

모델예측제어를 이용한 압출기의 온도제어계 설계

박지연 · 엄용태 · 이광순[†]

서강대학교 화학공학과
(1998년 9월 15일 접수, 1999년 3월 26일 채택)

Design of Temperature Control System for an Extruder using Model Predictive Control

Jiyeon Park, Yongtae Eom and Kwang Soon Lee[†]

Dept. of Chem. Eng., Sogang University
(Received 15 September 1998; accepted 26 March 1999)

요약

압출기의 온도분포는 생산된 고분자 제품의 질에 많은 영향을 미치므로 압출기의 운전시 압출기 각 지점별로 원하는 온도를 유지시키는 일이 매우 중요하다. 그러나 압출기 내의 고분자가 이동하며 생기는 마찰열과 고분자의 이동방향으로 나타나는 심한 온도 간섭현상으로 인하여, 기존의 비집중화 SISO PID는 제한된 온도제어성능을 나타낼 수밖에 없다. 본 연구에서는 좀 더 정밀한 압출기 온도제어를 실현하기 위하여, 간섭현상이 고려된 모델에 근거하여 앞면임(feedforward) 제어를 고려한 비집중화 SISO 모델예측제어 알고리즘을 제시하고, 수치모사를 통하여 그 성능을 확인하였다.

Abstract – Control of the temperature distribution in an extruder is important in maintaining consistent quality of an extruded polymer product. Due to nonlinear viscous heat effects and strong interaction along the direction of polymer flow, however, commercially employed decentralized SISO PID control often shows limited performance. As a way to realize more accurate extruder temperature control, in this paper, we present a simplified linear model for the extruder which takes the interaction effects into account, and a decentralized SISO MPC algorithm with feedforward compensation of the interaction effects. Performance of the proposed technique has been illustrated through numerical simulations.

Key words: Extruder Control, MPC(model predictive control), Feedforward Control, PEM(prediction error method)

1. 서 론

압출성형은 대표적인 고분자 성형방법 중의 하나로, 가열에 의해 용융된 플라스틱을 스크류(screw)로 압출하며 연속적으로 성형하는 방법이다. 이때 압출기 내의 온도분포는 압출공정 후에 얻어지는 고분자의 특성과 물성치에 영향을 미치므로 일관성있는 좋은 품질의 고분자 가공을 생산을 위해서는 압출기의 온도제어가 매우 중요한 과제가 된다[7]. 범용 고분자 제품의 경우, 압출기 출구 부근 온도만 정밀제어를 수행하고 나머지 지점의 온도에 대해서는 많은 편차를 허용하는 일도 있으나, 압출 중간 단계에서 발포가스를 주입하는 통신용 케이블 압출과 같이 정밀 압출의 경우는 압출기 전 영역에서 정밀 온도제어를 수행하는 일들이 흔히 요구된다. 한편 하나의 압출기가 한 종류의 제품만을 연속적으로 생산하는 일은 흔치 않으며, 수시로 제품종류를 바꾸는 grade 변화가 수행된다. 이때 효율적인 제어계는 grade 변화과정에서 나타나는 과도시간을 최소화하고 공정을 안정시켜 생산성 향상 뿐 아니라 제품손실의 절감을 가져오는 효과를 주게 된다.

현재 상업화된 압출기에서 행해지는 온도제어는 압출기를 크기에 따라 10여 개의 축방향 영역으로 나누고 각각의 영역에 대해 독립적인 SISO PID제어나 ON/OFF 제어를 행하는 것이다. 그러나 이 방법은 압출기 내에서 고분자가 이동하며 나타나는 온도 간섭효과(one-way interaction)를 적극적으로 대응하는 기능이 없으며, 마찰열로 인한 비선형적 특성을 공정모델에 근거하지 않은 단순한 시행착오적 방법으로 대응하는 것으로 그 성능이 제한적일 수밖에 없다. 또한 제어기 파라미터가 고정되어 있어 grade변화 등 공정상황이 달라지는 상황에 대한 적용능력이 없다. 이와 같은 다양한 상황에 적응하며 정밀한 압출기 온도제어를 수행하기 위해서는 모델근거 제어방법이 도입될 필요가 있으며, 여기에 적응제어 기능 혹은 파라미터 스케줄링 기능들을 부가할 필요가 있으며, 다변수 모델 예측제어로의 확장을 고려할 수 있다[9].

본 연구에서는 이러한 압출기 고급온도제어 방법을 개발하기 위한 첫 단계로 앞면임(feedforward) 제어기능이 부가된 비집중화 모델예측제어(MPC, model predictive control) 방법을 제시하였다. 이를 위하여 압출기의 전형적인 온도특성을 나타낼 수 있는 수치공정모델을 구성한 후, 모델인식 방법을 통해 고분자 이동방향으로의 간섭효과가 고려된 선형모델을 얻고, 이 모델에 근거한 모델예측제어 방법을 제

[†]E-mail : kslee@ccs.sogang.ac.kr

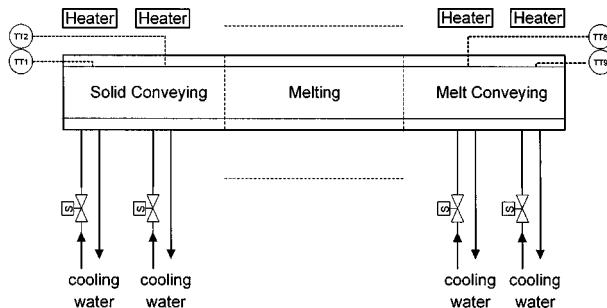


Fig. 1. Schematic diagram of the extrusion process.

시하였다. 수치모사를 통하여 제시된 제어방법의 성능을 SISO PID를 사용한 경우와 비교하였다.

2. 압출공정의 모델링

2-1. 압출공정의 구성

본 연구에서는 가장 많이 사용되고 있는 단축 스크류(single screw) 압출기를 대상으로 하였으며 Fig. 1에 이 압출공정의 개략도를 보였다. 압출기는 고형수지 이송부(solid conveying section), 용융부(melting section), 용융체 수송부(melt conveying section)로 나누어진다. 각 부분의 경계위치가 염밀하게 정의되는 것은 아니며, 실제로는 운전상황에 따라 그 위치가 변화하게 된다[5, 7].

