HWAHAK KONGHAK Vol. 37, No. 6, December, 1999, pp. 857-862
(Journal of the Korean Institute of Chemical Engineers)

다지역 회분식 공장의 최적 개조 설계

이호경† · 유동준 · 이인범

포항공과대학교 지능자동화 연구센터
(1999년 3월 18일 접수, 1999년 7월 30일 채택)

Optimal Retrofitting Design of Multisite Batch Plants

Ho-Kyung Lee†, Dong Joon Yoo and In-Beum Lee

Automation Research Center, Pohang University of Science and Technology
(Received 18 March 1999; accepted 30 July 1999)

요 약

이 논문에서는 여러 가지 화학 제품을 두 지역 이상의 다제품 회분식 공장에서 생산하고 있는 기업에서 앞으로 추가로 공급해야 할 대형 수요처가 생겼거나 기존 수요처의 소비가 증가할 경우 다지역 회분식 공장의 최적 개조 설계를 위한 모델을 제시한다. 이러한 다지역 회분식 공장을 가진 기업의 최적 개조 문제에서는 목적함수로 전체 기대 판매 이익에 각 공장에서 새롭게 추가되는 장치의 비용과 수송비를 뺀 것으로 놓고 새롭게 개조된 공장 배치, 새로운 장치의 크기 및 조업 형태, 각 공장에서 도매창고까지의 새로운 수송량, 그리고 세부적인 회분식 공정 변수들을 결정한다. 문제를 해결하기 위해서 혼합 정수 비선형 계획법이 제안되었고 최적해는 GAMS/DICOPT+++로 구해진다. 제안된 접근 방법의 효율성은 적용 예제를 통해서 설명된다.

Abstract – In this paper, we present a model of an optimal retrofitting design for multisite batch plants in case there are new warehouses to supply and increase of demands at existing warehouses. In the optimal retrofitting design problem, an objective function is defined as a net profit in a chemical company-total expected selling price minus the cost of new equipments and the expected shipping cost. We determine a revised plant configuration, sizes and operating modes of newly added equipments, new shipments from plant to warehouse and batch processing variables. A mixed integer nonlinear programming(MINLP) formulation is proposed. The effectiveness of its application is illustrated with two examples. The examples are solved with GAMS/DICOPT+++.

Key words: Multisite Batch Plants, Optimal Retrofit Design, MINLP, GAMS/DICOPT+++

1. 서 론

회분식 화학 공정은 크게 다제품 회분식 공정(multiproduct batch processes)과 다목적 회분식 공정(multipurpose batch processes)으로 나뉜다. 다제품 생산용 회분식 조업은 같은 생산 경로를 통해서 모든 제품이 생산되는 전형적인 회분식 공정을 말하며 다목적 회분식 조업은 각 제품의 생산 경로가 각기 다르고 재순환(recycling)이 있는 생산 형태를 말한다. 이 논문에서는 여러 화학 제품을 여러 지역에 산재해 있는 다제품 회분식 공장을 통해서 필요로 하는 도매창고 및 다른 공장에 공급하고 있는 기업에서 새로운 생산 목표와 판매 가격의 변화, 공급해야 하는 새로운 대형 수요처의 발생 등으로 생길 수 있는 개조 문제에 대해서 다룬다. 기존의 공정에 새로운 장치를 추가 도입하는 개조 문제에서는 제품을 팔아서 얻는 판매 수익에서 도입한 장치의 비용을 뺀 이윤을 최대화하는 최적 개조 문제를 생각할 수 있다. 본 논문에서는 최적 개조 모델을 이용하여 다지역 회분식 공장의 최적 생산 및 분배를 유도한다.

다지역 회분식 공장의 생산 및 분배 문제는 이와 이[6]가 다루었다. 다제품 생산용 회분식 공정에 대한 최적 개조 문제는 1987년 Vaselenak 등[7]이 처음으로 다루었으며 이들은 접근 방법으로 혼합 정수 비선형 프로그램을 이용하여 최적해를 구하였다. 그리고 1991년 Flectcher 등[2]은 Vaselenak 등[7]의 제약 조건 중 추가되는 장치가 각 제품의 생산에서 다른 조업 방식으로 사용될 수 있음을 고려하여 제안식의 일부를 수정함으로써 더 좋은 결과를 얻었다. 이 등[4, 5]은 경험적인 법칙과 비선형 프로그램을 이용하여 Flectcher 등[2]이 얻은 결과와 같은 결과를 얻었다. 1998년 유 등[8]은 Flectcher 등[3]이 제안한 혼합 정수 비선형 프로그램이 기존의 장치끼리는 조업 방식이 바뀌지 않는다는 가정을 수정함으로써 좀 더 좋은 개조 결과를 얻었다. 본 논문에서는 새롭게 공급해야 할 도매창고가 생길 경우 그리고 기존 도매 창고의 수요가 증가할 경우 생기는 개조 문제에 대해서 유 등[8]이 제안한 혼합 정수 비선형 모델을 이용하여 다지역 회분식 공장의 최적 개조 문제에 적용하였다.

이 논문은 다음과 같이 구성되어져 있다. 먼저, 다지역 회분식 공장

†E-mail: hklee@postech.ac.kr

의 최적 개조에 대한 문제 정의 및 다지역 회분식 공장의 최적 개조를 위한 온구조(superstructure)를 설명하고 3장에서는 이러한 문제의 최적해를 구하기 위한 혼합 정수 비선형 계획법에 대해 자세히 언급한다. 이러한 접근 방법의 효율성을 증명하기 위해서 예제 문제들에 적용하고 그 결과에 대해서 논의한다.

2. 다지역 회분식 공장의 개조

2-1. 문제 정의

다지역 회분식 공장의 개조 문제는 새롭게 공급해야 할 도매 창고가 발생했거나 기존 도매 창고에서의 수요가 증가한 경우, 그리고 판매 가격 변동 등의 원인이 발생했을 때 기존의 생산 능력으로만 생산할 것인지 아니면 새로운 장치를 추가해서 늘어난 수요를 생산하는지 그리고 어느 공장에서 얼마만한 양을 생산해서 어느 도매 창고로 수송할 것인가 결정하는 문제이다. 다지역 회분식 공장의 최적 개조 문제를 풀기 위해서 주어지는 값과 최적 개조 모델을 통해서 결정할 수 있는 공정 변수를 정리하면 다음과 같다.

