

## 교반소요동력 상관식의 수치해석적 연구

이영세<sup>†</sup> · 김문갑 · 加藤禎人<sup>\*</sup>

상주대학교 화학공학과

<sup>\*</sup>나고야공업대학 응용화학과

(2000년 7월 24일 접수, 2001년 6월 29일 채택)

## Numerical Analysis for Power Correlations in an Agitated Vessel

Young-Sei Lee<sup>†</sup>, Moon-Gab Kim and Yoshihito Kato<sup>\*</sup>

*Dept. of Chemical Engineering, Sangju National University, Sangju 742-711, Korea*

*<sup>\*</sup>Dept. of Applied Chemistry, Nagoya Institute of Technology, Nagoya 466, Japan*

(Received 24 July 2000; accepted 29 June 2001)

### 요 약

교반조내 고점도 유체에 대한 패들 임펠러의 2차원 수치해석 결과를 기초로 지배방정식과 경계조건으로부터 도출된 파라미터를 이용하여 교반임펠러와 교반조벽 사이의 간격이 작은 대형 임펠러로부터 간격이 큰 소형 임펠러에 걸쳐서 광범위하게 적용 가능한 교반소요동력 상관식을 얻었다. 이 상관식에 임펠러 형상을 고려해 넣은 보정 파라미터를 도입하여 앵커 임펠러 및 복잡한 기하형상을 가진 헬리컬 리본 임펠러에도 적용 가능한 수정된 동력상관식을 얻었다.

**Abstract** – An attempt has been made to investigate a correlation of power consumption in a laminar region which is based on numerical analysis of two-dimensional flow for paddle impeller in an agitated vessel using geometrical parameters derived theoretically from the governing equations and boundary conditions. It is suggested that the proposed model can be widely adapted from large impeller which has small clearance to small impeller which has large clearance between impellers and agitated wall. Also, a modified model was proposed by introducing correction factors with impeller geometries, which can be applied to paddle, anchor and helical ribbon impellers.

**Key words:** Power Correlation, Agitated Vessel, Power Consumption, Numerical Analysis

### 1. 서 론

화학공업뿐만 아니라 많은 부분에서 교반조는 혼합기, 반응기 등으로 폭넓게 이용되고 있고 그 거동도 점점 밝혀지고 있다. 그러나 다른 화학공학 분야에 비해 교반에 관한 연구 분야는 아직 규명되지 않은 점이 많은 것이 현실이다. 더군다나 화학제품의 하이테크화에 따라 교반반응조작에 대한 요구가 엄해지고 있어 교반, 혼합의 연구분야에 대한 발전이 요망 되고 있다. 교반조작에서 교반소요동력을 파악하는 것은 장치의 설계뿐만 아니라 교반 프로세스를 평가, 검토하는데 매우 중요하다. 또한 실험실 규모에서 실제 플랜트의 스케일업은 주로 동력 기준으로 행하기 때문에 장치의 형상과 동력의 초기 설계가 교반효과를 결정한다고 말해도 과언이 아니므로 교반소요동력 특성에 관한 연구는 폭넓게 행하여지고 있고 이로부터 도출된 동력상관식도 여러 가지 형태의 임펠러에 대해 보고되고 있다[1-5]. 특히 고점도 유체의 교반조작은 최근 그 중요성이 인식되고 있다. 고점도 유체의 교반은 일반적으로 교반 레이놀즈수가 10 이하의 층류영역에서 운전된 경우를

상정하고 있고, 교반조내의 유동상태나 교반소요동력이 대단히 중요하게 된다. 이에 대한 연구는 전에는 실험적인 관찰이나 측정에 의해서 이루어져 왔지만[6, 7] 최근 컴퓨터의 발달에 따라 수치해석에 의한 연구를 많이 행하고 있다[2, 3, 8, 9]. 공업적으로 취급되는 고점도 유체의 대부분은 비뉴턴성을 나타내는데 응력-변형 관계가 확실히 평가될 수 있다면 뉴턴유체와 거의 같은 취급을 할 수 있다. 이 의미로부터 뉴턴 유체에 대한 연구가 다수 행하여져 왔다. 그러나 층류 교반의 경우 교반 임펠러는 일반적으로 대형이고 또한 형상이 복잡하여, 스케일업 등에서도 그 추산은 용이하지 않다. 이에 대한 몇 편의 동력상관식이 보고[10-13]되고 있지만 각종 형상의 교반 임펠러에 대한 충분한 추산 결과를 주지는 못하고 있다. Nagata 등[6, 14]에 의한 많은 실험 데이터로부터 paddle, helical ribbon 임펠러 등에 대한 교반소요동력의 차원 해석에 대한 상관식이 제출된 이래, 이론적 혹은 수치해석으로부터 동력상관식이 보고되고 있다. 알려져 있는 실험값과 비교적 잘 상관하고 있다고 생각되는 상관식을 Table 1에 나타내었다.

Hiraoka[15]는 paddle 임펠러의 수송현상론에 기초를 둔 모델 해석과 Nagata 등[14]의 실험 데이터의 비교로부터, Takahashi 등[16]은 anchor 임펠러 및 helical ribbon 임펠러에 관한 이론적 고찰로부터, Chavan-Ulbrecht [17]는 드랍트가 부착된 helical screw의 해석으로부터 각각 상관식을

<sup>†</sup>To whom correspondence should be addressed.  
E-mail: yslee@sangju.ac.kr

Table 1. Typical power input correlation in laminar region

Correlation	Investigators
$N_p \cdot Re_d = 14 + (b/D)670(d/D - 0.6)^2 + 185$	Nagata et al.[14](1957)
$N_p \cdot Re_d = 2.5n_p A \pi \left(\frac{d_e}{d}\right) \left(\frac{D}{d_e}\right)^2 \frac{4\pi}{(D/d_e)^2 - 1}$	Chavan-Ulbrecht[17](1973)
$\frac{d_e}{d} = \frac{D}{d} - 2\left(\frac{w}{d}\right) \ln \left\{ \frac{(D/d) - 1 + 2(w/d)}{(D/d) - 1} \right\}$	
$A = \frac{(h/d)(s/d)}{3\pi} \left[ \left( \frac{\pi d}{s \sin \alpha} \right) + \ln \left\{ \left( \frac{\pi d}{s} \right) + \frac{1}{\sin \alpha} \right\} \right] \times [1 - \{1 - 2(w/d)\}^2]$	
$N_p \cdot Re_d = \frac{16\pi^3}{2 \ln(4 + 8c/w) - 1} \cdot \frac{h}{d \sin \alpha} \left\{ 1 + 0.00539 \left( \frac{c}{D} \right)^{-0.876} \right\} \times (\sin \alpha)^{0.555} \left( \frac{n_p}{2} \right)$	Takahashi et al.[16](1982)
$N_p \cdot Re_d = 150 \left( \frac{h}{d} \right) \left\{ \frac{n_p}{(s/d)(c/w)^{0.67}} \right\}^{0.5}$	Shamlou-Edward[19](1985)
$N_p \cdot Re_d = \frac{2.8\pi^3}{\pi^2 - 4} \cdot \frac{1 + \sin^2 \alpha}{d \sin \alpha (h n_p)} \ln \frac{\pi d \sin \alpha}{n_p c}$	Hirose-Murakami[18](1986)
$N_p \cdot Re_d = \left\{ 13 + \frac{34}{\eta} \left( \frac{2b}{D} \right) \frac{(D/d)}{1 - (d/D)^2} \right\} \left( \frac{n_p}{2} \right)^{1/3}, \quad \eta = 1 + \exp[-10\{(D/d) - 1\}]$	Hiraoka[15](1988)

연구 있는데 어느 것도 대형의 임펠러, 즉 임펠러 선단과 용기벽 사이의 틈이 작은 경우 오차가 크게 되는 결점이 있다. 한편 Hirose-Murakami [18]의 상관식은 교반 임펠러와 용기벽 사이의 간격이 좁은 대형 임펠러에 그 적용이 한정된다.

