

粒子充填層의 有効熱傳導度*

李 源 國**皇甫 漢**

The Effective Thermal Conductivity of Packed Beds

Whang-Bo, Han* and Won-Kuk, Lee*

*Dept. of Chem. Eng, Daegu College

Using some simplified models, the effective thermal conductivity of two phase media is expressed as a series-parallel combination of the individual solid and gas conductivity.

The contact point conductivity of a packed bed of sphere is presented as a function of the sphere diameter and the fraction of parallel conduction of the void is calculated as a function of porosity of the bed.

An attempt was also made to account for the contribution of the contact point conductivities with electrical analog measurements.

1. 緒 言

粒子充填層이나 開孔性 多孔固體 或은 充填物을 含有하는 各種合成樹脂製品의 熱傳導도를 正確히 計算하는 것은 容易하지 않다. 特히 充填粒子의 形狀, 表面의 狀態, 크기 및 分布에 따라서 實測된 熱傳導도는 相當한 差異를 가진다. 따라서 理論적으로 이 모든 變數를 包含하는 數式을 誘導하는 것은 어려운 問題이다. 現在까지 提出된 熱傳導도를 求하는 式은 (1-8)大部分이 簡單한 模型에서 近似的으로 誘導되었고, 式중에 나타난 係數는 거의 實驗적으로 決定되었다.

粒子充填層의 熱傳導는 固體나 氣體간의 連續인 通路와 熱流가 固體와 氣體層을 並列로 通하는 3部로 區分할 수 있다. 그림 5와 같은 模型을 利用하여 熱流方向에 平行인 固體나 氣體간의 二層과 熱流方向에 垂直으로 놓인 固體의 並列層으로 區分하고 熱傳導에 對한 寄與를 計算하였다.

球과 같은 一定한 形態를 가진 充填物이 幾何學的으로 特殊한 配列을 하고 있을 때 이 充填層의 熱傳導도는 空隙에 따라 어느 程度 正確히 計算할 수 있다.

이 報文에서는 이 分野에 있어 現在까지 알려진 知識을 要約하고 二相으로 된 固體의 熱傳導도를 求하는 一般式을 提出하였다. 한 例로 同一한 크기의 球形粒子

充填層의 熱傳導도를 計算하고 測定値와 比較檢討하였다. 끝으로 熱傳導와 電氣傳導의 相似關係를 利用하여 充填粒子間の 有効接觸 熱傳導도의 測定을 試圖하고 그 結果를 檢討하였다.

2. 理 論

一定한 比率로 混合된 二相物體의 最高 및 最小熱傳導도는 그림 1, 2 와 같은 模型으로 說明된다. 첫째로 熱이 흐르는 方向과 平行인 二種의 層을 이루는 境遇 이 物體의 熱傳導도는 다음 式으로 計算된다.

$$\lambda_{m1} = (1-P)\lambda_1 + P\lambda_2 \quad (1)$$

여기서 P 는 充填率로서 混合物中 充填物의 體積分率이다.

$$P = \frac{V_2}{V_1 + V_2} \quad (2)$$

萬一 二 物質이 熱이 흐르는 方向과 垂直으로 並列層을 이루는 境遇 이 物體의 熱傳導도는 (3)式으로 表示된다.

$$\lambda_{m2} = \frac{1}{\frac{1-P}{\lambda_1} + \frac{P}{\lambda_2}} \quad (3)$$

(1), (3)式으로 計算되는 熱傳導도를 充填率에 따라 그림 3에 그려 놓았다. 실제로 모든 充填層이나 多孔性 固體의 熱傳導도는 모두 境界線內의 任意의 一點에 있다.

充填物을 含有하는 프라스틱製品이나 開孔을 많이 가

* 1966年 8月 2日 수리

** 大邱大學 化工科

지는 多孔性 固體는 一相은 熱傳導를 爲한 連續인 通路를 가지나 다른 一相은 不連續인 通路를 가진다. 이러한 固體를 편의상 그림 4와 같이 熱流方向에 平行인 一相層과 直角으로 놓인 서로 다른 二相의 並列層으로 區分한다.