주어지는 데이터
- 생산해야 하는 제품의 수
- 크기 인자(최종 제품 단위 생산을 위해 필요한 장치 크기)
- 각 장치에서의 각 제품의 처리 시간
- 단위 제품 판매 가격 및 수송비용
- 각 도매창고에서의 제품 수요
- 기존 공장의 배치, 장치 크기
- 새롭게 추가할 수 있는 장치의 최대 수 및 크기의 최대, 최소 범위

결정되는 변수
- 새로운 공장 배치, 즉 새로운 장치의 위치 및 크기
- 새로운 제약 일회 생산량(limiting batch size), 회분의 수(number of batches) 및 제약 일회 회전 시간(limiting cycle time)
- 각 공장의 제품 생산량 할당, 즉 어떤 제품이 어느 공장에서 얼마만큼 생산되느냐에 대한 결정
- 각 공장에서 각 도매 창고로의 수송량 결정

2-2. 온구조(Superstructure)

Fig. 1은 다지역 회분식 공장의 최적 개조 모델을 위한 온구조를 나타내고 있다[8]. 이 온구조에서는 지금까지의 연구에서 제한하였던 기존 장치간의 조업 방법에도 유동성을 두어 보다 좋은 개조 결과를 얻을 수 있었다. Fig. 1에서 동상(in-phase)조업은 장치가 추가되어서 제약 일회 생산량을 증가시키는 것이고 이상(in-sequence) 조업으로 추가되는 장치는 제약 회전 시간을 줄여서 생산성을 향상시키는 조업 형태이다[4]. 동상으로 조업되는 장치들을 "그룹(group)"으로 정의하고 이상으로 조업되는 장치들은 각각 다른 그룹에 속해서 조업되어진다. 이러한 온구조에 대한 자세한 설명은 유 등[8]에 있다.

3. MINLP 모델

3-1. 최적 개조 수식

문제의 목적함수는 연간 순이익을 최대화하는 것이다. 연간 순이익은 최종 제품을 팔아서 나오는 이익에 새롭게 추가되는 장치의 투자비와 제품의 수송비를 뺀 것으로 정의한다.

$$\max \sum_{l=1}^{L}\sum_{i=1}^{N} p_i n_{il} B_{il} - \sum_{l=1}^{L}\sum_{j=1}^{M}\sum_{k=N_j^{old}+1}^{N_j^{total}} (K_{jl} y_{jkl} + c_{jl} V_{jkl}^{\beta_{jl}}) - \sum_{w=1}^{W}\sum_{l=1}^{L} SC_{lw} \sum_{i=1}^{N} X_{ilw} \quad (1)$$

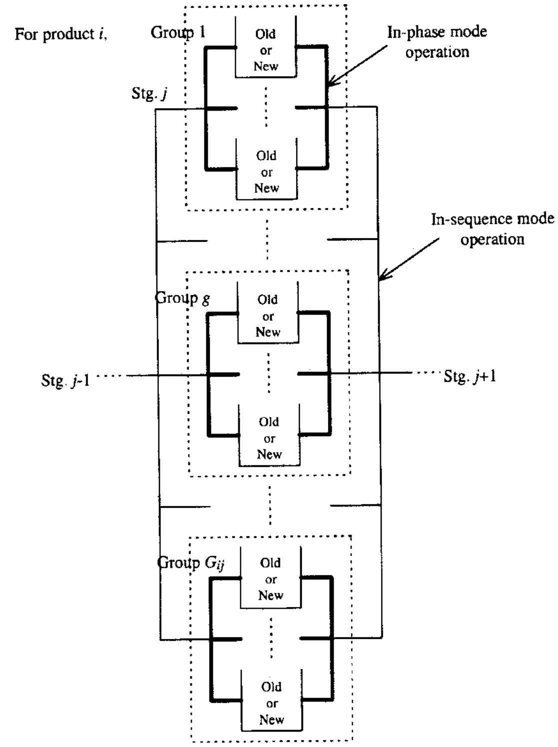


Fig. 1. Generalized superstructure.

여기서 p_i는 최종 제품 i의 단위 질량당 기대되는 순이익, n_{il}은 공장 l에서 최종 제품 i의 회분의 수이며 B_{il}은 공장 l에서 최종 제품 i의 제약 일회 생산량을 나타내고 있다. 다지역 회분식 공장의 생산 및 분배는 아래의 제약 조건들에 의해 정해진다.

$$\sum_{l=1}^{L}\sum_{w=1}^{W} X_{ilw} \le \sum_{w=1}^{W} D_{iw} \qquad i=1,\ldots,N \quad (2)$$

$$\sum_{w=1}^{W} X_{ilw} = n_{il} B_{il} \qquad i=1,\ldots,N,\ l=1,\ldots,L \quad (3)$$

여기서 X_{ilw}는 제품 i의 공장 l에서 도매창고 w까지의 수송량이며 D_{iw}는 도매창고 w에서 제품 i의 최대 수요를 나타낸다. 모든 생산은 아래 제약 조건과 같이 이용 가능한 전체 생산 시간 안에 끝나야 한다.

$$\sum_{i=1}^{N} n_{il} T_{Lil} \le H_l \qquad i=1,\ldots,L \quad (4)$$

새로운 장치의 최대 및 최소값은 아래와 같이 주어진다.

$$V_{jl}^{L} y_{kl} \le V_{jkl} \le V_{jl}^{U} y_{jkl} \qquad j=1,\ldots,M,\ k=1,\ldots,K,\ l=1,\ldots,L \quad (5)$$

새로운 장치의 할당은 아래와 같은 제약 조건들의 영향을 받는다.

$$y_{jkl} \ge y_{j,k+1,l} \qquad j=1,\ldots,M,\ k=N_{jl}^{old}+1,\ldots,N_{jl}^{total}-1,\ l=1,\ldots,L \quad (6)$$

그리고,

$$V_{jkl} \ge V_{j,k+1,l} \qquad j=1,\ldots,M,\ k=N_{jl}^{old}+1,\ldots,N_{jl}^{total}-1,\ l=1,\ldots,L \quad (7)$$

제약 회전 시간에 대한 조건은 다음과 같이 표현된다.