따라서 본 연구에서는 종래의 상관식의 결점을 보완하기 위해 2차원 수치해석 결과에 기초하여 기초식과 경계조건으로부터 도출한 파라미터를 이용하여 교반소요동력을 구하고 이 상관식을 패들임펠러에 대한 실험 data와 비교하여 3차원으로 확장하고 임펠러선단과 교반조벽 사이의 틈이 작은 대형 임펠러로부터 틈이 큰 소형 임펠러에 걸쳐서 광범위하게 적용 가능한 교반소요동력 상관식을 얻어 실제 장치 설계에 유용한 방법을 제시하고자 연구하였다. 또한 임펠러 형상을 고려해 넣은 보정 파라미터를 도입하여 anchor, helical ribbon 등의 각 임펠러에 적용 가능한 수정된 동력 상관식을 얻고자 한다.

## 2. 수치해석방법

### 2-1. 지배방정식 및 경계조건

일반적으로 고점도 유체의 경우 임펠러 선단과 교반조벽 사이의 간격이 작은 임펠러가 사용되고 있는데 이때의 유동상태를 아는 것은 상당히 중요하다. 그러나 간격이 작은 경우의 유동해석에 관한 연구는 그다지 없는 실정이다. 따라서 본 연구에서는 유동상태의 중요한 파라미터인 교반소요동력을 구하기 위해 흐름함수와 소용돌이도를 이용한 2차원 유동해석을 하였다. 이 해석법을 이용한 근거로는 교반소요동력은 교반조벽 및 교반조 저면에서의 전단응력만을 추산하여도 공학적으로 정밀한 추산이 충분히 가능하다는 것과 2차원 해석에서는 흐름함수와 소용돌이도를 이용하면 수치해석에서 가장 귀찮은 압력항이 소거되므로 간편한 해석이 가능하게 되는 점을 들 수 있다. 따라서 2차원 유동수치해석은 지배방정식을 유한차분법을 이용하여 실행하고 임펠러 선단과 교반조벽의 간격을 작게 한 경우에 미치는 영향을 고찰하기 위한 목적으로 하기 때문에 임펠러의 선단부를 미세하게 차분화하는 multigrid법을 이용하여 해석하였다[2]. 지배방정식은 비압축성 뉴턴유체에서의 흐름함수 및 소용돌이

도를 이용한  $(r, \theta)$ 좌표계로 2차원으로 보며 (1) 및 식 (2)로 나타낸다.

$$\frac{1}{\gamma} \frac{\partial(\Phi, \omega)}{\partial(\gamma, \theta)} = \nu \nabla^2 \omega \quad (1)$$

$$\nabla^2 \Phi = -\omega \quad (2)$$

여기서

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial \gamma^2} + \frac{1}{\gamma} \frac{\partial}{\partial \gamma} + \frac{1}{\gamma^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \quad (3)$$

$$v_\theta = \partial \Phi / \partial \gamma, v_\gamma = -\partial \Phi / \partial \theta \quad (4)$$

2차원 원통조의 영역분석 및 무차원화한 경계조건을 Fig. 1에 나타내었다. 교반조벽에서의 흐름함수는 일정값을 가지고 그외 경계에서는 0으로 된다. 보통 소용돌이도는 흐름함수의 경계조건 및 (2)식을 이용하여 나타낸다. 또 본 해석에서 정상상태의 판정식은 각 운동량보존식 (5)를 이용하였다.

$$\frac{d}{dr} \int_0^{2\pi/n_p} \omega d\theta + \frac{1}{r} \int_0^{2\pi/n_p} \left( \frac{\partial \Phi}{\partial \theta} \right) \omega d\theta = 0 \quad (5)$$

### 2-2. 교반소요동력의 고찰

일반적으로 층류영역에서 교반소요동력은 동력수  $N_p$ 와 교반레이놀즈수  $Re_d$ 와의 곱으로 나타낸다.

$$N_p \cdot Re_d = A \quad (6)$$

여기서  $A$ 는 임펠러의 기하형상으로부터 결정되는 정수이고 Hiraoka [15]는 원통조에서의 paddle 임펠러에 대한 다음과 같은 상관식을 제출하였다.

$$N_p \cdot Re_d = \left\{ 13 + \frac{34}{\eta} \left( \frac{2b}{D} \right) \frac{(D/d)}{1 - (d/D)^2} \right\} \left( \frac{n_p}{2} \right)^{1/3} \quad (7)$$

$$\eta = 1 + \exp[-10\{(D/d) - 1\}] \quad (8)$$

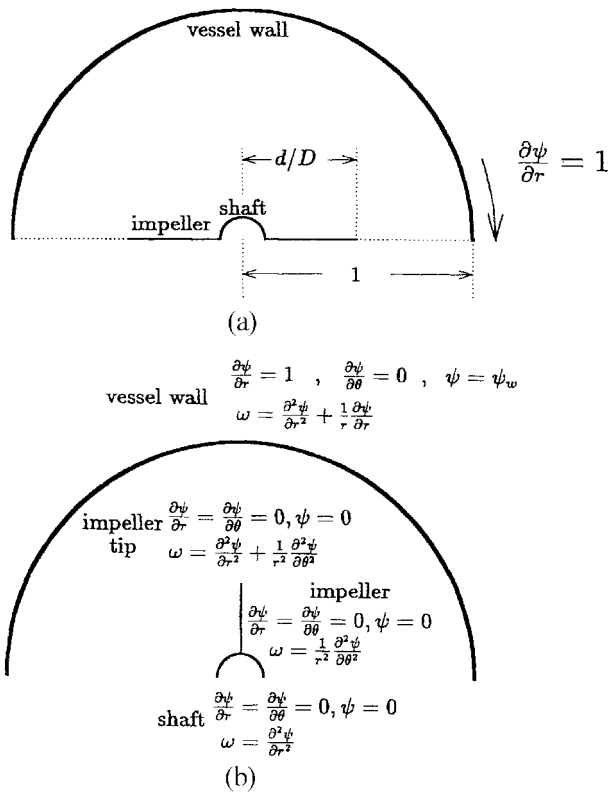


Fig. 1. Analyzed domain of 2-D cylindrical vessel(a), boundary conditions of calculation(b).

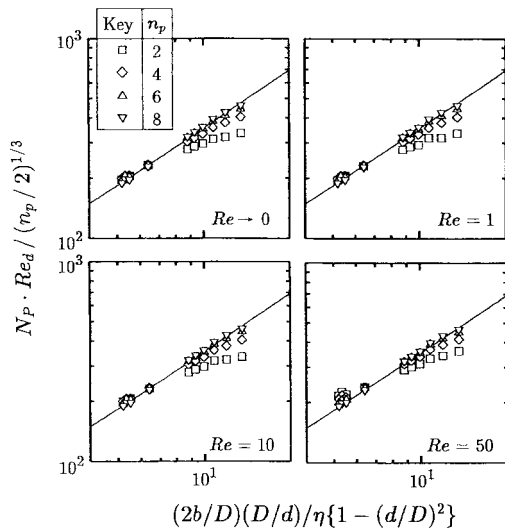


Fig. 2. Dependency of power consumption on both impeller size and blade number for paddle impeller.