至今 並列層을 이 層과 均一하고 連續인 第三의 物質로 代替시킨다면 이 層 역시 熱流方向에 平行인 새로운 層으로 볼 수 있다. 따라서 (1)式에 의하여 熱傳導도를 計算할 수 있다.

$$\lambda_{m3} = a(1-P)\lambda_1 + [1-a(1-P)]\lambda_2^* \quad (4)$$

여기서 λ_2^* 는 並列層의 겉보기 熱傳導도로 다음과 같이 表示된다.

$$\lambda_2^* = \frac{1}{\frac{1-P^*}{\lambda_1} + \frac{P^*}{\lambda_2}} \quad (5)$$

또 P^* 는 그림 4의 並列層部만의 充塡率이다.

$$P^* = \frac{V_2}{V_1 - V_2} = \frac{P}{1-a(1-P)} \quad (6)$$

(5), (6)式을 (4)式에 代入하면

$$\lambda_{m3} = a(1-P)\lambda_1 + \frac{1-a(1-P)}{\left(\frac{1}{1-\frac{P}{1-a(1-P)}}\right)\frac{1}{\lambda_1} - \left(\frac{P}{1-a(1-P)}\right)\frac{1}{\lambda_2}} \quad (7)$$

粒子充塡層이나 開孔만 가진 多孔性固體의 熱傳導도는 그림 5와 같은 모형으로 計算할 수 있다. 곧 熱流에 平行인 本體(氣體)와 充塡體만의 連續인 2層과 2相이 並列된 層의 3부로 區分한다. 다시 이 並列層을, 同一한 熱傳導도效果를 가지며 均一하고 連續인 第三의 物質로 代替시킨다고 假定하면 (1)式으로 熱傳導도를 計算할 수 있다.

$$\lambda_{m4} = a(1-P)\lambda_1 + [1-a(1-P)-bP]\lambda_2^{**} + bP\lambda_2 \quad (8)$$

여기서 λ_2^{**} 는 이 並列層의 겉보기 熱傳導도이고 P^{**} 는 그림 5의 並列層에 있어서의 充塡率이다.

$$\lambda_2^{**} = \frac{1}{\frac{1-P^{**}}{\lambda_1} + \frac{P^{**}}{\lambda_2}} \quad (9)$$

$$P^{**} = \frac{(1-b)P}{1-a(1-P)-bP} \quad (10)$$

(9), (10)式과 8式을 連結하여 다음 式을 얻는다.

$$\lambda_{m4} = a(1-P)\lambda_1 + \frac{[1-a(1-P)-bP]}{\frac{(1-P)}{\lambda_1}(1-a) + \frac{P}{\lambda_1}(1-b)} + bP\lambda_2 \quad (11)$$

(11)式은 任意的 二相(固-氣, 固-固 및 固-液)으로 된 固體의 平均熱傳導도를 구하는 式이다.

곧 二相의 熱傳導도(λ_1, λ_2) 充塡率 P 를 알고 充塡粒子의 接觸傳導率 b 를 測定하고 連續인 本體의 平行傳導率 a 를 計算하면 λ_{m4} 는 쉽게 計算된다.

2-1. 係數 a 의 決定

充塡率과 直徑이 一定한 球形粒子 充塡層의 熱傳導도를 計算하기 위하여 다음과 같은 방법으로 (11)式의 두 係數 a, b 를 결정한다. 球形粒子 充塡層의 最密充塡은 그림 7과 같은 最小六方充塡이고 最疏充塡은 그림 6과 같은 立方充塡이다. 實際로 球充塡層의 空隙率($\varepsilon=1-P$)을 알면 이 層의 最密充塡率 x 를 알 수 있다. (11)

$$\varepsilon = 1-P = 0.2595x + 0.4764(1-x) \quad (12)$$

곧 같은 크기의 球로 充塡할 境遇에 空隙率 ε 는 다음과 같이 制限된다.

$$0.2595 < \varepsilon < 0.4764$$

그림 6에서 熱이 흐르는 方向과 平行인 氣相層의 體積과 全空隙體積의 比를 a_1 이라고 하면

$$a_1 = \frac{2(4-\pi)r^3}{\left(8-\frac{4}{3}\pi\right)r^3} = 0.4504 \quad (13)$$

같은 방법으로 그림 7에서

$$a_2 = \frac{(2r^3-\pi)\sqrt{\frac{3}{3}}r^3}{\left(6-\frac{4}{3}\pi\right)r^3} = 0.3085 \quad (14)$$

實際 球充塡層의 最密充塡率 x 를 알면 (13), (14)式을 連結하여 a 를 얻는다.