$$\frac{t_{ijl} + c_{ijl} B_{il}^{\gamma_{jl}}}{L_{Lil}} \le \sum_{\substack{\forall k_{1l} \\ \text{suchthat} \\ 1\le k_{1l}\le N_{jl}^{total}}} y_{jk_1 l} - \sum_{\substack{\forall (k_{1l},k_{2l}) \\ \text{suchthat} \\ 1\le k_{1l}\le k_{2l}\le N_{jl}^{total}}} y_{jk_1k_2l} + \Big(\sum_{\substack{\forall (k_{1l},k_{2l},k_{3l}) \\ \text{suchthat} \\ 1\le k_{1l}\le k_{2l}\le k_{3l}\le N_{jl}^{total}}} y_{jk_1k_2k_3l}\Big) - + \cdots + (-1)^{N_{jl}^{total}-1} y_{ijk_1\ldots k_{N_{jl}^{total}}l}$$

$$\mathrm{i=1,...,N,\ j=1,...,M,\ k=N_{jl}^{old}+1,...,N_{jl}^{total}-1,\ \mathit{l}=1,...,L} \tag{8}$$

제약 일회 생산량에 대한 제약 조건은 다음과 같다.

$$\left[\sum_{k=1}^{N_{jl}^{old}} V_{jkl}+Z_{jl}V_{jl}^{U}\right](1-y_{jkl})+\left[\sum_{\underline{k}=1}^{k-1} V_{j\underline{k}l}y_{ij\underline{k}kl}+V_{jkl} + \sum_{\bar{k}=k+1}^{N_{jl}^{total}} V_{j\bar{k}}y_{ijk\bar{k}l}\right] \geq S_{ijl}B_{il} \tag{9}$$

이진 변수 $y_{ijk_1k_2l}$, $y_{ijk_1k_2k_3l}$, …, $y_{ijk_1\ldots k_{N_{jl}^{total}}l}$은 다음과 같은 네 가지 종류의 제약 조건 (10), (11), (12), 그리고 (13)을 만족해야 한다. 공장 l에서 제품 i에 대하여 단계 j에서의 k_1, k_2, k_3의 세 개의 장치가 있고 어떤 두 개의 장치가 동상으로 조업되면 다른 두 개의 장치에 대한 쌍은 역시 동상으로 조업된다.

$$\begin{aligned}&y_{ijk_1k_2l}+y_{ijk_1k_3l}-1\leq y_{ijk_2k_3l},\\&y_{ijk_1k_2l}+y_{ijk_2k_3l}-1\leq y_{ijk_1k_3l},\\&y_{ijk_1k_3l}+y_{ijk_2k_3l}-1\leq y_{ijk_1k_2l}, \qquad \mathrm{i=1,...,N,\ j=1,...,M,\ \mathit{l}=1,...,L}\\&\forall(k_1,k_2,k_3)\ \text{such that}\ 1\leq k_1\leq k_2\leq k_3\leq N_{jl}^{total}\end{aligned} \tag{10}$$

세 개의 장치 k_1, k_2, k_3 중에서 처음 두 개의 장치와 마지막 두 개의 장치가 동상으로 조업되면 세 개의 장치는 동상으로 조업된다. 네 개의 장치 k_1, k_2, k_3, k_4 중에서 처음 세 개의 장치와 마지막 세 개의 장치가 동상으로 조업되면 네 개의 장치 k_1, k_2, k_3, k_4는 동상으로 조업된다. 이러한 제약 조건은 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned}&y_{ijk_1k_2l}+y_{ijk_2k_3l}-1\leq y_{ijk_1k_2k_3l}, \qquad \mathrm{i=1,...,N,\ j=1,...,M,\ \mathit{l}=1,...,L}\\&\forall(k_1,k_2,k_3)\ \text{such that}\ 1\leq k_1\leq k_2\leq k_3\leq N_{jl}^{total}\\&y_{ijk_1k_2k_3l}+y_{ijk_2k_3k_4l}-1\leq y_{ijk_1k_2k_3k_4l}, \qquad \mathrm{i=1,...,N,\ j=1,...,M,\ \mathit{l}=1,...,L}\\&\forall(k_1,k_2,k_3)\ \text{such that}\ 1\leq k_1\leq\ldots\leq k_4\leq N_{jl}^{total}\\&\vdots\\&y_{ijk_1\ldots k_{N_{jl}^{total}-1}}+y_{ijk_2\ldots k_{N_{jl}^{total}}l}-1\leq y_{ijk_1\ldots k_{N_{jl}^{total}}l}, \quad \mathrm{i=1,...,N,\ j=1,...,M,\ \mathit{l}=1,...,L}\\&\forall(k_1,\ldots,k_{N_{jl}^{total}})\ \text{such that}\ 1\leq k_1\leq\ldots\leq k_{N_{jl}^{total}}\leq N_{jl}^{total}\end{aligned} \tag{11}$$

k_1, k_2가 같은 그룹에 있으면 둘다 설치되어야 한다.

$$\begin{aligned}&y_{ijk_1k_2l}\leq y_{jk_1l},\ \ y_{ijk_1k_2l}\leq y_{jk_2l}, \qquad \mathrm{i=1,...,N,\ j=1,...,M,\ \mathit{l}=1,...,L}\\&\forall(k_1,k_2)\ \text{such that}\ 1\leq k_1\leq k_2\leq N_{jl}^{total}\end{aligned} \tag{12}$$

마지막으로, 만약 세 개의 장치인 k_1, k_2, k_3가 동상으로 조업된다면 k_1, k_2가 동상으로 조업되고 k_2, k_3가 동상으로 조업된다. k_1, k_2, k_3, k_4가 동상으로 조업된다면 k_1, k_2, k_3가 동상으로 조업되고 k_2, k_3, k_4가 동상으로 조업된다.