압출공정에서 배럴(barrel) 각 지점의 온도제어는 일반적으로 Fig. 1에서처럼 배럴주위를 감싸고 있는 전열기(electric heater)와 냉각수 유량을 조작하여 이루어진다. 냉각수관에는 보통 솔레노이드 밸브가 설치되지만 고급압출기에서는 흔히 시간비례(time proportioning)방법에 사설상 유량조작이 연속적으로 이루어지는 것과 같은 효과를 얻고 있다. 온도센서는 고분자와 직접 접촉이 되도록 설치할 수 없으므로 각 온도제어 영역 별로 배럴 내 깊숙히, 고분자와의 경계면 가까이에 설치되는 것이 보통이다.

2-2. 압출공정의 모델링

공정의 모델링에는 배럴과 스크류 부분에 대해서는 전도에 의한 에너지 수지식이, 그 사이를 이동하는 고분자에 대해서는 물질, 에너지 및 모멘텀 수지식이 모두 관여하게 된다. 본 연구의 목적은 온도제어 계 설계에 있으므로 고분자의 유동상태를 표현하며 많은 계산을 요구하는 모멘텀 수지는 수립하지 않았으며 단지 마찰에 의한 발열항만을 근사적으로 에너지 수지식에 반영하였다. 또한 고형수지 이송부, 용융부, 용융체 수송부의 경계가 고정되어 있는 것으로 가정하였다. 모델링에 사용된 배럴과 스크류의 기하학적 구조 및 사용부호는 Fig. 2와 같다.

이제 배럴과 스크류, 그리고 고분자 부분에 대해 수립한 수지식은 각각 다음과 같다.

2-2-1. 배럴

배럴은 열전도가 지배하며 원통좌표계에서 다음과 같은 표준적인 parabolic 편미분식으로 에너지 수지를 표현하였다.

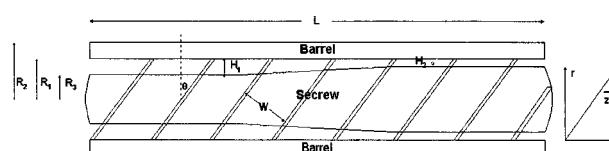


Fig. 2. Details of the barrel and screw for modeling.

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha \left[\frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right) \right] \quad (1)$$

$$\text{at } t=0, \quad T = T_i(r, z)$$

$$\text{at } z=0, \quad k \frac{\partial T}{\partial z} = h_a(T - T_a)$$

$$\text{at } z=L, \quad k \frac{\partial T}{\partial z} = h_a(T_a - T)$$

$$\text{at } r=R_1, \quad k \frac{\partial T}{\partial r} = h_b(z)(T - T_p)$$

$$\text{at } r=R_2, \quad k \frac{\partial T}{\partial r} = q(t, z)$$

여기에서 T 는 배럴의 온도, α 는 열확산계수, h_a 는 대기와 배럴사이의 열전달계수, $h_b(z)$ 는 고분자와 배럴 사이의 열전달계수로 축방향에 따라 다른 값을 가지며, k 는 배럴의 열전도도, T_a 는 대기의 온도, T_p 는 고분자의 온도 그리고 q 는 전열기/냉각수에 의한 제어입력(가열량/제어입력)을 나타낸다.

2-2-2. 스크류

스크류도 배럴과 마찬가지로 열전도가 지배하며 다음과 같은 에너지 수지식을 수립하였다.

$$\frac{\partial T_s}{\partial t} = \alpha \left[\frac{\partial^2 T_s}{\partial z^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T_s}{\partial r} \right) \right] \quad (2)$$

$$\text{at } t=0, \quad T_s = T_{si}(r, z)$$

$$\text{at } z=0, \quad \frac{\partial T_s}{\partial z} = 0$$

$$\text{at } z=L, \quad \frac{\partial T_s}{\partial r} = 0$$

$$\text{at } r=0, \quad \frac{\partial T_s}{\partial r} = 0$$

$$\text{at } r=R_3, \quad k \frac{\partial T_s}{\partial r} = h_s(z)(T_p - T_s)$$

여기에서 T_s 는 스크류의 온도, k 는 스크류의 열전도도(배럴과 같은 재질을 가정), $h_s(z)$ 는 스크류와 고분자사이의 열전달계수이다. 모델링의 편의상 스크류는 일정한 반경을 갖는 원통형으로 가정하였으며 스크류 날개에 의해 열전달 면적이 증가하는 것은 $h_s(z)$ 값을 조정하여 반영하였다.

2-2-3. 고분자

고분자는 스크류를 따라 이동하므로 고분자의 이동방향을 좌표축으로 선택하는 것이 편리하다. 이 좌표축이 Fig. 2의 \bar{z} 이다.

질량 수지식을 세우기 위해 압출기 내에서 고분자는 관형흐름을 갖는다고 가정하였다. 연속방정식에 의해 질량 수지식은 다음과 같다.

$$\rho \bar{v} W H = F = \text{constant} \quad (3)$$

여기에서 ρ 는 고분자의 밀도, \bar{v} 는 \bar{z} 축을 따라 이동하는 고분자의 선속도이다.

에너지 수지식을 위해 고분자의 온도 T_p 는 \bar{z} 방향으로만 분포를 가지며 열확산 효과는 무시되는 1차 hyperbolic 식으로 표현하였다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} (W H \rho \bar{h}) &= - \frac{\partial}{\partial \bar{z}} (W H \rho \bar{v} \bar{h}) + h W [T(R_1) - T_p] \\ &\quad + h_s W [T_s(R_3) - T_p] + q_f \end{aligned} \quad (4)$$

$$\text{at } t=0, \quad T_p = T_{pi}(z)$$

$$\text{at } \bar{z}=0, \quad T_p = T_{po}$$

여기서, \bar{h} 는 고분자 단위 질량당 엔탈피로 $\bar{h} = C_p(T - T_{ref})$ 로 표현되며 q_f 는 마찰에 의한 발열항을 나타낸다. 고형수지 이송부, 용융부, 용융체 수송부 각각에 대해 $W H \rho$ 가 상수라고 가정하면 식 (4)는 다음과 같이 정리된다.

$$\frac{\partial T_p}{\partial t} = -\bar{v} \frac{\partial T_p}{\partial z} + \frac{h}{H\rho C_p} [T(R_1) - T_p] + \frac{h_s}{H\rho C_p} ([T_s(R_3) - T_p]) \\ + \frac{q_f}{HW\rho C_p} \quad (5)$$

좌표축 \bar{z} 와 z 사이의 관계 $z = \bar{z} \tan\theta$ 를 이용하여 식 (5)를 z 에 관하여 다시 정리하면 다음과 같다.