Fig. 2에  $Re \rightarrow 0$ ,  $Re = 1$ , 10, 50에 대한 해석결과를 식 (7)에 대하여 플로트한 그림을 나타내었다. 이 그림에서는 종축에 날매수의 영향을 제거한  $N_p \cdot Re_d$ 를 취하여 플로트하였다. 그림중의 실선은 식 (7)의 상관선을 나타낸 것이다. 이 그림으로부터 횡축이 7 이하에서는( $d/D=0.8$  이하) 어떠한 날매수에서도 양호한 일치율을 나타내었으나  $d/D=0.9$  이상에서는 날매수의 감소 및  $d/D$ 의 증가와 함께 상관선 보다도 낮은 값을 가지는 경향이 있음을 알았다. 따라서 식 (7)은 비교적  $d/D$ 가 작은 경우(0.3-0.8)에 적용되는 식이라 할 수 있다.  $d/D$ 가 큰 대형 임펠러( $d/D=0.9$ 이상)에 대한 예는 Hirose-Murakami[18]의 식을 이용한 경우 상당

히 일치되는 것으로 보고되고 있다. 일반적으로 날매수의 변화에 따른  $N_p \cdot Re_d$ 의 영향은 Fig. 2로부터  $n_p=6, 8$ 일 때는 잘 일치하는데  $n_p=2, 4$ 일 때 특히 날매수가 2개인 경우에는 상관선보다 낮은 값을 가지는 것을 알 수 있다. 이것은 paddle 임펠러의 날 매수가 2매일 경우 임펠러 날 사이의 거리가 상당히 크기 때문에 전단응력 분포가 국소적이 되어  $N_p \cdot Re_d$ 의 값이 작게 되는 것이라 사료된다. 따라서 본 연구는 소형 임펠러에서 대형 임펠러에 걸쳐 유효한 상관식을 도출하고자 한다.

### 2-3. 좌표 변환과 무차원화

교반조를 Fig. 3(a)에 나타낸 바와 같이  $(r, \theta)$  좌표로 2차원으로 나타내었고 동좌표계로 변환된 지배방정식을 Fig. 3(b)에 나타낸  $(\xi^*, \theta^*)$  좌표계로 변환하고, 임펠러 선단속도  $v_0$ , 임펠러의 선단 반경  $r_0$ 를 기준으로 하여 무차원화하면 지배방정식은 다음식으로 된다.

$$\left\{ \frac{2\pi r_0 v_0}{n_p v} \right\} \left\{ \frac{\partial(\phi^*, f^*)}{\partial(\xi^*, \theta^*)} + 2 \left( \frac{2\pi}{n_p} \right) f^* \frac{\partial \phi^*}{\partial \theta^*} \right\} = \nabla^{*2} f^* - 4 \left( \frac{2\pi}{n_p} \right) \frac{\partial f^*}{\partial \xi^*} + 4 \left( \frac{2\pi}{n_p} \right)^2 f^* \quad (9)$$

$$\nabla^{*2} \phi^* = f^* \quad (10)$$

Fig. 3(b)에 나타낸 바와 같이 여기서 이용한  $(\xi^*, \theta^*)$ 좌표계에서는  $\theta^*$ 방향의 임펠러 간격은 1이고, 임펠러 선단과 교반조벽의 간격은  $\ln(D/d)/(2\pi n_p)$ 로 된다.

여기서 교반레이놀즈수가 작은 고점도 유체의 교반을 생각하면 지배방정식의 좌변항이 무시되어 식 (11)로 된다.

$$\nabla^{*2} f^* - 4 \left( \frac{2\pi}{n_p} \right) \frac{\partial f^*}{\partial \xi^*} + 4 \left( \frac{2\pi}{n_p} \right)^2 f^* = 0 \quad (11)$$

Fig. 3과 식 (11)로부터 고점도 유체에서의 무차원화 지배방정식은 paddle 임펠러의 날 간격을  $\theta^*$ 방향으로 1로 한 경우, 기하형상을 나타

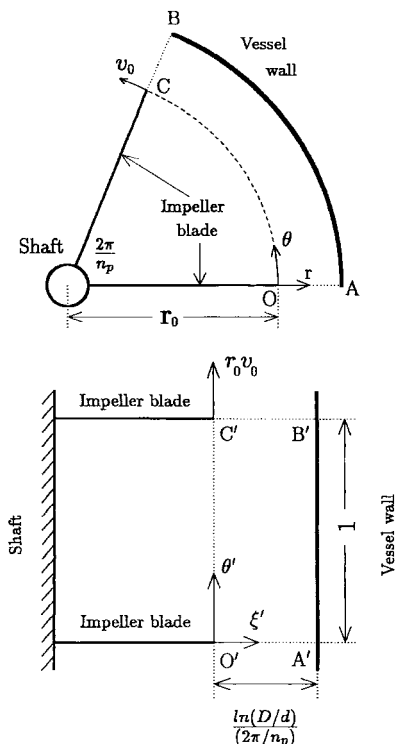


Fig. 3. Coordinate systems, (a)  $r-\theta$  coordinates, (b)  $\xi^*-\theta^*$  coordinates.

내는 무차원 간격  $\ln(D/d)/(2\pi n_p)$ 와 식 (11)에 포함되는 변수인 날매수  $(2\pi/n_p)$  등 2개의 파라미터에 의해 지배된다. 따라서 교반조 벽면의 무차원 전단응력도 이 2개의 파라미터에 지배된다고 할 수 있다.

### 3. 교반소요동력의 상관 변수의 도출

Fig. 3(b)에 나타난 흐름영역의 경우 교반조 벽면에서의 전단응력에 직접 관련하는 변수  $f_w^*$ 의 평균값  $\bar{f}_w^*$ 는 다음식과 같은 함수관계가 성립된다.

$$\bar{f}_w^* = \int_1^0 f_w^* d\theta' = f_n \left\{ \frac{\ln(D/d)}{(2\pi/n_p)}, \frac{2\pi}{n_p} \right\} \quad (12)$$

여기서  $f_w^*$ 의 평균값  $\bar{f}_w^*$ 는 교반조 벽면에서의 평균전단응력  $\bar{\tau}_w$ 와 다음식과 같은 관계를 지을 수 있다.

$$\bar{f}_w^* = (D/2)^2 \frac{\bar{\omega}_w}{(n_p v_o r_o / 2\pi)} = \frac{(D/2)^2 (\bar{\tau}_w / \mu)}{(n_p v_o r_o / 2\pi)} \quad (13)$$

대표속도  $v_o$ 를 임펠러 선단속도  $\pi N d$ , 대표반경  $r_o$ 를 임펠러 반경  $d/2$ 로 하여 식 (13)을 정리하면 다음과 같다.

$$\bar{f}_w^* = \bar{\tau}_w (D/d)^2 / \mu N n_p \quad (14)$$

교반조 높이와 날폭  $b$ 를 같다고 두면 교반소요동력  $P$ 와 교반조 벽면에서의 평균전단응력  $\bar{\tau}_w$ 는 식 (15)로 관계 지을 수 있다.