$$\begin{aligned}&y_{ijk_1k_2k_3l}\leq y_{jk_1k_2l},\ \ y_{ijk_1k_2k_3l}\leq y_{jk_2k_3l}, \qquad \mathrm{i=1,...,N,\ j=1,...,M,\ \mathit{l}=1,...,L}\\&\forall(k_1,k_2,k_3)\ \text{such that}\ 1\leq k_1\leq k_2\leq k_3\leq N_{jl}^{total}\\&y_{ijk_1k_2k_3k_4l}\leq y_{jk_1k_2k_3l},\ \ y_{ijk_1k_2k_3k_4l}\leq y_{ijk_2k_3k_4l}, \quad \mathrm{i=1,...,N,\ j=1,...,M,\ \mathit{l}=1,...,L}\\&\forall(k_1,\ldots,k_4)\ \text{such that}\ 1\leq k_1\leq\ldots\leq k_4\leq N_{jl}^{total}\\&\vdots\\&y_{ijk_1\ldots k_{N_{jl}^{total}}l}\leq y_{jk_1\ldots k_{N_{jl}^{total}-1}}l,\ \ y_{ijk_1\ldots k_{N_{jl}^{total}}l}\leq y_{ijk_2\ldots k_{N_{jl}^{total}}l}\\&\quad \mathrm{i=1,...,N,\ j=1,...,M,\ \mathit{l}=1,...,L}\\&\forall(k_1,\ldots,k_{N_{jl}^{total}})\ \text{such that}\ 1\leq k_1\leq\ldots\leq k_{N_{jl}^{total}}\leq N_{jl}^{total}\end{aligned} \tag{13}$$

3-2. 제약 일회 생산량에 대한 선형화(linearization)

제약 일회 생산량에 대한 제약 조건인 (9)식은 연속 변수와 이진 변수의 곱을 포함하고 있다. 효율적인 계산을 위해 다음과 같은 새로운 연속 변수와 제약 조건들을 도입함으로써 선형화한다.

$$\left[\sum_{k=1}^{N_{jl}^{old}} V_{jkl}+Z_{jl}V_{jl}^{U}\right](1-y_{jkl})+\left[\sum_{\underline{k}=1}^{k-1} \underline{V}_{ij\underline{k}kl}+V_{jkl} + \sum_{\bar{k}=k+1}^{N_{jl}^{total}} \overline{V}_{ijk\bar{k}l}\right] \geq S_{ijl}B_{il} \tag{14}$$

$$\begin{aligned}&\underline{V}_{ij\underline{k}kl}\leq V_{ij}^{U}y_{ij\underline{k}kl},\ \underline{V}_{ij\underline{k}kl}\leq V_{j\underline{k}l}, \qquad \mathrm{i=1,...,N,\ j=1,...,M,\ \mathit{l}=1,...,L}\\&\forall(\underline{k},k)\ \text{such that}\ 1\leq\underline{k}\leq k\leq N_{jl}^{total}\end{aligned} \tag{15}$$

$$\begin{aligned}&\overline{V}_{ijkkl}\leq V_{il}^{U}y_{ijk\bar{k}l},\ \overline{V}_{ijk\bar{k}l}\leq V_{j\bar{k}l}, \qquad \mathrm{i=1,...,N,\ j=1,...,M,\ \mathit{l}=1,...,L}\\&\forall(k,\bar{k})\ \text{such that}\ 1\leq k\leq\bar{k}\leq N_{jl}^{total}\end{aligned} \tag{16}$$

여기서 $\underline{V}_{ij\underline{k}kl}$, $\overline{V}_{ijk\bar{k}l}$ 은 각각 $V_{j\underline{k}l}y_{ij\underline{k}kl}$ 과 $V_{j\bar{k}l}y_{ijk\bar{k}l}$ 을 의미한다.

3-3. 지수 치환(Exponential Transformation)

앞절에서 소개된 혼합 정수 비선형 모델은 Duran과 Grossmann[1]이 제안한 outer-approximation(OA) 알고리즘으로 답을 구한다. OA 알고리즘을 적용하기 전에 전역(global) 최적해를 구하기 위해서 convex 형태로 문제를 바꾸어야 한다. 여기서는 Vaselenak 등[7]이 제안한 아래의 새로운 변수들을 이용한 지수 치환법으로 nonconvex 형태를 convex 형태로 변환한다.

$$\begin{aligned}&x_{1il}=\ln n_{il},\\&x_{2il}=\ln B_{il},\\&x_{3il}=\ln T_{Lil}, \qquad \mathrm{i=1,...,N,\ \mathit{l}=1,...,L}\end{aligned} \tag{17}$$

결과적으로, 다음과 같은 혼합 정수 비선형 모델로 정리된다. 목적함수의 첫번째 항에서의 음수 부호를 가진 지수 함수로 인한 nonconvexity는 Vaselenak 등[7]이 제안한 piecewise linear approximation 방법에 의해서 해결된다.

$$\max -\sum_{l=1}^{L}\sum_{i=1}^{N}p_i\exp(x_{1il}+x_{2il})+\sum_{l=1}^{L}\sum_{j=1}^{M}\sum_{k=N_{jl}^{old}+1}^{N_{jl}^{total}}(K_{jl}y_{jkl}+c_{jl}V_{jkl}^{\beta_{jl}}) + \sum_{w=1}^{W}\sum_{l=1}^{L}SC_{lw}\sum_{i=1}^{N}X_{ilw} \tag{18}$$

subject to

$$\sum_{l=1}^{L}\sum_{w=1}^{W}X_{ilw}\leq\sum_{w=1}^{W}D_{iw} \qquad i=1,\ldots,N \tag{19}$$

$$\sum_{w=1}^{W}X_{ilw}=\exp(x_{1il}+x_{2il}) \qquad i=1,\ldots,N,\ l=1,\ldots,L \tag{20}$$

$$\sum_{i=1}^{N}\exp(x_{1il}+x_{3il})\leq H_l \qquad i=1,\ldots,L \tag{21}$$

$$V_{jl}^{L}y_{kl}\leq V_{jkl}\leq V_{jl}^{U}y_{jkl} \qquad \mathrm{j=1,...,M,\ k=1,...,K,\ \mathit{l}=1,...,L} \tag{22}$$

$$y_{jkl}\geq y_{j,k+1,l} \qquad \mathrm{j=1,\ ...,M,\ k=N_{jl}^{old}+1,...,N_{jl}^{total}-1,\ \mathit{l}=1,...,L} \tag{23}$$

$$V_{jkl}\geq V_{j,k+1,l} \qquad \mathrm{j=1,\ ...,M,\ k=N_{jl}^{old}+1,...,N_{jl}^{total}-1,\ \mathit{l}=1,...,L} \tag{24}$$

$$\exp(x_{2il})\leq B_{il} \qquad \mathrm{i=1,...,N,\ \mathit{l}=1,...,L} \tag{25}$$