$$a = 0.4504(1-x) + 0.3085x \quad (15)$$

다시 (12)式과 連結하여 a 를 充塡層의 함수로 表示하면

$$a = 0.1387 + 0.6542P \quad (16)$$

$$\text{단 } 0.5236 < P < 0.7405$$

2-2. b 의 결정

充塡層의 有效接觸熱傳導는 (11)式의 右邊 三項으로 表示된다. 幾何學의 球의 充塡層에서는 接觸點의 面積이 없으므로 b 가 영이 되겠으나 실제로는 球의 表面狀態, 內部壓力 및 球의 直徑의 大小에 依한 接觸面積의 영향과 充塡率에 따라 接觸數의 差異로 單純히 幾何學의 處理하기 困難하다. 有效接觸 熱傳導는 充塡層의 空隙이 眞空일 때의 熱傳導도이므로 그림 9와 같은 裝置에서 測定하고 決定한다.

別途로 電氣傳導와 熱傳導의 相似理論에서 金屬 充塡層의 有效接觸熱傳導도를 測定하는 方法을 試圖해 보았다. 充塡層의 接觸點을 통한 熱傳導平均有效斷面積 Ae 를 單位時間當 熱流 Q 가 흐를때 有效接觸 熱傳導도 λ_e 는 다음 式으로 定義된다.

$$Q = \lambda_2 Ae \frac{\Delta T}{\Delta x} = \lambda_e A^t \frac{\Delta T}{\Delta x} \quad (17)$$

이 充塡層의 熱이 흐르는 方向에 垂直인 平均斷面積을 As 라고 하면 Ae 는 As 의 分率로 表示할 수 있다.

$$Ae = f \cdot As = f \cdot A \cdot P \quad (18)$$

充塡物을 단면 A^t , 높이 l 인 유리원통에 넣고 이 充

填充層의 平均 電氣抵抗 Re 를測定한다. 別途로 充填物과 同一한 材質이고 단면 $A's$ 인 圓柱의 電氣抵抗을測定한다. 단일 充填物의 比抵抗을 알면 이값은 計算해도 無妨하다. Ohm의 法則에서

$$Rs = \frac{l}{k \cdot A's} \quad (19)$$

$$Re = \frac{l}{k \cdot A'e} \quad (20)$$

두 式을 連結하여 f 를 구한다.

$$f = \frac{Ae}{As} = \frac{A'e}{A's} = \frac{Rs}{Re} \quad (21)$$

(18)式을 (17)式에 代入하고 다음 關係를 얻는다.

$$\lambda_2 Ae = f \cdot P \cdot \lambda_2 At \quad (22)$$

(11)式의 右邊三項과 比較하기 위하여 $At=1$ 로 두면

$$f \cdot P \lambda_2 = b P \lambda_2 \text{ 가 되며}$$

$$f = b \text{ 가 된다.}$$

3. 實驗 및 結果

充填層의 平均熱傳導度測定을 그림 8과 같이 S. Erk, A. Keller and H. Peltz (VDE 0304/1/7)의 熱傳導比較測定裝置를 약간 개조하고 항온조, potentiometer를 利用하였다.

이 熱傳導度 測定裝置는 熱이 알미늄 圓柱(1)를 通하여 흐르고 이 圓柱 上端에 달인 鋼製 加熱板內의 spiral tubes에 항온조에서 加熱된 液體가 흐른다. 알미늄圓柱 바로 밑에 10 mm의 銅板 (2)와 熱傳導度를 알고 있는 比較板 (3), 5 mm의 銅板 (4), 測定板 (5), 10 mm 銅板(6) 順으로 並列로 놓고 그 밑에 다시 알미늄圓柱(7)가 있고 下部에서 冷却水로 熱을 除去한다. 回轉손잡이 (8)은 이 板들을 압축하여 固定시킨다. 이 원통 주위는 styropor mantle (9)같은 단열제 나 asbesto

로 쓴다. (10), (11), (12)는 熱流方向의 溫度降下를 測定하는 구멍이다.