$$P = 2\pi N \cdot (D/2) \cdot \pi D b \cdot \bar{\tau}_w \quad (15)$$

여기서  $\bar{\tau}_w$ 는 교반조 벽면에서의 평균소요율도  $\bar{\omega}_w$ 와 식 (16)의 관계를 지닌다.

$$\bar{\tau}_w = \mu \bar{\omega}_w \quad (16)$$

식 (14)를 식 (15)에 대입하고 동력수  $N_p$ 와 교반 레이놀즈수  $Re_d$ 를 이용하여 무차원화하면 다음식을 얻는다.

$$N_p \cdot Re_d = \frac{P}{\mu N^2 d^3} = \pi^2 n_p \left( \frac{b}{d} \right) \bar{f}_w^* \quad (17)$$

따라서 조정  $D$ 를 도입하면 식 (17)은 다음식과 같이 된다.

$$\left( \frac{1}{n_p} \right) \left( \frac{d}{D} \right) N_p \cdot Re_d = \pi^2 \left( \frac{b}{D} \right) \bar{f}_w^* \quad (18)$$

식 (17)과 (12)를 관계 지우고, 또한 정수  $2\pi$ 를 생략하면 교반소요동력은 다음과 같은 함수관계를 나타낸다.

$$\left( \frac{1}{n_p} \right) \left( \frac{d}{D} \right) N_p \cdot Re_d = \left( \frac{b}{D} \right) f_n \left\{ n_p \ln \left( \frac{D}{d} \right), n_p \right\} \quad (19)$$

식 (19)는 2차원 수치해석 결과를 이용했기 때문에 식중의  $b$ 를  $D$ 로 바꾸면 식 (20)으로 나타낼 수 있다.

$$\left( \frac{1}{n_p} \right) \left( \frac{d}{D} \right) N_p \cdot Re_d = f_n \left\{ n_p \ln \left( \frac{D}{d} \right), n_p \right\} \quad (20)$$

### 4. 수치해석 결과 및 고찰

#### 4-1. 2차원 수치해석에 의한 파라미터 상관

해석의 범위는  $0.5 \leq d/D \leq 0.95$ 의 임펠러 직경과 교반조 직경비, 날매수  $n_p=1-8$  및 레이놀즈수는  $N_p \cdot Re_d$ 값에 영향을 주지 않는  $ND^2/\nu \leq 0.1$

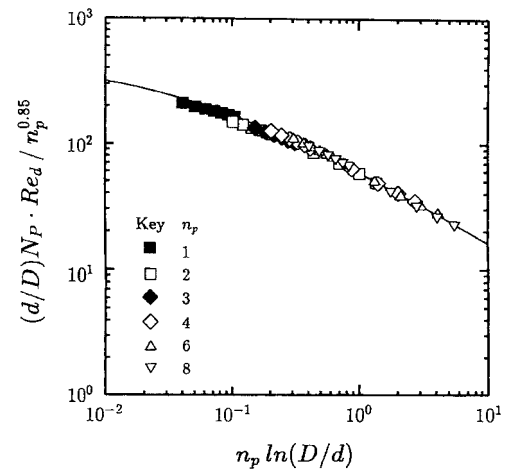


Fig. 4. Power correlation for paddle impeller in laminar region derived from a numerical analysis of 2-D flow.

의 범위에서 해석하였다. 얻은  $N_p \cdot Re_d$ 값을 식 (20)에 따라서  $n_p \ln(D/d)$ 에 대해 도시한 것을 Fig. 4에 나타내었다.

여기서 또 하나의 변수인  $n_p$ 는 종축에 대해 1차로 변화하는 것으로 고려하였다. 그림 중의 실선은 최소자승법으로 구한 상관선을 나타낸 것이며 다음과 같은 상관식으로 나타났다.

$$\left\{ \frac{1}{n_p} \left( \frac{d}{D} \right) N_p \cdot Re_d \right\} n_p^{0.15} = \frac{68.4}{0.157 + \{ n_p \ln(D/d) \}^{0.611}} \quad (21)$$

2차원 모델에 의한 교반소요동력의 수치해석 결과는 앞에서 얻은 2개의 파라미터를 이용하여 임펠러 선단과 교반조벽 사이의 간격이 큰 경우에서 상당히 작은 경우까지 넓은 범위에 걸쳐서 양호하게 잘 상관되었다. 식 (21)을 기본으로 하여 여러 가지 임펠러에서의 실험 데이터에 대하여 본 상관식의 유효성에 대해서 검토하였다.

#### 4-2. Paddle 임펠러에 대한 상관식 유도

Fig. 5에 paddle 임펠러의 형상 및 기하변수를 나타내었다.

앞에서 구한 상관식 (21)은 교반조 높이와 교반조 직경이 같다는 조

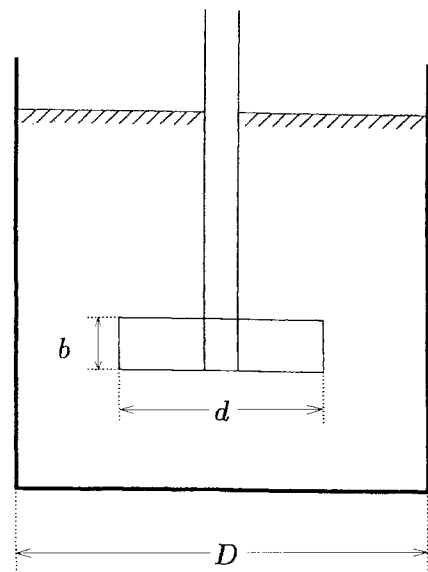


Fig. 5. Configuration of paddle impeller and symbols used to represent impeller dimensions.

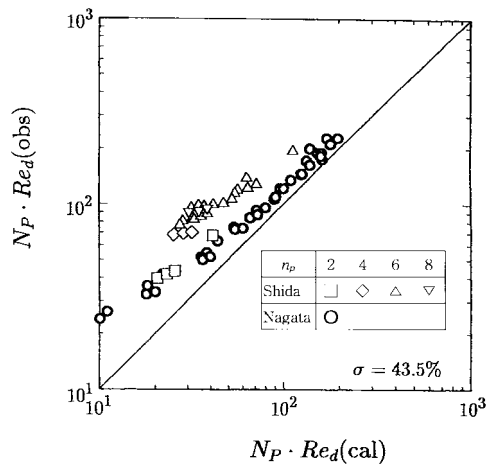


Fig. 6. Comparison of observed power consumption for paddle impeller with calculated one by Eq. (23).