$$\frac{\partial T_p}{\partial t} = -\bar{v} \tan\theta \frac{\partial T_p}{\partial z} + \frac{h}{H\rho C_p} [T(R_1) - T_p] \\ + \frac{h_s}{H\rho C_p} [T_s(R_3) - T_p] + \frac{q_f}{HW\rho C_p} \quad (6)$$

마찰열 q_f 는 고형수지 이송부에서는 무시하였으며, 용융부, 용융체 수송부에서는 다음의 식으로 표현하였다. 각기 다른 파라미터를 고려하였다.

$$q_f = \frac{\mu(T_p)W\bar{v}^2}{H}, \mu(T_p) = K_0 \exp \left\{ \frac{E}{R} - \left(\frac{1}{T_p} - \frac{1}{T_0} \right) \right\} \dot{\gamma}^{n_v-1} \quad (7)$$

여기서 μ 는 고분자의 점도이며 본 연구에서 대상으로 한 HDPE는 흔히 위의 식과 같이 표현된다[5]. 이 식에서 $\dot{\gamma}$ 는 모멘텀 수지식부터 구해지는 값이지만, 모멘텀 수지식을 함께 수립할 경우 수치적으로 풀어야 할 문제의 규모가 매우 방대해져 제어계의 설계를 위한 본 연구의 목적으로 압출기 온도특성 중 주요 특성을 반영하도록 $\dot{\gamma}$ 를 영역별로 상수로 가정하여 점도의 온도에 비선형적 의존성만을 모델에 반영하였다.

본 연구에서 가상한 압출기는 전체의 길이가 2.52 m이며 등간격으로 각각 1/3의 길이를 고형수지 이송부, 용융부, 용융체 수송부가 차지하며, 다시 이를 각각에 대해 등간격으로 3개씩의 제어영역이 존재하는 것을 가정하였다. 대상 분자는 HDPE(high density polyethylene)로 선택하였다.

Table 1, 2에 식 (1), (2), (6), (7)에서 사용된 파라미터를 보았다. 그밖에 파라미터 h_a , h_s , h_b 는 각각 외부와 압출기 사이, 스크류와 폴리머 사이, 배럴과 폴리머 사이의 열전달계수로 고형수지 이송부, 용융부, 용융체 수송부 각각에 따라 달리 정의하였다. 일반적으로 열전달계수 h 는 $h = k/\delta$ (δ 는 막개수)로 표현 가능하여[8] 본 연구에서는 모델링 결과 타당한 온도 분포를 주는 δ 를 수치적으로 확인하여 $\delta = 0.00002$ m로 가정하였다. 따라서 각각의 고형수지 이송부와 용융체 수송부에서는 각각 solid polymer의 열전도도와 molten polymer의 열전도도를 이용하였고, 용융부에서는 이 두 열전도도의 평균값을 이용하여 구한 열전도도를 이용하여 열전달계수를 구하였다. $\dot{\gamma}$ 값 역시 전체적으로 합리적인 온도 분포를 주는 값을 선정하였으며, 용융부, 용융체 수송부 전 구간에서 0.25로 가정하였다.

2-3. 수치 해석

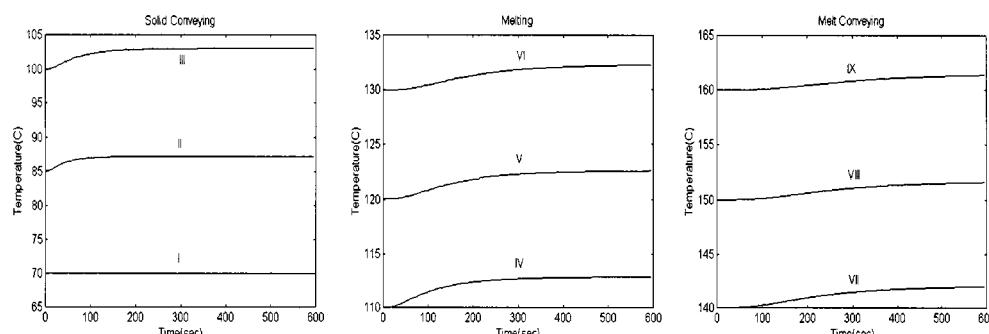


Fig. 3. Temperature response at each zone to a step increase in heat input at zone II.

Table 1. Dimensions and thermal parameters of the single-screw extruder[1, 5]

Screw diameter($D=R_1 \times 2$)	120 mm
Extruder length(L)	21D
Thickness of the barrel(R_2-R_1)	20 mm
Lengths of the solid conveying, melting, melt conveying sections	7D each
Channel depth in the solid conveying section(H_1)	10 mm
Channel depth in the melt conveying section(H_2)	5 mm
Channel width(D)	55 mm
Flight helix angle(θ)	17.7 °
Thermal conductivity of the barrel and screw(stainless)	$k=14.6 \text{ W/m} \cdot \text{K}$
Thermal diffusivity of the barrel and screw(stainless)	$a=4.0 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$

Table 2. Physical and rheological properties of HDPE[5]

Density of solid polymer(ρ)	960 kg/m ³
Density of molten polymer(ρ)	870 kg/m ³
Thermal conductivity of solid polymer(k)	0.335 W/m · K
Thermal conductivity of molten polymer(k)	0.182 W/m · K
Specific heat of solid polymer(C_p)	2,000 J/kg · K
Specific heat of molten polymer(C_p)	1,964 J/kg · K
K_0 of viscosity	$4 \cdot 10^4 \text{ Pa} \cdot \text{s}^{n_v-1}$
E/R of viscosity	3,300 K
T_0 of viscosity	403 K
n_v of viscosity	0.3

공정의 수치모델을 위하여, 2차 parabolic 편미분 방정식인 배럴과 스크류부분[식 (1), (2)]은 시간에 대해서는 전방차분, 공간에 대해서는 중심차분을 적용한 유한차분을 행하였다. 유한차분을 위하여 배럴은 반경방향과 축방향으로 경계점을 포함하여 4×360의 등간격 격자로 나누었으며, 스크류는 12×360의 등간격 격자로 나누었다. 시간에 대해서는 $\Delta t=0.5$ sec 단위로 Euler 적분을 행하였다.

한편 1차 hyperbolic 편미분 방정식인 고분자부분[식 (6)]은 특성방법(method of characteristics)을 이용하여 식 (1), (2)와 연립하여 수치해를 구하도록 하였다. 특성식 방법을 적용하기 위한 기본 적분 단위시간은 $\Delta t=0.5$ sec를 취하였다. 이때, 축방향의 차분을 위한 격자점은 식 (6)과 Table 1, 2의 파라미터로 정의되는 각 영역별 특성직선(characteristic line)의 기울기에 의하여 일방적으로 결정되므로 배럴 및 스크류의 격자점과 일치되지 않는다. 따라서 식 (1), (2)의 경계조건에서 요구되는 T_p 는 고분자부분의 격자점에서의 T_p 를 배럴과 스크류 격자점으로 내삽하여, 식 (6)의 $T(R_1)$ 과 $T_s(R_3)$ 은 배럴과 스크류 격자점에서의 값을 고분자부분의 격자점으로 다시 내삽하여 연립되도록 하였다.