$$t_{ijl}\exp(-x_{3il})+c_{ijl}\exp(\gamma_{il}x_{2il}-x_{3il}) \leq \sum_{\substack{\forall k_{1l}\\ \text{suchthat}\\ 1\leq k_{1l}\leq N_{jl}^{total}}}y_{jk_1l}-\sum_{\substack{\forall(k_{1l},k_{2l})\\ \text{suchthat}\\ 1\leq k_{1l}\leq k_{2l}\leq N_{jl}^{total}}}y_{jk_1k_2l}+\Bigl(\sum_{\substack{\forall(k_{1l},k_{2l},k_{3l})\\ \text{suchthat}\\ 1\leq k_{1l}\leq k_{2l}\leq k_{3l}\leq N_{jl}^{total}}}y_{jk_1k_2k_3l}\Bigr) - +\cdots+(-1)^{N_{jl}^{total}-1}y_{ijk_1\ldots k_{N_{jl}^{total}}l}$$

$$\mathrm{i}=1,\ldots,\mathrm{N},\ \mathrm{j}=1,\ldots,\mathrm{M},\ \mathrm{k}=\mathrm{N}_{jl}^{old}+1,\ldots,\mathrm{N}_{jl}^{total}-1,\ l=1,\ldots,\mathrm{L} \tag{26}$$

$$\left[\sum_{k=1}^{N_{jl}^{old}} \mathrm{V}_{jkl}+\mathrm{Z}_{jl}\mathrm{V}_{jl}^{U}\right](1-\mathrm{y}_{jkl})+\left[\sum_{\underline{k}=1}^{k-1} \underline{\mathrm{V}}_{ij\underline{k}kl}+\mathrm{V}_{jkl} + \sum_{\bar{k}=k+1}^{N_{jl}^{total}} \overline{\mathrm{V}}_{ijk\bar{k}l}\right] \geq \mathrm{S}_{ijl}\mathrm{B}_{it} \tag{27}$$

$$\underline{\mathrm{V}}_{ij\underline{k}kl} \leq \mathrm{V}_{ij}^{U}\mathrm{y}_{ij\underline{k}kl},\ \underline{\mathrm{V}}_{ij\underline{k}kl} \leq \mathrm{V}_{j\underline{k}l},\quad \mathrm{i}=1,\ldots,\mathrm{N},\ \mathrm{j}=1,\ldots,\mathrm{M},\ l=1,\ldots,\mathrm{L}$$

$$\forall(\underline{\mathrm{k}},\mathrm{k})\ \text{such that}\ 1 \leq \underline{\mathrm{k}} \leq \mathrm{k} \leq \mathrm{N}_{jl}^{total} \tag{28}$$

$$\overline{\mathrm{V}}_{ij\underline{k}kl} \leq \mathrm{V}_{jl}^{U}\mathrm{y}_{ijk\bar{k}l},\ \overline{\mathrm{V}}_{ijk\bar{k}l} \leq \mathrm{V}_{j\bar{k}l},\quad \mathrm{i}=1,\ldots,\mathrm{N},\ \mathrm{j}=1,\ldots,\mathrm{M},\ l=1,\ldots,\mathrm{L}$$

$$\forall(\mathrm{k},\bar{\mathrm{k}})\ \text{such that}\ 1 \leq \mathrm{k} \leq \bar{\mathrm{k}} \leq \mathrm{N}_{jl}^{total} \tag{29}$$

$$\begin{aligned}&\mathrm{y}_{ijk_1k_2l}+\mathrm{y}_{ijk_1k_3l}-1 \leq \mathrm{y}_{ijk_2k_3l},\\ &\mathrm{y}_{ijk_1k_2l}+\mathrm{y}_{ijk_2k_3l}-1 \leq \mathrm{y}_{ijk_1k_3l},\\ &\mathrm{y}_{ijk_1k_3l}+\mathrm{y}_{ijk_2k_3l}-1 \leq \mathrm{y}_{ijk_1k_2l}, \qquad \mathrm{i}=1,\ldots,\mathrm{N},\ \mathrm{j}=1,\ldots,\mathrm{M},\ l=1,\ldots,\mathrm{L}\end{aligned}$$

$$\forall(\mathrm{k}_1,\mathrm{k}_2,\mathrm{k}_3)\ \text{such that}\ 1 \leq \mathrm{k}_1 \leq \mathrm{k}_2 \leq \mathrm{k}_3 \leq \mathrm{N}_{jl}^{total} \tag{30}$$

$$\mathrm{y}_{ijk_1k_2l}+\mathrm{y}_{ijk_2k_3l}-1 \leq \mathrm{y}_{ijk_1k_2k_3l}, \qquad \mathrm{i}=1,\ldots,\mathrm{N},\ \mathrm{j}=1,\ldots,\mathrm{M},\ l=1,\ldots,\mathrm{L}$$

$$\forall(\mathrm{k}_1,\mathrm{k}_2,\mathrm{k}_3)\ \text{such that}\ 1 \leq \mathrm{k}_1 \leq \mathrm{k}_2 \leq \mathrm{k}_3 \leq \mathrm{N}_{jl}^{total}$$

$$\mathrm{y}_{ijk_1k_2k_3l}+\mathrm{y}_{ijk_2k_3k_4l}-1 \leq \mathrm{y}_{ijk_1k_2k_3k_4l}, \qquad \mathrm{i}=1,\ldots,\mathrm{N},\ \mathrm{j}=1,\ldots,\mathrm{M},\ l=1,\ldots,\mathrm{L}$$

$$\forall(\mathrm{k}_1,\ldots,\mathrm{k}_4)\ \text{such that}\ 1 \leq \mathrm{k}_1 \leq \ldots \leq \mathrm{k}_4 \leq \mathrm{N}_{jl}^{total}$$

$$\vdots$$

$$\mathrm{y}_{ijk_1\ldots k_{N_{jl}^{total}}l}+\mathrm{y}_{ijk_2\ldots k_{N_{jl}^{total}}l}-1 \leq \mathrm{y}_{ijk_1\ldots k_{N_{jl}^{total}}l},\ \mathrm{i}=1,\ldots,\mathrm{N},\ \mathrm{j}=1,\ldots,\mathrm{M},\ l=1,\ldots,\mathrm{L}$$

$$\forall(\mathrm{k}_1,\ldots,\mathrm{k}_{N_{jl}^{total}})\ \text{such that}\ 1 \leq \mathrm{k}_1 \leq \ldots \leq \mathrm{k}_{N_{jl}^{total}} \leq \mathrm{N}_{jl}^{total} \tag{31}$$