건하에서 2차원 모델에 의한 해석 결과이고 실제로 이것을 3차원으로 확장하면 교반소요동력에 영향을 미치는 날 폭 \$b\$를 고려할 필요가 있고 식 (21)은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\left\{ \frac{1}{n_p^{0.85}} (d/D) N_p \cdot Re_d \right\} = \left( \frac{b}{D} \right) \frac{68.4}{0.157 + \{n_p \ln(D/d)\}^{0.611}} \quad (22)$$

이를 정리하면 다음과 같은 식이 된다.

$$N_p \cdot Re_d = \frac{68.4 n_p^{0.85} (b/d)}{0.157 + \{n_p \ln(D/d)\}^{0.611}} \quad (23)$$

Fig. 6에 고점도 유체의 교반에 대하여 얻은 paddle 임펠러의 실험 데이터[14, 20]와 식 (23)에서 얻은 2차원 모델에 의한 계산값과의 비교를 나타내었다. 그 결과 날매수 \$n\_p\$의 증가와 함께 이 차이는 증가하는 것으로 나타났다. 따라서 이 차이를 날매수에 대해 선형근사하고, 식 (23)과 결합시켜 정리하면 다음식으로 나타난다.

$$N_p \cdot Re_d = 8n_p + \frac{75.9 n_p^{0.85} (b/d)}{0.157 + \{n_p \ln(D/d)\}^{0.611}} \quad (24)$$

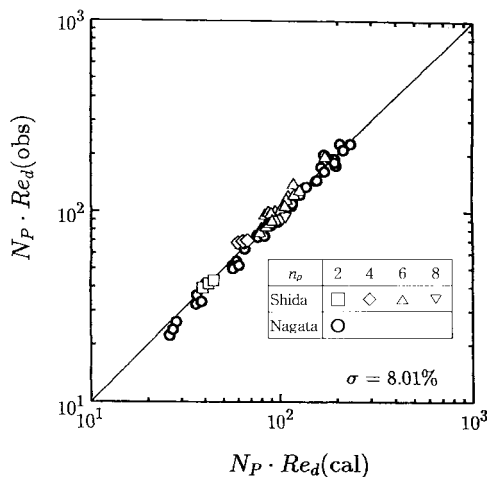


Fig. 7. Comparison of observed power consumption for paddle impeller with calculated one by Eq. (24).

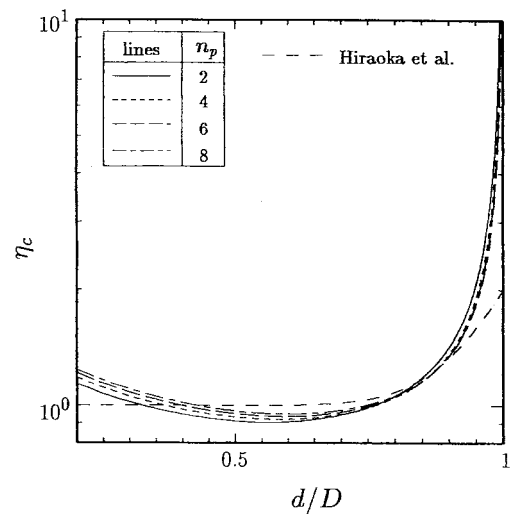


Fig. 8. \$\eta\_c\$ calculated by Eq. (7) and Eq. (24) versus \$d/D\$ for paddle impeller.

여기서 \$8n\_p\$는 날매수가 2일 때 16이 되고 Table 1의 Nagata[14]의 실험식의 정수 14와 잘 일치하고 있다.

Fig. 7에 상관식 (24)를 이용하여 얻은 \$N\_p \cdot Re\_d(\text{cal})\$값을 실험값[14, 20]과 비교한 결과를 나타내었으며 전체적으로 평균오차 8.0%로 양호하게 상관되는 것으로 나타났다.

따라서 식 (24)를 paddle 임펠러에 대한 최종적인 교반소요동력 상관식으로 제출한다.

#### 4-2-1. 보정계수 도출

Paddle 임펠러에 대한 최종적인 상관식 (24)와 Hiraoka[15]의 식 (7)을 이용하여 임펠러와 교반조의 직경비가 큰 경우, 보정계수 \$\eta\_c\$를 새롭게 도출하였다. 식 (7)과 (24)의 우변 제1항을 무시하고 두 식을 같다고 두면 \$\eta\_c\$에 대해서 다음과 같은 식을 얻을 수 있다.

$$\eta_c = \frac{0.711 [0.157 + \{n_p \ln(D/d)\}^{0.611}]}{n_p^{0.52} \{1 - (d/D)\}} \quad (25)$$

Fig. 8에 식 (25)의 \$\eta\_c\$와 \$d/D\$에 대한 변화를 날매수에 대해 나타내었다. 식 (8)과 비교하면 같은 \$d/D\$에서도 날매수에 따라서 \$\eta\_c\$의 값이 다르다는 것을 알 수 있다. 또 \$d/D\$가 0.8이상에서 \$d/D\$의 증가에 따라 \$\eta\_c\$의 값은 증가하지만 \$d/D\$가 0.5-0.8에서는 거꾸로 1보다도 작게 되는 경향을 볼 수 있다.

#### 4-3. Anchor 임펠러에 대한 상관식 유도

Fig. 9에 anchor 임펠러의 형상과 그 기하변수를 나타내었다. 여기서는 임펠러 높이 \$h\$, 날폭 \$w\$, 가로대 부분의 폭 \$b'\$를 기하변수로서 새롭게 도입하였다.

Anchor 임펠러는 임펠러 선단부분 만을 보면 날 높이 \$h\$의 paddle 임펠러와 같은 모양이므로 앞에서 제출한 paddle 임펠러에 대한 상관식 (24) 중의 \$b\$에 단순히 임펠러 높이 \$h\$의 paddle 임펠러라고 간주하면 다음식을 얻을 수 있다.

$$N_p \cdot Re_d = 8n_p + \frac{75.9 n_p^{0.85} (h/d)}{0.157 + \{n_p \ln(D/d)\}^{0.611}} \quad (26)$$

Fig. 10에 식 (26)에 의한 계산값과 실측값[6, 21-23]과의 비교를 나타냈다. 이 그림으로부터 계산값이 실측값 보다 상당히 높은 값을 가지는 것을 알았다. 이것은 식 (26)이 임펠러 높이 \$h\$의 대형 paddle 임펠러로 간주했을 때의 값을 나타낸 것이므로 식 (26)의 제2항에 paddle 임펠러에서 날의 결손부에 해당하는 anchor 임펠러의 폭 \$w\$, 가로대 부

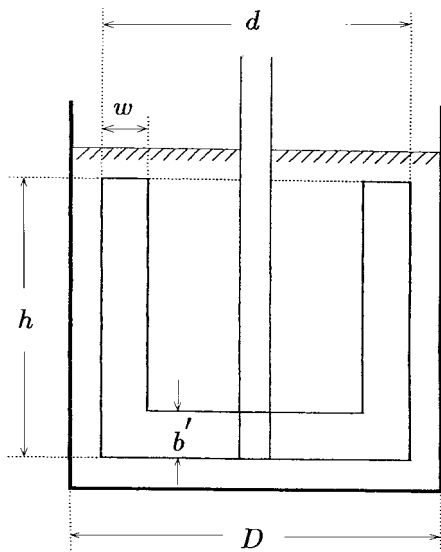


Fig. 9. Configuration of anchor impeller and symbols used to represent impeller dimensions.

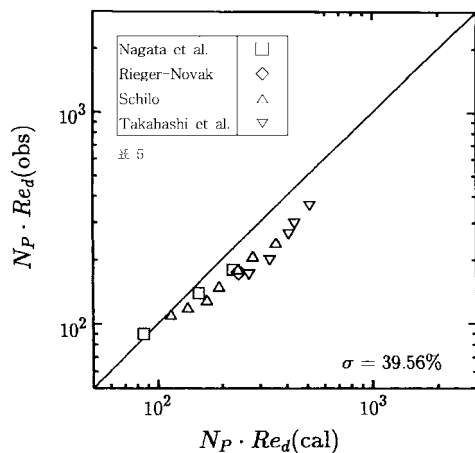


Fig. 10. Correlation of observed power consumption for anchor impeller with calculated one by Eq. (26).