Fig. 3은 이렇게 구성한 수치공정모델의 전형적인 개루프(open-loop) 계단응답이다. 질량유량 $F=250 \text{ kg/h}$ 인 정상상태에서 2번째 제어영역

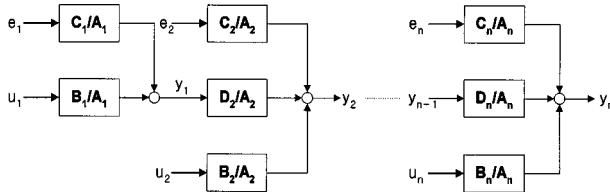


Fig. 4. Block diagram representation of the interaction between the models at each zone.

(영역 II)의 전열량을 $10,000 \text{ W/m}^2$ 증가시킨 후 각 영역의 온도센서 측정치 변화를 보인 것이다. 이동하는 고분자에 의해 하위영역의 온도가 순차적으로 시간지연이 걸어지며 영향을 받는 것을 볼 수 있다.

참고로 온도센서는 각 제어영역의 중앙, 고분자와 배럴의 경계점에 설치되는 것을 가정하였다.

3. 제어기 설계를 위한 공정 모델 인식

앞에서 살펴본 바와 같이 입출공정에서는 고분자 이동방향으로 온도에 대한 간섭이 발생한다. 따라서 제어영역 k 를 기준으로 할 때, 영역 $k-1$ 의 온도를(측정가능한) 외란으로 간주하면 Fig. 4와 같이 한 방향으로만 영향을 받는 각 영역별로 독립된 모델링이 가능하며 앞 먹임제어를 결합하여 제어성능을 향상시킬 수 있는 가능성�이 있다. 이러한 생각을 반영하여 본 연구에서는 예측제어 구성을 위하여 각 영역별로 다음과 같은 확장된 ARMAX 모델구조를 가정하였다.

$$\begin{aligned} A_1(q^{-1})y_1(t) &= B_1(q^{-1})u_1(t) + C_1(q^{-1})e_1(t) \\ A_2(q^{-1})y_2(t) &= B_2(q^{-1})u_2(t) + D_2(q^{-1})y_1(t) + C_2(q^{-1})e_2(t) \\ &\vdots \\ A_9(q^{-1})y_9(t) &= B_9(q^{-1})u_9(t) + D_9(q^{-1})y_8(t) + C_9(q^{-1})e_9(t) \end{aligned} \quad (8)$$

여기서

$$\begin{aligned} A_k(q^{-1}) &= 1 + a_{k,1}q^{-1} + a_{k,2}q^{-2} + \cdots + a_{k,n_a}q^{-n_a} \\ B_k(q^{-1}) &= b_{k,1}q^{-1} + b_{k,2}q^{-2} + \cdots + b_{k,n_b}q^{-n_b} \\ D_k(q^{-1}) &= d_{k,1}q^{-1} + d_{k,2}q^{-2} + \cdots + d_{k,n_d}q^{-n_d} \\ C_k(q^{-1}) &= 1 + c_{k,1}q^{-1} + c_{k,2}q^{-2} + \cdots + c_{k,n_c}q^{-n_c} \end{aligned} \quad (9)$$

이며 $u_k(t)$ 와 $y_k(t)$ 는 k 번째 영역에서의 $q_j(t)$ 및 측정온도를 편차변수로 변화한 후 -1 에서 1 사이의 값으로 스케일링한 것이다.

ARMAX 모델의 파라미터들은 모델인식실험을 통하여 구하였다. ARMAX 모델의 $[C_k(q^{-1})/A_k(q^{-1})]e(t)$ 는 각종 임의외란, 모델오차 등을 유색잡음(colored noise) 형태를 이용하여 포괄적으로 반영하는 항이지만, 본 연구에서는 의도적인 외란을 가지지 않은 수치공정모델을 이용하였으므로 단지 비선형적인 공정특성이 선형적으로 표현되는데 따른 모델오차의 영향만이 반영되었다. Fig. 3의 개회로 응답을 근거로 샘플링 주기는 5초로 선택하였다.

모델인식을 위해 모든 입력신호에 독립된 PRBS(pseudo random binary sequence)신호를 더하였으며, 이때 얻어진 출력 데이터를 이용, 각 제어 영역별로 예측오차법(PEM, prediction error method)을 적용하여 모델을 결정하였다. 예측오차법은 MATLAB V의 ‘ident.m’을 이용하였다. PRBS는 스위칭 시간단위를 조절하여 불필요한 고주파 성분을 갖지 않고 공정의 주파수 대역폭의 3배 정도의 영역에 스펙트럼이 집중되도록 하였으며, 모델인식을 위하여 총 2,000 샘플링 시점에서의 입출력 데이터를 생성시켰다.

여러 차례의 시행착오를 통하여 모든 제어영역에서 $n_a=3$, $n_b=3$, $n_c=2$ 그리고 $n_d=3$ 이 가장 작은 예측오차를 주는 것을 확인하였다.

4. 모델예측제어기의 설계

식 (7)로 인식된 모델을 근거로 9개의 각 제어영역에 대하여 SISO MPC를 구성하였다. 본 연구에서는 측정 가능한 외란을 고려한 제한조건이 없는 MPC를 사용하였다. 제한조건을 주지 않은 이유는 수치모사 결과 나온 조작변수와 출력변수의 값이 물리적으로 타당한 범위에 속하여 굳이 제한조건을 줄 필요가 없었기 때문이다. MPC는 계단응답으로 구성한 상태공간모델에 근거한 알고리즘을 이용하였다.

표준적인 MPC 알고리즘에서는 측정가능한 외란도 미래의 값은 알 수 없으므로(상관성이 있는 추계적 신호의 경우는 미래의 값을 예측하는 것이 가능하지만) 앞먹임으로 보상할 때에 일반적으로 현재의 외란 측정치가 미래에도 지속된다는 가정하에 제어기를 설계한다. 그러나 압출기 k 번째 영역의 외란 $y_{k-1}(t)$ 는 $k-1$ 번째 영역의 출력으로 미래의 예측치가 입력의 함수로 나타나므로 그 값을 미리 알 수 있다는 점이 다르다. 이러한 외란을 앞먹임으로 처리하는 비집중화 SISO MPC 알고리즘을 구성하기 위하여 제어영역 1과 2에 대한 다변수 MPC식을 유도해 보기로 하자.