$$\mathrm{y}_{ijk_1k_3l} \leq \mathrm{y}_{jk_1l},\quad \mathrm{y}_{ijk_1k_3l} \leq \mathrm{y}_{jk_2l}, \qquad \mathrm{i}=1,\ldots,\mathrm{N},\ \mathrm{j}=1,\ldots,\mathrm{M},\ l=1,\ldots,\mathrm{L}$$

$$\forall(\mathrm{k}_1,\mathrm{k}_2)\ \text{such that}\ 1 \leq \mathrm{k}_1 \leq \mathrm{k}_2 \leq \mathrm{N}_{jl}^{total} \tag{32}$$

$$\mathrm{y}_{ijk_1k_2k_3l} \leq \mathrm{y}_{jk_1k_2l},\quad \mathrm{y}_{ijk_1k_2k_3l} \leq \mathrm{y}_{ijk_2k_3l}, \qquad \mathrm{i}=1,\ldots,\mathrm{N},\ \mathrm{j}=1,\ldots,\mathrm{M},\ l=1,\ldots,\mathrm{L}$$

$$\forall(\mathrm{k}_1,\mathrm{k}_2,\mathrm{k}_3)\ \text{such that}\ 1 \leq \mathrm{k}_1 \leq \mathrm{k}_2 \leq \mathrm{k}_3 \leq \mathrm{N}_{jl}^{total}$$

$$\mathrm{y}_{ijk_1k_2k_3k_4l} \leq \mathrm{y}_{jk_1k_2k_3l},\quad \mathrm{y}_{ijk_1k_2k_3k_4l} \leq \mathrm{y}_{ijk_2k_3k_4l},\ \mathrm{i}=1,\ldots,\mathrm{N},\ \mathrm{j}=1,\ldots,\mathrm{M},\ l=1,\ldots,\mathrm{L}$$

$$\forall(\mathrm{k}_1,\ldots,\mathrm{k}_4)\ \text{such that}\ 1 \leq \mathrm{k}_1 \leq \ldots \leq \mathrm{k}_4 \leq \mathrm{N}_{jl}^{total}$$

$$\vdots$$

$$\mathrm{y}_{ijk_1\ldots k_{N_{jl}^{total}}l} \leq \mathrm{y}_{jk_1\ldots k_{N_{jl}^{total}-1}l},\quad \mathrm{y}_{ijk_1\ldots k_{N_{jl}^{total}}l} \leq \mathrm{y}_{ijk_2\ldots k_{N_{jl}^{total}}l}$$

$$\mathrm{i}=1,\ldots,\mathrm{N},\ \mathrm{j}=1,\ldots,\mathrm{M},\ l=1,\ldots,\mathrm{L}$$

$$\forall(\mathrm{k}_1,\ldots,\mathrm{k}_{N_{jl}^{total}})\ \text{such that}\ 1 \leq \mathrm{k}_1 \leq \ldots \leq \mathrm{k}_{N_{jl}^{total}} \leq \mathrm{N}_{jl}^{total} \tag{33}$$

4. 적용 예제

본 절에서는 앞에서 제안한 혼합 정수 비선형 모델의 효용성을 증명하기 위해서 두 개의 예제를 다룰 것이다. 첫번째 예제는 기존의 도매 창고들의 수요가 증가한 경우이고 두번째 예제는 공급해야할 새로운 도매 창고가 생겼을 때 발생하는 개조 문제를 다룬다.

4-1. 적용 예제 1

이 예제는 두 개의 최종 제품을 생산하고 있는 두 개의 공장을 가진 기업에서 전국에 산재해 있는 여섯 군데의 도매 창고에 제품을 공급하는 기존의 생산 체제에서 각 도매 창고에서의 최대 가능 판매 수요가 증가할 경우에 대한 개조 문제이다. 두 개의 공장은 두 개의 생산 단계로 이루어져 있으며 각각 설립된 시기가 다르기 때문에 장치의 종류 및 공정 조건은 조금씩 틀리나 같은 제품들을 생산하고 있다. Table 1은 예제 1에 대한 데이터이며 Fig. 2는 예제 1에 대한 공장 구성도 및 각 제품의 제조 방법을 나타내고 있다. 이 공장에서 생산되고 있는 두 개의 제품은 전국에 산재한 여섯 개의 대형 도매 창고로 이송되는데 향후 소비 동향을 분석한 결과 각 도매 창고에서의 최대 가능 판매 수요가 6.9%에서 12.5%까지 증가한다고 한다. 여기서 최적 개조 문제가 발생한다. 기존의 최대 생산 가능량으로 제품을 각 도매 창고에 공급할 것인지 아니면 새로운 장치를 추가하여서 증가된 수요 만큼을 생산해서 공급하는 것이 이익인지를 판단해야 한다. 앞에서 제시한 혼합 정수 비선형 모델을 IBM RS/6000 워크스테이션에서 GAMS DICOPT+++를 이용하여 문제를 풀었다. 이 문제는 초기 수식화에서 불필요한 논리적인 제약조건 등을 제거함으로써 제약조건이 101개, 연속 변수가 81개 그리고 이산 변수가 20개인 문제로 단순화시켰으며 해답을 구하는데 16 sec가 걸렸다. 최적 개조는 Table 2와 같이 공장 I의 두번째 생산 단계에 1,000 l의 새로운 장치가 추가되고 제품 A 생산시에는 이상으로, 제품 B 생산시에는 동상으로 조

Table 1. Data for example 1

(a) size factor

Product\plant	Plant I		Plant II	
	Stage 1	Stage 2	Stage 1	Stage 2
A	2.0	1.0	2.2	1.1
B	1.5	2.25	1.6	2.4

(b) processing times

Product\plant	Plant I		Plant II	
	Stage 1	Stage 2	Stage 1	Stage 2
A	4.0	6.0	4.2	6.5
B	5.0	3.0	5.4	4.0