분의 폭  $b'$ 를 고려한 보정된 상관식이 필요하다.

Anchor 임펠러에 대한 보정 파라미터는 식 (27)과 같은 비를 취해 기하변수의 함수로서 상관을 하였다.

$$z_1 \equiv \frac{N_p \cdot Re_d(\text{obs}) - 8n_p}{N_p \cdot Re_d(\text{cal}) - 8n_p} \quad (27)$$

Anchor 임펠러의 형상인자에 관해 고찰하고 중회귀분석을 한 결과  $z_1$ 에 대해 다음과 같이 상관되었다.

$$z_1 = \left( \frac{b'}{h} \right) + 0.684 \left\{ n_p \ln \left( \frac{d}{d - 2\omega} \right) \right\}^{0.139} \quad (28)$$

여기서 우변 제1항은 임펠러의 가로대 부분(폭  $b'$ )의 교반소요동력에 대한 영향을, 제2항은 임펠러 폭  $w$ 의 영향을 나타내고 있다.  $z_1$ 을 식 (26)에 보정하여 anchor 임펠러에 대한 교반소요동력 상관식으로서 다음식을 얻었다.

$$N_p \cdot Re_d = 8n_p + \frac{75.9z_1 n_p^{0.85} (h/d)}{0.157 + \{n_p \ln(D/d)\}^{0.611}} \quad (29)$$

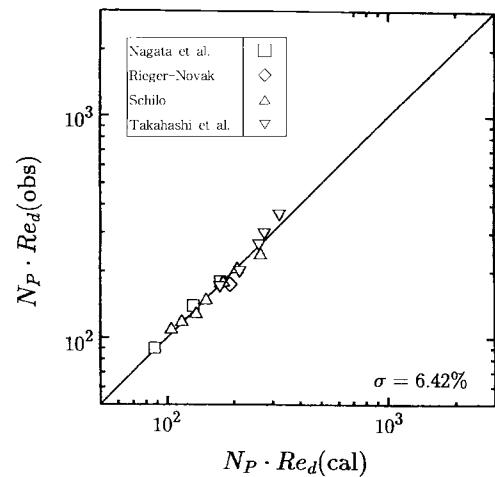


Fig. 11. Comparison of observed power consumption for anchor impeller with calculated one by Eq. (29) with Eq. (28).

식 (28)을 이용한 상관식 (29)에 의해 얻은  $N_p \cdot Re_d$ 의 계산값과 많은 연구자의 실험값[6, 21-23]과의 비교를 Fig. 11에 나타내었다. 이 그림으로부터 평균오차 6.42%로 양호한 상관관계로 실험값과 잘 일치하였다. 그 외 anchor 임펠러에 대해 보고된 상관식을 살펴보면 평균오차가 Takahashi 등[16]의 식에서는 18.3%, Hirose-Murakami[18]의 식에서는 17.3%, Shamlou-Edwards[19]의 식에서는 19.5%로 나타났다. 따라서 제안한 보정 파라미터  $z_1$ 을 도입함으로써 식 (28), (29)를 anchor 임펠러에 대한 최종적인 상관식으로 제출한다.

#### 4-4. Helical ribbon 임펠러에 대한 상관식 유도

Helical ribbon 임펠러의 형상과 그 기하변수를 Fig. 12에 나타내었다. 임펠러가 한 바퀴 돌 때의 높이를 나타내는 피치  $s$ 를 새로운 파라미터로 도입하였다. Helical ribbon 임펠러를 교반조벽면에서 원주방향으로

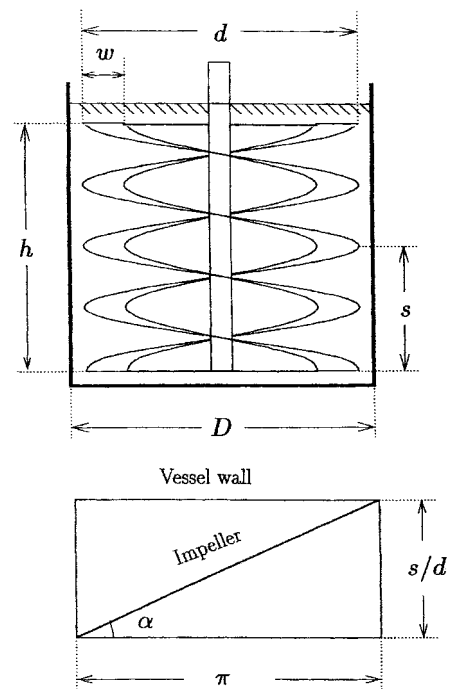


Fig. 12. Configuration of helical ribbon impeller and symbols used to represent impeller dimensions.

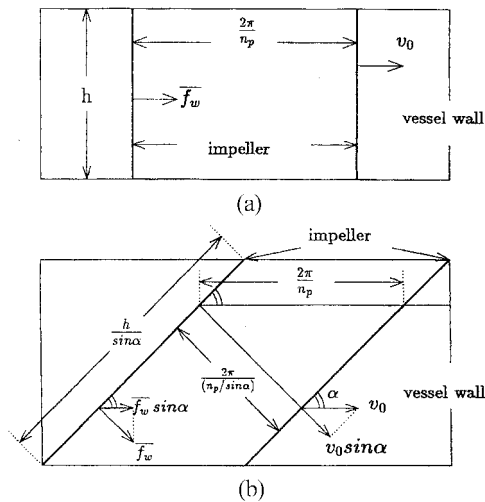


Fig. 13. Two dimensional schema of anchor impeller(a) and helical ribbon impeller(b).

전개한 그림으로부터 임펠러 날과 수평면과의 각도, 즉 경사각  $\alpha$ 와 피치  $s$ 와의 관계는 다음식으로 나타낼 수 있다.

$$\sin\alpha = \{1 + (\pi d/s)^2\}^{-0.5} \quad (30)$$

원래 helical ribbon 임펠러는 상당히 복잡한 기하형상을 가지고 있고 흐름은 3차원적이므로 앞에서 제출한 anchor 임펠러에서의 동력상관식을 그대로 적용하기는 어렵다. 그래서 anchor, helical ribbon 임펠러의 움직임을 2차원적으로 생각해 각각 교반조벽에 투영하여 평면으로 전개한 그림을 Fig. 13을 나타내었다. 이 그림의 (a)와 (b)를 비교하면 임펠러 날 간격  $2\pi/n_p$ , 회전속도  $v_0$ , 임펠러 높이  $h$ 의 helical ribbon 임펠러는 임펠러의 경사각을 나타내는  $\sin\alpha$ 를 이용하면 임펠러 날은 경사진 아래쪽으로  $v_0 \sin\alpha$ 의 회전속도로 움직이고 있고, 임펠러 날의 간격은  $2\pi/(n_p/\sin\alpha)$ , 임펠러 높이  $h/\sin\alpha$ 의 anchor 임펠러라고 볼 수 있다. 따라서 이와 같은 관점으로부터 대담한 가정을 하면 helical ribbon 임펠러는 “직경  $D$ 의 교반조에 임펠러 직경  $d$ , 임펠러 높이  $h/\sin\alpha$  및 날 매수  $n_p/\sin\alpha$ 의 anchor 임펠러를 삽입하여 임펠러 선단속도  $v_0 \sin\alpha$ 로 회전하는 경우”와 같다고 간주할 수 있다.