測定 試料板의 製作과 充塡率의 測定法

銅板 (2), (4)를 適當한 간격 (10~18 mm)으로 維持하면서 Tesaband로 이 두 원판의 원주를 둘러바르고 測定粒자를 넣고 封入한다. 이렇게 製作된 試板의 熱傳導度를 測定한 다음 Tesaband 원주에 작은 구멍을 뚫고 pipette로 液體를 넣어 直接 porosity를 測定한다. 熱傳導度를 알고 있는 比較板을 이용하여 試板의 熱傳導度를 測定하는 方法은

VDE-Richtlinie II 0304에 소개되어 있다.

$$\lambda_m = \frac{AD_s}{AD_s} \cdot \frac{h_s}{h_c} \cdot \lambda_c \quad (23)$$

各種 鐵球의 有效接觸熱傳導度는 S. Erk 등의 裝置를 그림 9와 같이 glass bell jar에 넣고 10^{-4} mm 程度의 眞空下에서 測定한다. 이 實驗에 사용한 鐵球은 韓國베아링社 製品으로 同一한 크기의 鐵球을 試料板에 채우고 充塡率과 그 直徑에 따라 熱傳導度를 決定하였다. 그 結果를 그림 10에 나타내었다. 同一한 直徑의 球만 으로 充塡할 境遇 充塡率 P 는

$0.5236 < P < 0.7405$ 로 制限되고 이 範圍에서 a 의 값은 P 의 測定誤差程度의 不確實性을 가진다. 이제 (11)式의 未知數 a, b 가 決定되었으므로 充填物과 本體의 熱傳導度 및 充塡率을 알면 이 混合層의 熱傳導度는 곧 計算된다. “손”實驗에 使用한 鐵球自身的 $\left(\frac{3''}{16}, \frac{4''}{16}, \frac{5''}{16}\right)$ 熱傳導度의 測定이 困難하여 (11)式을 計算할 수 없다.

表 1에 表示한 Waddems⁽¹³⁾가 測定한 資料를 參考로 熱傳導度를 計算하고 實驗結果와 比較한다.

表-1

(單位 cal/cm. s. ox)

System	Porosity	λ_1 (Air)	λ_2 (Steel)	Contact Point Conductivity	Calculated	Experimental
Air-Steel 3''/16 ball	0.394	6.5×10^{-5}	0.107	51	1.16×10^{-3}	1.21×10^{-3}
Air-4''/16 steel ball	0.39	"	"	51.7	1.21×10^{-3}	1.24×10^{-3}
Air-5''/16 steel ball	0.423	"	"	44.5	1.42×10^{-3}	1.438×10^{-3}

4. 檢討 및 結論

(i) (11)式은 二相(固-氣, 固-固, 固-液) 物體의 熱傳導度를 充塡率에 따라 表示한 式이다.

(ii) (11)式을 檢討하기 위하여 두 境界條件을 생각한다.

$$P=0 \text{ 이면 } \lambda_{m4} = \lambda_1 \text{ 이다.}$$

$$P=1 \text{ 이면 } \lambda_{m4} = \lambda_2 \text{ 이다.}$$

(iii) (11)式으로 計算된 값은 Panda⁽¹³⁾ 및 Fauner⁽¹⁴⁾

式의 計算値보다 Waddems⁽¹²⁾의 測定値에 더 接近한다.

(iv) 粒子間의 radiation이나 convection에 의한 熱傳導는 計算式에 包含되어 있지 않다.

(v) 모형 (그림 5)에서 熱傳導를 위한 連續인 固體通路나 氣體通路間에 接連되어 있지 않으므로 層相互間 熱傳導기여가 있을 것이다. 同一球의 充塡層에서는 이를 無視하고 a 를 充塡率에 따라, b 를 粒徑에 따라 計算하였다.