먼저 n 을 계단응답이 사실상 정상상태에 이르는 시간, 즉, 정착시간(settling time)까지의 샘플링 스텝수라 하면, 계단응답을 이용한 제어영역 1, 2에서의 상태공간 모델은 각각

$$\begin{aligned} Y_1(t+1) &= MY_1(t) + S_1^u \Delta u_1(t) + w_1(t) \\ y_1(t) &= NY_1(t) + v_1(t) \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} Y_2(t+1) &= MY_2(t) + S_2^u \Delta u_2(t) + H_2^y y_1(t) + w_2(t) \\ y_2(t) &= NY_2(t) + v_2(t) \end{aligned} \quad (11)$$

로 표현된다. 여기서 $Y(t)$ 는 $[y(t) y(t+1) \cdots y(t+n-1)]^T$ 로 정의되는 상태벡터, S^u 는 전달함수 $B(q^{-1})/A(q^{-1})$ 로부터 구성되는 단위계단응답 계수를 요소로 갖는 행벡터, H^y 는 전달함수 $D(q^{-1})/A(q^{-1})$ 로부터 구성되는 임펄스응답 계수를 요소로 갖는 행벡터, M 은 $Y(t-1)$ 과 $Y(t-1)$ 의 시간이동 관계를 나타내는 다음과 같은 행렬

$$M = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$N=[10 \cdots 0]$ 으로 정의된다. Zero-mean 공정잡음 및 측정잡음 $w(t)$ 와 $v(t)$ 의 공분산행렬은 $[C(q^{-1})/A(q^{-1})]e(t)$ 의 특성과 연관되며 관측자(observer)의 측적이득을 결정하는데에 주요 정보로 사용된다.

식 (10), (11)은 다음과 같이 하나의 상태공간 식으로 정리된다.

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} Y_1(t+1) \\ Y_2(t+1) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} M & 0 \\ H_2^y N & M \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_1(t) \\ Y_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} S_1^u & 0 \\ 0 & S_2^u \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta u_1(t) \\ \Delta u_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} w_1(t) \\ w_2(t) + H_2^y v_1(t) \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} y_1(t) \\ y_2(t) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} N & 0 \\ 0 & N \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_1(t) \\ Y_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} v_1(t) \\ v_2(t) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (12)$$

이 모델식에 대해 MPC를 위한 예측기를 구성하면 다음과 같다.

상태 추정:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} Y_1(t|t-1) \\ Y_2(t|t-1) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} M & 0 \\ H_2^y N & M \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_1(t-1|t-1) \\ Y_2(t-1|t-1) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} S_1^u & 0 \\ 0 & S_2^u \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta u_1(t-1) \\ \Delta u_2(t-1) \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} Y_1(t|t) \\ Y_2(t|t) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} Y_1(t|t-1) \\ Y_2(t|t-1) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{1,f} & 0 \\ 0 & K_{2,f} \end{bmatrix} \left\{ \begin{bmatrix} y_1(t) \\ y_2(t) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} N & 0 \\ 0 & N \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_1(t|t-1) \\ Y_2(t|t-1) \end{bmatrix} \right\} \end{aligned} \quad (13)$$

예측:

예측지평(prediction horizon)을 p로, 제어지평(control horizon)을 m으로 설정하였을 때, 제어지평 동안의 미래 입력변화, $\Delta U^T(t) = [\Delta u(t) \cdots \Delta u(t+m-1)]$ 에 대한 출력의 예측치, $Y^T(t+1|t) = [y(t+1|t) \cdots y(t+p|t)]$ 는

$$\begin{bmatrix} Y_1(t+1|t) \\ Y_2(t+1|t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_p & 0 \\ (H_2^y N)_p M_p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_1(t|t) \\ Y_2(t|t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} D_1^u & 0 \\ 0 & D_2^u \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta U_1(t) \\ \Delta U_2(t) \end{bmatrix} \quad (14)$$

이다. 여기서 하첨자 p는 상위 p개의 열(row)로 구성되는 행렬의 partition을 의미하며, D^u 는 $\{s^u(i)(\text{입력에 대한 } i\text{번째 계단응답계수}\})$ 로 구성된 동적행렬(dynamic matrix)이다.

$$D^u = \begin{bmatrix} s^u(1) & 0 & \cdots & 0 \\ s^u(2) & s^u(1) & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ s^u(m) & s^u(m-1) & \cdots & s^u(1) \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ s^u(p) & s^u(p-1) & \cdots & s^u(p-m+1) \end{bmatrix}$$

식 (14)로부터 $Y_2(t+1|t)$ 를 분리하면

$$Y_2(t+1|t) = M_p Y_2(t|t) + H_{2,p}^y y_1(t|t) + D_2^u \Delta U_2(t) \quad (15)$$

를 얻으며, 이 관계는 $k \geq 2$ 인 모든 제어영역에 대해서도 성립하게 된다. 결국, $k-1$ 제어영역의 온도는 그 미래값이 예측 가능하더라도 t 시점에서 필터링된 출력 $y_{k-1}(t|t)$ 만이 k 제어영역의 온도예측치에 외란효과를 줄을 알 수 있다.

이제 위의 분석을 통해 구성되는 k 제어영역에서의 비집중화 SISO MPC 알고리즘은 다음과 같다.

상태 추정:

$$\begin{aligned} Y_k(t|t-1) &= MY_k(t-1|t-1) + S_k^u \Delta u_k(t-1) + H_k^y y_{k-1}(t-1|t-1) \\ Y_k(t|t) &= Y_k(t|t-1) + K_{k,f}(y_k(t) - NY_k(t|t-1)) \end{aligned} \quad (16)$$

출력 예측:

$$Y_k(t+1|t) = M_p Y_k(t|t) + D_k^u \Delta U_k(t) + H_{k,p}^y y_{k-1}(t|t) \quad (17)$$

입력 계산:

$R_k(t+1|t)$ 을 예측지평에서의 기준궤적(reference trajectory)이라고 할 때, 이차성능지수

$$\min_{\Delta U_k(t)} \frac{1}{2} \{ \| \Lambda_y (R_k(t+1|t) - Y_k(t+1|t)) \|^2 + \| \Lambda_u \Delta U_k(t) \|^2 \} \quad (18)$$

을 만족시키는 해는

$$\Delta U_k(t) = K_{k,MPC} \varepsilon_k(t+1|t) \quad (19)$$

여기서

$$\begin{aligned} K_{k,MPC} &= (D_k^u \Lambda_y^T \Lambda_y D_k^u + \Lambda_u^T \Lambda_u)^{-1} D_k^u T \Lambda_y^T \Lambda_y \\ \varepsilon_k(t+1|t) &= R_k(t+1|t) - M_p Y_k(t|t) - H_k^y y_{k-1}(t|t) \end{aligned}$$

이다. 이렇게 구해진 $\Delta U_k(t)$ 의 첫 번째 요소만을 공정에 적용하고 다음 샘플링 시점으로 이동하여 같은 계산을 전 영역에 대해 반복한다. 제어영역 1($k=1$)에서는 측정외란을 고려할 필요가 없으므로 위의 모든 식에서 $S_1^d=0$ 이 된다.