이때 helical ribbon 임펠러의 상관 파라미터  $\bar{f}_w^*$ 는 식 (12)의 관계로부터 다음식으로 나타낼 수 있다.

$$\bar{f}_w^* = f_n \left\{ \frac{\ln(D/d)}{(2\pi \sin\alpha/n_p)}, \frac{2\pi \sin\alpha}{n_p} \right\} \quad (31)$$

식 (13)에 대응하는  $\bar{f}_w^*$ 와  $\bar{\tau}_w$ 의 관계식은 식 (32)와 같이 된다.

$$\begin{aligned} \bar{f}_w^* &= (D/2)^2 \cdot \frac{\bar{w}_w}{\{(n_p/\sin\alpha)(v_0 \sin\alpha)r_o/2\pi\}} \\ &= (D/2)^2 \frac{\bar{\tau}_w}{n_p v_o r_o / 2\pi} \end{aligned} \quad (32)$$

한편, 식 (15)에 대응하는 교반소요동력  $P$ 는 다음식으로 된다.

$$P = (2\pi N \sin\alpha)(D/2)(\pi D h / \sin\alpha) \bar{\tau}_w \quad (33)$$

따라서 helical ribbon 임펠러에 대해 이들의 식을 앞의 경우와 같이  $N_p \cdot Re_d$ 에 대해서 정리하면 다음과 같은 식으로 나타낼 수 있다.

$$\frac{1}{n_p} \left( \frac{d}{D} \right) N_p \cdot Re_d = \left( \frac{h/\sin\alpha}{D} \right) f_n \left\{ \frac{n_p}{\sin\alpha} \ln(D/d), n_p/\sin\alpha \right\} \quad (34)$$

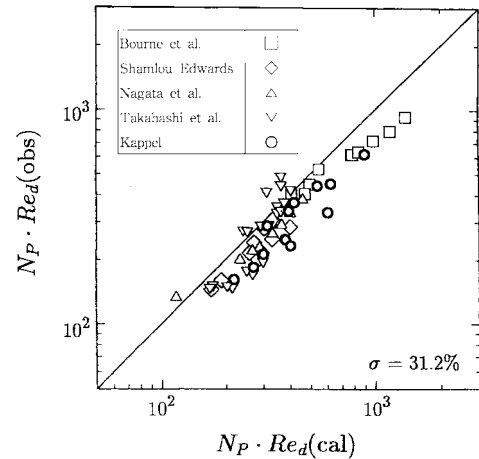


Fig. 14. Comparison of observed power consumption for helical ribbon impeller with calculated one by Eq. (35) with Eq. (28).

따라서 앞에서 제출한 anchor impeller에 대한 상관식 식 (29)를 helical ribbon 임펠러에 적용하면 다음과 같은 식으로 수정할 수 있다.

$$N_p \cdot Re_d = 8n_p + \frac{75.9z_1(n_p/\sin\alpha)^{0.85}(h/d)}{0.157 + \{(n_p/\sin\alpha)\ln(D/d)\}^{0.611}} \quad (35)$$

여기서 보정항  $8n_p$ 는 그대로 두고  $z_1$ 는 anchor 임펠러의 경우와 같은 모양이다. 이것은 앞에서 기술한 것과 같이 경사각  $\alpha$ 의 anchor 임펠러로 간주했기 때문이다.

위에서 기술한 대담한 가정에 의한 상관식 (35)와 보고되고 있는 많은 실험값[16, 19, 24-26]과의 비교를 Fig. 14에 나타내었다. 이 그림으로부터 식 (35)의  $N_p \cdot Re_d$ 의 계산값은 실험값보다 조금 높은 값을 나타내고 있음을 알 수 있다. 이것은 식 (35)가 2차원적인 가정으로부터 상관 파라미터를 결정하였기 때문에 helical ribbon 임펠러의 3차원적인 흐름을 충분히 고려하지 않아 실험값보다 큰 값을 가지는 것으로 사료된다. 따라서 3차원적인 기하형상을 고려한 보정 파라미터  $z_2$ 를 새롭게 도입하였다.

Helical ribbon 임펠러에 대한 보정파라미터  $z_2$ 는 anchor 임펠러에서와 같이 중회귀분석하여 다음과 같은 식을 얻었다.

$$z_2 = 0.759 \left\{ \frac{n_p}{\sin\alpha} \ln \left( \frac{d}{d-2w} \right) \right\}^{0.139} \left\{ n_p \ln \left( \frac{D}{d} \right) \right\}^{0.182} n_p^{0.170} \quad (36)$$

여기서 식 중의 날폭  $w$ 에 관한 제1항은 anchor 임펠러의 경우와 같고 제2항은 helical ribbon 임펠러에서의 날선단과 교반조벽 사이의 간격이 교반소요동력에 미치는 영향을, 제3항은 경사각의 영향을 각각 나타내고 있다. 이것으로부터 helical ribbon 임펠러에서는 날폭이 기하형상중 소요동력에 가장 큰 영향을 미치고 그 다음에 간격, 경사각의 순으로 되는 것을 알 수 있다. 보정 파라미터  $z_2$ 를 식 (35)의  $z_1$  대신에 이용하면 helical ribbon 임펠러에 대한 교반소요동력 상관식 (37)을 얻는다.

$$N_p \cdot Re_d = 8n_p + \frac{75.9z_2(n_p/\sin\alpha)^{0.85}(h/d)}{0.157 + \{(n_p/\sin\alpha)\ln(D/d)\}^{0.611}} \quad (37)$$

Fig. 15에 식 (36)을 이용한 상관식 (37)로부터 구한 계산값과 실험값[16, 19, 24-26]과의 비교를 나타내었다. 식 (35)를 이용한 경우와 비교하면 평균오차 7.95%로 양호하게 잘 상관됨을 알 수 있다. 그 외 helical ribbon 임펠러에 대해 보고된 상관식과 비교한 경우 평균오차가 Takahashi 등[16]에 있어서는 11.2%, Chavan-Ulbrecht[17]의 식에서는 27.8%, Hirose-Murakami[18]의 식에서는 17.5%, Shamlou-Edwards[19]의

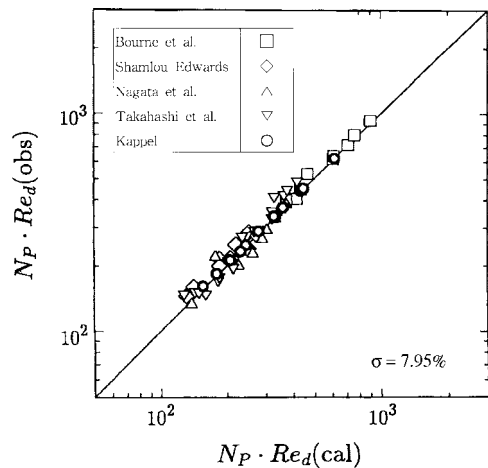


Fig. 15. Comparison of observed power consumption for helical ribbon impeller with calculated one by Eq. (37) with Eq. (36).

식에서는 17.1%였다. 따라서 식 (36) 및 (37)을 helical ribbon 임펠러에 대한 최종상관식으로 제출한다.