(c) existing equipment sizes

Product\plant	Plant I	Plant II
Stage 1	2000	2500
Stage 2	1500	2000

(d) new product demand at each warehouse

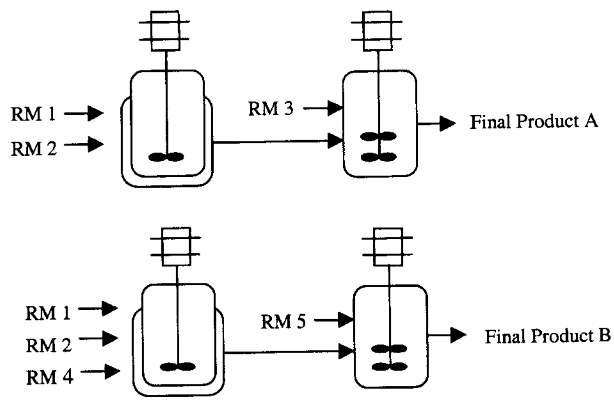
Warehouse\product	A	B
1	237,000	108,000
2	304,000	117,000
3	164,000	112,000
4	342,000	132,000
5	196,000	109,000
6	165,000	124,000

(e) shipping cost

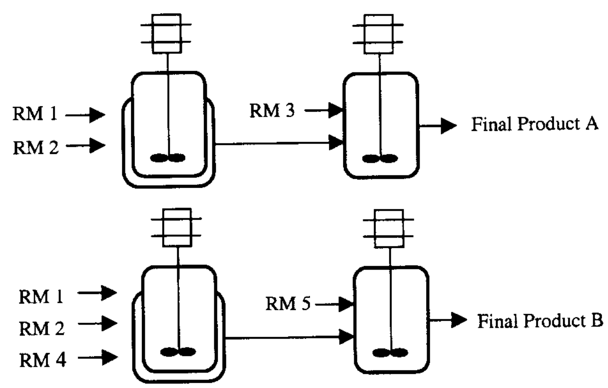
Plant\warehouse	1	2	3	4	5	6
I	0.05	0.03	0.04	0.06	0.08	0.1
II	0.09	0.08	0.06	0.05	0.03	0.04

(f) cost data

	Cost coefficient, α_{jl}	
	Plant I	Plant II
1	35.24	34.90
2	30.50	29.80
	Fixed cost, γ_{jl}	
	Plant I	Plant II
1	45,050	46,000
2	42,500	43,200
	Net profit, \$/kg	
A	0.7	
B	0.8	



(a) Plant configuration and production recipe in plant I



(b) Plant configuration and production recipe in plant II

Fig. 2. Plant configuration and production recipe for example 1.

Table 2. Optimal retrofit design for example 1

	Plant I		Plant II	
	Stage 1	Stage 2	Stage 1	Stage 2
A	-	1000 L(out-of-phase)	-	-
B	-	1000 L(in-phase)	-	-

업되며 이때 기업이 얻는 연간 순이익은 $\$2.2223\times10^6$이다.

4-2. 적용 예제 2

예제 2는 세 개의 최종 제품을 생산하고 있는 두 개의 공장을 가진 기업에서 새롭게 공급해야 할 도매 창고가 생겼을 때 생기는 개조 문제를 다룬다. A, B, C 세 개의 최종 제품을 네 개의 생산 단계를 거쳐서 생산하고 있는 공장 I, II는 기존 여덟 곳의 도매 창고에 제품을 공급하기 위해서 생산 가동 중에 있다. 앞으로 공장 I, II에서 같은 거리에 있는 두 군데의 새로운 도매 창고에 제품을 공급할 계획을 세우고 있다. 여기서, 기존 생산 능력으로 가능한 최대량을 공급할 것인지, 새롭게 장치를 추가하여서 두 곳의 새로운 도매 창고의 최대 가능 수요에 맞게 제품을 공급할 것인지, 새롭게 장치를 추가할 경우 어느 공장의 어느 생산 단계에 새롭게 장치를 추가할 것인지, 그리고 새로운 최적 생산 및 분배량을 결정해야 하는 최적 개조 문제와 만나게 된다. Table 3은 예제 2에 대한 데이터를 나타내고 있으며 Fig. 3은 예제 2의 공장 구성 및 각 제품에 대한 제조 방법을 나타내고 있다. 예제 2 또한 초기 수식화를 할 때 불필요한 논리 제약 조건 및 이진 변수 등을 제거함으로써 제약 조건이 260개, 연속 변수가 197개 그리고 이산 변수가 56개인 문제로 만들었으며 IBM RS6000 워크스테이션에서 해답을 구하는 시간이 92 sec가 걸렸다. 최적해는 공장 I과 II의 첫번째 생산 단계에 1,846, 1,951 l의 장치를 새롭게 추가하는 것이고 기업이 얻는 연간 순이익은 $ 492,670이다. Table 4와 같이 공장 I의 첫번째 생산 단계에 추가된 새로운 장치는 제품 A, C의 생산시는 이상 조업으로 제품 B의 생산시는 동상으로 조업된다. 공장 II의 경우에는 첫번째 생산 단계에 추가된 새로운 장치는 모든 제품 A, B, C의 생산에 동상으로 조업된다.

Table 3. Data for example 2

(a) size factor

Product\plant	Plant I				Plant II			
	Stage 1	Stage 2	Stage 3	Stage 4	Stage 1	Stage 2	Stage 3	Stage 4
A	2.3	3.2	4.3	3.1	2.1	3.1	4.2	3.1
B	2.4	3.7	3.9	3.0	2.3	3.6	3.7	3.0
C	3.3	4.1	2.8	3.0	3.2	4.1	2.6	3.0

(b) processing times

Product\plant	Plant I				Plant II			
	Stage 1	Stage 2	Stage 3	Stage 4	Stage 1	Stage 2	Stage 3	Stage 4
A	8	3	4	2	7	3	4	3
B	8	3	4	3	7	3	4	3
C	3	4	2	4	3	4	2	4

(c) existing equipment sizes

Product\plant	Plant I	Plant II
Stage 1	2500	2000
Stage 2	3000	2500
Stage 3	3000	2500
Stage 4	2500	2000

(d) new product demand at each warehouse

Warehouse\product	A	B	C
1	88964	87436	48964
2	85964	85436	48787
3	88964	77436	47123
4	78964	87436	49102
5	79964	75436	48220
6	76964	82436	45660
7	78964	81436	47320
8	77964	76554	48235
9	58450	64440	37880
10	59550	62220	37770

(e) shipping cost

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
I	0.010	0.011	0.012	0.012	0.014	0.016	0.019	0.020	0.016	0.017
II	0.020	0.019	0.010	0.015	0.012	0.011	0.010	0.010	0.016	0.017