5. 수치모사

제시된 비집중화 SISO MPC의 성능을 확인하기 위하여 설정치변화 및 외란에 대한 응답을 조사하여 보았으며, PID제어기의 성능과 비

교하여 보았다.

수치모사에서 설정한 압출기로 들어가는 고분자의 온도는 40 °C로 가정하였고 초기 정상상태에서 제어영역 I에서 IX 측정점에서의 온도는 각각 70, 85, 100, 110, 120, 130, 140, 150 °C 그리고 160 °C였다.

5-1. 제어기의 조율

5-1-1. PID 제어기

먼저 PID 제어기는 모델인식의 결과를 이용하여 근사적 FOPDT (first-order plus dead time) 모델을 찾은 후, 이에 근거하여 Ziegler-Nichols 방법(1/4 감쇠비 조율)을 통해 초기 조율값을 결정하고 여러 차례의 시행착오로 detuning하여 적정치를 얻었다. Ziegler-Nichols 조율값들은 입력이 크게 변하는 경우, 제어계를 불안정하게 만드는 경우가 많았으며, 이는 공정의 비선형성에 기인하는 것으로 생각되었다.

5-1-2. MPC

본 연구에서 사용된 모델은 측정 잡음을 포함하고 있지 않으므로, 관측자의 최적이득(Kalman gain)은 full correction [$y_k(t|t)=y_k(t)$]되도록 결정된다. 기타 수치모사에서 사용된 모델예측제어기의 조율값은 다음과 같으며 이 값들은 모든 영역에 공히 적용되었다.

$$p=60, m=30, K_f = [I \ I \ \cdots \ I]^T, \Lambda_y=I, \Lambda_u=7.5 \times 10^{-2}$$

5-2. 비집중화 SISO PID 제어와 MPC의 성능비교

먼저 설정치 변화에 따른 제어계의 성능 비교를 위해서 영역 3의 설정치는 100 °C에서 110 °C로 10 °C 증가시키고, 영역 6의 설정치는 130 °C에서 140 °C, 10 °C씩 증가시킨 것에 대한 두 제어계의 수행능력을 비교해 보았다.

설정치 변화에 대한 두 제어계의 응답 곡선을 비교해 보면, Fig. 5의 영역 3, 6의 온도 profile에서 볼 수 있듯이 PID는 설정치에 도달하기까지 많은 시간이 걸리는데 비해, MPC는 PID보다 빨리 설정치에 도달함을 보여주고 있다. 영역 3, 6 설정치 변화에 의해, 한 쪽 방향으로의 간섭에 의한 외란의 영향을 Fig. 5의 영역 4, 5의 온도 profile에서 볼 수 있듯이 MPC는 앞면임 보상 제어로 큰 외란을 제어하나, PID는 300초 이후에야 정상상태를 찾아가는 것을 볼 수 있으며 또 영역 7, 8, 9에서 보는 바와 같이 설정치 변화에 따른 외란의 영향이 잔존, 전달되어 이후의 온도 profile이 큰 폭으로 흔들리는 것을 볼 수 있다.

다음으로 외란에 대한 제어계의 수행능력을 비교하기 위해서 영역 2 부분의 온도센서 위치의 고분자 온도를 85 °C에서 95 °C로 순간적으로 10 °C 증가시키고, 영역 5 부분에서 온도센서 위치의 고분자 온도를 120 °C에서 130 °C로 순간적으로 10 °C 증가시키는 것에 대한 제어계의 응답 특성을 살펴보았다.

외란의 경우 PID는 온도가 설정치에서 벗어나는 온도 차이의 크기에 비례하여 real time으로 제어하므로 Fig. 6의 영역 3, 4에서 보듯이 200초 이후에도 외란의 영향이 잔존하여 온도 profile의 흔들림이 있는 것을 볼 수 있으며, 외란의 영향을 완전히 제거하기까지 상당히 많은 시간이 요함을 보여주고 있다. 이에 비하여 MPC는 앞면임 보상제어로 외란의 입력을 미리 예측하여 이에 상당한 제어 입력을 미리 가하므로 Fig. 6의 영역 4에서와 같이 온도 profile의 흔들림이 없으며 빨리 정상상태에 도달하는 것을 볼 수 있다.

마지막으로 설정치 변화와 외란이 동시에 존재하였을 경우에 대한 제어계의 수행능력을 비교하여 보았다. 영역 3의 설정치는 100 °C에서 110 °C로 10 °C 증가시키고, 영역 6의 설정치는 130 °C에서 140 °C로 10 °C 증가시키며, 동시에 영역 2 부분의 온도센서 위치의 고분자 온도를 85 °C에서 95 °C로 10 °C 증가시키며 영역 5 부분의 온도센서 위치의 고분자 온도를 120 °C에서 130 °C로 10 °C 증가시키는, 즉