$$a = 0.1387 + 0.6542P$$

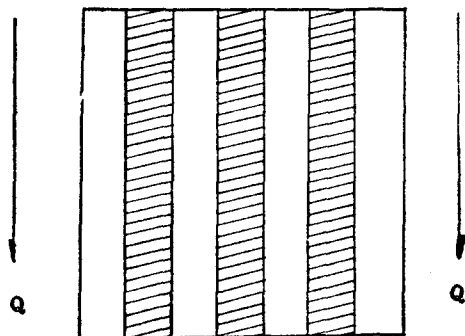


Fig. 1. Model for Parallel Conduction

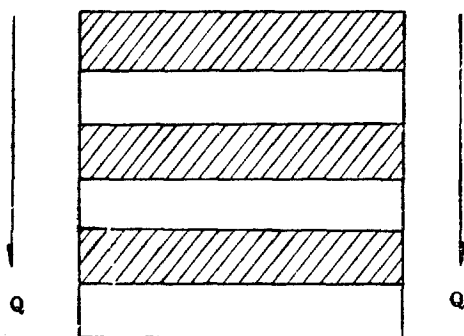


Fig. 2. Model for Series Conduction

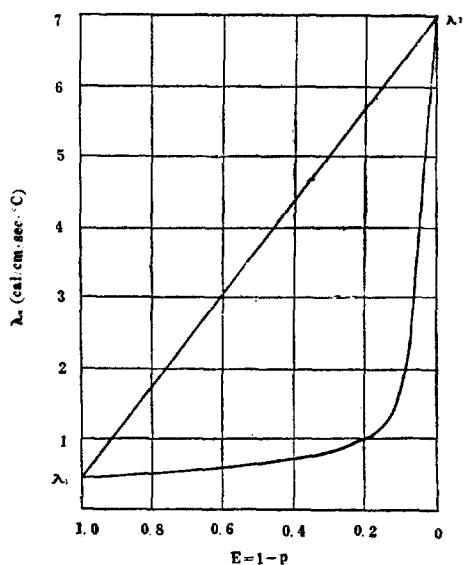


Fig. 3. Thermal Conductivity of Packed Beds vs Porosity

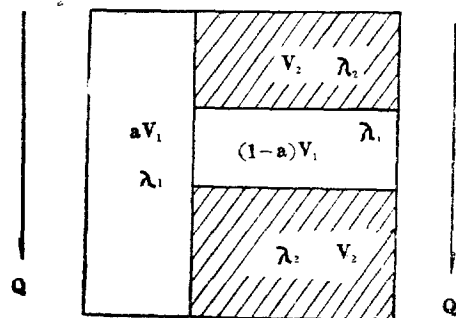


Fig. 4. Schematic Model for Thermal Conductivity of Close Pored Porous Solid.

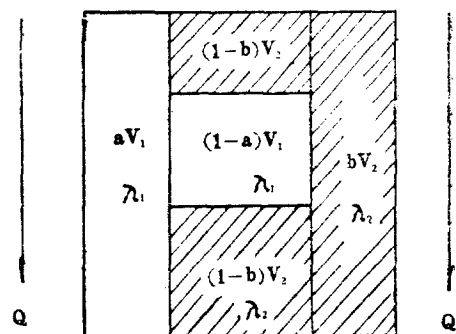


Fig. 5. Schematic Model for Thermal Conductivity of Packed Bed.

