, S. J. and Badgwell, T. A.: CPC-V(1996).
- Wang, Z. L., Pla, F. and Corriou, J. P.: *Chem. Eng. Sci.*, **50**, 2081(1995).
- Zafiriou, E. and Chiou, H. W.: Proc. of 1993 ACC, 372(1993).