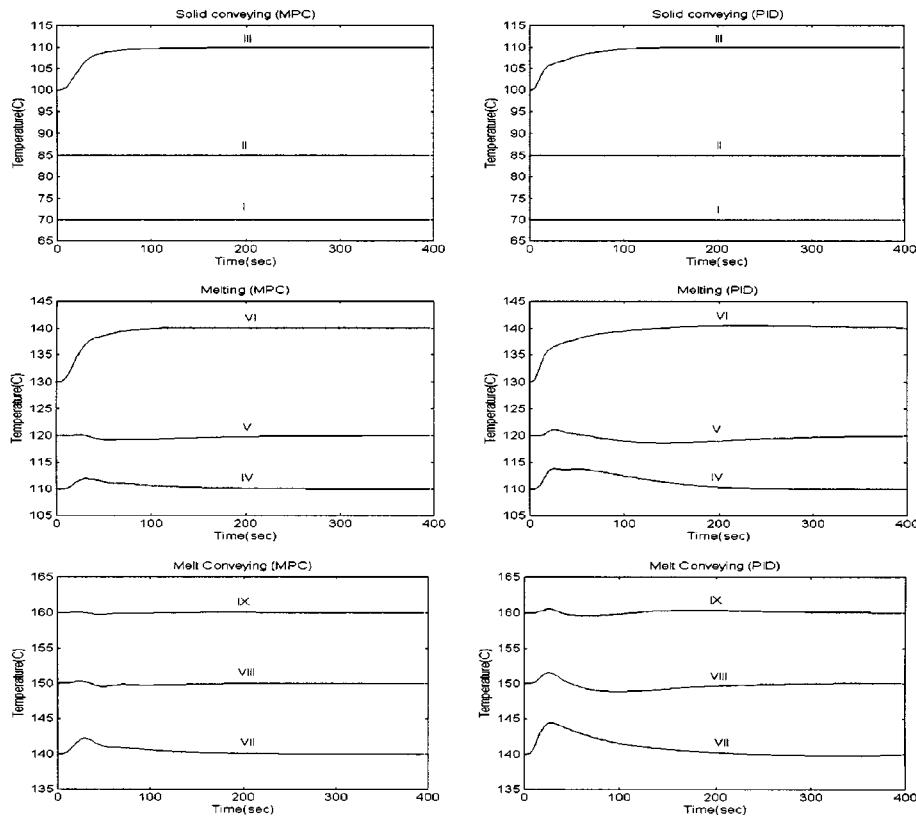


Fig. 5. Comparison of tracking performance of MPC and PID.

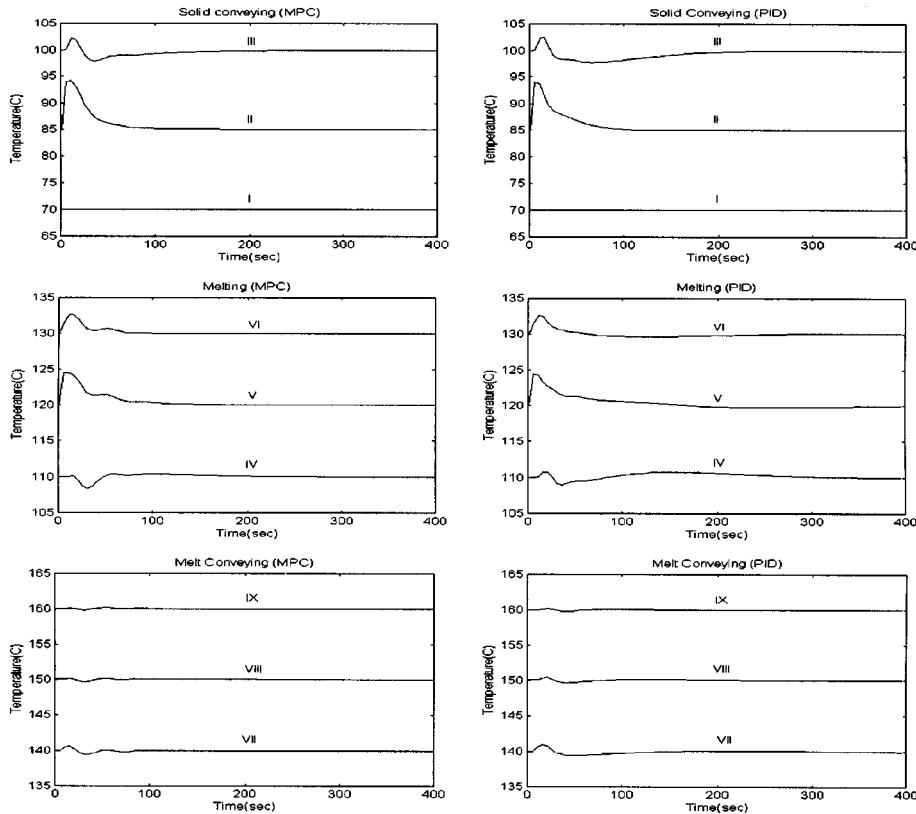


Fig. 6. Comparison of disturbance rejecting performance of MPC and PID.

설정치 변화와 외란이 동시에 일어나는 상황에 대한 제어계의 응답 특성을 비교하여 보았다.

설정치 변화와 외란이 함께 일어나는 경우 Fig. 7의 영역 3, 6과 같이 PID는 설정치 변화만 독립적으로 존재했을 경우보다 설정치 변화

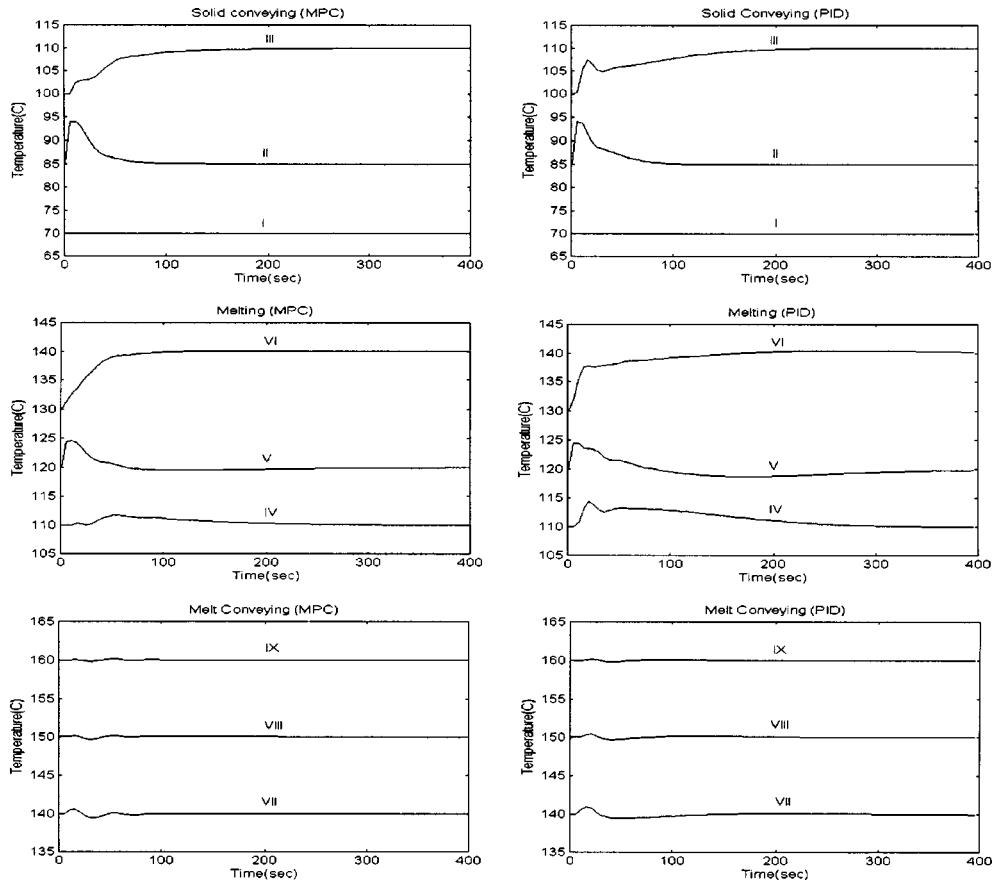


Fig. 7. Comparison of combined tracking & disturbance rejecting performance of MPC and PID.