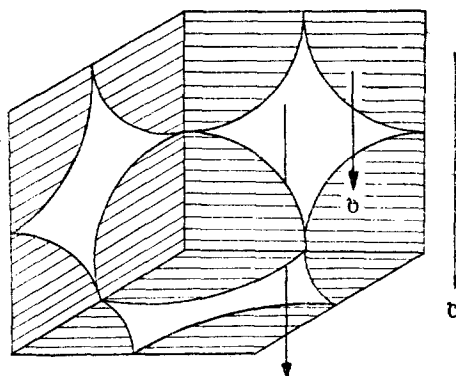


Fig. 6. Cubic Packing of Spheres in Unit Cell

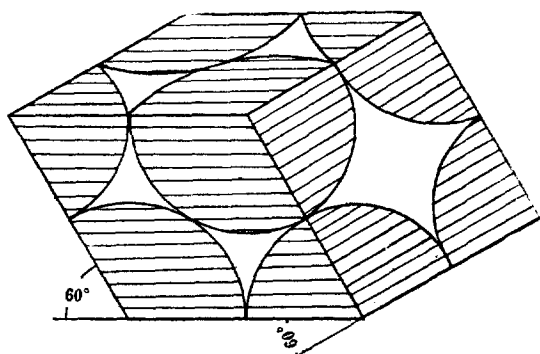


Fig. 7. Rhombic Hedral Packing of Spheres

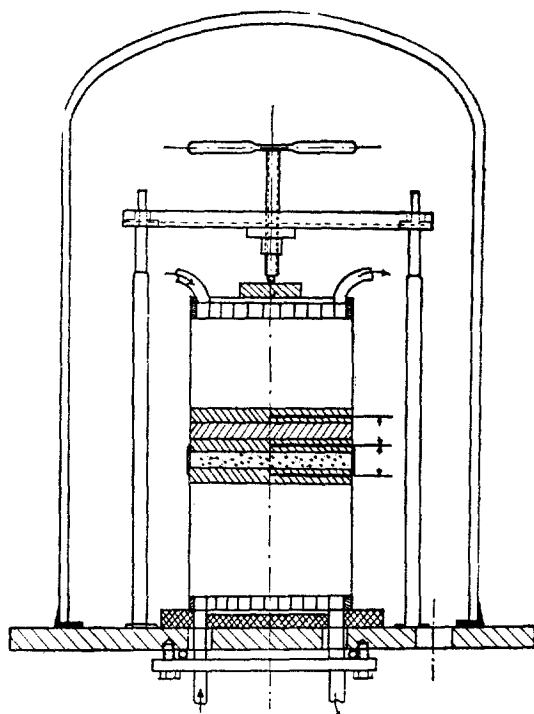


Fig. 9. Apparatus for Contact point Conductivity of Solid in Vacuum

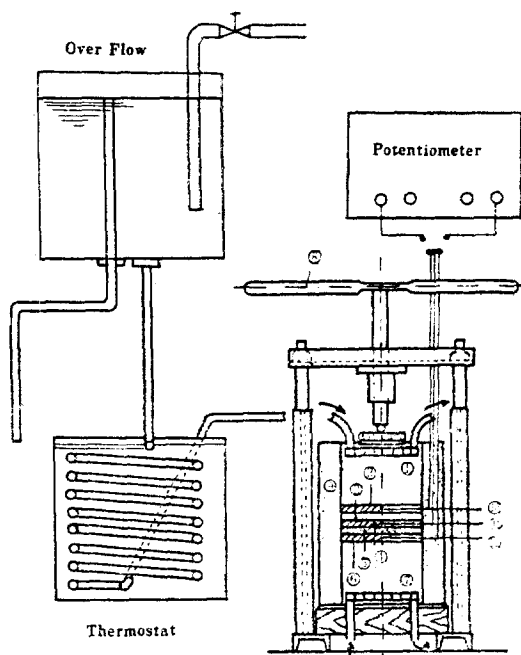


Fig. 8. Schematic Illustration of Apparatus for Thermal Conductivity

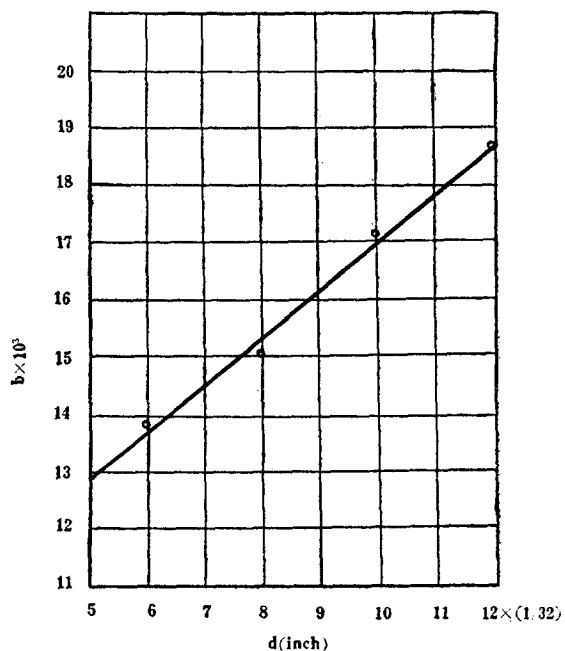


Fig. 10. Contact Point Efficiency b vs Sphere Diameter

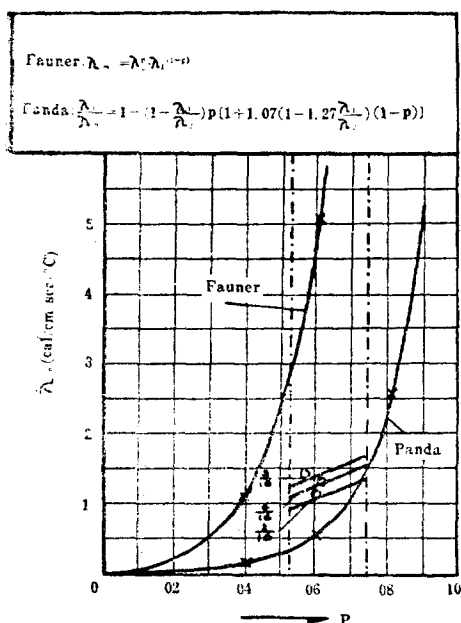


Fig. 11. Experimental Value of Thermal Conductivity of Packed Bed of Sphere vs Calculated Conductivity by eq. 11.

$$b = 0.0047d' + 0.0089$$

$$\text{단 } 0.3 \text{ cm} < d' < 1.2 \text{ cm}$$

(vi) 電氣傳導와 analog를 利用하여 粒子充填層의 抵抗을 測定하고 b 를 決定하는 方法은 簡便하나 充填物의 表面의 酸化狀態 및 充填率에 依한 變化를 가져온다.