## 5. 결 론

(1) 본 연구에서는 교반조내 고점도유체에 대한 paddle 임펠러의 2차원 수치해석 결과를 기초로 하여, 지배방정식과 경계조건으로부터 도출된 파라미터를 이용하여 층류영역에서의 교반소요동력  $N_p \cdot Re_d$ 의 상관식을 구했다. 또한 교반소요동력에 관한 상관 파라미터를 이용하여 대형 임펠러로부터 소형 임펠러에 걸쳐서 광범위하게 적용 가능한 양호한 교반소요동력 상관식을 얻었다.

$$N_p \cdot Re_d = 8n_p + \frac{75.9z(n_p/\sin\alpha)^{0.85}(h/d)}{0.157 + \{(n_p/\sin\alpha)\ln(D/d)\}^{0.611}}$$

(2) 종래의 상관식의 결점을 고려하여 얻은 상관식에 임펠러 형상을 고려한 보정 파라미터를 도입하여 구한 paddle 임펠러에 대한 교반소요동력의 상관식을 그대로 anchor 임펠러 및 복잡한 기하형상을 가진 helical ribbon 임펠러에도 적용 가능한 수정된 동력상관식을 얻었다.

위 상관식에서

· paddle impeller:  $z=1$ ,  $\sin\alpha=1$ ,  $h=b$

· anchor impeller:  $z = \left(\frac{b'}{h}\right) + 0.684 \left\{ n_p \ln \left( \frac{d}{d-2w} \right) \right\}^{0.139}$

· helical ribbon impeller:

$$z = 0.759 \left\{ \frac{n_p}{\sin\alpha} \ln \left( \frac{d}{d-2w} \right) \right\}^{0.139} \left\{ n_p \ln \left( \frac{D}{d} \right) \right\}^{0.182} \cdot n_p^{0.170}$$

$$\sin\alpha = \{1 + (\pi d/s)^2\}^{-0.5}$$

## 감 사

본 연구는 상주대학교의 지원에 의해 수행되었으며 이에 깊은 감사로 드립니다.

## 사용기호

b : height of paddle impeller [m]

b' : arm width of anchor impeller blade [m]

c : clearance between impeller tip and vessel wall [m]

D : vessel diameter [m]

d : impeller diameter [m]

f : modified vorticity defined as  $f=r^2\omega$  [ $m^2/s$ ]

H : liquid height [m]

h : height of anchor or helical ribbon impeller [m]

N : rotational speed [ $s^{-1}$ ]

$N_p$  : power number( $=P/\rho N^3 d^5$ ) [-]

$n_p$  : number of impeller blade [-]

P : power consumption [w]

$Re_d$  : impeller Reynolds number( $=Nd^2\rho/\mu$ ) [-]

r : radius in cylindrical coordinates [m]

$r_o$  : impeller radius [m]

s : pitch of helical ribbon blade [m]

$v_o$  : impeller tip speed [ $s^{-1}$ ]

$v_\theta$  : characteristic velocity [m/s]

w : blade width of anchor or helical ribbon impeller [m]

z : correction factor [-]

$z_1$  : correction factor defined by Eq. (28) [-]

$z_2$  : correction factor defined by Eq. (36) [-]

## 그리스 문자

$\alpha$  : pitch angle helical ribbon impeller [rad]

$\dot{\gamma}_{av}$  : average shear rate [ $s^{-1}$ ]

$\xi$  : dimensionless radius coordinate [-]

$\theta$  : angle in cylindrical coordinate [rad]

$\eta_c$  : correlation factor Eq. (25) [-]

$\mu$  : viscosity [ $Pa \cdot s$ ]

$\nu$  : kinematic viscosity [ $m^2/s$ ]

$\phi$  : stream function [ $m^2/s$ ]

$\omega$  : vorticity [ $s^{-1}$ ]

$\overline{\tau}_d$  : average shear stress at impeller tip radius [ $N/m^2$ ]

$\overline{\tau}_w$  : average shear stress at vessel wall [ $N/m^2$ ]

## 상첨자

\* : value for  $(\xi^*, \theta^*)$  coordinate systems

## 하첨자

o : impeller tip

w : vessel wall

## 참고문헌

1. Sano, Y. and Usui, H.: *J. Chem. Eng. Japan*, **18**, 47(1985).
2. Hiraoka, S., Yamada, I. and Mizoguchi, K.: *J. Chem. Eng. Japan*, **11**, 487(1978).
3. Hiraoka, S., Yamada, I., Aragaki, T., Nishiki, H., Sato, A. and Takagi, T.: *J. Chem. Eng. Japan*, **21**, 79(1988).
4. Nonaka, H. and Kayama, T.: "Agitated Impeller and Flow Pattern," Kansai and Toukai a Branch, The 2nd Mixing Salon, Satake Chem. Equip. MGF, Ltd.(1991).
5. Murakami, Y., Hisayoshi, I. and Kazutaka, T.: *神鋼パンラック技報*, **35**, 1(1991).
6. Nagata, S.: "Mixing, Principles and Applications," Kodansha - A Halsted Press Book(1975).
7. Yamamoto, K.: Ph. D. Thesis, Kyoto Univ.(1961).



8. Hiraoka, s., Yamada I. and Mizoguchi K.: *J. Chem Eng. Japan*, **12**, 56(1979).
9. Kaminoyama, M., Saito, F. and Kamiwano, M.: *Kagaku Kogaku Ronbunshu*, **14**, 786(1988).
10. Takeda, K., Hoshino, K., Shimizu, S. and Nishihata, T.: *Kagaku Kogaku*, **32**, 369(1968).
11. Nishigawa, M., Hashimoto, S. and Hashimoto, K.: *Kagaku Kogaku Ronbunshu*, **5**, 59(1979).
12. Mochizuki, M. and Sato, K.: *Kagaku Kogaku Ronbunshu*, **10**, 49(1984).
13. Lee, Y. S., Lee, S. K. and Kim, J. S.: *HWAHAK KONGHAK*, **33**, 46 (1995).
14. Nagata, S., Yamamoto, K. and Yokoyama, T.: *Memoirs Fac. Eng. Kyoto Univ.*, **19**, 274(1957).
15. Hiraoka, S.: *Kagaku Kogaku no Shinpo* No. 22, 133(1988).
16. Takahashi, K., Arai, K. and Saito, S.: *J. Chem. Eng. Japan*, **15**, 77(1982).
17. Chavan, V. V. and Ulbrecht, J. J.: *Ind. Eng. Chem. Proc. Des. Dev.*, **12**, 472(1973).
18. Hirose, T. and Murakami, Y.: *J. Chem. Eng. Japan*, **19**, 568(1986).
19. Shamlou, P. A. and Edwards, M. F.: *Chem. Eng. Sci.*, **40**, 1773(1985).
20. Shida, H.: M. S. Thesis, Nagoya Inst. of Tech.(1993).
21. Rieger, F. and Novak, V.: *Trans. Inst. Chem. Engrs*, **51**, 105(1973).
22. Schilo, D.: *Chem. Ing. Tech.*, **41**, 253(1969).
23. Takahashi, K., Yokota, T. and Konno, H.: *J. Chem. Eng. Japan*, **17**, 657(1984).
24. Bourne, J. R., Knoepfli, W. and Riesen, R.: *Proceedings of 3rd European Conf. on Mixing*, 1(1979).
25. Kappel, M.: *Int. Chem. Eng.*, **19**, 571(1979).
26. Nagata, S., Nishikawa, M., Goshima, S. and Nakajima, M.: *Kagaku Kogaku*, **34**, 1115(1970).