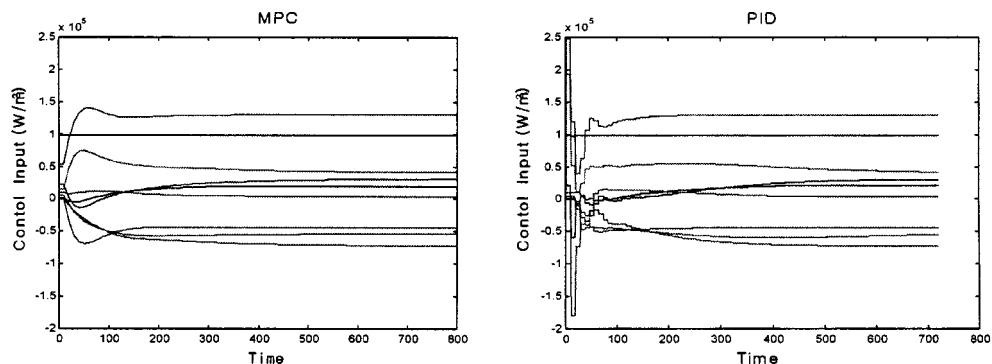


Fig. 8. Comparison of control input of MPC and PID.

와 외란이 동시에 존재하는 경우, 설정치에 도달하는 시간이 상당히 느려졌으며, Fig. 7의 영역 4, 5에서 볼 수 있듯이 외란에도 잘 대처하지 못하는 상황을 보여주고 있다.

MPC는 설정치 변화와 외란을 독립적으로 잘 제어를 하는 모습을 보여주고 있으며, 설정치 변화와 외란이 각각 존재하였을 경우보다, 동시에 존재하는 복합적인 상황인 경우에, PID보다 더 원활한 제어 성능을 나타내는 것을 볼 수 있다.

Fig. 8은 설정치의 변화와 외란의 입력이 동시에 존재하는 경우에 대한, 제어계의 제어입력의 거동을 살펴본 것이다. 그래프의 y축상의 control input은 제어계가 제어를 하기 위해 가하는 제어 동작인 가열량과 제열량으로서 (-)값은 제열량을 나타낸다.

제어입력은 PID의 경우 제어 초기에 대부분 급격한 제어 동작을

취하고 있으며, 가열량이 큰 폭으로 변화시, 압출기의 가열/제열 시스템의 용량 한계와 특성상 제열량보다 가열량의 변화량에 더 큰 제한이 있으므로, 제어입력이 설정치를 쫓아가지 못하며 과도한 제어입력이 들어가게 된다. 또 순간적으로 제열량이 크고 자주 변하는 경우 대부분의 상업화된 압출기의 온도제어 시스템은 압출기 각각의 영역에 대해 독립적인 ON/OFF제어를 밸브를 통하여 하고 있으므로, 이는 제어 밸브의 성능과 수명을 떨어뜨리는 요인이 된다.

이에 반하여 MPC는 제어 초기에도 불구하고, 미래의 제어 구간까지 미리 제어 입력을 계산하여 그 첫 번째 값만을 현재 제어입력에 반영시키므로, 급격하지 않고 완만한 제어 동작을 나타내고 있다. 제어기의 조율값을 조정하여 제어입력의 가중치를 작게 한다면 더 큰 제어 동작을 취하게 되며, 더 좋은 제어 성능을 나타낼 수 있다.

6. 결 론

본 연구에서는 대표적인 고분자 공정인 압출공정에 대해 기존의 일반적인 SISO PID 제어의 문제점을 검토하고, 그 성능을 개선할 수 있는 앞먹임 보상 비집중화 SISO 모델예측제어기를 제안하였다.

전산 모사의 결과에서 볼 수 있듯이 압출공정에 있어서 앞 영역의 온도의 영향을 고려한 모델예측제어를 적용한 결과 기존의 SISO PID 제어 보다 나아진 제어 성능을 볼 수 있었다. 이는 이와 같은 특성을 갖는 압출공정에 있어서 외란의 제거를 위해 앞먹임 보상(feedforward compensation)을 적용하는 것이 더 나은 제어의 방법임을 보여주는 것이다.

그 외에도 이 방법에서 확장하여 적응 MPC 제어나, 제품의 변화 등 grade change가 발생하는 경우에 대비하여 gain scheduling 기능이 부가된 MPC 제어로의 확장은 가치있는 연구라 보여진다.

감 사

본 연구는 포항공과대학교 공정산업의 지능자동화 연구센터를 통한 한국과학재단의 우수연구센터 지원금에 의한 것입니다.

참고문헌

1. Han, C. D. and Lee K. Y.: *Polymer Engineering and Science*, **30**(24), 1556(1990).
2. Lee, J. H., Morari, M. and Garcia, G. E.: *Automatica*, **30**, 707(1990).
3. Qin, S. J. and Badgwell, T. A.: Proceeding published as AIChE Symposium Series, **316**(93), 232(1996).
4. Soderstrom, T. and Stoica, P.: "System Identification," Prentice-Hall (1989).
5. Agassant, J. F., Avenas, P., Serhent, J. P. and Carreau, P. J.: "Polymer Processing-Principles and Modeling," Hanser Publishers(1991).
6. Davis, M. E.: "Numerical Methods and Modeling for Chemical Engineering," John Wiley Sons(1990).
7. Kim, S. C.: "Polymer Engineering I," Heejoongdang(1994).
8. McCabe, W. L., Smith, J. C. and Harriott, P.: "Operations of Chemical Engineering," McGraw-Hill(1993).
9. Lee, J. K. and Park, S. W.: *Korean J. Chem. Eng.*, **8**, 195(1991).