Literature

- [1] Paul Schmidt; Die Wärmeleitfähigkeit gefüllter Kunststoffe Gummi-Asbest-Kunststoffe 1376 Jahrgang 17, 1964.
- [2] John C. Harper and Ahmed. F, El Sahrig; The Conductivities of Gas-fille Porous Solids, I & E C Fundamentals Vol. 3 314. Nov. 1964
- [3] Konrad Moritz; Bericht Nr. Institut für Dampfkessel und Verfahrenstechnik. T. H. Stuttgart, Germany 1964
- [4] A. D. Brailsford and K. G. Major; The Thermal Conductivity of Aggregates of Several Phases, including Porous Materials, Brit. J. Appl. Phys. Vol. 15 313 1964
- [5] R. K. Francis and J. R. Tinklephaug; Thermal Conductivity in Ceramic-Metal Laminates J. A. Ceram. S. Nov. 1960 563
- [6] J. Francel and W. D. Kingery; Apparatus for Determining Conductivity by a Comparative Method; J. A. Ceram. S. Vol. 37 80-84 1954
- [7] Arthur L. Loeb; Thermal Conductivity; VIII, A Theory of Thermal Conductivity of Porous Materials J. A. Ceram. S. Vol. 37 No. 2 96-99 Feb. 1954
- [8] R. W. Powell; Correlation of Metallic Thermal and Electrical Conductivity for both Solid and Liquid Phases. Int. J. Heat and Mass Transfer Vol. 8. No. 7. 1033, 1965
- [9] H. J. Radewald, et. al.; Apparatur und Methode Zur Bestimmung der Wärmeleitfähigkeit pulverförmiger Substanzen in Abhängigkeit von Raumgewicht. Schweizer Archiv. 357 Sep. 1962
- [10] R. H. Wilhelm, et. al.; Reaction Rate, Heat Transfer, and Temperature Distribution in Fixed-Bed Catalytic Converters; Solution by Electrical Network. Chem. Eng. Progress Vol. 44 No. 2. 105 Feb. 1948
- [11] 井伊谷鋼; 粉體工學ハンドブック p. 95 1965
- [12] Waddems. A. L.; J. Soc. Chem. Ind. 63. 337 (1944)
- [13] S. Traustel. J. Panda, and P. Jacob; Tonindustrie-Zeitung und Keramische Rundschau Band 85 S. 565 (1961) Heft 24
- [14] G. Fauner; VDI-Zeitschrift, Band 104, Nr. 5 S. 194

Nomenclature

At : 熱流에 垂直인 充填層의 全斷面積	(cm^2)
Ae : 充填物의 有効接觸 相當 斷面積	(cm^2)
As : 充填物의 平均 斷面積	(cm^2)
a : 充填層 單位體積內의 孔隙에 對한 熱流에 平行層으로 熱傳導하는 孔隙의 體積分率	(—)
b : 充填層 單位體積內의 充填物體積에 對한 熱流에 平行層으로 熱傳導하는 充填物의 體積分率	(—)
d : 球의 直徑	(in)
d' : " "	(cm)
f : 傳度를 위한 接觸點 有效值	(—)
hs : 熱傳導度測定板의 높이	(cm)
hc : 比較板의 높이	(cm)
k : 電氣傳導度	($\text{Q}^{-1}\text{cm}^{-1}$)
l : 充填層의 높이	(cm)
P : 充填率($1-\epsilon$)	(—)
Q : 熱流	(cal/s)
R : 電氣抵抗	(Ω)
r : 球의 半徑	(cm)
T : 溫度	($^{\circ}\text{K}$)
V_1, V_2 : 充填層의 單位體積當 充填腔 및 空隙의 體積	(cm^3)
x : 最密充填率	(—)
ΔDc : 比較板의 溫度差	($^{\circ}\text{C}$)
ΔDs : 測定板의 溫度差	($^{\circ}\text{C}$)
λ : 熱傳導度	(cal/cm, s, $^{\circ}\text{C}$)
λ_c : 比較板의 熱傳導度	(cal/cm, s, $^{\circ}\text{C}$)