(f) cost data

	Cost coefficient, α_{jl}	
	Plant I	Plant II
Stage 1	32.54	32.24
Stage 2	34.20	34.00
Stage 3	35.24	35.14
Stage 4	30.20	30.00
	Fixed cost, γ_{jl}	
	Plant I	Plant II
Stage 1	30560	30260
Stage 2	32750	32350
Stage 3	35250	35050
Stage 4	30200	30100
	Net profit, $/kg	
	A	0.34
	B	0.36
	C	0.34

Table 4. Optimal retrofit design for example 2

Product\plant	Plant I				Plant II			
	Stage 1	Stage 2	Stage 3	Stage 4	Stage 1	Stage 2	Stage 3	Stage 4
A	S*, 1846 L	-	-	-	S, 1951 L	-	-	-
B	S, 1846 L	-	-	-	S, 1951 L	-	-	-
C	P**, 1846 L	-	-	-	S, 1951 L	-	-	-

*S means out-of-phase operation and **P means in-phase operation.

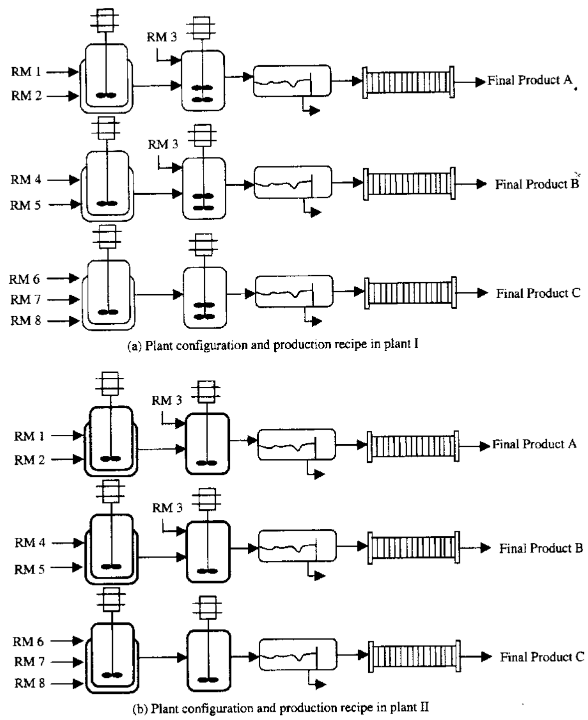


Fig. 3. Plant configuration and production recipe for example 2.

5. 결 론

여러 제품을 생산하는 두 개 이상의 공장을 가진 기업에서 전국에 산재한 대형 도매 창고에 제품을 공급할 때 대형 도매 창고의 최대 판매 가능 수요가 증가할 경우나 새롭게 공급해야 할 대형 도매 창고가 생길 때 개조 문제가 발생한다. 본 논문에서는 다지역 회분식 공장에 대한 최적 개조 문제를 다루었다. 이러한 다지역 회분식 공장의 최적 개조 문제를 해결하기 위해서 혼합 정수 비선형 모델을 제안하였고 최적해는 IBM RS/6000 워크스테이션에서 GAMS를 이용하여 풀었다. 여기서 제안한 혼합 정수 비선형 모델의 효율성을 증명하기 위해서 두 개의 예제를 다루었다.

감 사

본 연구는 한국과학재단 지정 우수연구센터인 공정산업의 지능자동화연구센터의 연구비 지원에 의하여 이루어진 것으로, 연구비를 지원해 주신 연구센터에 감사드립니다.

사용기호

B_{il} : limiting batch size of product i at plant l
c_{jl} : annualized proportionality constant of a new unit in stage j at plant l
H_l : total time available at plant l
K_{jl} : annualized fixed charge of a new unit in stage j at plant l
L : number of plants
M : number of stages in production
N : number of products manufactured
n_{il} : number of batches of product i at plant l
N_{jl}^{old} : number of existing units in stage j at plant l
N_{jl}^{total} : total number of units in stage j at plant l
p_i : expected net profit per unit of product i
S_{ijl} : size factor of product i in stage j at plant l
SC_{lw} : shipping cost from plant l to warehouse w
t_{ijl} : unit cycle time of product i in stage j at plant l
T_{Lil} : limiting cycle time of product i at plant l
$\underline{V}_{ij\underline{k}kl}$: required volume of unit $\underline{k}(< k)$ in stage j for product i to be used in-phase with unit k at plant l
$\overline{V}_{ij\bar{k}kl}$: required volume of unit $\bar{k}(> k)$ in stage j for product i to be used in-phase with unit k at plant l
V_{jkl} : volume of unit k in stage j
V_{jl}^{U} : maximum volume of new units in stage j at plant l
V_{jl}^{L} : minimum volume of new units in stage j at plant l
W : number of warehouses
$y_{ijk_1 \ldots k_{N_{jl}^{total}}}$: 1 if all the units from k_1 to $k_{N_{jl}^{total}}$ in stage j are operated in-phase for product i; 0 otherwise
y_{jkl} : 1 if unit k in stage j at plant l is installed; 0 otherwise
Z_{jl} : maximum number of available new units in stage j at plant l

그리이스 문자

β_{kl} : cost exponent of a new equipment k in plant l
γ_{jl} : exponent of a batch size to represent a processing time in unit j in plant l

참고문헌

1. Duran, M. A. and Grossmann, I. E.: *Math. Prog.*, **36**, 307(1986).
2. Fletcher, R., Hall, J. A. J. and Johns, W. R. Johns : *Comp. Chem. Engng.*, **15**, 843(1991).
3. Grossmann, I. E. and Sargent, R. W. H.: *Ind. Engng Chem. Process Des. Dev.*, **18**, 343(1979).
4. Lee, H., Lee, I., Yang, D. R. and Chang, K. S.: *HWAHAK KONGHAK*, **31**, 69(1993).
5. Lee, H., Lee, I., Yang, D. R. and Chang, K. S.: *Ind. Engng. Chem. Res.*, **32**, 1087(1993).
6. Lee, H. and Lee, I.: *HWAHAK KONGHAK*, **36**, 476(1998).
7. Yoo, D. J., Lee, H., Ryu, J. and Lee, I.: *Comp. Chem. Engng.*, **23**, 683(1999).
8. Vaselenak, J. A., Grossmann, I. E. and Westerberg, A. W.: *Ind. Engng. Chem. Res.*, **26**, 718(1987).